

# Нейтринные кластеры

М.С.Дворников

ОИЯИ, Дубна

ИЗМИРАН, Троицк

# Plan of the talk

- Neutrino interaction with scalar bosons
- Formation of a neutrino cluster
- Neutrino superfluidity: formation of neutrino pairs, gap equation and its solution
- Results
- Parameters of a scalar boson
- Cluster cooling
- Neutrino clusters as dark matter
- Summary

# References

- M. Dvornikov, Cherenkov plasmons emission by primordial neutrinos, arXiv:2604.00044
- M. Dvornikov, Neutrino cluster cooling by the Čerenkov plasmons emission, Phys. Part. Nucl. **56**, 472 (2025)
- M. Dvornikov, Superfluidity in neutrino clusters, J. Phys. G **51**, 075201 (2024), arXiv:2310.04806

# Модель

Изучается 1 нейтринное поколение взаимодействующее с гипотетическим легким скалярным полем

$$\mathcal{L} = \bar{\nu}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\nu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - M^2\phi^2) + g\phi\bar{\nu}\nu$$

Масса нейтрино  $m = 0.1$  eV

Ограничения на массу скаляра  $M$  и константу связи  $g$  приведены в Berryman et al. (2018)

Будем считать, что  $M \sim (10^{-5} - 10^{-4})$  eV и  $g \sim (10^{-4} - 10^{-2})$

# Скалярные поля в физике элементарных частиц

- На сегодняшний день известно одно фундаментальное скалярное поле: бозон Хиггса
- Взаимодействие с полем Хиггса обеспечивает массы элементарных частиц
- Экспериментально открыт в 2012 г
- В различных расширениях стандартной модели допускается наличие дополнительных скалярных частиц, в том числе с достаточно малыми массами

# Взаимодействие фермионов со скалярной частицей притягивающее

Матричный элемент рассеяния

$$\mathcal{M} = -\frac{g^2}{q^2 - M^2} \bar{\nu}(p') \nu(p) \bar{\nu}(k') \nu(k)$$

Фурье образ эффективного потенциала

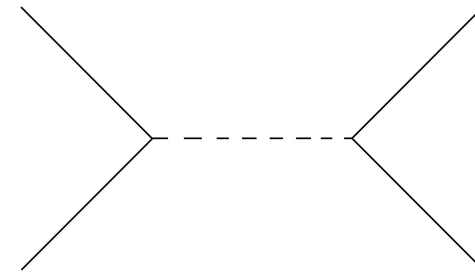
для нерелятивистских частиц  $V(\mathbf{q}) = -\frac{g^2}{\mathbf{q}^2 + M^2}$

Потенциал Юкавы  $V(r) = -\frac{g^2}{4\pi r} e^{-Mr}$

Можно прийти к такому же результату исключив скалярное поле и рассмотрев нелинейный лагранжиан нейтрино

$$\mathcal{L} = \bar{\nu}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\nu + \frac{g^2}{2M^2} (\bar{\nu}\nu)(\bar{\nu}\nu)$$

Нейтрино могут образовывать связанные состояния



# Структура кластера (Smirnov & Xu, 2022)

Уравнения для скалярного бозона и нейтрино

$$(\partial_\mu \partial^\mu + M^2)\phi = g\bar{\nu}\nu, \quad [i\gamma^\mu \partial_\mu - (m - g\phi)]\nu = 0$$

Эффективная масса нейтрино  $m_{\text{eff}} = m - g\langle\phi\rangle$

Используя теорему о дифференцировании гамильтониана по параметру, находим значение конденсата для вырожденных нейтрино

$$\langle\bar{\nu}\nu\rangle = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{p_F} p^2 dp \frac{m_{\text{eff}}}{\epsilon_{\text{eff}}} = \frac{m_{\text{eff}}}{2\pi^2} \left[ p_F \sqrt{p_F^2 + m_{\text{eff}}^2} - m_{\text{eff}}^2 \ln \left( \frac{p_F + \sqrt{p_F^2 + m_{\text{eff}}^2}}{m_{\text{eff}}} \right) \right]$$

В сферически-симметричном случае волновая функция бозона удовлетворяет уравнению

$$\left( M^2 - \frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \langle\phi\rangle = \frac{gm_{\text{eff}}}{2\pi^2} \left[ p_F \sqrt{p_F^2 + m_{\text{eff}}^2} - m_{\text{eff}}^2 \ln \left( \frac{p_F + \sqrt{p_F^2 + m_{\text{eff}}^2}}{m_{\text{eff}}} \right) \right]$$

Хим.потенциал нейтрино постоянен внутри кластера.

Поэтому ферми-импульс и бозонный конденсат связаны:  $\mu = \sqrt{p_F^2 + m_{\text{eff}}^2} = \text{const}$

Данное описание кластера аналогично ( $\sigma$ - $\omega$ ) модели в ядерной физике

# Распределение плотности нейтрино внутри кластера

Численно решаем уравнение для скалярного поля

Используя связь между хим.потенциалом, ферми-импульсом и эффективной массой, находим ферми-импульс

Решение уравнения подолжаем пока ферми-импульс не обратится в ноль. Эта точка соответствует радиусу кластера

Пользуясь тем, что нейтринный газ вырожденный, находим зависимость  $n_\nu(r)$  по  $p_F(r)$

# Сверхтекучесть нейтрино

Каруста (2004) и др. ранее исследовали сверхтекучесть нейтрино за счет обмена скалярным бозоном

Представляем нейтринный биспинор в виде  $\nu^T = (\varphi, \chi)$

Нейтринный конденсат:  $\langle \varphi_{-a}(\mathbf{p}) \varphi_{+b}(\mathbf{p}) \rangle = \epsilon_{ab} D$

Гамильтониан взаимодействия

$$H_{\text{int}} = -\frac{4g^2}{M^2} \sum_{\mathbf{p}} \frac{m^2}{(\varepsilon + m)^2} \left\{ D^* e^{-2i\varepsilon t} [b_+(\mathbf{p})b_-(-\mathbf{p}) - b_-(-\mathbf{p})b_+(\mathbf{p})] + D e^{2i\varepsilon t} [b_-^\dagger(\mathbf{p})b_+^\dagger(-\mathbf{p}) - b_+^\dagger(\mathbf{p})b_-^\dagger(-\mathbf{p})] \right\}$$

Гамильтониан не взаимодействующих нейтрино

$$H_0 = \sum_{\mathbf{p}} (\varepsilon - \mu) [b_+^\dagger(\mathbf{p})b_+(\mathbf{p}) + b_-^\dagger(\mathbf{p})b_-(\mathbf{p})]$$

# Диагонализация гамильтониана и уравнение для энергетической щели

Преобразование Боголюбова

$$c_+(\mathbf{p}) = e^{-i\epsilon t - i\alpha} \cos \frac{\theta}{2} b_+(\mathbf{p}) + e^{i\epsilon t + i\alpha} \sin \frac{\theta}{2} b_-^\dagger(-\mathbf{p}), \quad c_-(\mathbf{p}) = e^{-i\epsilon t - i\alpha} \cos \frac{\theta}{2} b_-(\mathbf{p}) - e^{i\epsilon t + i\alpha} \sin \frac{\theta}{2} b_+^\dagger(-\mathbf{p})$$

Гамильтониан принимает форму

$$H = \sum_{\mathbf{p}} E \left[ c_+^\dagger(\mathbf{p}) c_+(\mathbf{p}) + c_-^\dagger(\mathbf{p}) c_-(\mathbf{p}) \right], \quad E = \sqrt{(\epsilon - \mu)^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = \frac{8g^2 m^2 |D|}{M^2 (\epsilon + m)^2}$$

Уравнение для энергетической щели (ЭЩ)  $\Delta$  для вырожденного газа

$$\frac{2g^2}{M^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{m^2}{(\epsilon + m)^2} \frac{1}{\sqrt{(\epsilon - \mu)^2 + \Delta^2}} = 1$$

# Решение уравнения ЭЦ

Интеграл расходится при больших импульсах. Нужно вводить параметр обрезания  $\Lambda$ . При рассмотрении юкавского взаимодействия не ясно, какова величина  $\Lambda$ . Будем считать, что  $\Lambda \sim \mu$  (Лифшиц и Питаевский, 2002)

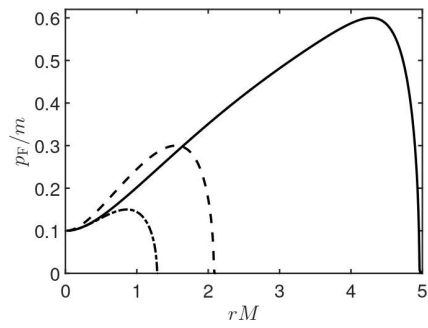
Ищем решение вблизи поверхности Ферми,  $\varepsilon \approx \mu + v_F(p - p_F)$

Решение

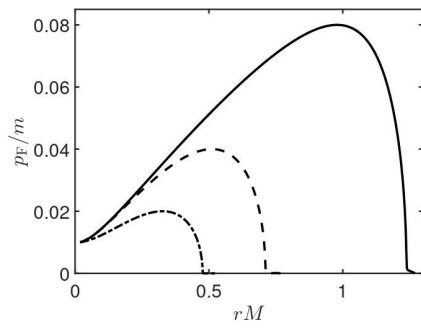
$$\Delta = \frac{v_F}{\sinh y} \sqrt{(\Lambda - p_F)^2 + p_F^2 + 2p_F(\Lambda - p_F) \cosh y}, \quad y = \frac{\pi^2 M^2 (\mu + m)^2}{g^2 m^2 \mu p_F}$$

Температура фазового перехода  $T_c \approx 0.57\Delta$

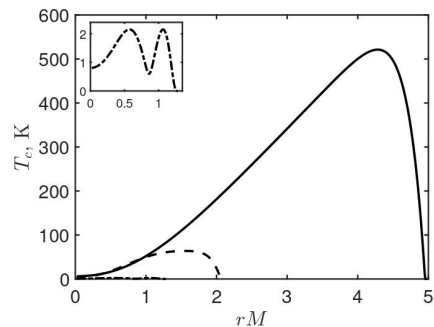
# Результаты



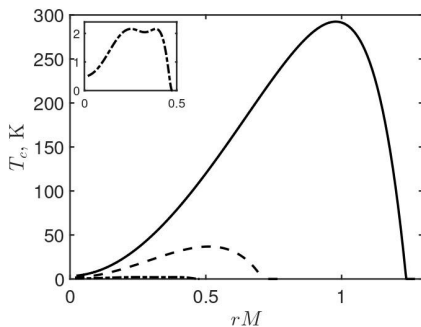
(a)



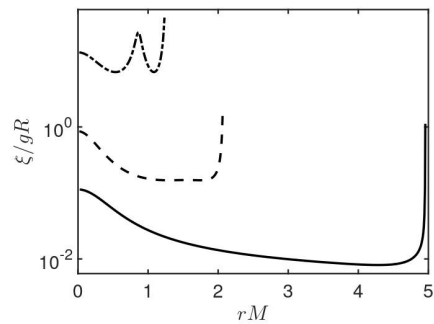
(b)



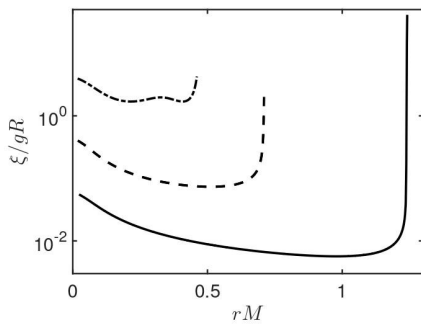
(c)



(d)



(e)



(f)

(a), (b) - импульс Ферми

(c), (d) - температура фазового перехода

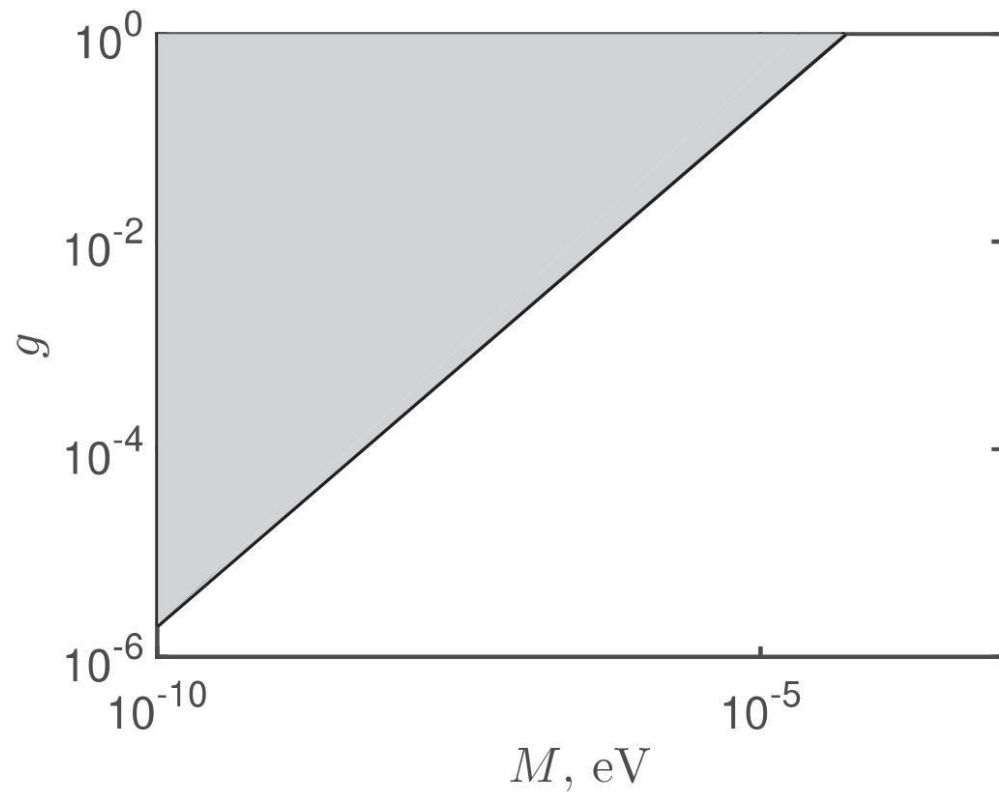
(e), (f) - длина когерентности  $\xi = v_F/\pi\Delta$

(a), (c), (e):  $\chi = M/gm = 0.1$ ,  $p_F(0)/m = 0.1$ . Сплошная линия -  $\mu/m = 0.6$ , штриховая -  $\mu/m = 0.3$ , штрих-пунктирная -  $\mu/m = 0.15$ .

(b), (d), (f):  $\chi = 0.01$ ,  $p_F(0)/m = 0.01$ . Сплошная линия -  $\mu/m = 0.08$ , штриховая -  $\mu/m = 0.04$ , штрих-пунктирная -  $\mu/m = 0.02$ .

Видно, что сверхтекучесть может возникнуть при образовании кластера из реликтовых нейтрино с  $T = 1.95$  К

# Limits on the scalar boson properties to have a neutrino superfluidity in a cluster



- Excluded areas are grey
- The upper border corresponds to a solution for the equation for a cluster where neutrino gas is still superfluid
- The established constraints on  $g$  and  $M$  do not contradict the experimental bounds on the scalar boson properties (Berryman et al., 2018)

# Cluster cooling

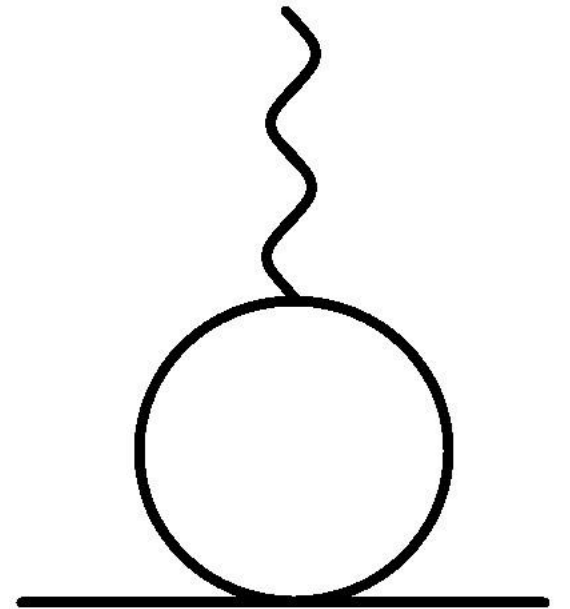
- We suggest that a cluster is formed by relic neutrinos. If a neutrino density rises, the temperature of the neutrino gas also increases locally

$$\frac{T_{\text{clust}}}{T} = \left( \frac{n_{\text{clust}}}{n} \right)^{\gamma-1}$$

- Here, we assume that the neutrino gas is compressed adiabatically
- The enhanced temperature, first, can destroy the cluster. (We recall that the neutrino gas is supposed to be highly degenerate. The temperature effects on the cluster characteristics are studied by Dvornikov (2024).)
- Second, if the cluster temperature is above the phase transition temperature, the superfluidity disappears
- Smirnov & Xu (2022) suggested the mechanism for the cluster cooling based on bremsstrahlung ( $\nu\nu \rightarrow \nu\nu\phi$ ) and annihilation ( $\nu\bar{\nu} \rightarrow \phi\phi$ ). However, the cooling time is greater than the universe age. Thus, these mechanisms are unsatisfactory
- We take that a neutrino cluster appears in the early universe after the electroweak phase transition. In this case neutrinos are massive particles
- We assume that it cools down by the neutrino Cherenkov radiation in hot primordial plasma

# Neutrino Cherenkov radiation

- A charged particle moving in matter can emit Cherenkov photons with  $q^\mu = (\omega, \mathbf{k})$  having the refraction index  $n = k/\omega > 1$
- A neutrino is electrically neutral particle. However, in matter with nonzero temperature and density, it can acquire the induced electric charge, see, e.g., Oraevsky & Semikoz (1987)
- The Cherenkov radiation of neutrinos is possible even for massless neutrinos in frames of the standard model



# Продольные и поперечные плазмоны

Мы изучаем образование кластера при  $T < (2-3)$  МэВ (температура закалки нейтрино).

Поскольку желательно иметь интервал температур для образования кластера как можно шире, будем исследовать нейтринный газ взаимодействующий с нерелятивистской,  $T < 500$  keV (масса электрона), электрон-(протонной) плазмой

Возможны 2 типа плазмонов: поперечные и продольные

Дисперсионные соотношения:

$$\omega^2 = k^2 + \omega_p^2 \left( 1 + \frac{T}{m} \frac{k^2}{\omega^2} \right) \quad \text{Поперечные плазмоны}$$

$$\omega^2 = \omega_p^2 \left( 1 + \frac{3T}{m} \frac{k^2}{\omega^2} \right) \quad \text{Продольные плазмоны}$$

Только продольные плазмоны дают вклад в черенковское излучение ( $k > \omega$ )

# Вычисление потерь энергии за счет излучения

Матричный элемент

для  $\nu \rightarrow \nu + \gamma$

Обобщенный поляризационный оператор

$$\mathcal{M} = \frac{G_F e}{\sqrt{2}} \bar{u}(p) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u(k) \Pi^{\mu\nu}(q) e_\nu(q)$$

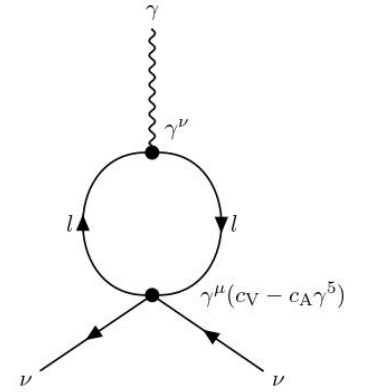
$$\Pi^{\mu\nu}(q) = - \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr} [(\not{p} + m) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma^5) (\not{p} - \not{q} + m) \gamma^\nu]}{[p^2 - m^2][(p - q)^2 - m^2]}$$

Квадрат матричного элемента для некиральной плазмы

$$\sum_\lambda |\mathcal{M}|^2 = 4e^2 G_F^2 \Pi_L^2(\omega, k) \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right) \left[2E_1(E_1 - \omega) + \frac{\omega^2 - k^2}{2}\right]_{\text{long}}$$

Потери энергии на излучение с учетом перенормировки заряда в веществе

$$\dot{E} = \int \frac{V d^3 p_1}{2E_1 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{d^3 k}{2\omega (2\pi)^3} \omega (2\pi)^4 \delta^4(p_2 + q - p_1) \frac{\omega}{k} \frac{d\omega}{dk} \sum_\lambda |\mathcal{M}|^2 f_1 (1 - f_2)$$



Предполагается, что кластер остывает целиком, т.е. плазмоны излучаются из всего объема кластера  $V$ .

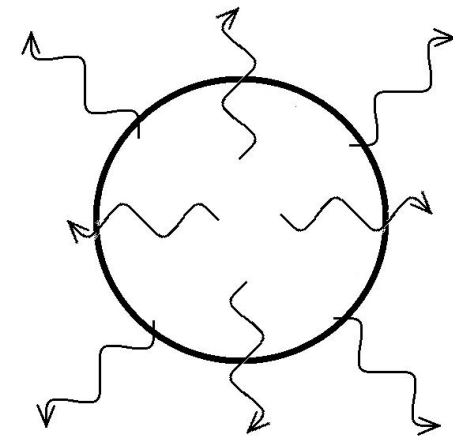
# Затухание Ландау для продольных плазмонов

В веществе у частоты плазмона появляется мнимая часть из-за затухания Ландау.

Если длина свободного пробега плазмона  $L$  окажется меньше размера кластера  $R$ , то часть плазмонов поглотится и процесс остывания будет менее эффективным

Можно показать, что  $L \gg R$  в достаточно широком диапазоне температур

Предположение об остывании кластера из всего объема оказалось верным



# Cluster cooling in the early universe

Предположим, что кластер возникает в ранней вселенной

Время остывания кластера

$$t_{cool} \sim \frac{E_{clust}}{\dot{E}} \sim \frac{N_\nu \bar{E}_\nu}{\dot{E}}$$

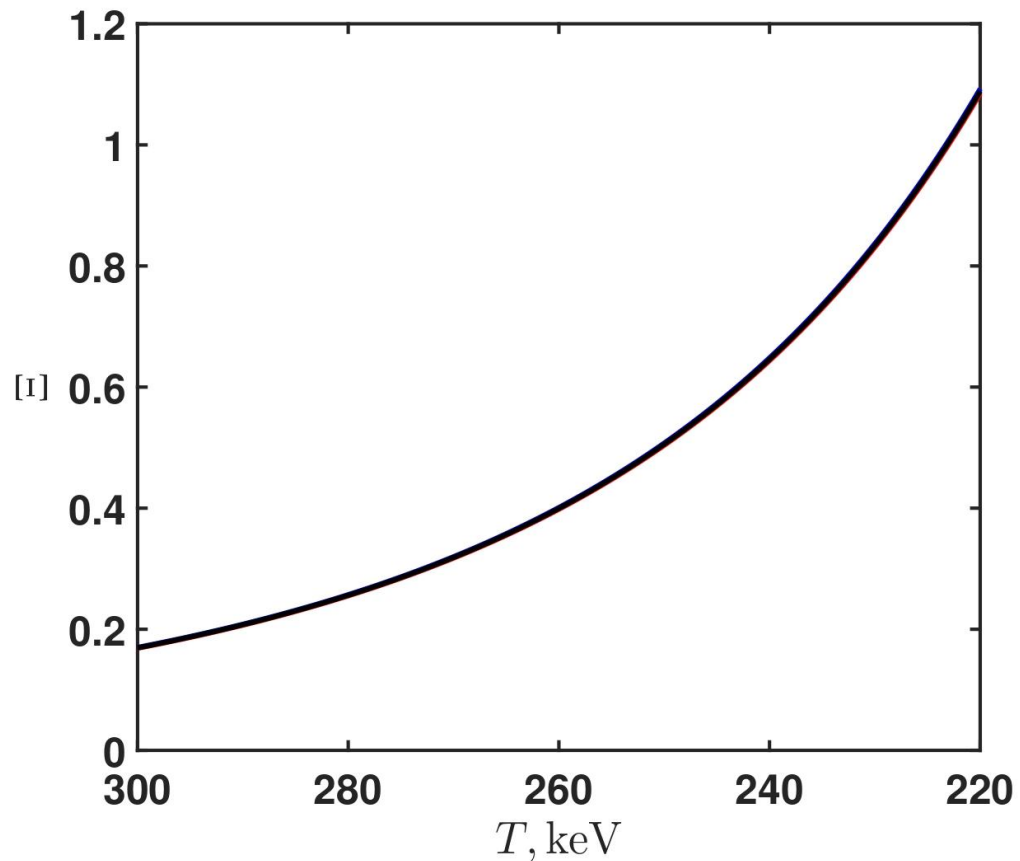
Потребуем, чтобы  $t_{cool}$  было меньше возраста вселенной  
 $t_{Univ} = H^{-1} = M_{Pl}^*/T^2$

Необходимо показать, что параметр остывания  $\Xi = \frac{t_{cool}}{t_{Univ}} < 1$

Поскольку хим.потенциал нейтрино внутри кластера отличен от нуля, необходимо исследовать зависимость  $\Xi$  от  $\mu_\nu$

В качестве примера возьмем кластер показанный сплошной линией.  
Внутри него  $|\mu_\nu/T_{clust}| = 3.9 \times 10^{-3}$

# Эволюция параметра остывания



Зависимость от хим.потенциала незначительная

При  $220 \text{ keV} < T (< 2\text{-}3 \text{ MeV})$  кластер гарантированно остынет за счет черенковского излучения

Кластеры меньшего размера могут остыть при больших температурах. При этом использование предположения о нерелятивистской плазме недопустимо

# Вклад нейтринных кластеров в темную материю

Примерно 25% массы во вселенной находится в небарионной форме и называется темной материей, которая участвует исключительно в гравитационном взаимодействии. Природа темной материи не ясна.

В 1980-х было показано, что вклад легких активных нейтрино в темную материю является малым поскольку они являются релятивистскими и не образуют наблюдаемые гало темной материи вокруг галактик.

Если предположить, что нейтрино взаимодействует со скалярными или псевдоскалярными бозонами, то можно повысить вклад таких нейтрино в плотность темной материи на 2 порядка. При этом предполагается, что нейтрино образуют связанные состояния.

Необходимые параметры бозонов оценены Cline et al. (2026).

# Summary

- We showed that the neutrino interaction by a scalar boson is attractive
- This interaction leads to the formation of a neutrino cluster
- Neutrinos can form pairs with opposite spins. These pairs constitute the superfluid condensate
- Superfluid condensate can consist of relic neutrinos
- The constraints on the Yukawa interaction necessary for the existence of superfluidity are not ruled out by the experimental bounds on the scalar boson properties
- Cherenkov radiation is a possible channel for the cluster cooling if it appears in the early universe