

Научно-исследовательское учреждение  
“Институт ядерных проблем”  
Белорусского государственного университета

Ильичёв Александр Николаевич

*Радиационные эффекты с излучением жёстких фотонов  
в некоторых лептон-протонных и мёллеровском процессах  
рассеяния*

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора физ.-мат. наук  
по специальности 1.3.3 – теоретическая физика

Научный консультант  
доктор физ.-мат. наук  
В.А. Зыкунов

# ОГЛАВЛЕНИЕ

**ГЛАВА 1**    СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

**ГЛАВА 2**    ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ  
В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙНИИ

**ГЛАВА 3**    ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ  
РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ  
ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙНИИ

**ГЛАВА 4**    ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ  
ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЙНИИ

**ГЛАВА 5**    РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ  
ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ  
ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙНИИ

**ГЛАВА 6**    ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ  
РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЙНИИ

# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

## Три метода измерения отношения $\mu G_E/G_M$

### 1. Метод Розенблюта

M. Rosenbluth Phys. Rev. – 1950. – Vol. 79. – P. 615–619.

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta/2)} \frac{1}{1 + \tau_p} \left( G_E^2 + \frac{\tau_p}{\epsilon} G_M^2 \right).$$

$\tau_p = Q^2/4M^2$ ,  $Q^2 = 4E_1 E_2 \sin^2(\theta/2)$ ,  $M$  – масса протона,  $E_1$ ,  $E_2$  и  $\theta$  – энергии начального и конечного электронов и угол рассеяния электрона в лабораторной системе отсчета соответственно;  $\alpha = 1/137$ ,  $\epsilon = [1 + 2(1 + \tau_p) \tan^2(\theta/2)]^{-1}$ .

### 2. Метод переданной поляризации $\vec{e} + p \rightarrow e + \vec{p}$

А. И. Ахиезер, М. П. Рекало ФЭЧАЯ. – 1973. – Т. 4. – С. 662-688.

$$\mu R = \mu \frac{G_E}{G_M} = - \frac{P_t}{P_l} \frac{E_1 + E_2}{2M} \tan \frac{\theta}{2}.$$

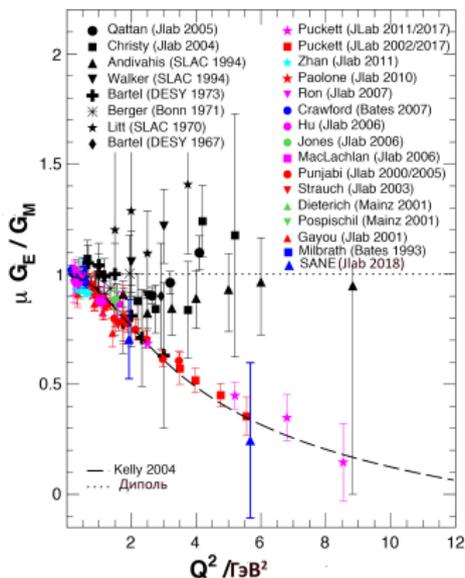
### 3. Метод двойной асимметрии $\vec{e} + \vec{p} \rightarrow e + p$

$$A_p = \frac{-bR \sin \theta_\eta \cos \phi_\eta - a \cos \theta_\eta}{R^2 + c}.$$

$\theta_\eta$  и  $\phi_\eta$  определяют ориентацию вектора поляризации протона относительно направления переданного импульса  $\mathbf{q}$ ,  $a = 2\tau_p \tan \theta/2 \sqrt{1 + \tau_p + (1 + \tau_p)^2 \tan^2 \theta/2}$ ,  $b = 2 \tan \theta/2 \sqrt{\tau_p(1 + \tau_p)}$  и  $c = \tau_p + 2\tau_p(1 + \tau_p) \tan^2(\theta/2)$ .

# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Соотношение электрического и магнитного формфакторов протона, выделенного по методу Розенблюта, из экспериментов с переданной (цветные символы) и двойной (●, ▲) поляризациями.



# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

## Два метода измерения зарядового радиуса протона

### 1. Упругое $ep$ -рассеяние

Среднеквадратичный зарядовый радиус протона определяется по наклону  $G_E$ ,  
когда  $Q^2 \rightarrow 0$ :

$$\langle r_E^{p2} \rangle = -6 \frac{dG_E(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2 \rightarrow 0}.$$

### 2. Водородная спектроскопия

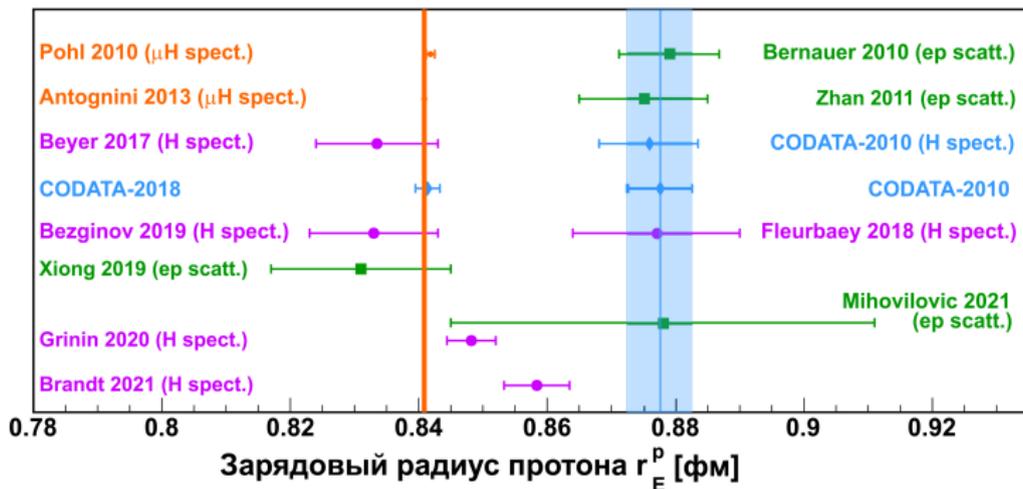
Используются сдвиги энергетических уровней  $S$ -состояния, вызванные конечным  
размером протона. Уровень атомной энергии

$$E_{n,l} \approx -\frac{R_\infty}{n^2} + \delta_{l,0} \frac{L_{1S} + ar_E^{p2}}{n^3}.$$

Здесь  $n$  и  $l$  являются главным квантовым числом и квантовым числом углового  
момента соответственно,  $R_\infty$  – постоянная Ридберга,  $L_{1S}$  – лэмбовский сдвиг на  
 $1S$  состояние точечного ядра и  $a \approx 1,56$  МГц·фм<sup>-2</sup>. Как правило, для  
определения  $R_\infty$  и  $r_E^p$  необходимо измерить две частоты перехода. Однако, для  
измерений лэмбовского сдвига, таких как переход из  $2S_{1/2}$  в  $2P_{1/2}$ , измерение  
 $R_\infty$  не требуется, и, таким образом, этот метод обеспечивает независимое  
измерение  $r_E^p$ .

## ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

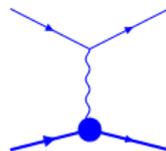
Радиус заряда протона, определяемый на основе упругого *ep*-рассеяния, экспериментов по спектроскопии водорода, а также сбора мировых данных CODATA с 2010 года. Мюонные спектроскопические измерения показаны оранжевыми точками, обычные результаты спектроскопии водорода показаны фиолетовыми точками, измерения рассеяния электронов показаны зелеными квадратами, а синие ромбы показывают компиляции CODATA.



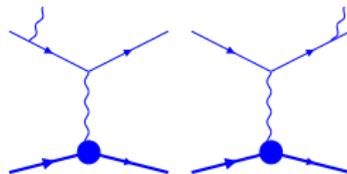
# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Радиационные поправки к лептонному току в упругом  $lp$  рассеянии.

- ▶ Исследуемый вклад низшего порядка.



- ▶ Излучение реального фотонов из лептонной линии. Содержит инфракрасную расходимость.



- ▶ Вклад дополнительных виртуальных частиц. Последний график содержит инфракрасную расходимость.



# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

## Особенности поправок к лептонному току

- ▶ Задача может быть решена точно.
- ▶ Вклад поправок к лептонному току довольно значительный из-за наличия ведущего логарифма  $\log(Q^2/m^2)$ .
- ▶ Неопределённости в поправках к лептонному току возникают только от подгонок и моделей, используемых для структурных функций.
- ▶ Расчёты двухфотонного обмена, излучение реальных фотонов из адронной линии требуют дополнительного предположения об адронном взаимодействии, поэтому они имеют дополнительные чисто теоретические неопределенности, которые трудно контролировать.

# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

## Радиационные эффекты в $Ip$ рассеянии.

### 1. Многофотонное излучение.

D. R. Yennie, S. C. Frautschi and H. Suura *Annals Phys.*–1961.–Vol.13.–P.379

### 2. Учёт излучения жёстких фотонов. Метод Мо–Тсаи.

L.W. Mo, Y.S.Tsai *Rev. Mod. Phys.* – 1969. – Vol. 41.–P. 205-235.

ФОРТРАН код FERRAD.

МК генератор ESEPP для моделирования поведения жёстких фотонов в упругом  $Ip$  рассеянии: A. V. Gramolin et al *J. Phys. G.* – 2014. –Vol. 41. – P. 115001.

Радиационная поправка второго порядка к лептонному току в упругом  $Ip$  рассеянии: R. Bucoveanu, H. Spiesberger *Eur. Phys. J. A.* – 2019. – Vol. 55. – P. 57.

### 2. Учёт излучения жёстких фотонов. Метод Бардина–Шумейко.

D.Yu. Bardin, N.M. Shumeiko *Nucl. Phys. B.* – 1977. – Vol. 127. – P. 242–258.

ФОРТРАН код TERAD для коллайдера HERA:

D. Yu. Bardin, et al *Z. Phys. C.* – 1989. – Vol. 42. – P. 679–692.

D. Yu. Bardin, et al *Z. Phys. C.* – 1989. – Vol. 44. – P. 149-156.

ФОРТРАН код POLRAD для поляризационного ГНР: I. Akushevich et al. *Comp.*

*Phys. Com.* – 1997. – Vol. 104. – P. 201–244. МК генератор RADGEN для

моделирования поведения жёстких фотонов в поляризационном ГНР: I.

Akushevich, H. Boettcher, D. Ryckbosch *Workshop “Monte Carlo Generators for HERA Physics”*, Hamburg, 1998/99. – С. 99–111 [[hep-ph/9906408](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9906408)]

## ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Различие между методами Мо–Тсаи и Бардина–Шумейко.

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega dE_\gamma} = f_0(E_\gamma) + \frac{f_1(E_\gamma)}{E_\gamma}, \text{ где } \frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \int_0^{E_\gamma^{\max}} dE_\gamma \frac{d\sigma_R}{d\Omega dE_\gamma} = \infty$$

$$\text{Мо-Тсаи: } \frac{d\sigma_R}{d\Omega} \rightarrow \frac{d\sigma_R^{\text{soft}}(\Delta)}{d\Omega} + \frac{d\sigma_R^{\text{hard}}(\Delta)}{d\Omega}.$$

$$\text{Интегрирование без регуляризации: } \frac{d\sigma_R^{\text{hard}}(\Delta)}{d\Omega} = \int_\Delta^{E_\gamma^{\max}} dE_\gamma \frac{d\sigma_R}{d\Omega dE_\gamma}.$$

$$\text{Интегрирование с регуляризацией: } \frac{d\sigma_R^{\text{soft}}(\Delta)}{d\Omega} = \int_\lambda^\Delta dE_\gamma \frac{f_1(0)}{E_\gamma}.$$

$$\text{Бардин-Шумейко: } \frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{IR}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_R}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{IR}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{IR}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_F}{d\Omega}.$$

$$\text{Инфракрасная расходимость } \frac{d\sigma_{IR}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_R^{\text{soft}}(\Delta)}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{IR}^{\text{hard}}(\Delta)}{d\Omega}.$$

$$\text{Интегрирование без регуляризации: } \frac{d\sigma_F}{d\Omega} \text{ и } \frac{d\sigma_{IR}^{\text{hard}}(\Delta)}{d\Omega} = \int_\Delta^{E_\gamma^{\max}} dE_\gamma \frac{f_1(0)}{E_\gamma}.$$

**Численное сравнение методов:**

B. Badelek, D. Y. Bardin, K. Kurek, C. Scholz Z. Phys. C. – 1995. – Vol. 66. – P. 591-600.

# ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

## Ведущее логарифмическое приближение.

Для  $Q^2 \gg m_l^2$  радиационная поправка к лептонному току имеет вид:

$$\sigma_{RC} = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i \sum_{j=0}^i C_{ij} \log^j \left( \frac{Q^2}{m_l^2} \right) + \mathcal{O} \left( \frac{m^2}{Q^2} \right), \quad \alpha \sim 1/137. \quad \text{Для Lab } \log \frac{Q^2}{m_l^2} \sim 15$$

Ведущее логарифмическое приближение  $\sim C_{ii}$ .

Впервые введено в КХД:

Ю.Л. Докшицер ЖЭТФ. – 1977. – Т. 73. – С. 1216-1240.

В.Н. Грибов, Л. Н. Липатов ЯФ. – 1972. – Т. 15. – С. 1218-1237.

G. Altarelli, G. Parisi Nucl. Phys. B. – 1977. – Vol. 126. – P. 298-318.

Обобщение на КЭД.

$\sim C_{11}$ : J. Blumlein Z. Phys. C. – 1990. – Vol. 47. – P. 89-94.

$\sim C_{22}$ : J. Kripfganz, H. Mohring, H. Spiesberger Z. Phys. C. – 1991. – Vol. 49. – P. 501-510.

$\sim C_{33}$ : M. Skrzypek // Acta Phys. Polon. B. – 1992. – Vol. 23. – P. 135-172.

$\sim C_{55}$ : J. Blumlein, H. Kawamura // Nucl. Phys. B. – 2005. – Vol. 708. – P. 467-510.

Метод электронных структурных функций применим для  $i = 1 - \infty$

$\sim C_{ii}$ : Э.А. Кураев, В.С. Фадин ЯФ. – 1985. – Т. 41. – С. 733-742.

$\sim C_{ii}, C_{ii-1}$ : Э.А. Кураев, Н.Р. Меренков, В.С. Фадин ЯФ. – 1988. – Т. 47. – С. 1593-1601.

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Упругое рассеяние

$$l(k_1) + p(p_1) \rightarrow l'(k_2) + p'(p_2)$$

$k_1$  и  $p_1$  ( $k_2$  и  $p_2$ ) – 4-импульсы начальных (конечных) лептона и протона соответственно ( $k_1^2 = k_2^2 = m^2$ ,  $p_1^2 = p_2^2 = M^2$ ) описывается инвариантами

$$S = 2k_1 p_1, \quad Q^2 = -(k_1 - k_2)^2, \quad \lambda_S = S^2 - 4m^2 M^2.$$

В настоящей главе рассматриваются два вида сечений:  $d\sigma/dQ^2$  и  $d\sigma/d\cos\theta$ , где

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{|\mathbf{k}_1||\mathbf{k}_2|} = \frac{S(S - Q^2) - 2M^2(Q^2 + 2m^2)}{\sqrt{\lambda_S((S - Q^2)^2 - 4m^2 M^2)}}.$$

квадрат переданного импульса

$$Q^2 = \lambda_S \frac{S \sin^2 \theta + 2M^2 - 2M \cos \theta \sqrt{M^2 - m^2 \sin^2 \theta}}{(S + 2M^2)^2 - \lambda_S \cos^2 \theta}.$$

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Радиационное рассеяние

$$l(k_1) + p(p_1) \rightarrow l'(k_2) + p'(p_2) + \gamma(k)$$

В этом случае

$$\cos \theta_R = \frac{S(X - \nu) - 2M^2(Q^2 + 2m^2)}{\sqrt{\lambda_S((X - \nu)^2 - 4M^2m^2)}},$$

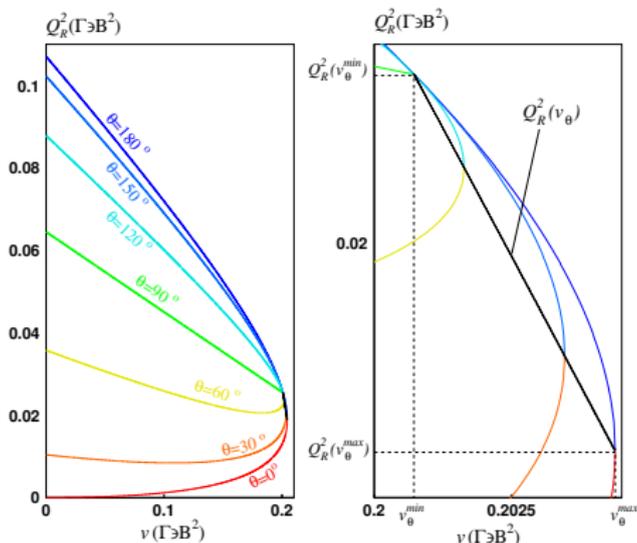
где  $\nu = (p_1 + k_1 - k_2) - M^2$  – неупругость процесса.

$$Q_R^2(\nu) = \frac{1}{(S + 2M^2)^2 - \lambda_S \cos^2 \theta} \left[ (S + 2M^2)(\lambda_S - \nu S) - \lambda_S(S - \nu) \cos^2 \theta - 2M\sqrt{\lambda_S}\sqrt{\mathcal{D}} \cos \theta \right],$$

где  $\mathcal{D} = M^2(\lambda_S + \nu(\nu - 2S)) - m^2(\lambda_S \sin^2 \theta + 4\nu M^2)$  и  $Q_R^2(0) = Q^2$ .

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЯНИИ



Зависимость квадрата переданного 4-импульса от неупругости для радиационных процессов при различных фиксированных углах рассеяния мюонного пучка с импульсом  $|\mathbf{k}_1| = 200$  МэВ.



## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Зарядово-нечётный вклад

два дополнительных предположения:

- ▶ При двухфотонном обмене отсутствуют какие-либо возбуждённые состояния промежуточного протона, т.е. протонный пропагатор имеет вид элементарного фермионного пропагатора;
- ▶ определяющая взаимодействие фотона с реальным (лежащим на массовой поверхности) протоном вершина

$$\Gamma_{\mu}(q) = \gamma_{\mu} F_1(-q^2) + \frac{i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu}}{2M} F_2(-q^2), \quad \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}]$$

$q$  – 4-импульс входящего фотона.

должным образом работает в области когда протон находится вне массовой поверхности.

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЯНИИ

## Зарядово-нечётный вклад

Вклад двухфотонного обмена

The diagram shows the contribution of two-photon exchange to the charge-odd part of the scattering amplitude. It is represented as a sum of two terms, each enclosed in large parentheses with a dagger symbol (†) to the right. The first term consists of two diagrams: the left one shows a lepton line (momentum p1 to p2) and a proton line (momentum p1 to p2) connected by two photon lines (momentum q-l and q+l) in a ladder configuration; the right one shows a similar ladder configuration but with the photon lines crossed. The second term is identical to the first but with the photon lines in the first diagram crossed and in the second diagram parallel.

учитывается в мягком пределе по методу Тсаи

Y. S. Tsai *Phys. Rev.* — 1961. — Vol. 122. — P. 1898-1907.

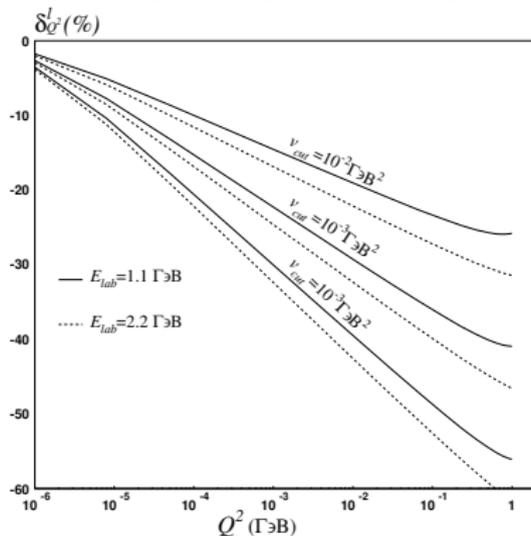
Вклад излучения реального фотона

The diagram shows the contribution of real photon emission to the scattering amplitude, integrated over the photon phase space  $\int d^3k$ . It is represented as a sum of two terms, each enclosed in large parentheses with a dagger symbol (†) to the right. The first term consists of two diagrams: the left one shows a lepton line (momentum k1 to k2) and a proton line (momentum p1 to p2) connected by a photon line (momentum k), with an additional photon line (momentum k) emitted from the lepton line; the right one shows a similar configuration but with the photon line emitted from the proton line. The second term is identical to the first but with the photon lines in the first diagram crossed and in the second diagram parallel.

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

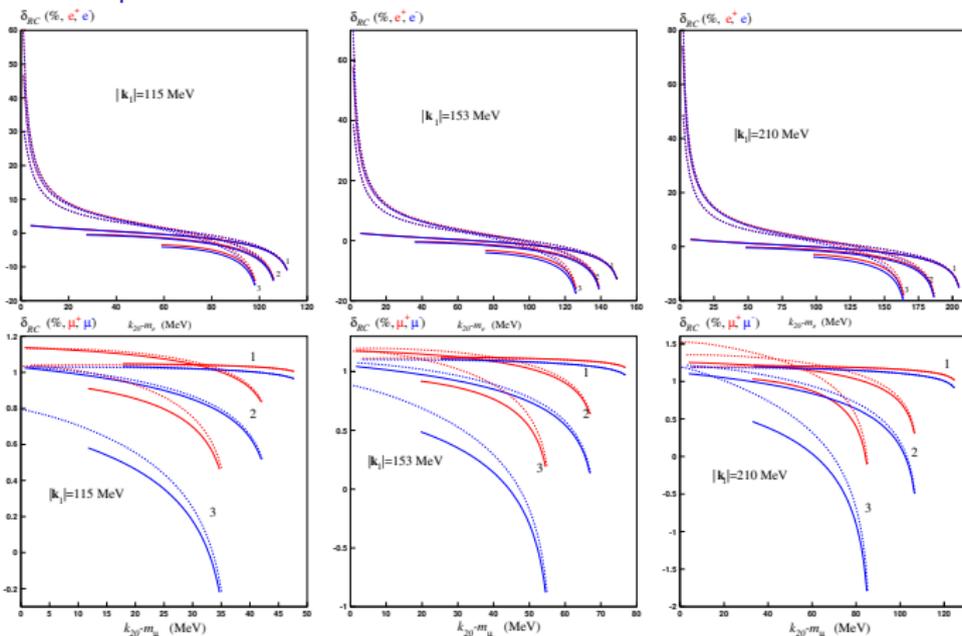
### Численный анализ



$Q^2$ -зависимость относительных РП к лептонному току в эксперименте Prad при разных ограничениях на неупругость для двух энергий падающего электронного пучка

## ГЛАВА 2

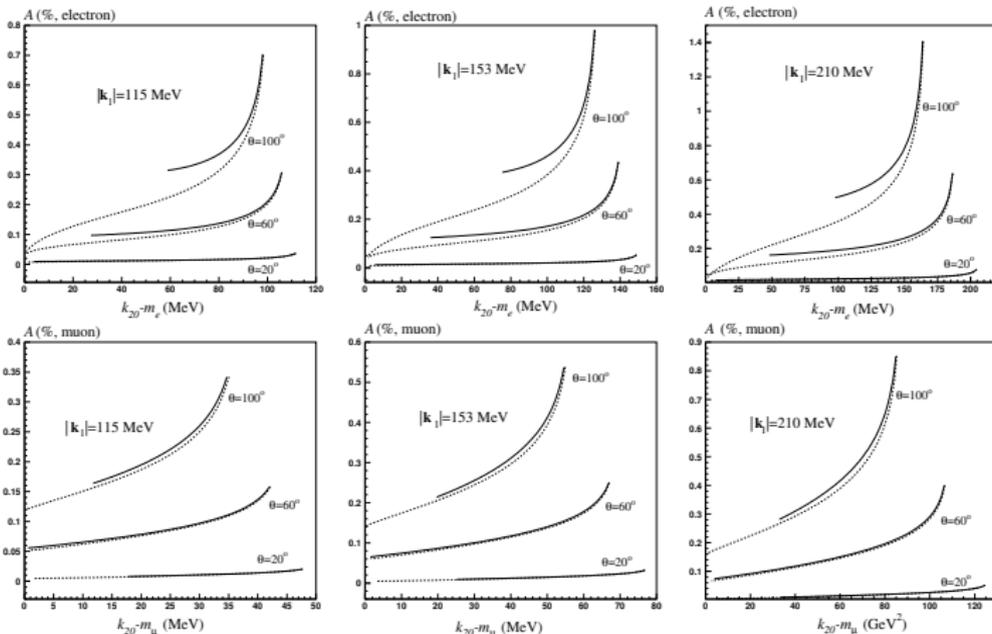
# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗОВАННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ



Зависимость относительной РП от кинетической энергии конечного лептона для упругого  $e^+p$  и  $\mu^+p$  рассеяния, импульсы пучка равен 115 МэВ, 153 МэВ и 210 МэВ для  $\theta = 20^\circ$  (1),  $60^\circ$  (2),  $100^\circ$  (3). Сплошная (пунктирная) линия соответствует фиксированному значению  $Q^2$  ( $\cos\theta$ )

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗациОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ



Зависимость зарядовой асимметрии от значения кинетической энергии рассеянной частицы для упругих  $e^+p$  и  $\mu^+p$  рассеяний с импульсами пучка 115 МэВ, 153 МэВ и 210 МэВ. Сплошные (пунктирные) линии соответствуют фиксированным  $Q^2$  ( $\cos\theta$ ).

## ГЛАВА 2

# ЗАРЯДОВО-ЧЁТНЫЕ И НЕЧЁТНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В НЕПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЛЕПТОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Выводы

- ▶ Показаны различия между кинематическим описанием радиационных эффектов при фиксированном  $Q^2$  и фиксированном угле рассеяния.
- ▶ При расчёте зарядово-нечётного вклада с удержанием массы лептона во время всех процедур вычислений используются только два допущения: (I) нет возбужденных состояний в промежуточном протоне, т.е. используется стандартный фермионный пропагатор; (II) вершина протона на оболочке с формфакторами Дирака и Паули применима в области вне оболочки.
- ▶ Для ковариантного выделения и сокращения ИКР использовалась методика Бардина–Шумейко, а двухфотонный обмен был аналитически рассчитан в приближении мягких фотонов с использованием подхода Тцаи.
- ▶ Описание радиационных эффектов при фиксированном  $Q^2$  и фиксированном угле рассеяния легло в основу расчёта модельно-независимой РП к неполяризованному  $ed$ -рассеянию  
Jingyi Zhou, Vladimir Khachatryan, Igor Akushevich, Haiyan Gao, Alexander Ilyichev, Chao Peng, Stanislav Srednyak, Weizhi Xiong // Eur. Phys. J. A. — 2023. — Vol. 59. — 256.  
для измерения зарядового радиуса дейтрона в Jlab.

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

## Радиационные поправки к асимметриям в адронных переменных

Рассматривается процесс измерения упругого электрон-протонного рассеяния

$$e(k_1) + p(p_1) \rightarrow e(k_2) + p(p_2),$$

где исходный электрон поляризован продольно, в то время как для реконструкции  $Q^2 = -(p_2 - p_1)^2$  используется импульс только конечного протона. Соответствующий метод известен, как реконструкция событий в адронных переменных. Существует два типа таких экспериментов. В первом случае считается, что протон поляризован либо продольно, либо поперечно. Во втором измеряются поляризационные состояния протона отдачи. Мы рассчитываем радиационные поправки к лептонному току для этих измерений и для метода реконструкции адронных переменных.

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

## Радиационные поправки к асимметриям в адронных переменных

Как борновское, так и наблюдаемые сечения могут быть разделены на неполяризованные и поляризованные части:

$$\frac{d\sigma^{born,obs}}{dQ^2} = \sigma_u^{b,obs} \pm \sigma_p^{b,obs}.$$

Рассматриваются четыре различных состояния поляризации. Определим относительные поправки к наблюдаемым величинам следующим образом:

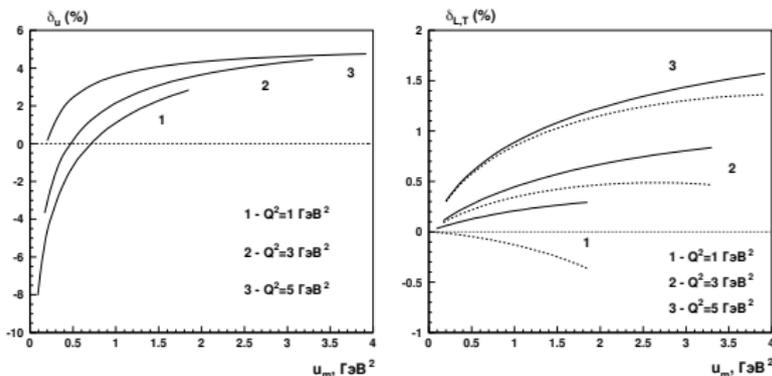
$$\delta_u = \frac{\sigma_u^{obs}}{\sigma_u^b} - 1, \quad \delta_{L,T} = \left[ \frac{\sigma_p^{obs}}{\sigma_u^{obs}} - \frac{\sigma_p^b}{\sigma_u^b} \right] \left[ \frac{\sigma_p^b}{\sigma_u^b} \right]^{-1} = \frac{\sigma_u^b}{\sigma_u^{obs}} \frac{\sigma_p^{obs}}{\sigma_p^b} - 1.$$

Первая поправка  $\delta_u$  - это относительная поправка к неполяризованному сечению.  $\delta_{L,T}$  - это поправки к поляризационной асимметрии, измеренной путем вращения состояний поляризации исходных протонов

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

## Радиационные поправки к асимметриям в адронных переменных



РП для неполяризованного поперечного сечения (левый график) и поляризационной асимметрии (правый график). Сплошные (пунктирные) линии соответствуют продольному (поперечному) случаю.  $S=8$  ГэВ<sup>2</sup>.

$$u = (k_1 + p_1 - p_2)^2 - m^2$$

## ГЛАВА 3

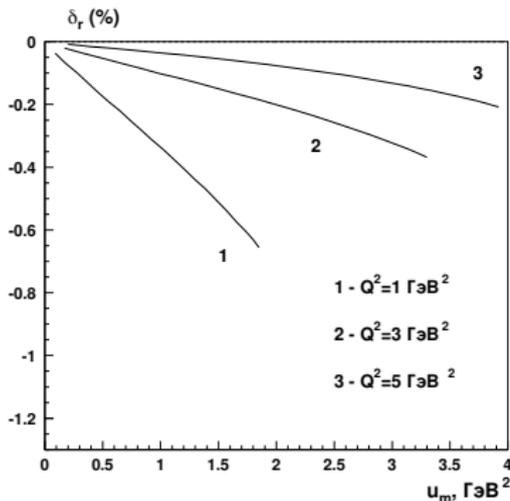
# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

## Радиационные поправки к асимметриям в адронных переменных

Процесс с переданной поляризацией  $\vec{e} + p \rightarrow e + \gamma + \vec{p}$  является фоновым к  $\vec{\gamma} + p \rightarrow \pi^0 + \vec{p}$ , когда инвариантная масса необнаруженной пары  $e + \gamma$  близка к массе пиона  $m_\pi$

$$\delta_r = \left[ \frac{\sigma_{pT}^{obs}}{\sigma_{pL}^{obs}} - \frac{\sigma_{pT}^b}{\sigma_{pL}^b} \right] \left[ \frac{\sigma_{pT}^b}{\sigma_{pL}^b} \right]^{-1}$$
$$= \frac{\sigma_{pL}^b}{\sigma_{pL}^{obs}} \frac{\sigma_{pT}^{obs}}{\sigma_{pT}^b} - 1.$$

РП к поляризации протона отда-чи в области инвариантной массы ненаблюдаемого состояния, близкой к массе пиона.  $S=8 \text{ ГэВ}^2$ .



## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Монте-Карло генератор ELRADGEN

Моделирование радиационных событий требует дополнительного определения нижней границы энергии фотона (или другой соответствующей величины, неупругости  $\nu_{min}$  в нашем случае) для разделения фотонов на мягкие и жёсткие.

Для моделирования используются только жёсткие фотоны, в то время как мягкие фотоны не могут быть смоделированы из-за расхождения в инфракрасном диапазоне. Наблюдаемое сечение может быть представлено в виде суммы двух положительно определенных вкладов:

$$\sigma_{obs} = \sigma_{rad}(\nu_{min}) + \sigma_{BSV}(\nu_{min}).$$

Первое слагаемое,  $\sigma_{rad}(\nu_{min})$ , описывает сечение с дополнительным излучением жёстких фотонов, а второе,  $\sigma_{BSV}(\nu_{min})$ , содержит вклады борновского сечения, излучение мягких фотонов и виртуальные поправки.

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ

## РАССЕЯНИИ

### Монте-Карло генератор ELRADGEN

Наблюдаемое сечение

$$\sigma_{obs} = (1 + \delta)\sigma_0 + C \int_0^{v_{cut}} \frac{dv}{v} [\sigma_R(v) - \sigma_0] = \sigma_{rad}(v_{min}) + \sigma_{BSV}(v_{min}).$$

Тождественное преобразование

$$\int_0^{v_{cut}} \frac{dv}{v} (\sigma_R(v) - \sigma_0) = \int_{v_{min}}^{v_{cut}} \frac{dv}{v} \sigma_R(v) - \int_{v_{min}}^{v_{cut}} \frac{dv}{v} + \int_{v_{min}}^{v_{cut}} \frac{dv}{v} [\sigma_R(v) - \sigma_0] \theta(v_{min} - v),$$

где

$$\sigma_{rad}(v_{min}) = \int_{v_{min}}^{v_{cut}} \frac{dv}{v} \sigma_R(v) \theta(v - v_{min}).$$

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Монте-Карло генератор ELRADGEN

Стратегия моделирования одного события может быть определена стандартным способом:

- ▶ Для фиксированной начальной энергии,  $Q^2$ , угла  $\phi$  и разрешения по квадрату недостающей массы  $v_{min}$ , два положительно определённых вклада в наблюдаемое сечение  $\sigma_{obs}$ ,  $\sigma_{rad}(v_{min})$  и  $\sigma_{BSV}(v_{min})$  рассчитываются отдельно. Для ускорения генерации событий, аналитическое интегрирование проводится везде, где возможно.
- ▶ Соответствующий канал рассеяния моделируется для этого события в соответствии с парциальными вкладами этих двух положительно определенных частей в общее сечение.
- ▶ Для радиационного события кинематические переменные моделируются в соответствии с их рассчитанными распределениями.
- ▶ Вычисляются 4-импульсы всех конечных частиц в требуемой системе отсчета.

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

## Монте-Карло генератор ELRADGEN

$V_{min}$  - зависимость радиационного, BSV и наблюдаемого вклада в рассеяние электрона на поперечно поляризованной мишени ( $\theta_\eta = \pi/2$ ,  $\phi = \phi_\eta$ ) при различных спиновых ориентациях в борновских единицах измерения и сравнения с MASCARAD для кинематических условий JLab ( $E_{beam} = 4$  ГэВ и  $Q^2 = 3$  ГэВ<sup>2</sup>).

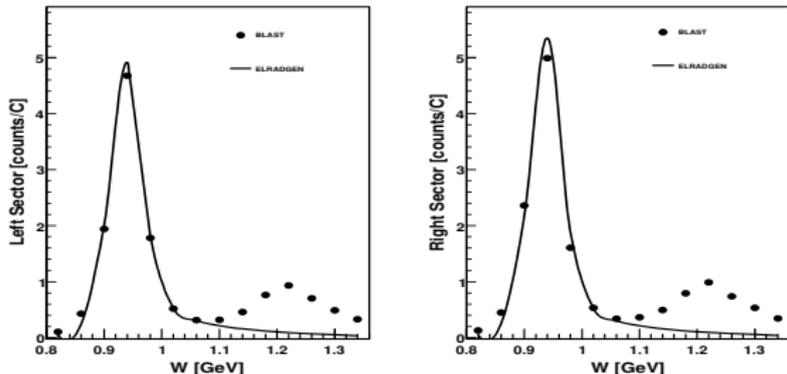
$V_{min}$ ГэВ <sup>2</sup>	$\sigma_{rad}^T/\sigma_0^T$		$\sigma_{BSV}^T/\sigma_0^T$		$weight = \sigma_{obs}^L/\sigma_0^T$			
	ELRADGEN		ELRADGEN		ELRADGEN		MASCARAD	
$P_L P_N$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	0.9457	1.447	0.9730	0.9746	1.919	2.422	1.917	2.420
$10^{-1}$	1.117	1.620	0.8018	0.8018	1.918	2.422		
$10^{-2}$	1.273	1.776	0.6386	0.6386	1.912	2.415		
$10^{-3}$	1.432	1.935	0.4754	0.4754	1.908	2.411		
$10^{-4}$	1.596	2.099	0.3122	0.3122	1.908	2.411		

ФОРТРАН код MASCARAD для расчёта РП к поляризованному *ep*-рассеянию  
 A.Afanasev, I.Akushevich, N.Merenkov Phys.Rev.D. – 2001. – Vol. 64. – P. 113009.

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙИИ

## Монте-Карло генератор ELRADGEN



Нормализованные выходы в зависимости от инвариантной массы,  $W$ [ГэВ], усреднённые по  $0,08 < Q^2 < 0,38$  ГэВ<sup>2</sup>. Точками показаны данные по BLAST ABS водороду, скорректированные с учетом фоновых воздействий, а сплошная линия представляет результаты моделирования методом Монте-Карло с радиационными эффектами (ELRADGEN 2.0).

## ГЛАВА 3

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ УПРУГОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Выводы

- ▶ Рассматриваются радиационные эффекты в упругом *ep*-рассеянии с использованием метода восстановления адронных переменных для  $Q^2$ .
- ▶ Представлена численная оценка РП для неполяризованных и поляризованных наблюдаемых в кинематических условиях экспериментов JLab. РП составляет  $\sim 1\%$  и увеличивается с повышением  $Q^2$  и ограничения на неупругость.
- ▶ Представлена численная оценка для радиационных событий в поляризованном *ep*-рассеянии, которые являются фоновыми при образовании нейтрального пиона поляризованным реальным фотоном в рамках кинематики JLab.
- ▶ Разработан Монте-Карло генератор ELRADGEN для моделирования радиационных событий в поляризованном упругом *ep*-рассеянии. При этом аналитическая интеграция используется везде, где возможно. Наиболее значительное применение генератора – в экспериментах со сложной геометрией детектора.
- ▶ Было найдено хорошее соответствие с ФОРТРАН кодом MASCARAD и продемонстрировано хорошее соответствие с радиационным хвостом от упругого пика, измеренного в эксперименте BLAST.

## ГЛАВА 4

# ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

В системе  $p = (M, \vec{0})$  описывается 6-ю переменными ( $q = k_1 - k_2$ ):

1.  $x = \frac{-q^2}{2p \cdot q},$

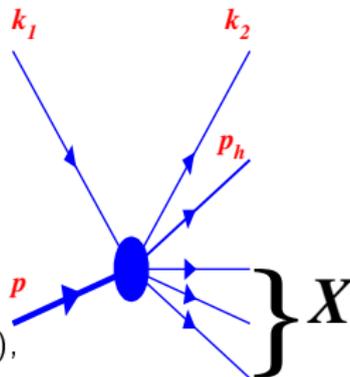
2.  $y = 1 - \frac{p \cdot k_2}{p \cdot k_1},$

3.  $z = \frac{p_h \cdot p}{p \cdot q},$

4.  $t = (q - p_h)^2$  или  $p_t,$

5.  $\phi_h$  угол между  $(k_1, k_2)$  и  $(p_h, q),$

6.  $\phi_\eta$  угол между  $(k_1, k_2)$  и  $(\eta, q).$



Эксклюзивный порог определяется  $M_X^2 = (p + q - p_h)^2:$

$M_X^2 > (M_N + m_\pi)^2$  – полуинклюзивный процесс

$M_X^2 < (M_N + m_\pi)^2$  – эксклюзивный процесс

# ГЛАВА 4

## ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

Углы и вектор поляризации мишени

$$\cos \phi_h = -\frac{k_1^\mu p_h^\nu g_{\mu\nu}^t}{k_t p_t},$$

$$\sin \phi_h = -\frac{k_1^\mu p_h^\nu \varepsilon_{\mu\nu}^t}{k_t p_t},$$

$$\varepsilon_{\mu\nu}^t = \frac{\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\rho q^\sigma}{\sqrt{S_x^2 + 4M^2 Q^2}}, \quad g_{\mu\nu}^t = \varepsilon_{\mu\rho}^t \varepsilon_{\nu\rho}^t,$$

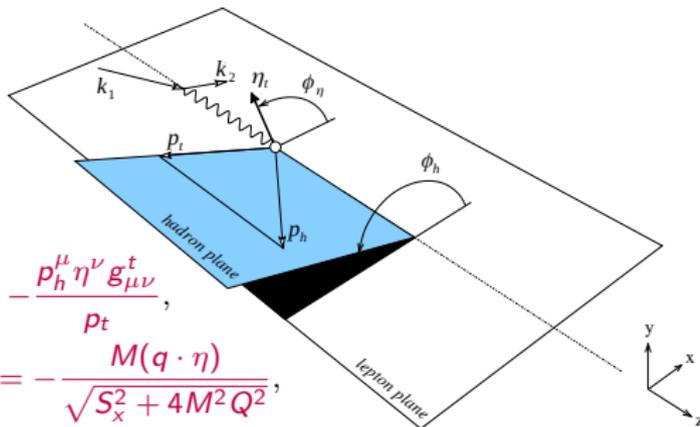
$$\eta = \sum_{i=1}^3 \eta_i e^{h(i)}, \quad \eta_1 = \eta_t \cos(\phi_h - \phi_\eta) = -\frac{p_h^\mu \eta^\nu g_{\mu\nu}^t}{p_t},$$

$$\eta_2 = \eta_t \sin(\phi_h - \phi_\eta) = -\frac{p_h^\mu \eta^\nu \varepsilon_{\mu\nu}^t}{p_t}, \quad \eta_3 = -\frac{M(q \cdot \eta)}{\sqrt{S_x^2 + 4M^2 Q^2}},$$

$$k_t = \sqrt{-g_{\mu\nu}^t k_1^\mu k_1^\nu}, \quad p_t = \sqrt{-g_{\mu\nu}^t p_h^\mu p_h^\nu}, \quad \eta_t = \sqrt{-g_{\mu\nu}^t \eta^\mu \eta^\nu}$$

Тренто конвенция

A. Bacchetta, U. D'Alesio, M. Diehl, C. Miller Phys.Rev.D.-2004.-Vol.70.-P.117504.



## ГЛАВА 4

# ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

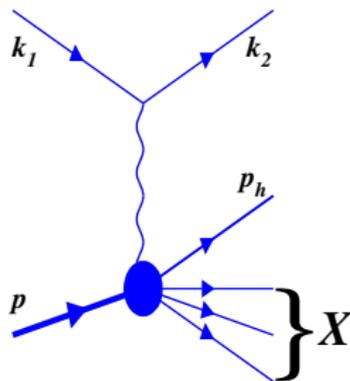
Приближение однофотонного обмена

Сечение процесса

$$\vec{l}(k_1, \xi) + \vec{N}(p, \eta) \rightarrow l'(k_2) + h(P_h) + X(p_X)$$

имеет вид:

$$d\sigma = \frac{(4\pi\alpha)^2}{4q^4(k_1 \cdot p)} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} (2\pi)^4 \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2k_{20}} \frac{d^3 P_h}{(2\pi)^3 2P_{h0}}$$



Лептонный тензор хорошо известен:

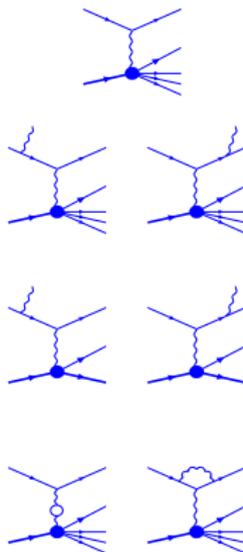
$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr}[(\hat{k}_2 + m_l)\gamma_\mu(\hat{k}_1 + m_l)(1 + \gamma_5 \hat{\xi})\gamma_\nu]$$

Адронный тензор имеет более сложную структуру.

# ГЛАВА 4

## ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЙАНИИ

- ▶ Исследуемый вклад низшего порядка.
- ▶ Излучение реального фотонов из лептонной линии с неупругим конечным адронным состоянием. Содержит инфракрасную расходимость.
- ▶ Излучение реального фотонов из лептонной линии с эксклюзивным конечным адронным состоянием. Не содержит инфракрасную расходимость.
- ▶ Вклад дополнительный виртуальных частиц. Последний график содержит инфракрасную расходимость.



Таким образом, необходимы структурные функции для полуинклюзивного и эксклюзивного процессов!

## ГЛАВА 4

# ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

### Структурные функции

Полуинклюзивные структурные функции – приближение  
Вандзуры-Вильчека:

*S. Bastami et al. JHEP. – 2019. – Vol. 06. – P. 007.*

Эксклюзивные структурные функции – квадратичная  
комбинация б-ти комплексных амплитуд  $A_i$ :

*F.A.Berends, A.Donnachie, D. L. Weaver Nucl.  
Phys.B.–1967.–Vol.4.–P.1-53.*

которые могут быть извлечены из MAID 2007.

# ГЛАВА 4

## ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

**Ведущее логарифмическое приближение первого порядка**

Для процесса

$$e(k_1) + p(p) \rightarrow e(k_2) + h(p_h) + x(p_x) + \gamma(k)$$

полагаем, что

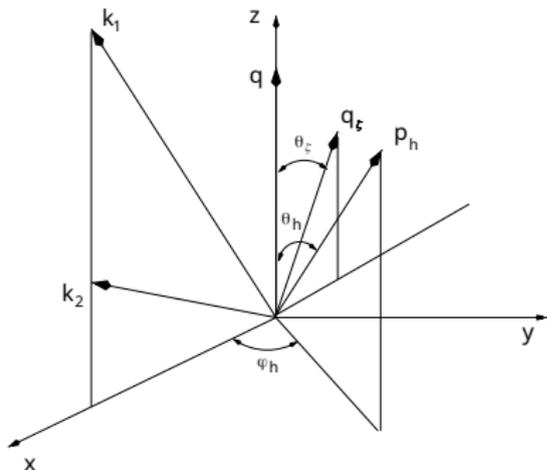
$$k_s = (1 - \zeta_1)k_1,$$

$$k_p = (\zeta_2^{-1} - 1)k_2$$

и получаем “сдвинутую”  
борновскую кинематику

$$\zeta_1 k_1 + p = k_2 + p_h + p_x$$

$$k_1 + p = k_2/\zeta_2 + p_h + p_x.$$



## ГЛАВА 4

# ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЙАНИИ

Ведущее логарифмическое приближение первого порядка

$$\sigma_{1L}^{in} = \left[ 1 + \frac{\alpha}{\pi} \delta'_{vac}(Q^2) \right] \sigma_B + \frac{\alpha}{2\pi} \log \frac{Q^2}{m^2} \left[ \int_{\zeta_{1i}}^1 d\zeta_1 \frac{p_{ls} S_x^2 P(\zeta_1) \sigma_B^s}{p_l (\zeta_1 S - X)^2} + \int_{\zeta_{2i}}^1 \frac{d\zeta_2}{\zeta_2^2} \frac{p_{lp} S_x^2 P(\zeta_2) \sigma_B^p}{p_l (S - X/\zeta_2)^2} \right].$$

$\sigma_B^{s,p}$  – смещённое борновское сечение  $q \rightarrow q_{s,p}$ .

$\zeta_{1i}$  и  $\zeta_{2i}$  определяются  $(p + q_{s,p} - p_h)^2 > (M_N + m_\pi)^2$ .

Функция расщепления:

$$\int_x^1 d\zeta P(\zeta) f(\zeta) = \int_x^1 d\zeta \frac{1 + \zeta^2}{1 - \zeta} (f(\zeta) - f(1)) - f(1) \int_0^x d\zeta \frac{1 + \zeta^2}{1 - \zeta}.$$

Эксклюзивный вклад

$$\sigma_{1L}^{ex} = \frac{\alpha}{2\pi} \log \frac{Q^2}{m^2} \left[ \frac{1 + \zeta_{1e}^2}{1 - \zeta_{1e}} \frac{p_{lse}}{p_l} \frac{S_x^2}{S'} \left( \frac{1}{\zeta_{1e} S - X} + \frac{1}{2M^2} \right) \bar{\sigma}_B^{ex s} \right. \\ \left. + \frac{1 + \zeta_{2e}^2}{1 - \zeta_{2e}} \frac{p_{lpe}}{p_l} \frac{S_x^2}{X'} \left( \frac{1}{S - X/\zeta_{2e}} + \frac{1}{2M^2} \right) \bar{\sigma}_B^{ex p} \right]$$

# ГЛАВА 4

## ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

### Электронные структурные функции

Основное уравнение:

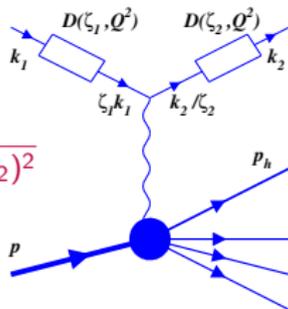
$$\sigma_{hL}^{in} = \frac{S_x^2}{Pl} \int_{\zeta_{1i}}^1 d\zeta_1 D(\zeta_1, Q^2) \int_{\hat{\zeta}_{2i}}^1 \frac{d\zeta_2}{\zeta_2^2} D(\zeta_2, Q^2) r^2\left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2}, Q^2\right) \frac{\hat{p}_l \hat{\sigma}_{hard}}{(\zeta_1 S - X/\zeta_2)^2}$$

$$D = D^\gamma + D_N^{e^+e^-} + D_S^{e^+e^-}$$

$$r(Q^2) = \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{\alpha}{2\pi} \delta_{vac}^i(Q^2) \right)^i = \left[ 1 - \frac{\alpha}{2\pi} \delta_{vac}^1(Q^2) \right] - \text{бегущая константа связи.}$$

$$\sigma_{hard} = \sigma_B + \sigma_{RC}^1 - \sigma_{RC}^{1L} - \text{жёсткое сечение}$$

$$\text{В самом общем случае } \sigma_{hard} = \sigma_B + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i \sum_{j=0}^{i-1} C_{ij} \log^j \left( \frac{Q^2}{m_f^2} \right) + \mathcal{O} \left( \frac{m^2}{Q^2} \right)$$



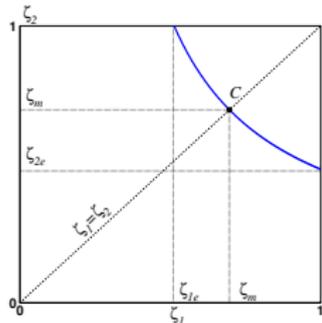
## ГЛАВА 4

# ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЙАНИИ

### Электронные структурные функции эксклюзивный вклад

Основное уравнение:

$$\begin{aligned} \sigma_{hL}^{ex} = & \frac{S_x^2}{p_l} \int_{\zeta_m}^1 \left[ d\zeta_1 \frac{D(\zeta_1, Q^2) D(\hat{\zeta}_2, Q^2)}{X - V_2 + \zeta_1 Q^2} r^2 \left( \frac{\zeta_1}{\hat{\zeta}_2} Q^2 \right) \hat{p}_{l2} \left[ \frac{1}{\zeta_1 S - X/\hat{\zeta}_2} + \frac{1}{2M^2} \right] \right. \\ & \times \bar{\sigma}_{hard}^{ex} \left( \zeta_1 S, \frac{\zeta_1}{\hat{\zeta}_2} Q^2, \hat{x}_2, \hat{p}_{t2}, \hat{\phi}_{h2}, \hat{\eta}_{1-3,2}^{ex} \right) \\ & + \frac{d\zeta_2}{\zeta_2^2} \frac{D(\hat{\zeta}_1, Q^2) D(\zeta_2, Q^2)}{S - V_1 - Q^2/\zeta_2} r^2 \left( \frac{\hat{\zeta}_1}{\zeta_2} Q^2 \right) \hat{p}_{l1} \left[ \frac{1}{\hat{\zeta}_1 S - X/\zeta_2} + \frac{1}{2M^2} \right] \\ & \left. \times \bar{\sigma}_{hard}^{ex} \left( \hat{\zeta}_1 S, \frac{\hat{\zeta}_1}{\zeta_2} Q^2, \hat{x}_1, \hat{p}_{t1}, \hat{\phi}_{h1}, \hat{\eta}_{1-3,1}^{ex} \right) \right], \end{aligned}$$



$\bar{\sigma}_{hard}^{ex} = \bar{\sigma}_B^{ex} + \bar{\sigma}_{RC}^{ex 1} - \bar{\sigma}_{RC}^{ex 1L}$  – жёсткое сечение

В самом общем случае  $\bar{\sigma}_{hard}^{ex} = \sigma_B^{ex} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i \sum_{j=0}^{i-1} C_{ij}^{ex} \log^j \left( \frac{Q^2}{m_f^2} \right) + \mathcal{O} \left( \frac{m^2}{Q^2} \right)$



## ГЛАВА 4

# ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

$$A_{UT}^{\sin(\phi_h - \phi_\eta)} = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi_\eta \int_0^{2\pi} d\phi_h \sin(\phi_h - \phi_\eta) \sigma^{UT}}{\int_0^{2\pi} d\phi_\eta \int_0^{2\pi} d\phi_h \sigma^{UT}}$$

$$A_{UT}^{\sin(\phi_h + \phi_\eta)} = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi_\eta \int_0^{2\pi} d\phi_h \sin(\phi_h + \phi_\eta) \sigma^{UT}}{\int_0^{2\pi} d\phi_\eta \int_0^{2\pi} d\phi_h \sigma^{UT}}$$

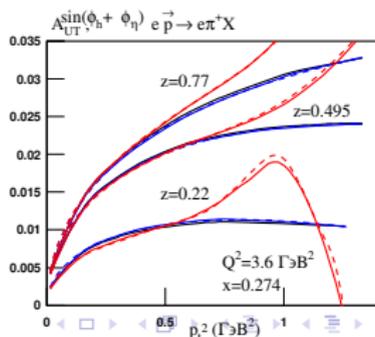
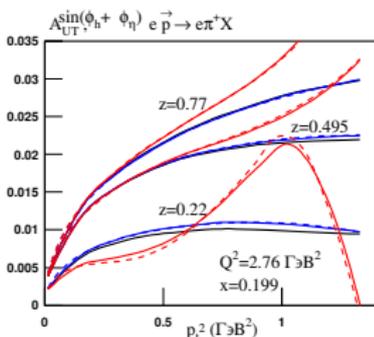
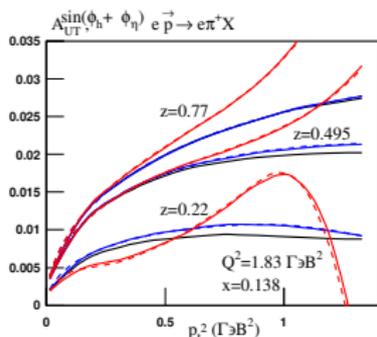
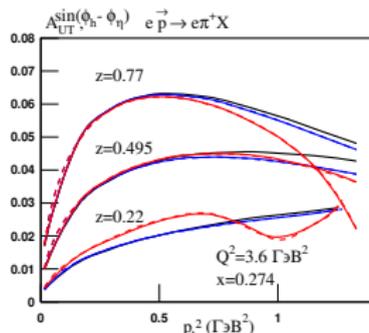
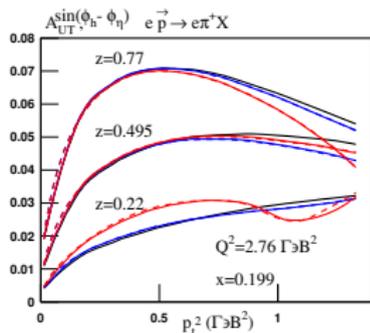
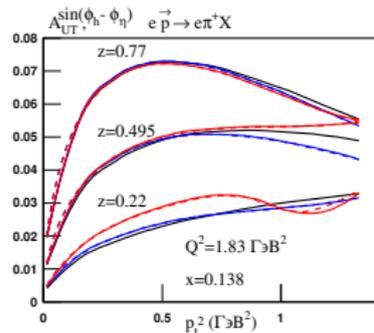
Асимметрия Коллинза описывает распределение неполяризованных кварков внутри поперечно поляризованного протона.

Асимметрия Сиверса расшифровывает фундаментальную корреляцию между поперечным спином фрагментирующегося кварка и поперечным импульсом образовавшегося конечного адрона.

# ГЛАВА 4

## ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЙАНИИ

### Асимметрии Коллинза и Сиверса



# ГЛАВА 4

## ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ К ЛЕПТОННОМУ ТОКУ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПОЛУИНКЛЮЗИВНОМ ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ РАССЕЙНИИ

### Выводы

- ▶ Представленные в данной главе результаты носят довольно общий характер и могут быть применены к любому лепторождению адронов в поляризованном полуинклюзивном глубоконеупругом рассеянии
- ▶ На основе полученных точных выражений для РП к непрерывному спектру был разработан Монте-Карло генератор для моделирования жёсткого фотонного излучения, без учёта эксклюзивного радиационного хвоста  
*D. Byer, A. Ilyichev et al. Comp. Phys. Com. — 2023. — Vol. 287. — 108702.*
- ▶ Численный анализ был проведён для  $\pi^+$ -электророждения в кинематических условиях JLab. Сравнение точных и ведущих радиационных поправок показывает хорошее соответствие для проинтегрированных по азимутальным углам асимметрий Сиверса и Коллинза, достигает максимального различия для неполяризованного рассеяния в области малых  $z$  и  $\phi_h \approx 180^\circ$  и увеличивается с увеличением  $p_t$  обнаруженного адрона.
- ▶ Эксклюзивный радиационный хвост даёт большой вклад при малых  $z$ , и этот эффект требует дальнейшего изучения, включая количественную оценку вклада возможных резонансов и модельной зависимости.

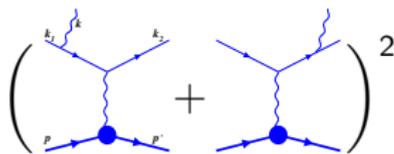
## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙИИ

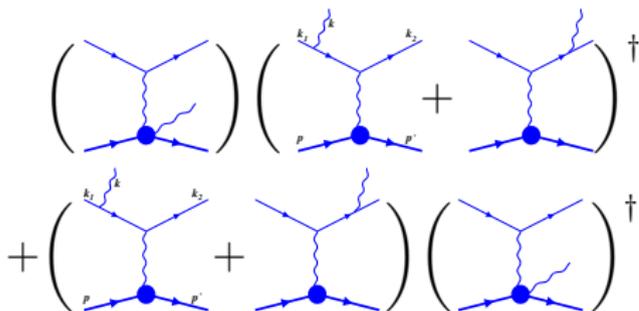
Основные вклады в процесс эксклюзивного электророждения фотонов

$$e(k_1, \xi) + p(p, \eta) \longrightarrow e'(k_2) + p'(p') + \gamma(k),$$

Процесс Бете-Гайтлера



Интерференция  
процесса Бете-Гайтлера и  
глубоконеупругого  
виртуального  
комптоновского рассеяния



## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Процесс эксклюзивного электророждения фотонов

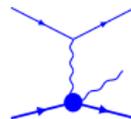
$$e(k_1, \xi) + p(p, \eta) \longrightarrow e'(k_2) + p'(p') + \gamma(k),$$

задаётся 4-мя переменными:  $Q^2 = -(k_1 - k_2)^2$ ,  $x = \frac{Q^2}{2p(k_1 - k_2)}$ ,  $t = -(p - p')^2$

$\phi$  — угол между плоскостями  $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$  и  $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2, \mathbf{p}')$ .

$\xi$  и  $\eta$  — 4-вектора поляризации исходного электрона и протона

Глубоконеупругое виртуальное комптоновское рассеяние оценивается в приближении Белицкого–Кирчнера–Мюлле



A.V.Belitsky, D.Mülle, A. Kirchner Nucl.Phys.B. — 2002. — Vol. 629. — P. 323–392.  
и параметризации Короткова-Новака

V. A. Korotkov, W. D. Nowak Eur. Phys. J. C. — 2002. — Vol. 23. — P. 455-461.

Однопетлевые радиационные поправки к лептонному току для процесса Бете-Гайтлера оцениваются в ультрарелятивистском и ведущем приближениях а для интерференции процесса Бете-Гайтлера и глубоконеупругого виртуального комптоновского рассеяния только в ведущем приближении

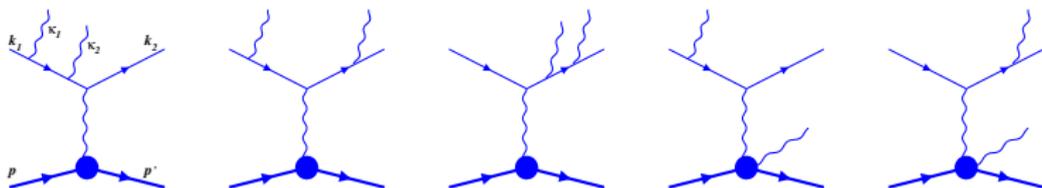
## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙИИ

Процесс двухфотонного излучения

$$e(k_1, \xi) + p(p, \eta) \longrightarrow e'(k_2) + p'(p') + \gamma(\kappa_1) + \gamma(\kappa_2),$$

описывается фейнмановскими диаграммами



и имеет 2 коллинеарных пика по  $t = -(p - p')^2$ :

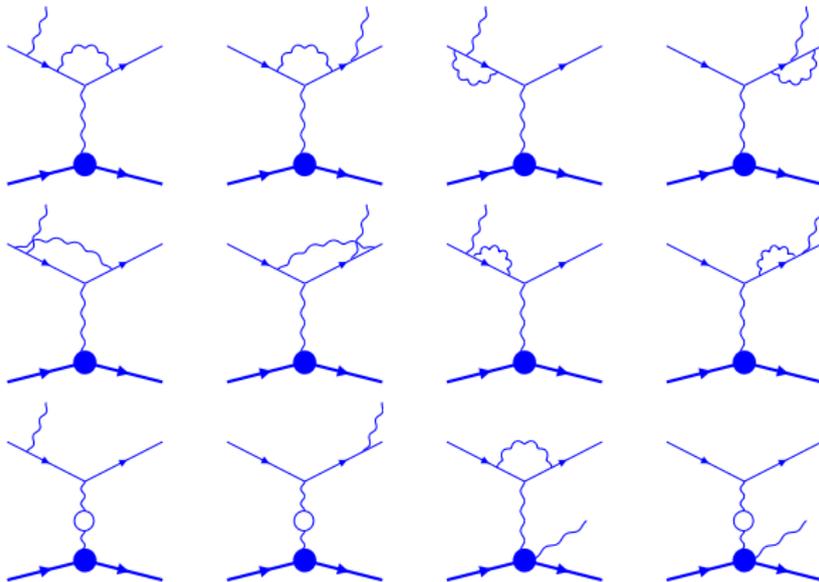
$$t_s = \frac{Q^2 X}{Q^2 - X}, \quad t_p = \frac{Q^2 S}{Q^2 - S}$$

где  $Q^2 = -(k_1 - k_2)^2$ ,  $S = 2pk_1$  и  $X = 2pk_2$   
 $V^2 = \kappa^2 = (\kappa_1 + \kappa_2)^2$  – инвариантная масса двух фотонов

## ГЛАВА 5

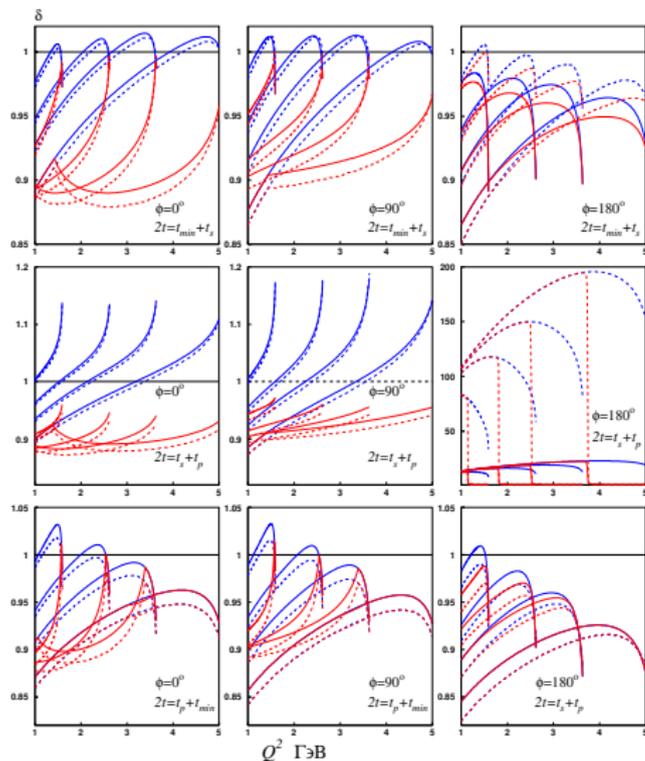
# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙИИ

Фейнмановские диаграммы с однопетлевыми эффектами



## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ



$Q^2$ -зависимость радиационных поправок

$$\delta = \frac{\sigma_{RC}}{\sigma_B}$$

к лептонному току для процесса Бете–Гайтлера в ультрарелятивистском (сплошные линии) и ведущем (пунктирные линии) приближениях с (красные линии) и без (синие линии) ограничений на  $V^2 \leq 0,3 \text{ ГэВ}^2$  для нескольких  $x, t, \phi$  и  $E_{beam} = 5,75 \text{ ГэВ}$ . Четыре кривые соответствуют (слева направо) четырём значениям  $x$ : 0,15, 0,25, 0,35 и 0,5.  $Q^2_{max}$  определяется кинематикой.

## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙЯНИИ

Наиболее важной наблюдаемой величиной является асимметрия спина пучка:

$$A_{1\gamma} = \frac{\sigma_I^p}{\sigma_{BH}^u + \sigma_I^u},$$

где  $\sigma_{BH}^u$  – сечение Бете-Гайтлера неполяризованных электронов и протонов, а  $\sigma_I^{u,p}$  – неполяризованные и зависящие от спина части сечения, полученные в результате интерференции амплитуд Бете-Гайтлера и глубоковиртуального комптоновского рассеяния.

Наблюдаемая асимметрия может быть представлена в виде

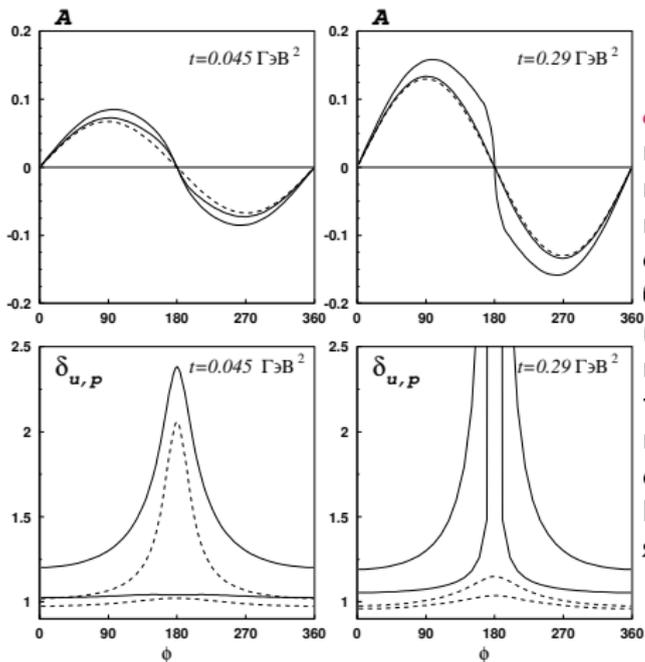
$$A = A_{1\gamma} \frac{\delta_p}{\delta_u},$$

где  $\delta_{u,p}$  – коэффициенты РП для неполяризованной (т.е. представленной в знаменателе  $A_{1\gamma}$ ) и поляризованной (т.е. представленной в числителе  $A_{1\gamma}$ ) частей поперечного сечения. Относительная коррекция асимметрии определяется как:

$$\delta_A = \frac{A - A_{1\gamma}}{A_{1\gamma}}.$$

## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ



$\phi$ -зависимость асимметрии (верхний) и РП коэффициентов (нижние графики). Пунктирная кривая на верхних графиках даёт  $\sigma_{1\gamma}$ , а сплошная кривая показывает наблюдаемые сечения с  $V_{cut}^2 = 0,3 \text{ GeV}^2$  (кривая ближе к пунктирной кривой) и без ограничений на  $V^2$ . Пунктирная и сплошная кривые на нижних графиках показывают  $\delta_{u,p}$  с ограничением и без соответственно. Кривые с более высокими значениями соответствуют  $\delta_p$ , т.е.  $\delta_p > \delta_u$ .

## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙИИ

## Монте-Карло генератор BHRADGEN

Моделирует радиационные события в ведущем логарифмическом приближении

- ▶ Входные данные:  $x$ ,  $Q^2$ ,  $t$ ,  $\phi$ ,  $\Delta$  (разделяет мягкие/жёсткие фотоны),  $E_{beam}$ ,  $V_{cut}^2$ .
- ▶ Выходные данные: i) “радиационный” (2 фотона) или “безрадиационный” (1 фотон) сгенерированный канал рассеяния, ii) 3 дополнительные переменные только для “радиационного” события, iii) радиационно поправленное сечение для любого события.
- ▶ Если требуется смоделировать множество событий для определенной кинематической точки, то программа работает эффективно. Однако, вычисление выполняется не так быстро, если необходимо смоделировать события для различных кинематических точек.
- ▶ Подходы к ускорению генерации события могли бы включать: i) справочную таблицу, хранящую информацию о дополнительных энергиях фотонов и углах в кинематической области, ii) ослабление требований к точности интегрирования по методу Монте-Карло и iii) использование численного подхода для интегрирования и расчёта распределения по дополнительным фотонным переменным.

## ГЛАВА 5

# РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ЭКСКЛЮЗИВНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ФОТОНОВ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЙАНИИ

### Выводы

- ▶ Произведён расчёт однопетлевых радиационных поправки к лептонному току для процесса Бете-Гайтлера в ультрарелятивистском и ведущем приближениях, а для интерференции процесса Бете-Гайтлера и глубоконеупругого виртуального комптоновского рассеяния только в ведущем приближении.
- ▶ Произведено численное сравнение радиационных поправок к лептонному току для процесса Бете-Гайтлера в ультрарелятивистском и ведущем приближениях.
- ▶ Результаты, представленные в данной Главе, позволили создать ФОРТРАН код DVCSLL для вычисления радиационных поправок к сечению электророждения фотонов (т.е. чистого процесса Бете-Гайтлера, его интерференции с амплитудой глубоконеупругого виртуального комптоновского рассеяния) в ведущем приближении. Специальные ключи позволяют выбрать часть сечения, аппроксимацию для адронной части, поляризацию электронов и протонов, точность интегрирования, а также значения кинематических переменных и ограничений на  $V^2$ .
- ▶ Построен Монте-Карло генератор BHRADGEN, который работает как подчиненная система, т.е. генерирует одно событие для кинематической точки, заданной извне. Дополнительным параметром для Монте-Карло генератора является  $\Delta$ .

## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЯНИИ

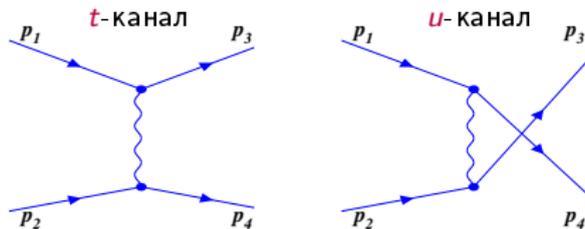
## Процесс мёллеровского рассеяния

$$e^-(p_1) + e^-(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + e^-(p_4)$$

( $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = p_4^2 = m^2$ ) в приближении однофотонного обмена, или борновском приближении, описывается следующими переменными

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_2 - p_3)^2 = 4m^2 - s - t.$$

Фейнмановские диаграммы в приближении однофотонного обмена:



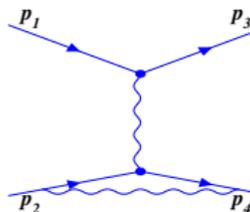
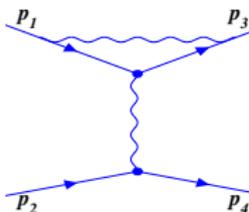
## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЙИИ

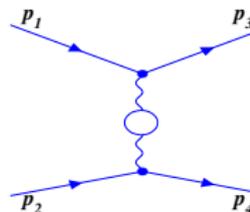
## Вклад виртуальных частиц

Фейнмановские  $t$ -канальные диаграммы

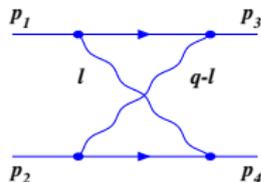
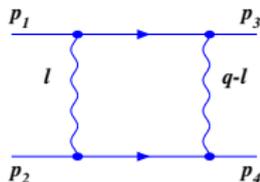
вершинные функции



собственные энергии



двухфотонный обмен



## ГЛАВА 6

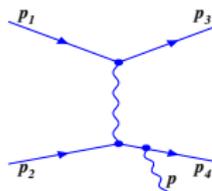
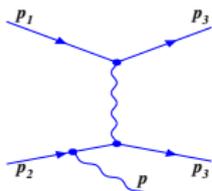
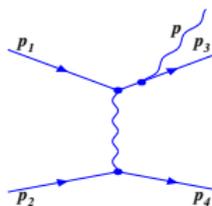
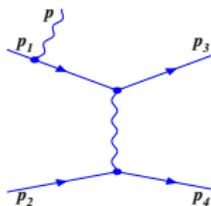
# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЯНИИ

## Радиационный процесс

$$e^-(p_1) + e^-(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + e^-(p_4) + \gamma(p)$$

$$v = (p_1 + p_2 - p_3)^2 - m^2 \text{ — неупругость.}$$

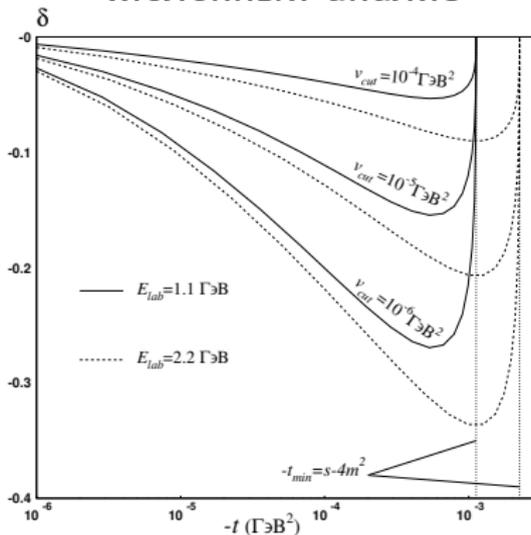
Фейнмановские  $t$ -канальные диаграммы вкладов с излучением тормозного фотона в МР.



## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЯНИИ

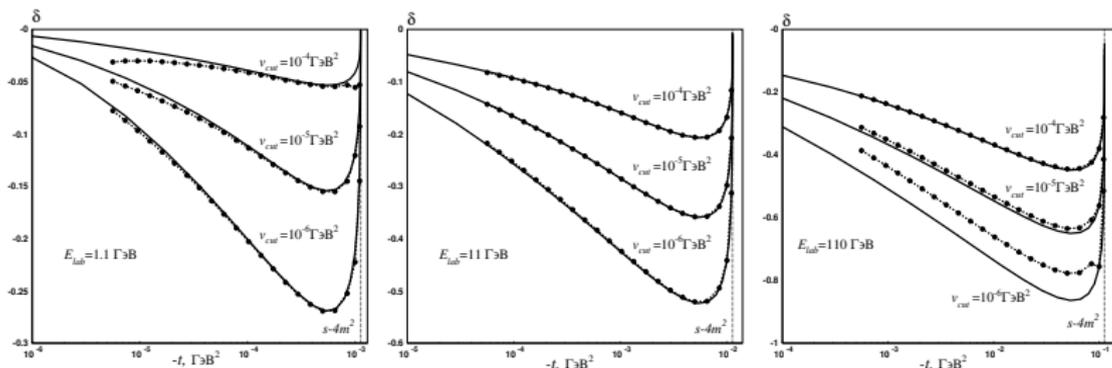
### Численный анализ



$t$ -зависимость относительных радиационных поправок в эксперименте PRad при разных ограничениях на неупругость для двух энергий падающего электронного пучка, вертикальная точечная линия – верхняя граница на переменную  $-t$ .

## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЯНИИ



Относительные поправки к сечению для различных энергий электронного пучка в зависимости от  $-t$  при разных ограничениях на неупругость: сплошные линии – результат данной работы, пунктирные линии с точками – результат представленный в

**Зыкунов, В.А. Радиационные поправки в мёллеровском рассеянии для эксперимента Prad в JLab ЯФ. – 2017. – Т. 84. – С. 447-457. ,**  
вертикальная точечная линия – верхняя граница на переменную  $-t$ .

## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЙНИИ

## Монте-Карло генератор MERADGEN

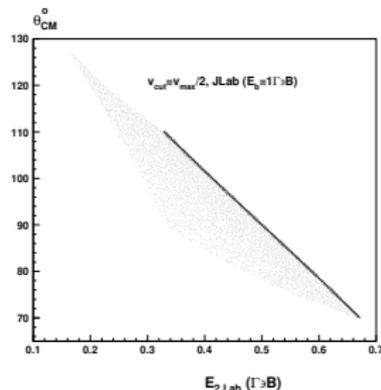
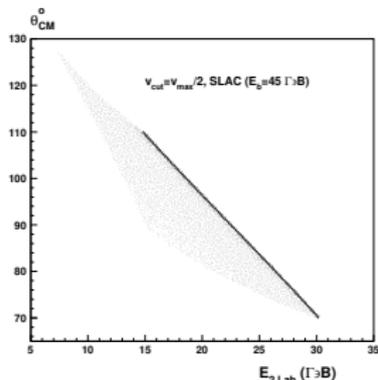
Моделирование радиационных событий может быть выполнено по следующему алгоритму:

- ▶ Для фиксированной начальной энергии и  $t$  вычисляются безрадиационная и радиационная части наблюдаемого сечения.
- ▶ Канал рассеяния моделируется для данного события в соответствии с парциальными вкладами этих двух (безрадиационной и радиационной) положительно определённых частей в наблюдаемое сечение.
- ▶ Угол  $\phi$  моделируется равномерно от 0 до  $2\pi$ .
- ▶ Для радиационного события кинематические переменные моделируются в соответствии с их рассчитанными распределениями.
- ▶ Рассчитываются 4-импульсы всех конечных частиц в требуемой системе.
- ▶ Если начальное значение  $t$  не фиксировано (т.е. моделируется в соответствии с борновским распределением) затем сечения необходимо сохранить для перевзвешивания.  $t$ -распределение моделируется по сечению Борна, а реалистичное наблюдаемое  $t$ -распределение вычисляется как сумма весов, определяемых как отношения наблюдаемого и борновского сечений.

## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЯНИИ

## Монте-Карло генератор MERADGEN



Двумерные распределения событий по энергии рассеянного электрона в лабораторной система отсчёта и углу рассеяния  $\theta$  в системе центра масс

## ГЛАВА 6

# ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЙНИИ

### Выводы

- ▶ Произведён прецизионный расчёт однопетлевых электромагнитных радиационных поправок для наблюдаемых величин неполяризационного мёллеровского рассеяния с применением схемы сокращения инфракрасной расходимости Бардина–Шумейко и удержанием масс частиц на всех этапах вычисления.
- ▶ Представлена детальная взаимная сверка с предыдущими результатами в целях получения точного согласия.
- ▶ Представлен Монте-Карло генератор MERADGEN, служащий для моделирования событий излучения жёсткого фотона в продольно поляризованном мёллеровском рассеянии.
- ▶ Руководствуясь абсолютной необходимостью как точности, так и быстродействия генератора, был разработан быстрый и высокоточный код, используя аналитическую интеграцию везде, где это было возможно.
- ▶ MERADGEN может быть использован для процедуры радиационной коррекции в экспериментах со сложной геометрией детектора, таких как эксперимент SLAC E158 и эксперименты с современным поляриметром.

## ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Произведён расчёт однопетлевых зарядово-чётных и нечётных вкладов в неполяризационное упругое лептон-протонное рассеяние с учётом жёсткого тормозного излучения фотонов и удержанием массы лептона.
2. Получены аналитические выражения для однопетлевых радиационных поправок к лептонному току с использованием адронных переменных в поляризационном упругом электрон-протонном рассеянии. Впервые произведено аналитического интегрирования по фазовому пространству фотона.
3. Получены точные аналитические выражения для радиационных поправок к лептонному току в полуинклюзивном поляризационном лептон-протонном рассеянии с учётом эксклюзивного радиационного хвоста. Выделено ведущее приближение как в первом порядке теории возмущений, так и с обобщением на все порядки с использованием электронных структурных функций.

## ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

4. Рассчитаны однопетлевые радиационные поправки к лептонному току для эксклюзивного электророждения фотона в поляризационном электрон-протонном рассеянии в ультрарелятивистском и ведущем приближениях.
5. Выполнен расчёт однопетлевых радиационных поправок к неполяризационному мёллеровскому рассеянию с учётом жёсткого тормозного излучения фотонов и удержанием массы лептона. Получено согласие результатов, полученных различными методами выделения инфракрасной расходимостиж Бардина–Шумейко, Мо–Тсаи и  $W$ -метода .
6. Разработаны процедуры моделирования поведения жёстких фотонов, реализованные в виде Монте-Карло генераторов для следующих процессов рассеяния поляризованных частиц: I) упругое электрон-протонное рассеяние (ELRADGEN); II) мёллеровское рассеяние (MERADGEN); III) эксклюзивное электророждения фотонов в электрон-протонном рассеянии (BHRADGEN); IV) полуинклюзивное глубоконеупругое рассеяние (SIDIS-RC EvGen).

## РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ

На основе представленных в данной диссертационной работе расчётов были построены программные коды для численной оценки РП и созданы Монте Карло генераторы для моделирования поведения жёстких ненаблюдаемых фотонов в той или иной реакции. Подобные коды и генераторы могут применяться и применяются для анализа данных и моделирования радиационных событий в лептон-протонных и мёллеровском процессах рассеяния на таких установках как Национальный ускорительный центр имени Томаса Джефферсона (Ньюпорт-Ньюс, США), ускоритель BATES Массачусетского технологического института (Миддлтон, США), эксперимент MUSE в Институте Пауля Шеррера (Аргау, Швейцария) и др.

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. Afanasev, A.V. QED radiative corrections to asymmetries of elastic  $e p$  scattering in hadronic variables / A. V. Afanasev, I. Akushevich, A. Ilyichev, N. P. Merenkov // *Phys. Lett. B* — 2001. — Vol. 514. — P 269-278. (cit. 41).
2. Afanasev, A. ELRADGEN: Monte Carlo generator for radiative events in elastic electron proton scattering Monte Carlo Generator ELRADGEN 2.0 for Simulation of Radiative events in Elastic  $ep$ -Scattering of Polarized Particles / I. Akushevich, O. F. Filoti, A. V. Afanasev, I. Akushevich, A. Ilyichev, B. Niczyporuk // *Czech. J. Phys.* — 2003. — Vol. 53. — P. B449-B454. (cit. 9).
3. Airapetian A. Single-spin asymmetries in semi-inclusive deep-inelastic scattering on a transversely polarized hydrogen target / HERMES Collab.: A. Airapetian et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 94. — P. 012002. (cit. 779).
4. Ilyichev, A.N. Lowest order QED radiative corrections to longitudinally polarized Møller scattering / A.N. Ilyichev, V.A. Zykunov // *Phys. Rev. D.* — 2005. — Vol. 72. — P. 033018. (cit. 15).
5. Afanasev, A. MERADGEN 1.0: Monte Carlo generator for the simulation of radiative events in polarized Moller scattering / A. Afanasev, E. Chudakov, A. Ilyichev, V. Zykunov // *Comput. Phys. Commun.* — 2007. — Vol. 176. — P. 218-231. (cit. 16).
6. Akushevich, I. Complete lowest order radiative corrections to five-fold differential cross-section of hadron leptoproduction / I. Akushevich, A. Ilyichev, M. Osipenko // *Phys. Lett. B* — 2007. — Vol. 672. — P 35-44. (cit. 18).
7. Osipenko, M. Measurement of unpolarized semi-inclusive  $\pi^+$  electroproduction off the proton / CLAS Collab.: M. Osipenko et al. // *Phys. Rev. D* 2009. — Vol. 80. — 032004. (cit. 85).
8. Akushevich, I. Monte Carlo Generator ELRADGEN 2.0 for Simulation of Radiative events in Elastic  $ep$ -Scattering of Polarized Particles / I. Akushevich, O. F. Filoti, A. N. Ilyichev and N. Shumeiko // *Comput. Phys. Commun.* — 2012. — Vol. 183. — P. 1448-1467. (cit. 20).

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

9. Akushevich, I. QED radiative effects in the processes of exclusive photon electroproduction from polarized protons with the next-to-leading accuracy / I. Akushevich, A. Ilyichev and N. M. Shumeiko // *Phys. Rev. D.* — 2014. — Vol. 90. — 033001. (cit. 3).
10. Akushevich, I. Radiative corrections beyond the ultra relativistic limit in unpolarized ep elastic and Møller scatterings for the PRad Experiment at Jefferson Laboratory / I. Akushevich, H. Gao, A. Ilyichev, M. Mezziane // *Eur. Phys. J. A.* — 2015. — Vol. 51. — 1. (cit. 94).
11. Akushevich, I. Radiative effects in deep virtual Compton scattering / I. Akushevich, A. Ilyichev // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 98. — 013005. (cit. 4).
12. Akushevich, I. Lowest order QED radiative effects in polarized SIDIS / I. Akushevich, A. Ilyichev // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 100. — 033005. (cit. 12).
13. Accardi A., An experimental program with high duty-cycle polarized and unpolarized positron beams at Jefferson Lab / A. Accardi et al. // *Eur. Phys. J. A.* — 2021. — Vol. 57. — 261. (cit. 39).
14. Afanasev, A. Radiative corrections to the lepton current in unpolarized elastic lp-interaction for fixed  $Q^2$  and scattering angle / A. Afanasev, A. Ilyichev // *Eur. Phys. J. A.* — 2021. — Vol. 57. — 280. (cit. 8).

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

17. Afanasev, A. *Contribution of hard photon emission to the charge asymmetry in elastic lepton- and antilepton-proton scattering* / A. Afanasev, A. Ilyichev // *Phys. Rev. D.* — 2022. — Vol. 105. — L011301. (cit. 8).
18. Afanasev, A. *Charge-asymmetric correlations in elastic lepton- and antilepton-proton scattering from real photon emission* / A. Afanasev, A. Ilyichev // *Eur. Phys. J. A.* — 2022. — Vol. 58. — 156. (cit. 3).
19. Byer, D. *SIDIS-RC EvGen: A Monte-Carlo event generator of semi-inclusive deep inelastic scattering with the lowest-order QED radiative corrections* / D. Byer, V. Khachatryan, H. Gao, I. Akushevich, A. Ilyichev, C. Peng, A. Prokudin, S. Srednyak and Z. Zhao // *Comput. Phys. Commun.* — 2023. — Vol. 287. — 108702. (cit. 6).
20. Akushevich, I. L. *Complete lowest order radiative corrections in semi-inclusive scattering of polarized particle* / I. Akushevich, A. Ilyichev, S. Srednyak // *Eur. Phys. J. A.* — 2023. — Vol. 59. — 246. (cit. 1).
21. Zhou, J. *Lowest-order QED radiative corrections in unpolarized elastic electron-deuteron scattering beyond the ultra-relativistic limit for the proposed deuteron charge radius measurement at Jefferson laboratory* / J. Zhou, V. Khachatryan, I. Akushevich, H. Gao, A. Ilyichev, C. Peng, S. Srednyak, W. Xiong // *Eur. Phys. J. A.* — 2023. — Vol. 59. — 256. (cit. 1).
22. Akushevich, I. *Exact and leading order radiative effects in semi-inclusive deep inelastic scattering* / I. Akushevich, A. Ilyichev, S. Srednyak // *Phys. Rev. D.* — 2024. — Vol. 109. — P. 076028.
23. Зыкунов, В. А. *Прецизионный расчет однопетлевых радиационных поправок в мёллеровском рассеянии* / В. А. Зыкунов, А. Н. Ильичёв // принята в ЯФ.

## АПРОБАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИИ

1. Семинар ОИЯИ “Симметрия и спин” (Прага, Чехия, 14 – 26 июля, 2002).
2. Научный семинар “Radiative Corrections for Elastic Electron-Nucleon Scattering” (Ньюпорт-Ньюс, США, 12 мая 2004).
3. Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвященный 80-летию со дня рождения Б.В. Бокутя (Гомель, ГГУ, 1–3 нояб., 2006).
4. IX Международная школа-семинар “Актуальные проблемы физики микромира” (Гомель, 23 июля – 3 авг., 2007).
5. Семинар ОИЯИ “Симметрия и спин” (Прага, Чехия, 26 июля – 2 авг., 2009).
6. XI Международная школа-семинар “Актуальные проблемы физики микромира” (Гомель, 1 – 12 авг., 2011).
7. Научный семинар “Избранные вопросы квантовой теории поля”, посвященный памяти профессора Э.А. Кураева, (Дубна, ЛТФ ОИЯИ, 6–8 апреля 2015).
8. Международный семинар “Precision Radiative Corrections for next generation experiments” (Ньюпорт-Ньюс, США, 16-19 мая 2016).
9. Международный семинар “Correlations in Partonic and Hadronic Interactions” (Женева, Швейцария, 3 – 7 февр. 2020)
10. XXVIII Международный семинар «Нелинейные явления в сложных системах – 2021» (Минск, 18-21 мая, 2021)
11. Международный семинар Hadron Physics Opportunities with JLab Energy and Luminosity Upgrade (Пхохан, Корея 18 – 23 июля 2022)
12. VI Международная конференция по физике элементарных частиц и астрофизике (Москва, 29 нояб. – 2 дек. 2022).
13. XV Международная школа-семинар “Актуальные проблемы физики микромира” (Минск, 27 авг. – 3 сен., 2023).
14. Научный семинар “Избранные вопросы квантовой теории поля”, посвященный памяти профессора Э.А. Кураева, (Дубна, ЛТФ ОИЯИ, 16–18 октября 2023).