

По материалам кандидатской диссертации

"Квантовые эффекты в некоторых
модифицированных теориях гравитации"

Никитенко Андрей Андреевич

Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ,
г. Дубна, Московская область, Россия

Научный руководитель: д.ф.-м.н. А.Б. Арбузов

2026

- Учёт квантовых поправок в полях материи за пределами борновского приближения требует добавления членов $\sim R^2$ и $\sim R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ к действию Эйнштейна-Гильберта, что мотивирует изучение модифицированных теорий гравитации квадратичных по кривизне.
- Наблюдательная космология (Planck, ACT, VICEP/Keck) с высокой точностью фиксирует параметры инфляции, что позволяет строго тестировать модели модифицированной гравитации.
- Создание непротиворечивой теории квантовой гравитации остаётся открытой проблемой из-за неперенормируемости ОТО, её фоновой независимости, проблемой неунитарности.
- Прогресс в разработке квантовой гравитации требует развития новых математических методов и подходов, поскольку стандартные методы сталкиваются существенными техническими трудностями.
- Происхождение космических лучей ультравысоких энергий (КЛУВЭ) и природа тёмной материи требуют поиска новых механизмов за пределами Стандартной модели.

Цель: Исследование квантовых эффектов в некоторых модифицированных теориях гравитации для проверки их способности описывать наблюдаемую Вселенную.

Задачи:

- 1 Вычислить однопетлевой эффективный потенциал с учетом гравитонов в однопетлевом приближении и проанализировать возможность инфляции с медленным скатыванием.
- 2 Исследовать распад сверхтяжёлой фермионной тёмной материи (ТМ) в многомерной гравитации.
- 3 Изучить аннигиляцию сверхтяжёлой фермионной ТМ и её вклад в КЛУВЭ.
- 4 Разработать подход к квантованию вейлевски-инвариантной ОТО в переменных спиновой связности.
- 5 Вычислить спектр мощности первичных гравитационных волн в данном подходе.
- 6 Оценить влияние поляризации вакуума на ширину распада скалярона.

Введение

- 1 Глава 1. Эффективный потенциал скалярного поля в одной из моделей модифицированной гравитации
- 2 Глава 2. Генерация космические лучи сверхвысоких энергий
- 3 Глава 3. Спиновые связности как переменные квантования масштабно инвариантной ОТО
- 4 Глава 4. Вакуумные поляризационные эффекты в эпоху разогрева Вселенной

Заключение

Литература

Рассматривается минимально связанное скалярное поле с потенциалом самодействия:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{2}{\kappa^2} R - \frac{1}{2} \varphi (\square + m^2) \varphi - \frac{\lambda}{4!} \varphi^4 \right], \quad \kappa^2 = 32\pi G_N.$$

- Классическая ОТО не описывает инфляцию без дополнительных полей или модификаций.
- Скалярное поле φ с потенциалом подходящего вида позволяет реализовать инфляционные сценарии.
- Классический потенциал скалярного поля типа $\lambda\phi^4$ неудовлетворительно описывает инфляцию. Необходимо проверить не изменится ли это свойство, если мы учтём квантовые эффекты.
- Для корректного учёта квантовых поправок необходимо вычислить эффективный потенциал V_{eff} и исследовать его свойства.

Эффективное действие $\Gamma(\varphi)$ определяется через преобразование Лежандра от производящего функционала

$$\Gamma(\varphi) = W(J) - \int d^4x J(x)\varphi(x), \quad \frac{\delta\Gamma}{\delta\varphi(y)} = -J(y).$$

Нулевой член разложения по производным выделяет эффективный потенциал

$$\Gamma(\varphi) = \int d^4x [-V_{\text{eff}}(\varphi) + K(\varphi)(\partial\varphi)^2 + \dots].$$

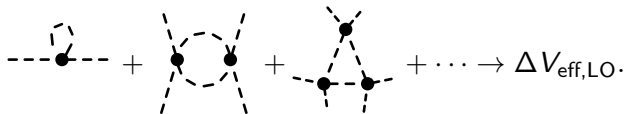
- V_{eff} определяет истинный вакуум с учётом квантовых поправок.
- Условие перенормировки: $d^2V/d\varphi^2|_{\varphi=0} = m^2$, $d^4V/d\varphi^4|_{\varphi=M} = \lambda$.

В линеаризованном приближении $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu}$ гравитоны учитываются в диаграммах в качестве одной из внутренних линий.

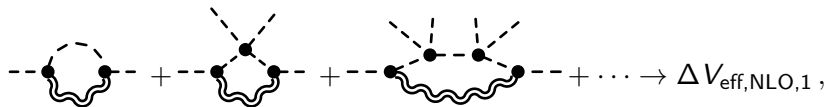
$$\mathcal{A} + \mathcal{A}_{gf} = \int d^4x \left[-\frac{1}{2} h^{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} C_{\mu\nu\alpha\beta} \square \right) h^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \phi (\square + m^2) \phi - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 - \frac{\kappa}{4} h^{\mu\nu} \left[C_{\mu\nu\alpha\beta} \partial^\alpha \phi \partial^\beta \phi + \eta_{\mu\nu} m^2 \phi^2 \right] + \frac{\kappa}{2} h^{\mu\nu} \eta_{\mu\nu} \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right] + \text{irrelevant terms}$$

- Ведущий порядок (LO): $O(\kappa^0)$, стандартные скалярные петли Коулмана-Вайнберга.
- Следующий порядок (NLO): $O(\kappa^2)$, диаграммы с одной внутренней гравитонной линией.
- Гравитонные петли $\sim O(\kappa^4)$ подавлены и в однопетлевом приближении не учитываются.

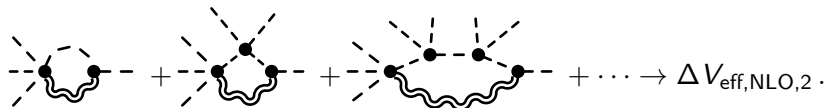
Основные ряды диаграмм дают вклады $\Delta V_{\text{eff,LO}}$ и $\Delta V_{\text{eff,NLO,1,2,3}}$, содержащие логарифмические и степенные расходимости.



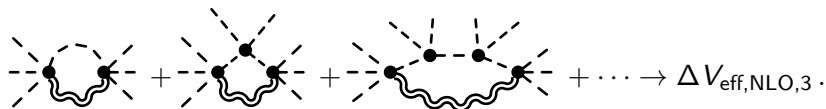
Diagrammatic expansion for $\Delta V_{\text{eff,LO}}$ showing a tadpole diagram, a self-energy loop diagram, and a sunset diagram, followed by an ellipsis and the label $\Delta V_{\text{eff,LO}}$.



Diagrammatic expansion for $\Delta V_{\text{eff,NLO,1}}$ showing a tadpole with a ghost loop, a sunset diagram with a ghost loop, and a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, followed by an ellipsis and the label $\Delta V_{\text{eff,NLO,1}}$.



Diagrammatic expansion for $\Delta V_{\text{eff,NLO,2}}$ showing a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, and a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, followed by an ellipsis and the label $\Delta V_{\text{eff,NLO,2}}$.



Diagrammatic expansion for $\Delta V_{\text{eff,NLO,3}}$ showing a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, and a sunset diagram with a ghost loop and a tadpole, followed by an ellipsis and the label $\Delta V_{\text{eff,NLO,3}}$.

С учётом контрчленов и выбора в качестве точки перенормировки $\varphi_0 = 0$ получаем перенормированный потенциал

$$V_{\text{eff,ren}} = \ln \left[1 + \frac{\frac{\lambda}{2} \varphi^2}{m^2} \right] \left\{ \frac{m^4}{64\pi^2} + \frac{m^2 \varphi^2}{64\pi^2} (\lambda - 2m^2 \kappa^2) + \frac{\lambda \varphi^4}{128\pi^2} (3\lambda - 8m^2 \kappa^2) - \frac{5\lambda^2 \kappa^2}{48 \cdot 8\pi^2} \varphi^6 \right\} + \frac{m^2}{2} \varphi^2 + \frac{\lambda}{4!} \varphi^4 + \frac{g}{6!} \varphi^6 + \mathcal{O}(\varphi^8)$$

- Динамически генерируется неперенормируемое взаимодействие φ^6 .
- Введены безразмерные параметры: $\tilde{\varphi} = \varphi/m$, $\zeta = \kappa m$, $\tilde{g} = gm^2$.

$$\tilde{V}_{\text{eff,ren}} = \ln \left[1 + \frac{\lambda}{2} \tilde{\varphi}^2 \right] \left\{ \frac{1}{64\pi^2} + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}^2 \frac{\lambda - 2\zeta^2}{32\pi^2} + \frac{\lambda}{4!} \tilde{\varphi}^4 \frac{3\lambda - 8\zeta^2}{32\pi^2} - \frac{1}{6!} \tilde{\varphi}^6 \frac{5\lambda^2 \zeta^2}{8\pi^2} \right\} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{64\pi^2} \right) \tilde{\varphi}^2 + \frac{\lambda}{4!} \left(1 - \frac{3(3\lambda - 8\zeta^2)}{64\pi^2} \right) \tilde{\varphi}^4 + \frac{\tilde{g}}{6!} \tilde{\varphi}^6 \left(1 - \frac{15\lambda^2}{32\pi^2} \frac{\lambda - 2\zeta^2}{\tilde{g}} \right)$$

Поведение при больших $\tilde{\varphi}$

[Arbuzov A., Latosh B., Nikitenko A. Effective potential of scalar-tensor gravity with quartic self-interaction of scalar field // Class. Quant. Grav. — 2022]

$$\tilde{V}_{\text{eff,ren}} \sim \frac{1}{6!} \tilde{\varphi}^6 \left\{ \tilde{g} \left(1 - \frac{15\lambda^2 \lambda - 2\zeta^2}{32\pi^2 \tilde{g}} \right) - \frac{5\lambda^2 \zeta^2}{8\pi^2} \ln \left[1 + \frac{\lambda}{2} \tilde{\varphi}^2 \right] \right\}$$

- Коэффициент перед логарифмом отрицателен \Rightarrow потенциал становится более пологим при больших φ , что и нужно.
- Существует локальный максимум $\tilde{\varphi}_{\text{max}}$, ограничивающий область применимости приближения.

Параметры медленного скатывания оцениваются через эффективный потенциал:

$$\varepsilon = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa^2} \left(\frac{1}{V_{\text{eff,ren}}} \frac{dV_{\text{eff,ren}}}{d\varphi} \right)^2, \quad \eta = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa^2} \frac{1}{V_{\text{eff,ren}}} \frac{d^2 V_{\text{eff,ren}}}{d\varphi^2}$$

- Численные оценки показывают существование области параметров, где $\varepsilon < 1$ и $\eta < 1$.
- Эта область соответствует окрестности $\tilde{\varphi} \lesssim \tilde{\varphi}_{\text{max}}$.
- Модель является эффективной теорией и при значениях $\tilde{\varphi} > \tilde{\varphi}_{\text{max}}$ неприменима.

- Вычислен однопетлевой эффективный потенциал скалярно-тензорной теории для модели $\lambda\phi^4$ с участием гравитонов в качестве одной из внутренних линий в диаграммах $O(\kappa^2)$.
- Динамически возникает неперенормируемое $g\varphi^6$ -взаимодействие.
- Найдена область параметров, обеспечивающая $\varepsilon, \eta < 1$, что подтверждает возможность инфляции с медленным скатыванием.
- Результаты уже используются в дальнейших работах по дискриминации скалярно-тензорных моделей.

[A.Arbusov, D.Kuznetsov, B.Latosh, V.Shmidt, "Inflation in simple one-loop effective potentials of perturbative quantum gravity", Int. J. Mod. Phys. D 33 (2024)]

Проблема: Наблюдаются частицы с ультравысокими и сверхвысокими энергиями (КЛСВЭ). В том числе в том числе вблизи предела Грейзена-Зацепина-Кузьмина (ГЗК) $E \sim 5 \cdot 10^{19}$ эВ. Стандартные астрофизические механизмы не могут объяснить их происхождение в таком количестве. Необходимо привлекать дополнительные механизмы.

- Механизм Зельдовича: виртуальные ЧД нарушают глобальные симметрии (B, L), вызывая распад стабильных частиц.
- В многомерных моделях гравитации фундаментальный масштаб квантовой гравитации может быть $M_* \ll M_{Pl}$, что усиливает вероятность распада.
- Сверхтяжёлая ТМ ($M_X \sim 10^{12}$ ГэВ): время жизни $\tau_X \sim 10^{13}-10^{14}$ лет при $M_* \sim 3 \times 10^{17}$ ГэВ.
- $\tau_X > t_U$ на 3–4 порядка, что сохраняет стабильность ТМ, но обеспечивает вклад в поток КЛСВЭ.
- Распад предсказывает генерацию и нейтрино сверхвысоких энергий, которые можно зарегистрировать на IceCube/Baikal/КМ3НеТ.

- Мы предполагаем, что частицы ТМ рождаются при осцилляциях скалярной кривизны $R(t)$ в эпоху разогрева Вселенной в модели Старобинского R^2 -гравитации, см. главу 4.
- Масса скалярона $M_R \sim 3 \times 10^{13}$ ГэВ фиксируется из наблюдений за угловыми флуктуациями амплитуды СМВ. Для соответствия наблюдаемой плотности $\rho_{DM} \sim 1$ кэВ/см³ требуется $M_f \sim M_R/2$.
- Для распада скалярона на сверхтёжёлые фермионы ТМ важно учитывать фактор подавления фазового объёма в формуле для ширины распада. Он обеспечивает подавление как $\sqrt{1 - 4M_f^2/M_R^2} \sim 10^{-16}$, что согласуется с космологическими данными.
- Нерезонансное сечение аннигиляции $\sigma_{ann} v \sim \alpha^2 g_*/M_f^2 \sim 10^{-56}$ см² даёт поток на 23 порядка ниже наблюдаемого. $\alpha \sim 10^{-2}$ - константа связи, $g_* \sim 100$ - число открытых каналов аннигиляции, $M_f = 1.5 \cdot 10^{13}$ ГэВ.
- Усиление возможно за счёт кластеризации ТМ и резонансной аннигиляции через скалярон.

Резонансное сечение при $s \approx M_R^2$

$$\sigma_{ann}^{(res)} v = \frac{\alpha^2 s}{(M_R^2 - s)^2 + M_R^2 \Gamma_R^2}.$$

Далее, производя усреднение по скоростям $\langle \sigma_{ann}^{(res)} v \rangle$ в системе центра масс в соответствии с распределением Больцмана и выполняя оценку величины $\langle \sigma_{ann}^{(res)} v \rangle$ для нереалистичного однородного распределения ТМ, можно получить усиление на ~ 26 порядков. В центре галактики эффект значительно выше. Поток может увеличиться на множитель 1.1×10^3 .

$$L_{gc} = L_{hom} \times \left(\frac{n_{gal}}{\bar{n}_{dm}} \right)^2 \frac{(r_{cl}/(3 d_{gal}^2))}{R_{max}}$$

Поток от реалистичного профиля ТМ в Галактике $\rho(r) = \rho_0 [1 + (r/r_c)^2]^{-1}$, где $\rho_0 = 26 \text{ ГэВ}/\text{см}^3$ — плотность в центре галактики.

$$L_{real} = L_{gc} \left(\frac{26 \text{ ГэВ}}{840 \text{ ГэВ}} \right)^2 \frac{3 d_{gal}^2}{r_{cl}^3} J, \quad L_{real} = 3 \cdot 10^5 L_{gc}$$

где J — интеграл по распределению ТМ.

- Комбинация резонанса, кластеризации и усиления при высоких энергиях объясняет хвост спектра у предела ГЗК.
- Угловое распределение позволяет различать однородную и кластеризованную ТМ.

- Многомерная гравитация позволяет сверхтяжёлой ТМ распадаться через промежуточную виртуальную чёрную дыру давая вклад в КЛСВЭ и КЛУВЭ. При этом сами частицы ТМ остаются относительно стабильными в согласии с астрофизическими наблюдениями.
- Учёт фактора подавления фазового пространства в ширине распада скалярона на пару фермионов с массой близкой к половине массы скалярона позволяет объяснить наблюдаемый вклад ТМ в критическую космологическую плотность без переполнения.
- Аннигиляция тяжёлых фермионов через резонанс промежуточного виртуального скалярона даёт разумный сценарий происхождения КЛСВЭ и КЛУВЭ.
- Сценарии предсказывают корреляции спектров частиц сверхвысоких энергий, что можно проверить наблюдательно.
- Модели модифицированной гравитации с компактными измерениями могут быть дискриминированы по данным наблюдений КЛУВЭ.

Действие конформной (вейлевски-инвариантной) ОТО

$$S_{\text{CCGR}} = \int d^4\chi \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{\tilde{M}_{Pl}^2}{16\pi} (\tilde{R} - 2\tilde{\Lambda}) + \frac{3\tilde{M}_P^2}{8\pi} \tilde{g}^{\mu\nu} \nabla_\mu D \nabla_\nu D + L_{\text{matter}}(\tilde{g}_{\mu\nu}) \right]$$

$$g_{\mu\nu} = e^{-2D} \tilde{g}_{\mu\nu}.$$

- Дилатон D не является дополнительной степенью свободы, а связан с метрикой калибровочным соотношением.
- На классическом уровне модель эквивалентна ОТО, но при квантовании схемы Йордана и Эйнштейна дают разные теории см. [A.O. Barvinsky, A.Yu. Kamenshchik, and A.A. Starobinsky, Inflation scenario via the Standard Model Higgs boson and LHC, JCAP 11 (2008) 021].
- Рассмотрение фермионов как квантовых полей в искривлённом пространстве-времени требует перехода к тетрадам $e_\mu^{(a)}$, что позволяет корректно определить ковариантную производную для спиноров.

Коэффициенты неголономности:

$$[e_{(a)}, e_{(b)}] = c_{(a)(b)}^{(c)} e_{(c)}$$

$$c_{(a)(b)}^{(c)} = \left(e^\alpha_{(a)} \partial_\alpha e^\beta_{(b)} - e^\alpha_{(b)} \partial_\alpha e^\beta_{(a)} \right) e_\beta^{(c)}$$

Для метрической связности выполняется: тензор кручения $T = 0$ и тензор неметричности $Q = 0$. Следовательно

$$\omega_{(a)(b)(c)} = \frac{1}{2} (c_{(a)(b)(c)} - c_{(b)(c)(a)} + c_{(c)(a)(b)})$$

- Это выражение универсально для любой теории гравитации с метрической связностью, а не только для конформной ОТО.

Спиновая связность раскладывается на динамическую и кинематическую части:

$$\omega_{(a),(b)(c)} = \omega_{(c)(b),(a)}^L + \omega_{(a)(c),(b)}^R - \omega_{(b)(a),(c)}^R$$

Дифференциал метрики зависит только от ω^R

[Arbuzov, A.B. and Nikitenko, A.A. On the Choice of Variable for Quantization of Conformal GR // Universe. — 2024.]

$$\frac{\partial \tilde{g}_{\mu\nu}}{\partial x(c)} = \left(e_{\mu}^{(b)} e_{\nu}^{(a)} + e_{\mu}^{(a)} e_{\nu}^{(b)} \right) \omega_{(b)(a),(c)}^R$$

- ω^L отвечает за вращение конгруэнции и не влияет на динамику метрики.
- ω^R рассматриваются как фундаментальные переменные квантования.

Динамическая часть спиновой связности

$$dg_{\mu\nu} = dx^\alpha \partial_\alpha g_{\mu\nu} = \left(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} \right) \left(\omega_{(b)(a)}^R(dx^\alpha) + \omega_{(b)(a)}^L(dx^\alpha) \right)$$

В калибровке Лихнеровича ($N = 1, N^i = 0, \gamma = 1$) для плоской волны:

$$\tilde{g} = -d\chi^0 \otimes d\chi^0 + d\chi^3 \otimes d\chi^3 + e^\sigma d\chi^1 \otimes d\chi^1 + e^{-\sigma} d\chi^2 \otimes d\chi^2$$

Разложение ω^R по плоским волнам

$$\omega_{(a)(b),(c)}^R = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{ik_{(c)}}{\sqrt{2\omega_k}} \left[\epsilon_{(a)(b)}^R(k) g_k^+ e^{ik \cdot x} + \epsilon_{(a)(b)}^R(-k) g_k^- e^{-ik \cdot x} \right]$$

g_k^\pm трактуются как операторы рождения/уничтожения конформных гравитонов.

- Уравнение

$$\frac{\partial \tilde{g}_{\mu\nu}}{\partial x^{(c)}} = \left(e_{\mu}^{(b)} e_{\nu}^{(a)} + e_{\mu}^{(a)} e_{\nu}^{(b)} \right) \omega_{(b)(a),(c)}^R$$

с $\tilde{g}_{\mu\nu}$ и с ω^R является уравнением связи, а не уравнением движения.

- Метрика становится оператором, так как выражается через квантовый ω^R .
- Подход похож на петлевую квантовую гравитацию, но использует связность как базисную переменную и сохраняет симметрию Лоренца.

Анзац метрики

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[-d\eta^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j \right], \quad h_{ij} = \sum_{p=\pm 2} m_{ij}^{(p)} h^p(x)$$

Определение спектра мощности для скалярного поля

$$\langle 0 | \phi^2(x) | 0 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{2k_0} = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_\phi(k)$$

Разлагая действие Эйнштейна-Гильберта в ряд по метрическим возмущениям и оставляя лишь квадратичные по ним члены, получаем выражение для действия

$$\tilde{S}^{(2)} = \frac{\tilde{M}_P^2}{8} \int d\eta d^3 x \left(\dot{h}_{ij} \dot{h}^{ij} - \partial_i h_{ij} \partial^i h^{ij} \right)$$

Квадратичная часть действия сводится к скалярному полю с двумя поляризациями [Арбузов А.Б., Никитенко А.А. Спектр первичных гравитационных волн в квантовой версии конформной ОТО // Письма в ЖЭТФ. — 2024]

$${}^{(2)}\tilde{S}_{\text{Gravitons}} = \frac{\tilde{M}_P^2}{16} \sum_{p=\pm 2} \int dx^0 d^3 k(x^0) \left((\dot{h}^{(p)})^2 + k^2 (h^{(p)})^2 \right)$$

Задача сводится к вычислению спектра мощности скалярного возмущения $h^{(p)}(x)$.

Среднее значение дилатона и конформной массы Планка связывается с масштабным фактором соотношениями

$$\langle D \rangle = -\ln a(x^0) \quad \Rightarrow \quad \tilde{M}_P^2 = M_P^2 e^{-2\langle D \rangle} = M_P^2 a^2(x^0)$$

- При подстановке в действие конформной ОТО множители $a^2(x^0)$ сокращаются с конформным фактором при массе Планка.
- Гравитационная часть действия полностью переходит в стандартную форму ОТО.
- Однако метрика $\tilde{h}_{\mu\nu}$ восстанавливается из операторов ω^R , что меняет процедуру квантования.

Спектр мощности в пространстве Минковского:

$$\tilde{\mathcal{P}}_{h_{ik}}(k) = \frac{8}{M_P^2} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2$$

Вакуумное среднее конформных возмущений:

$$\langle 0 | \tilde{h}_{ij}(x) \tilde{h}^{ij}(x) | 0 \rangle = 2 \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \frac{4\pi k^2}{2k} = 2 \int d \ln k \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2$$

Интегрирование уравнения связи между $\tilde{g}_{\mu\nu}$ и ω^R в первом приближении (тетрадный базис совпадает с координатным) даёт стандартное разложение по поляризациям. Переход к физическому импульсу $q = k/a(x^0) = H_k$ даёт

$$\mathcal{P}_{h_{ik}}(q) = \frac{8}{M_P^2} \left(\frac{H_k}{2\pi} \right)^2$$

- Результат совпадает с предсказанием стандартной ОТО в однопетлевом приближении и не противоречит наблюдательным данным.

- Переменные ω^R, ω^L вводятся в любой теории с метрической связностью, что обобщает предыдущие работы.
- Квантование через ω^R требует трактовки уравнений как связей, а не динамических уравнений.
- В однопетлевом приближении спектр мощности первичных гравитационных волн совпадает со стандартным результатом ОТО.
- Перспективы: расчёт поправок высших порядков, применение спинорной алгебры для решения уравнений связи.

Модель Старобинского:

$$S_{tot} = -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left(R - \frac{R^2}{6M_R^2} \right) + S_m$$

- Тензор энергии-импульса (ТЭИ) локальной поляризации вакуума $\langle T_{\mu\nu} \rangle = k_1^{(1)} H_{\mu\nu} + k_3^{(3)} H_{\mu\nu}$, $k_3 = \frac{1}{2880\pi^2} (N_S + \frac{11}{2} N_F + 62 N_G)$.
- $^{(3)}H_{\mu\nu}$ не выводится из лагранжиана, а возникает при перенормировке тензора энергии-импульса $\langle T_{\mu\nu} \rangle$ как дополнительная неоднозначность $\langle T_{\mu\nu} \rangle$ в конформно-плоском случае.
- Подстановка $\langle T_{\mu\nu} \rangle$ в качестве дополнительного вклада в тензор энергии-импульса в уравнениях Эйнштейна позволяет оценить обратную реакцию на метрику.

$$^{(3)}H_{\mu\nu} = R_{\mu}^{\sigma} R_{\nu\sigma} - \frac{2}{3} R R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R^{\sigma\tau} R_{\sigma\tau} + \frac{1}{4} g_{\mu\nu} R^2$$

Глава 4. Действие полной квадратичной гравитации

Квантовая теория поля в искривленном пространстве-времени \Rightarrow
Действие Эйнштейна-Гильберта с дополнительными контрчленами [Биррелл, Н.Д. и Дэвис, П.К.У. 1982]

$$S = -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} [R - 2\Lambda + \alpha R^2 + \beta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}]$$

Также появляются члены, пропорциональные $R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ и $\square R$, но в 4D их можно преобразовать в поверхностные члены и опустить.

Варьирование контрчленов даёт 2 новых тензора в уравнениях гравитационного поля

$${}^{(1)}H_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta [\sqrt{-g} R^2]}{\delta g^{\mu\nu}} = 2\nabla_\nu \nabla_\mu (-R) - 2g_{\mu\nu} \nabla_\rho \nabla^\rho (-R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R^2 + 2R R_{\mu\nu}$$

$${}^{(2)}H_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta [\sqrt{-g} R_{\alpha\beta} R^{\alpha\beta}]}{\delta g^{\mu\nu}} = 2\nabla_\alpha \nabla_\nu (-R_\mu^\alpha) - \nabla_\rho \nabla^\rho (-R_{\mu\nu}) \\ - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \nabla_\rho \nabla^\rho (-R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R_{\alpha\beta} R^{\alpha\beta} + 2R_\mu^\rho R_{\rho\nu}$$

Константы α и β расходятся и должны быть перенормированы $\Rightarrow \alpha_0, \beta_0$

Глава 4. Вывод следа уравнений Эйнштейна с учётом обратной реакции (часть 1)

Действие конформно-неинвариантного скалярного поля и уравнения движения имеют вид:

$$S_\phi = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi, \quad \ddot{\phi} + 3H(t)\dot{\phi} - \frac{1}{a^2(t)} \Delta \phi = 0.$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} - \frac{1}{6M_R^2} {}^{(1)}H_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \left[\dot{T}_{\mu\nu} + \langle T_{\mu\nu} \rangle \right]$$

$$\dot{T}_\mu^\mu(\phi) = -g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \equiv -(\partial\phi)^2, \quad d\eta = \frac{dt}{a(t)}, \quad \chi = a(t)\phi$$

$$R'' + 2\frac{a'}{a}R' + m^2 a^2 R = 8\pi \frac{M_R^2}{M_{Pl}^2} \frac{1}{a^2} \left[\chi'^2 - (\vec{\nabla}\chi)^2 + \frac{a'^2}{a^2} \chi^2 - \frac{a'}{a} (\chi\chi' + \chi'\chi) \right]$$

$$\chi'' - \Delta\chi + \frac{1}{6} a^2 R \chi = 0$$

$$\chi^{(0)}(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2E_k} \left[\hat{a}_k e^{-ik \cdot x} + \hat{a}_k^\dagger e^{ik \cdot x} \right]$$

Глава 4. Вывод следа уравнений Эйнштейна с учётом обратной реакции (часть 2)

Решение неоднородного уравнения Клейна-Гордона будем искать в виде

$$\chi(x) = \chi^{(0)}(x) - \frac{1}{6} \int d^4y G(x, y) a^2(y) R(y) \chi(y) \equiv \chi^{(0)}(x) + \chi^{(1)}(x), \text{ где}$$

$$G(x, y) = \frac{1}{4\pi|x-y|} \delta((x_0 - y_0) - |x - y|), \quad [\hat{a}_k, \hat{a}_k^\dagger] = (2\pi)^3 2E_k \delta^{(3)}(k - k')$$

$$\langle \chi^2 \rangle \simeq -\frac{1}{48\pi^2} \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta' \frac{a^2(\eta') R(\eta')}{\eta - \eta'}, \quad \langle \chi \chi' + \chi' \chi \rangle \simeq -\frac{1}{48\pi^2} \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta' \frac{(a^2(\eta') R(\eta'))'}{\eta - \eta'}$$

Поскольку $a(t) \sim t^{3/2} [1 + (2/3M_R t) \sin(M_R t + \theta)]$ и $M_R t \gg 1$ то главный вклад даёт интеграл

$$\langle \chi'^2 - (\vec{\nabla} \chi)^2 \rangle \simeq -\frac{1}{96\pi^2} \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta' \frac{(a^2(\eta') R(\eta'))''}{\eta - \eta'}$$

Уравнение эволюции скалярной кривизны (след модифицированных уравнений)

$$R + \frac{1}{6M_R^2} {}^{(1)}H_\mu^\mu = -\frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \dot{T}^\mu_\mu, \quad \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \dot{T}^\mu_\mu = \frac{M_R^2}{12\pi M_{Pl}^2} \int_{t_0}^t dt_1 \frac{\ddot{R}(t_1)}{t - t_1}$$

$$\ddot{R} + 3H\dot{R} + M_R^2 R = -\frac{1}{12\pi} \frac{M_R^2}{M_{Pl}^2} \int_{t_0}^t dt' \frac{\ddot{R}(t')}{t - t'}$$

Выражение для ширины распада скалярона можно вывести используя анзац $R(t) = R_{amp} \cos(\omega t + \theta) e^{-\Gamma t/2}$.

$$\Gamma_{AD} \equiv \Gamma = \frac{M_R^3}{24\pi M_{Pl}^2} \approx 7.56 \text{ ГэВ}$$

Член $3H\dot{R}$ описывает фоновое затухание, не связанное с распадом скалярона Γ_{AD} .

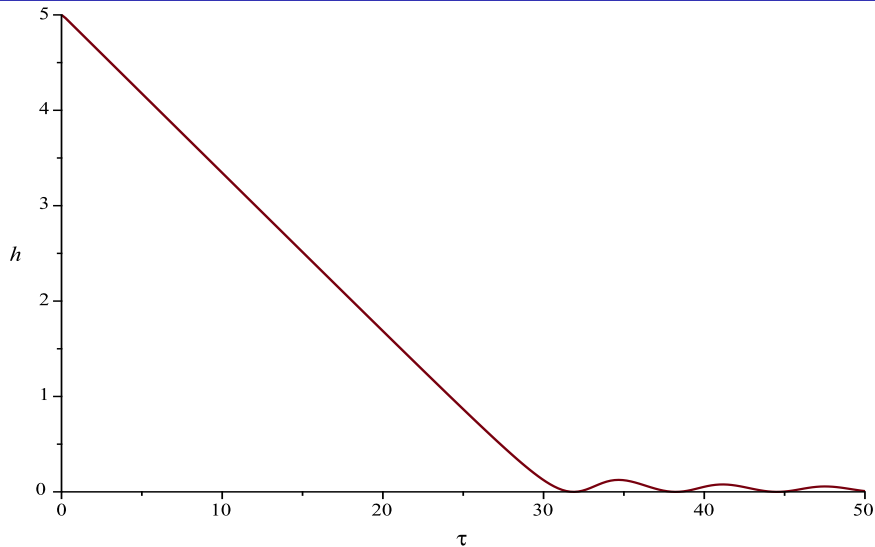


Рис. 1: Эволюция параметра Хаббла $h(\tau)$ в зависимости от времени в безразмерных переменных при начальных значениях $r(0) = -300$ и $h(0) = 5$. Видно, что параметр Хаббла осциллирует вблизи нулевого значения при $\tau > 30$.

Модифицированное уравнение для следа с $\langle T_{\mu\nu} \rangle$:

$$R + \frac{1}{6M_R^2} {}^{(1)}H_\mu^\mu = -\frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \dot{T}_\mu^\mu - \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} k_3 {}^{(3)}H_\mu^\mu.$$

$$\ddot{R} + 3H\dot{R} + M_R^2 R = -\frac{1}{12\pi} \frac{M_R^2}{M_{Pl}^2} \int_{t_0}^t dt' \frac{\ddot{R}(t')}{t-t'} - \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} k_3 {}^{(3)}H_\mu^\mu.$$

$$R_{amp} [(\omega^2 - M_R^2) \cos(\omega t + \theta) + (\Gamma_0 \omega + \Gamma \omega - 2R_{amp}) \sin(\omega t + \theta)] e^{-\frac{(\Gamma_0 + \Gamma)t}{2}}$$

$$\sim R_{amp} \frac{\omega^2 M_R^2}{12\pi M_{Pl}^2} e^{-\frac{(\Gamma_0 + \Gamma)t}{2}} \int_0^{t-t_0} \frac{d\xi}{\xi} [\cos(\omega t + \theta) \cos \omega \xi + \sin(\omega t + \theta) \sin \omega \xi]$$

$$- \frac{8\pi M_R^2}{M_{Pl}^2} 12k_3 \left(-\frac{8}{81t^4} \right) \sin(\omega t + \theta), \text{ Асимптотика для } H(t) \sim \frac{2}{3t} [1 + \sin(M_R t)]$$

$${}^{(3)}H_\mu^\mu = 12 (H^2 \dot{H} + H^4), \frac{8\pi M_R^2}{M_{Pl}^2} {}^{(3)}H_\mu^\mu 12k_3 \sim \frac{8\pi M_R^2}{M_{Pl}^2} 12k_3 \left(-\frac{8}{81t^4} \right) \sin(M_R t + \theta)$$

Где для оценки было взято $\tau_0 \sim 40$, тогда $\frac{1}{t} = \frac{M_R}{\tau} = \frac{M_R^2}{\tau_0} \frac{1}{M_R} = \frac{R_{amp}}{M_R}$.

Это слагаемое вносит дополнительную поправку к ширине распада в начальный период разогрева.

Собирая коэффициенты при $\sin(M_R t + \theta)$, получаем

[Arbuzov, A.B. and Nikitenko, A.A. Vacuum polarization effects during the reheating epoch // Phys. Rev. D. — 2026]

$$\Gamma = \frac{M_R^3}{24\pi M_{Pl}^2} + \frac{256\pi M_R^3}{27 M_{Pl}^2 \tau_0^3} k_3 e.$$

При $k_3 \sim 0.036$ и $\tau_0 = 40$ численная оценка (для MSSM) даёт

$$\Delta\Gamma = \frac{256\pi M_R^3}{27 M_{Pl}^2 \tau_0^3} k_3 e \sim 0.01 \text{ ГэВ.}$$

- Поправка мала по сравнению с $\Gamma_{AD} \approx 7.56 \text{ ГэВ}$, но не пренебрежимо мала.
- Зависит как $\sim \frac{1}{\tau_0^3}$, что обосновывает приближение, используемое в работах Арбузовой и Долгова.

- В конформно-плоской космологии модель Старобинского является минимальной нетривиальной модификацией ОТО.
- Разъяснена физическая роль члена $3H\dot{R}$ и разделение механизмов затухания (расширение Вселенной и распад скалярона).
- Явно вычислена поправка к ширине распада скалярона от локальной поляризации вакуума описываемой $\langle T_{\mu\nu} \rangle$.
- Поправка подавлена кубом безразмерного времени $\sim \frac{1}{\tau_0^3}$ начала эпохи разогрева Вселенной, а не отношением степеней M_R к M_{Pl} .
- Величина поправки мала, но в будущем ее нужно учитывать в прецизионной космологии. Приближение, используемое в литературе (пренебрежение $\langle T_{\mu\nu} \rangle$), оправдано лишь для грубых оценок.
- Результаты открывают путь к более точному определению долей вкладов различных компонент материи в энергетическую плотность ранней Вселенной, задавая данные для дальнейшей ее эволюции.

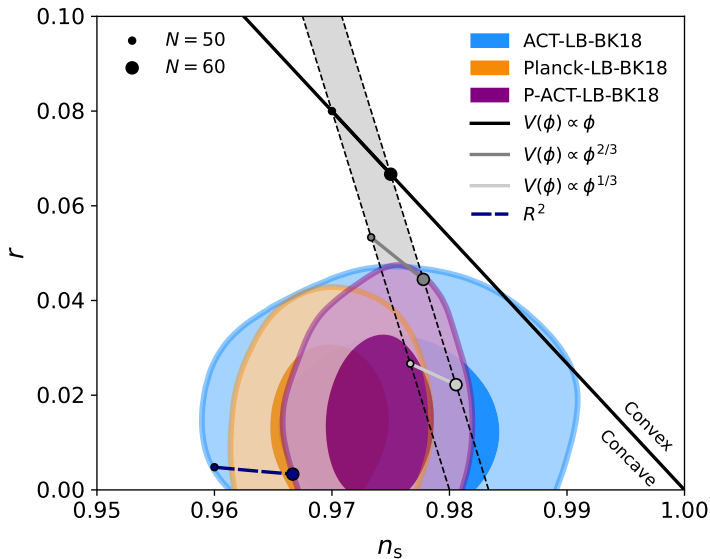
- 1 Arbuzov A., Latosh B., Nikitenko A. Effective potential of scalar-tensor gravity with quartic self-interaction of scalar field // **Class. Quant. Grav.** — 2022.
- 2 Arbuzova E.V., Dolgov A.D., Nikitenko A.A. Cosmic rays from heavy particle decays // **Ядерная Физика** — 2024.
- 3 Arbuzova, E.V. and Dolgov, A.D. and Nikitenko, A.A. Cosmic rays from annihilation of heavy dark matter particles // **Nucl. Phys. B.** — 2025.
- 4 Arbuzov, A.B. and Nikitenko, A.A. On the Choice of Variable for Quantization of Conformal GR // **Universe.** — 2024.
- 5 Арбузов А.Б., Никитенко А.А. «О спиновых связностях как переменных квантования гравитации» // **Ученые записки физического факультета МГУ**, 2024.
- 6 Арбузов А.Б., Никитенко А.А. Спектр первичных гравитационных волн в квантовой версии конформной ОТО // **Письма в ЖЭТФ.** — 2024.
- 7 Arbuzov, A.B. and Nikitenko, A.A. Vacuum polarization effects during the reheating epoch // **Phys. Rev. D.** — 2026.

- Всероссийская школа-конференция государственного университета "Дубна": "Фундаментальная физика и прикладные технологии" 25 - 28 апреля 2022 г.
- Конференция ОМУС, ALUSHTA-XII, Алушта, 4 - 11 июня, 2023 г.
- Летняя школа Фонда «БАЗИС», Московская область, 31 июля - 11 августа 2023 г.
- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2024», Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия, 12 - 26 апреля, 2024 г.
- Quarks-2024, ИЯИ, ОИЯИ, Переславль-Залесский, Россия, 19 - 24 мая, 2024 г.
- Выступления на семинарах в ЛТФ ОИЯИ, Дубна, 14 ноября, 2024 г; 11 декабря, 2025 г. .
- 18-я Международная конференция по гравитации, астрофизике и космологии (RUSGRAV-18), Казанский федеральный университет, Казань, Россия, 25 - 29 ноября, 2024 г.
- Международная конференция "Advances in Quantum Field Theory (AQFT'25)" ОИЯИ, Дубна, 11 – 15 августа 2025 г.
- Выступление на семинаре в МФТИ, Долгопрудный, 22 апреля, 2026 г.

- 1 Вычислен однопетлевой эффективный потенциал для скалярно-тензорной теории гравитации модифицирующей ОТО введением скалярного поля, минимально связанного с метрикой с потенциалом $\lambda\varphi^4$. Показано, что в данной модели имеют место сценарии инфляции с медленным скатыванием.
- 2 Проанализирована возможность распада частиц тёмной материи типа сверхтяжёлых фермионов через виртуальную чёрную дыру в многомерной модели гравитации Старобинского. Показано, что при определённых значениях параметров модели эти частицы являются квазистабильными, играют роль темной материи и вносят существенный вклад в поток космических лучей сверхвысоких энергий.
- 3 Показано, что рождение сверхтяжёлых фермионов в эпоху разогрева Вселенной может быть подавлено за счет учета фактора фазового объема, что позволяет описать наблюдаемую долю энергетической плотности темной материи. Вычислено сечение резонансной аннигиляции фермионов через скалярон модели Старобинского в легкие скалярные частицы и показано что этот процесс может давать вклад в поток космических лучей сверхвысоких энергий.

- 4 Проанализирована возможность квантования гравитации на основе компонент спиновой связности. Показано, что выражение для компонент спиновой связности и её динамической части справедливо во всех модифицированных теориях гравитации, в которых связность является метрической. Выведено уравнение связи операторов компонент метрики с операторами компонент спиновой связности.
- 5 Вычислен в однопетлевом приближении спектр мощности первичных гравитационных волн для вейлевски-инвариантной модификации общей теории относительности. Было показано, что он совпадает со стандартным спектром мощности, который известен в классической общей теории относительности.
- 6 Вычислена поправка, вносимая в ширину распада скалярона в модели Старобинского тензором энергии-импульса поляризации вакуума полей материи в эпоху разогрева Вселенной. Показано, что эта величина приводит к увеличению ширины распада скалярона и должна учитываться при прецизионном описании ранней Вселенной.

The Atacama Cosmology Telescope and Planck



* Picture from the European Space Agency

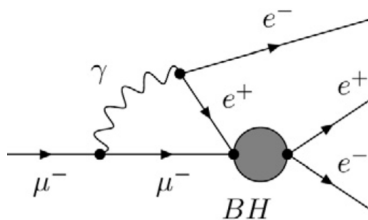


Рис. 2: Диаграмма, описывающая $\mu \rightarrow 3e$ распад.

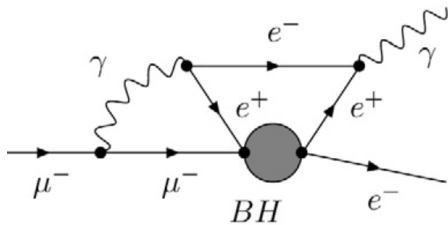


Рис. 3: Диаграмма, описывающая $\mu \rightarrow e\gamma$ распад.

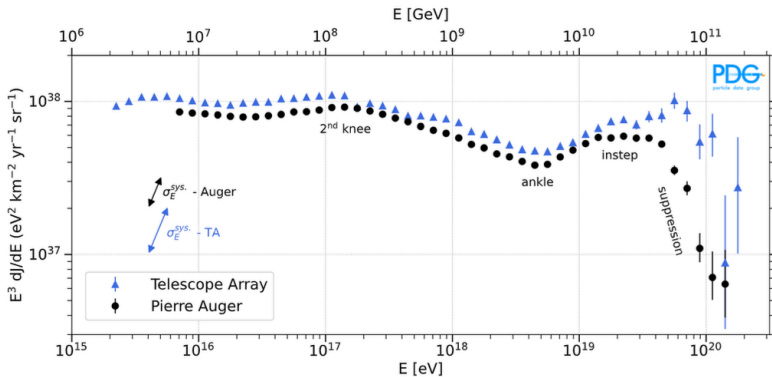


Рис. 4: Поток космических лучей, взятый из данных Particle Data Group.