КЭД-эффекты в „атомных“ системах с критическим и закритическим зарядом источников

Роенко Артём Александрович

Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова
Физический факультет
Кафедра квантовой теории и физики высоких энергий

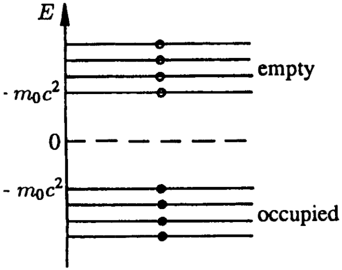
Дубна, 10 мая 2018 г.

Содержание

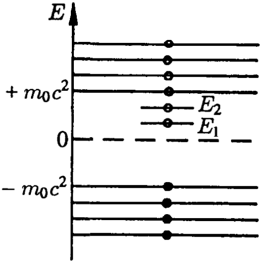
Спектр уравнения Дирака

Уравнение Дирака:

$$E\psi = \left(c\vec{\alpha}(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}) + \beta mc^2 + e\Phi\right)\psi \quad (1)$$



(a) $A_\mu^{(ext)} = 0$



(b) $A_\mu^{(ext)} \neq 0$ (слабое поле)

Проблема „$Z = 137$"

Уравнение Дирака:

$$E\psi = \left(c\vec{\alpha}(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}) + \beta mc^2 + e\Phi \right) \psi \tag{2}$$

В поле точечного ядра $U(r) = e\Phi = -\frac{Z\alpha}{r}$ энергия дискретных уровней:

$$E_{n,j} = m \left[1 + \left(\frac{Z\alpha}{n - (j+1/2) + \sqrt{(j+1/2)^2 - (Z\alpha)^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \tag{3}$$

При $Z\alpha > 1$ энергия основного состояния $E_{1s} = m\sqrt{1 - (Z\alpha)^2}$ становится мнимой $\Rightarrow$ „проблема $Z = 137$"

Проблема „$Z = 137$"

Уравнение Дирака:

$$E\psi = \left(c\vec{\alpha}(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}) + \beta mc^2 + e\Phi \right) \psi \qquad (2)$$

В поле точечного ядра $U(r) = e\Phi = -\frac{Z\alpha}{r}$ энергия дискретных уровней:

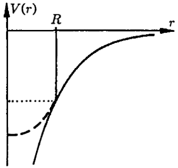
$$E_{n,j} = m \left[1 + \left(\frac{Z\alpha}{n - (j + 1/2) + \sqrt{(j+1/2)^2 - (Z\alpha)^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \qquad (3)$$

При $Z\alpha > 1$ энергия основного состояния $E_{1s} = m\sqrt{1-(Z\alpha)^2}$ становится мнимой $\Rightarrow$ „проблема $Z = 137$"

$$\Downarrow$$

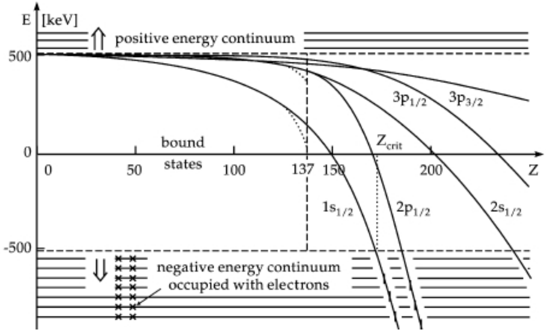
Учёт конечных размеров ядра:

$$U(r) = e\Phi = -Z\alpha \begin{cases} \frac{1}{R} f\left(\frac{r}{R}\right) & r < R \\ \frac{1}{r} & r > R \end{cases}$$



Критический заряд ядра в КЭД

В работе I. Pomeranchuk и Y. Smorodinsky, J. Phys. USSR **9**, 97 (1945) впервые показано, что для протяженного ядра дискретные уровни в водородоподобном ионе при $Z > 137$ продолжают существовать, и последовательно достигают порога $E = -mc^2$.



Критический заряд Z_{cr}:

$$E_{1s_{1/2}}(Z_{cr}) = -mc^2$$

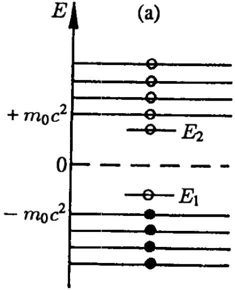
$$Z_{cr} \simeq 170 - 173$$

Критический заряд ядра в КЭД

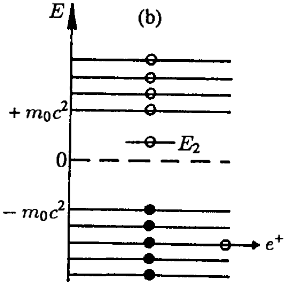
Для закритической области в работах [С. С. Герштейн и Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **57**, 654 (1969), W. Pieper и W. Greiner, Z. Phys. **218**, 327—340 (1969)] было предсказано рождение вакуумных позитронов при погружении в область $E < -mc^2$ незаполненного электронного уровня.

Критический заряд ядра в КЭД

Для закритической области в работах [С. С. Герштейн и Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **57**, 654 (1969), W. Pieper и W. Greiner, Z. Phys. **218**, 327—340 (1969)] было предсказано рождение вакуумных позитронов при погружении в область $E < -mc^2$ незаполненного электронного уровня.



(a) $A_\mu^{(ext)} \neq 0$ (докритическое сильное поле)



(b) $A_\mu^{(ext)} \neq 0$ (сверхкритическое сильное поле)

Для простейшего „квантово-механического“ описания может быть использован формализм Фано. Пусть $Z \lesssim Z_{cr}$:

$$H_0\phi_0 = E_0\phi_0\,, \qquad\qquad H_0\Psi_E = E\Psi_E\,, \tag{4}$$

Добавим возмущение

$$H_0 \to H = H_0 + V'\,, \qquad V' \simeq (Z+Z')U(r) - ZU(r) \propto Z'. \tag{5}$$

Тогда для $Z > Z_{cr}$:

$$(H_0 + V')\tilde{\Psi}_E = E\tilde{\Psi}_E\,, \tag{6}$$

$$\tilde{\Psi}_E = a(E)\phi_0 + \int dE' b_{E'}(E)\Psi_{E'}\,. \tag{7}$$

Формализм Фано

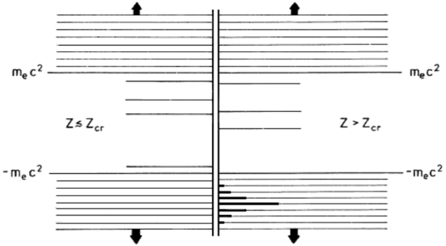
В результате получаем резонансное поведение

$$|\langle\tilde{\Psi}_E|\phi_0\rangle|^2 = |a(E)|^2 = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\Gamma}{(E-E_r)^2+\Gamma^2/4}\,, \tag{8}$$

где

$\Gamma = 2\pi|\langle\Psi_E|V'|\phi_0\rangle|^2 \propto Z'^2$,

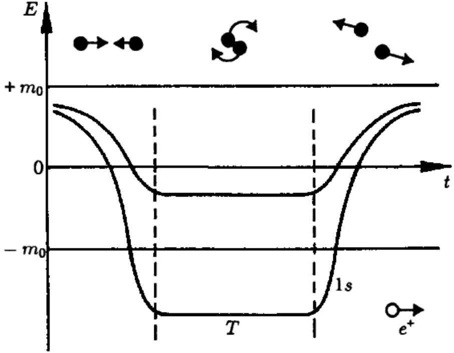
$E_r = E_0 + \langle\phi_0|V'|\phi_0\rangle + F(E)$.



При этом

$$\Delta\rho(r) = \rho(Z>Z_{cr}) - \rho(Z \lesssim Z_{cr}) = 2e\left(\int dE\,\tilde{\Psi}_E^\dagger\tilde{\Psi}_E - \int dE\,\Psi_E^\dagger\Psi_E\right) =$$

$$= \cdots = 2e|\phi_0|^2\,.$$



По оценкам $\tau \sim 10^{-18} - 10^{-19}$ с, но $T_{coll} \simeq \frac{2R_{cr}}{v} \simeq 0.3 \cdot 10^{-20}$ с.

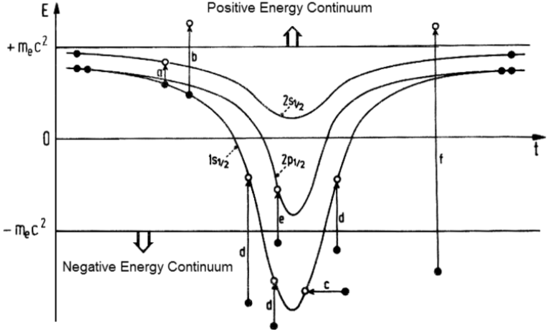


Fig. 15 Schematic representation of pair-production processes in heavy-ion collision as a function of time. We see most tightly bound eigenstates and relevant processes: a,b-ionization; c-spontaneous and d,e-induced vacuum decay, f-continuum pair production. [1]

[1] J. Rafelski, J. Kirsch, B. Müller и др., в *New Horizons in Fundamental Physics*, FIAS Interdisciplinary Science Series (Springer, 2017), с. 211—251, arXiv:1604.08690 [nucl-th, hep-ph, physics:atom-ph].

Расчёты позитронных спектров в столкновениях тяжёлых ионов[2]

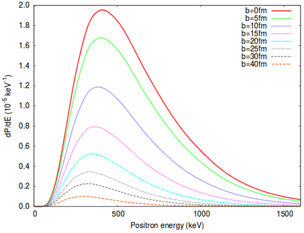


FIG. 1: Positron energy spectrum for the U−U collision at energy $E_{\rm cm}$ =740 MeV for the different values of the impact parameter b.

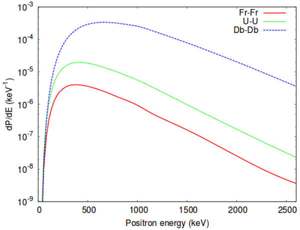


FIG. 2: (Color online) Positron energy spectrum for the Fr−Fr, U−U, and Db−Db head-on collisions at energies 674.5, 740, and 928.4 MeV, respectively.

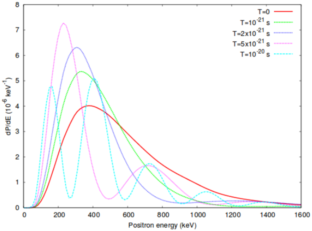


FIG. 5: Positron energy spectrum for the Fr−Fr head-on collision at $E_{\rm cm}$ = 674.5 MeV with different time delays T.

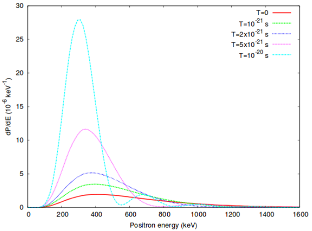


FIG. 6: Positron energy spectrum for the U−U head-on collision at $E_{\rm cm}$ = 740 MeV with different time delays

[2] I. A. Maltsev, V. M. Shabaev, I. I. Tupitsyn и др. Phys. Rev. A 91, 032708 (2015).

Расчёты процессов в столкновениях тяжёлых ионов

Расчёты вероятностей ионизации и др. в столкновениях тяжёлых ионов[3]

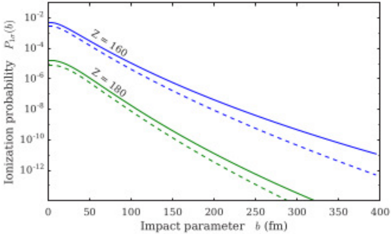


FIG. 5. Impact parameter dependence of the ionization probability. Solid lines show symmetric collisions with $Z = 180$ and $Z = 160$ and dashed lines collisions involving a nucleus with atomic number 118.

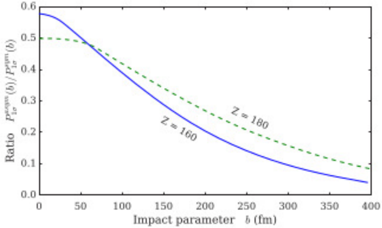


FIG. 6. Ratio $P_{1\sigma}^{\rm asym}(b)/P_{1\sigma}^{\rm sym}(b)$ of the ionization probabilities in asymmetric and symmetric collisions as a function of the impact parameter b. In the asymmetric case the atomic number of the heavy nucleus is set to 118.

[3] O. Novak, R. Kholodov, A. Surzhykov и др., Phys. Rev. A 97, 032518 (2018).

Был обнаружен эффект „замерзания“ основного состояния в пределе $B \to \infty$.[4]

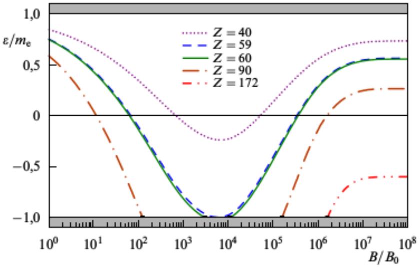


Рис. 5. Зависимость энергии основного уровня от магнитного поля для $Z = 40$, 59, 60, 90, 172. Соответствие между зарядами Z и кривыми указано в надписи на рисунке.

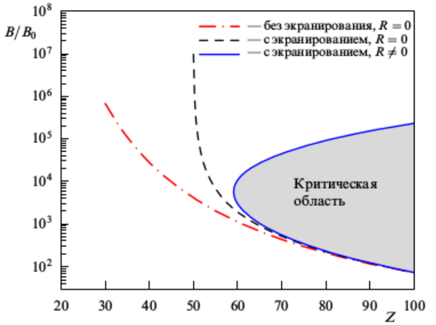


Рис. 6. Значения критического магнитного поля. Штрихпунктирная кривая соответствует формуле (18), штриховая кривая — численным результатам для экранированного потенциала точечного ядра, сплошная кривая — численным результатам с учётом как экранирования, так и конечного размера ядра.

[4] A. E. Shabad и V. V. Usov, Phys. Rev. Lett. **98**, 180403 (2007), arXiv:0704.2162 [astro-ph], A. E. Shabad и V. V. Usov, Phys. Rev. D **D77**, 025001 (2008), arXiv:0707.3475 [astro-ph], S. I. Godunov, B. Machet и M. I. Vysotsky, Phys. Rev. D **85**, 044058 (2012), arXiv:1112.1891 [hep-ph], S. I. Godunov и M. I. Vysotsky, Phys. Rev. D **87**, 124035 (2013), arXiv:1304.7940 [hep-ph], M. I. Vysotskii и S. I. Godunov, Phys. Usp. **57**, 194 (2014).

Полюса S-матрицы[5]

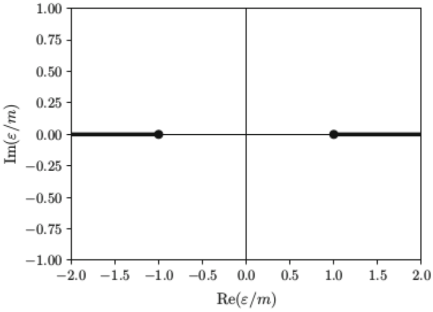


Fig. 1 The plane of complex energy ε

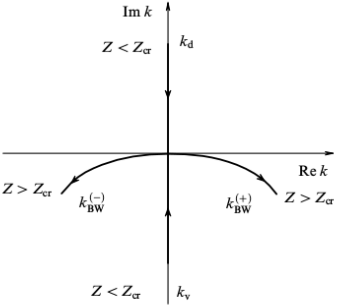


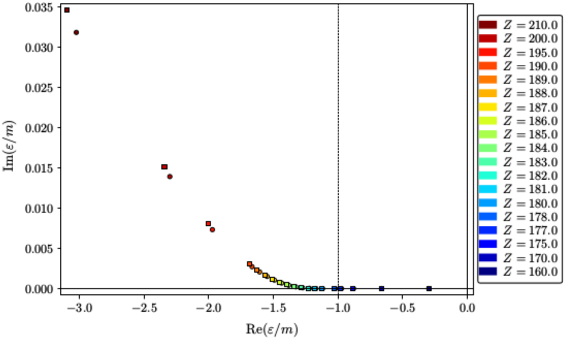
Рис. 3. Движение полюсов S-матрицы в комплексной плоскости $k = \sqrt{\varepsilon^2 - 1}$ вблизи границы нижнего континуума $\varepsilon = -1$. Стрелками указано направление движения при увеличении заряда Z.

$$\epsilon = -\xi \pm i\gamma\,, \qquad k = \mp k_1 - ik_2\,. \tag{9}$$

[5] V. M. Kuleshov, V. D. Mur, N. B. Narozhny и др., Physics-Uspekhi **58**, 785 (2015), S. I. Godunov, B. Machet и M. I. Vysotsky, Eur. Phys. J. C **77**, 782 (2017), arXiv:1707.07497 [hep-ph].

Полюса S-матрицы

Fig. 3 The dependence of the ground state energy on Z. The square markers are for the exact values of the energy (see (27)) and the round markers are for the approximate ones calculated with the help of (34). The correspondence between color and Z is shown in the legend (the real part of the energy is monotonically decreasing). At $Z = Z_{\mathrm{cr}}$ the bound states become resonances with positive $\mathrm{Im}[\varepsilon]$

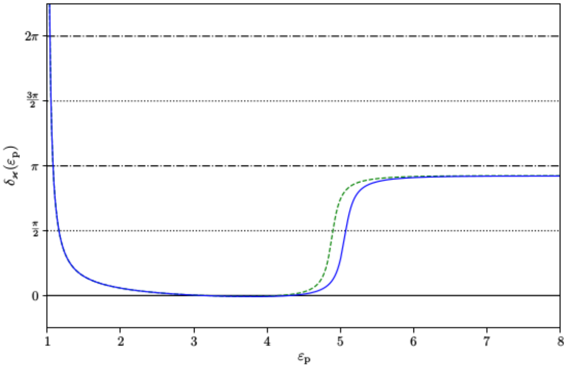


[6]

$$\epsilon = -\xi + i\gamma \,. \tag{10}$$

[6] S. I. Godunov, B. Machet и M. I. Vysotsky, Eur. Phys. J. C **77**, 782 (2017), arXiv:1707.07497 [hep-ph].

Fig. 2 Dependence on ε_p of the scattering phase $\delta_{-1}(\varepsilon_p, 232)$ ($Z = 232$ and $\varkappa = -1$) for a nucleus with radius $R = 0.031/m$. The blue solid line corresponds to the exact phase, the green dashed line corresponds to the approximate one



[7]

$$S = e^{2i\delta_\kappa} \, . \tag{11}$$

[7] S. I. Godunov, B. Machet и M. I. Vysotsky, Eur. Phys. J. C **77**, 782 (2017), arXiv:1707.07497 [hep-ph].

Вакуумная плотность заряда

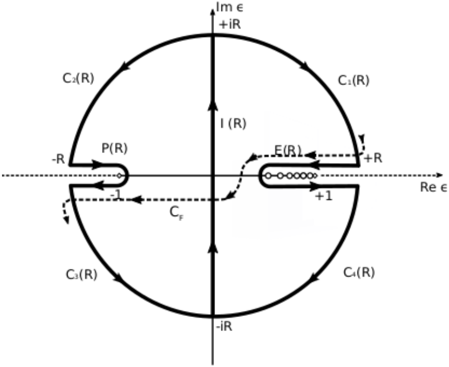
$$\rho_{VP} = \langle j_0 \rangle_{vac} = -\frac{|e|}{2} \left(\sum_{\epsilon_n < -1} \psi_n^\dagger \psi_n - \sum_{\epsilon_n \geqslant -1} \psi_n^\dagger \psi_n \right) . \quad (12)$$

Поскольку формально функция Грина имеет вид

$$G(x, x'; \epsilon) = \sum_n \frac{\psi_n(x) \psi_n(x')^\dagger}{\epsilon_n - \epsilon} , \quad (13)$$

то

$$\rho_{VP} = -\frac{|e|}{4\pi i} \left(\int_{P(R)} + \int_{E(R)} \right) d\epsilon \, \mathrm{Tr} G(x, x'; \epsilon) . \quad (14)$$



$$\rho_{VP} = -\frac{|e|}{4\pi i}\left(\int_{P(R)} + \int_{E(R)}\right) d\epsilon\ \mathrm{Tr} G(x, x'; \epsilon)\,. \tag{15}$$

В итоге

$$\rho_{VP} = |e|\left(\sum_{-1\leq\epsilon_n<0} \psi_n(x)^\dagger \psi_n(x) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} dy\ \mathrm{Tr} G(x, x; iy)\right)\,. \tag{16}$$

$$G = G_0 + G_0 V G_0 + G_0 V G_0 V G_0 + \dots \tag{17}$$

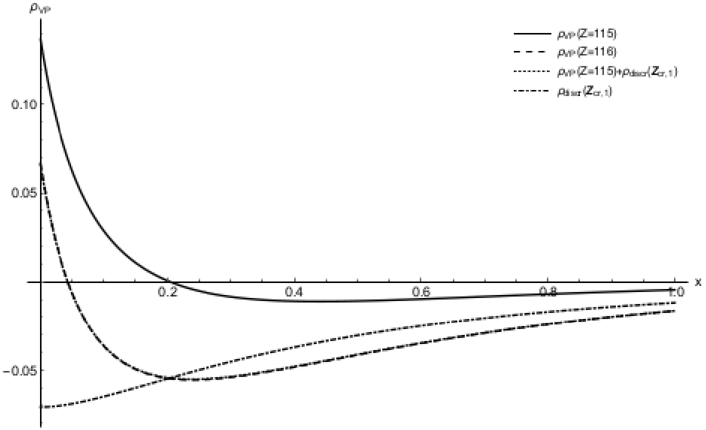
Расходимость в $G^(1)$

$$\rho_{VP}^{(ren)}(x) = \rho_{VP}^{(1)}(x) + \rho_{VP}^{(3+)}(x)\,. \tag{18}$$

где

$$\rho_{VP}^{(3+)} = |e| \left(\sum_{-1 \le \epsilon_n < 0} \psi_n(x)^\dagger \psi_n(x) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \, \left(\mathrm{Tr} G(x, x; iy) - \mathrm{Tr} G^{(1)}(x, x; iy) \right) \right), \tag{19}$$

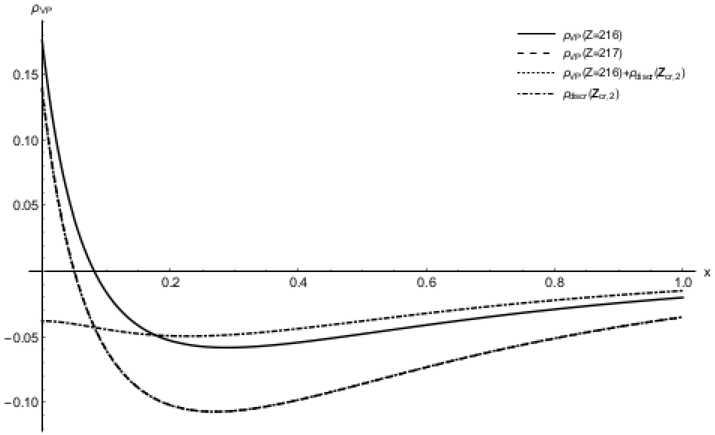
Вакуумная плотность заряда



[8]

[8] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th], Y. Voronina, A. Davydov и K. Sveshnikov, Theor. Math. Phys. **193**, 1647—1674 (2017).

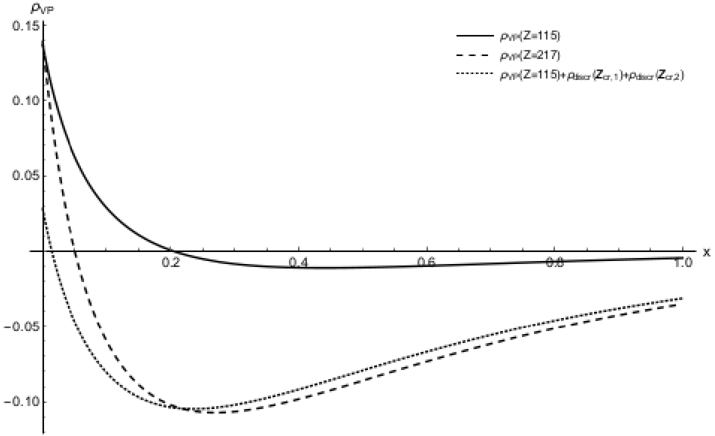
Вакуумная плотность заряда



[9]

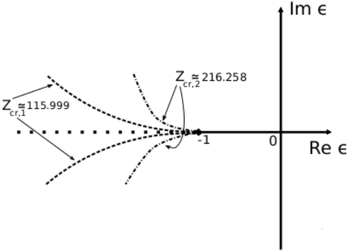
[9] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th], Y. Voronina, A. Davydov и K. Sveshnikov, Theor. Math. Phys. **193**, 1647—1674 (2017).

Вакуумная плотность заряда



[10]

[10] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th], Y. Voronina, A. Davydov и K. Sveshnikov, Theor. Math. Phys. **193**, 1647—1674 (2017).



Т. е. оба полюса при $Z > Z_{cr}$ необходимо учитывать, они компенсируют друг друга.
Разбиение $\rho_{VP} = \rho^{R}_{VP} + \rho^{V}_{VP}$, как предполагалось в J. Rafelski, B. Müller и W. Greiner, Nucl. Phys. B **68**, 585—604 (1974), вообще говоря, не совсем корректно.

Аналогично вычисляется вакуумная энергия

$$E_{VP} = \frac{1}{2}\left(\sum_{\epsilon_n<-1}\epsilon_n - \sum_{\epsilon_n\geqslant -1}\epsilon_n\right), \tag{20}$$

которая сводится к интегралу от фаз рассеяния
Например, в 1+1D[11]

$$E_{VP} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \frac{kdk}{\sqrt{k^2+1}}\delta_{tot} + \frac{1}{2}\sum_{-1<\epsilon_n<1}(1-\epsilon_n), \tag{21}$$

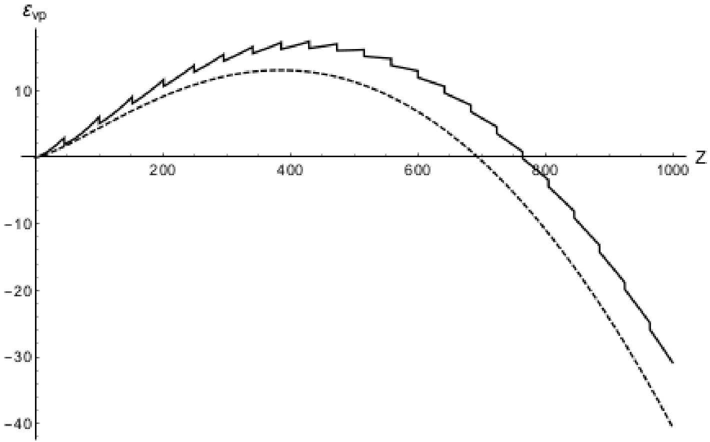
Для бóльших размерностей добавляется суммирование по каналам[12]

$$E_{VP}^{(ren)}(x) = E_{VP}^{(1)}(x) + E_{VP}^{(3+)}(x). \tag{22}$$

[11] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th], Y. Voronina, A. Davydov и K. Sveshnikov, Theor. Math. Phys. **193**, 1647—1674 (2017).

[12] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **33**, 1850005 (2018), arXiv:1712.02703 [hep-th].

Вакуумная энергия 1+1D

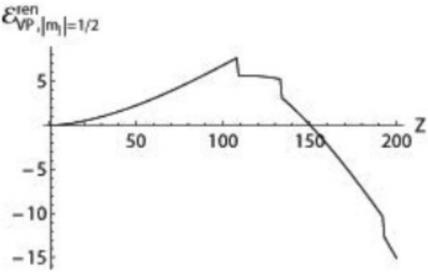


13

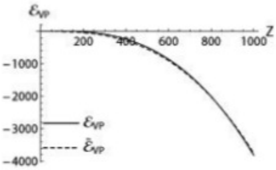
---

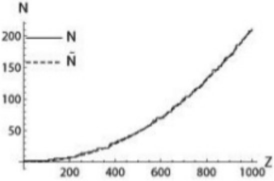
[13] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th].

Вакуумная энергия 2+1D



[14]





[15]

---

[14] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **33**, 1850005 (2018), arXiv:1712.02703 [hep-th].

[15] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **33**, 1850004 (2018), arXiv:1712.02704 [hep-th].

Возможна ли компенсация другими эффектами?

- Непертурбативные вычисления показывают, что поведение E_{VP} при $Z > Z_{cr}$ существенно отличается от предсказаний теории возмущений [A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th], A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **33**, 1850005 (2018), arXiv:1712.02703 [hep-th]], и E_{VP} даже может конкурировать с E_{Coul} при определённых условиях.
- Возможна ли компенсация эффектов за счёт фермионных петель КЭД-эффектами, обусловленными обменом виртуальными фотонами?

- Взаимодействие ΔU_{AMM} — одна из составляющих эффективного взаимодействия, возникающего за счёт собственно-энергетического вклада в радиационный сдвиг.
- ΔU_{AMM} — локальный оператор, допускает непертурбативный учёт.

В статическом пределе

$$\Delta U^{(0)}_{AMM}(\vec{r}) = \frac{\Delta g}{2} \frac{e}{4m} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \,. \tag{23}$$

Взаимодействие ΔU_{AMM} интенсивно исследовалось[16] с целью изучения возможности возникновения резонансов в системах типа e^+e^-, поскольку (23) доминирует на малых расстояниях. Однако[17] АММ электрона возникает в результате радиационных эффектов $\Rightarrow \Delta g \to \Delta g_{free}\, c(r)$

[16] A. O. Barut и J. Kraus, Phys. Lett. B **59**, 175—178 (1975), A. O. Barut и J. Kraus, Phys. Rev. D **16**, 161—164 (1977).

[17] K. Geiger, J. Reinhardt, B. Müller и др., Z. Phys. A - Atomic Nuclei **329**, 77—88 (1988), A. O. Barut, en, Z. Phys. A - Atomic Nuclei **336**, 317—320 (1990).

Динамическая экранировка АММ

Однопетлевая поправка к вершинной функции[18]

$$\Gamma^\mu(q^2) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i}{2m} F_2(q^2)\sigma^{\mu\nu} q_\nu \,. \tag{24}$$

Следовательно, эффективный потенциал взаимодействия АММ электрона с кулоновским полем

$$\Delta U_{AMM}(\vec{r}) = \frac{e}{2m}\,\sigma^{\mu\nu}\partial_\mu \mathcal{A}_\nu^{(cl)}(\vec{r}), \tag{25}$$

где

$$\mathcal{A}_\mu^{(cl)}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{q}\; e^{i\vec{q}\,\vec{r}}\,\tilde{A}_\mu^{(cl)}(\vec{q}) F_2(-\vec{q}^{\,2})\,. \tag{26}$$

[18] C. Itzykson и J.-B. Zuber, (McGraw-Hill, 1980).

Для сферически симметричного кулоновского поля $A_\mu^{(cl)}(\vec{r}) = \delta_{0,\mu}\Phi(r)$

$$\boxed{\Delta U_{AMM}(r) = -i\,\lambda\,\vec{\gamma}\cdot\vec{\nabla}\left(-\frac{Zc(r)}{r}\right)\;,} \tag{27}$$

где $\lambda = \alpha^2/4\pi m$, $\alpha = e^2/4\pi$, $F_2(0) = \Delta g_{free}/2 \simeq \alpha/2\pi$,

$$c(r) = 2\int\limits_0^\infty qdq\;\sin qr\left(-\frac{1}{Ze}\,\tilde{\Phi}(q)\right)\frac{1}{\pi}\,\frac{F_2(-q^2)}{F_2(0)}\,. \tag{28}$$

Отметим, что (27) имеет такую же структуру, как и (23)

$$\Delta U^{(0)}_{AMM}(\vec{r}) = -i\,\lambda\,\vec{\gamma}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{4\pi\Phi(\vec{r})}{e}\right)\,. \tag{29}$$

Для точечного кулоновского источника вычисления дают[19]

$$c_q(r) = 1 - \int\limits_{4m^2}^{\infty} \frac{dQ^2}{Q^2}\, e^{-Qr}\, \frac{1}{\pi}\, \frac{\mathrm{Im}\, F_2(Q^2)}{F_2(0)}\,, \tag{30}$$

для протяжённого ядра в виде шара радиуса R

$$\begin{aligned} c_N(r) &= 1 - \int\limits_{4m^2}^{\infty} \frac{dQ^2}{Q^2}\, \frac{3QR\cosh QR - 3\sinh QR}{R^3 Q^3}\, e^{-Qr}\, \frac{1}{\pi}\, \frac{\mathrm{Im}\, F_2(Q^2)}{F_2(0)}, \qquad r > R\,, \\ c_N(r) &= \frac{(3R^2 - r^2)}{2R^3}\, r - \frac{r}{2m^2R^3} + \\ &+ \int\limits_{4m^2}^{\infty} \frac{dQ^2}{Q^2}\, \frac{3(QR+1)}{R^3Q^3}\, \sinh Qr\, e^{-QR}\, \frac{1}{\pi}\, \frac{\mathrm{Im}\, F_2(Q^2)}{F_2(0)}, \qquad r < R\,. \end{aligned} \tag{31}$$

[19] A. Roenko и K. Sveshnikov, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750130 (2017), arXiv:1608.04322 [physics.atom-ph].

Уравнение Дирака с ΔU_{AMM}

Уравнение Дирака с дополнительным эффективным взаимодействием имеет вид ($\hbar = c = m = 1$)

$$(\vec{\alpha}\vec{p} + \beta + W(r) + \Delta U_{AMM})\,\psi = \epsilon\psi\,. \tag{32}$$

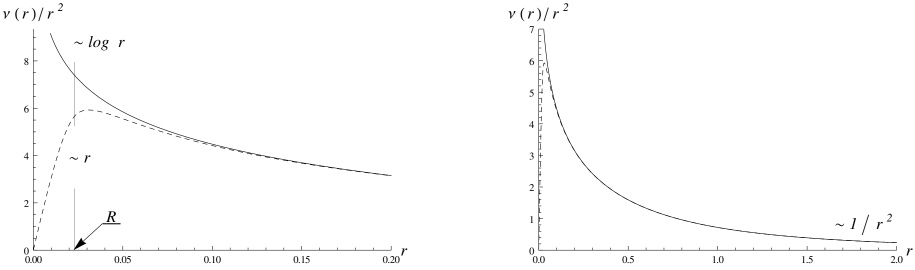
В сферически симметричном случае ($\kappa = \pm(j + {}^1\!/_2)$)

$$\psi_{\kappa m_j} = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} i f_\kappa(r)\,\Omega_{jlm_j} \\ g_\kappa(r)\,\Omega_{jl'm_j} \end{pmatrix}. \tag{33}$$

Система уравнений на f_κ, g_κ имеет вид

$$\begin{aligned} \left(\partial_r - Z\lambda\nu(r)/r^2 + \kappa/r\right) f_\kappa &= (\epsilon + 1 - W(r))g_\kappa\ , \\ \left(\partial_r + Z\lambda\nu(r)/r^2 - \kappa/r\right) g_\kappa &= -(\epsilon - 1 - W(r))f_\kappa\ , \end{aligned} \tag{34}$$

где $\nu(r) = c(r) - rc'(r)$. При этом ΔU_{AMM} учитывается непертурбативно не только по $Z\alpha$, но и по α/π, так как α/π входит в λ.



(a) (b)

Рис.: Поведение члена $\nu(r)/r^2$ в уравнениях (34) на малых a и больших b расстояниях для точечного кулоновского источника (сплошная линия) и протяжённого ядра радиуса R (штрих).

Для точечного источника $\Delta U^{(0)}_{AMM} \sim 1/r^2$, и поведение ВФ в нуле становится экспоненциальным, вместо степенного.

Учёт динамической экранировки АММ электрона даёт $\Delta U_{AMM} \sim \log r$.

Учёт структуры ядра

- $\Delta U_{AMM}^{(0)}$ в виде (23) становится актуален если AMM фермиона имеет хотя бы частично неэлектромагнитную природу.
- Поэтому последовательный анализ вклада от ΔU_{AMM} в сверхтяжелых ядрах, в силу его специфики в неэкранированном случае, требует задания структуры ядра как системы точечных (дробных) зарядов, локализованных в его объёме.
- Такой анализ был выполнен, и он показывает[20], что непертурбативное вычисление вклада от ΔU_{AMM} через кварковую структуру и все ядро, рассматриваемое как однородно заряженный протяженный кулоновский источник, приводит к хорошо совпадающим результатам, причем вне зависимости от того, учитывается или нет динамическая экранировка AMM.
- При этом между пертурбативными и непертурбативными подходами имеет место некоторая разница, растущая с Z, особенно заметная в неэкранированном случае.

[20] A. Roenko и K. Sveshnikov, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750130 (2017), arXiv:1608.04322 [physics.atom-ph], A. Roenko и K. Sveshnikov, Phys. Part. Nucl. Lett. **15**, 29–42 (2018).

Общие свойства сдвигов за счёт ΔU_{AMM}

Собственно энергетический сдвиг электронных уровней в водородоподобном ионе представляется в виде[21]

$$\Delta E^{SE}_{nj}(Z\alpha) = \frac{Z^4\alpha^5}{\pi n^3} F_{nj}(Z\alpha)\,. \tag{35}$$

В пертурбативной КЭД $F_{nj}(Z\alpha)$ найдено[22] с высокой точностью для $Z = 1 - 110$. Для $Z = 170$ вычисления с точностью порядка нескольких процентов дают[23]

$$\Delta E_{SE}(1s_{1/2}) \simeq 11.0 \text{ кэВ}.$$

При этом сдвиг за счёт ΔU_{AMM} составляет для $1s_{1/2}$ (при $Z = 170$)

$$\Delta E_{AMM}(1s_{1/2}) \simeq 1.118 \text{ кэВ}, \qquad \Delta E^{(0)}_{AMM}(1s_{1/2}) \simeq 43.927 \text{ кэВ}. \tag{36}$$

для $2p_{1/2}$ уровня (при $Z = 180$)

$$\Delta E_{AMM}(2p_{1/2}) \simeq -1.052 \text{ кэВ}, \qquad \Delta E^{(0)}_{AMM}(2p_{1/2}) \simeq -68.227 \text{ кэВ}. \tag{37}$$

[21] P. J. Mohr, G. Plunien и G. Soff, Phys. Rept. **293**, 227—369 (1998).
[22] V. A. Yerokhin и V. M. Shabaev, J. Phys. Chem. Ref. Data **44**, 033103 (2015).
[23] K. T. Cheng и W. R. Johnson, Phys. Rev. A **14**, 1943—1948 (1976), G. Soff, P. Schlüter, B. Müller и др., Phys. Rev. Lett. **48**, 1465—1468 (1982).

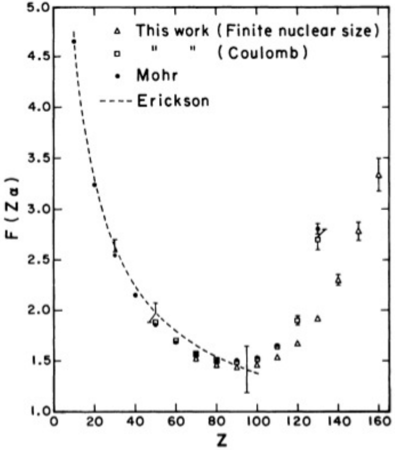


FIG. 2. Values of the function $F(Z\alpha)$ obtained in this calculation and the values of $F(Z\alpha)$ based on the results of Mohr (Ref. 19) and Erickson (Ref. 23).

(a) K. T. Cheng и W. R. Johnson, Phys. Rev. A **14**, 1943—1948 (1976)

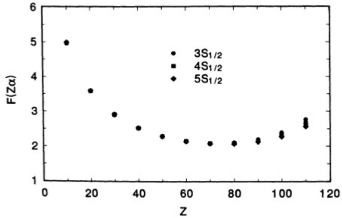


FIG. 1. The function $F(Z\alpha)$ for $S_{1/2}$ states with $n = 3, 4, 5$.

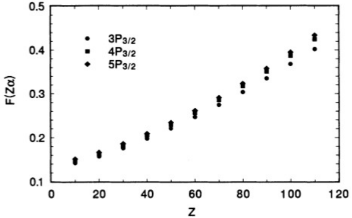
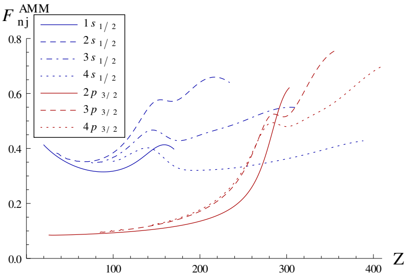


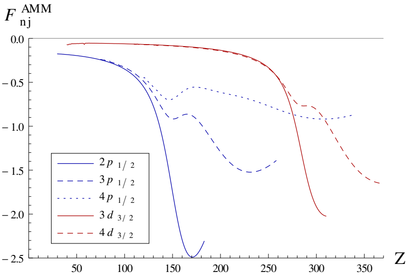
FIG. 3. The function $F(Z\alpha)$ for $P_{3/2}$ states with $n = 3, 4, 5$.

(b) P. J. Mohr и Y.-K. Kim, Phys. Rev. A **45**, 2727—2735 (1992)

Зависимость сдвигов за счёт ΔU_{AMM} от Z



(a)

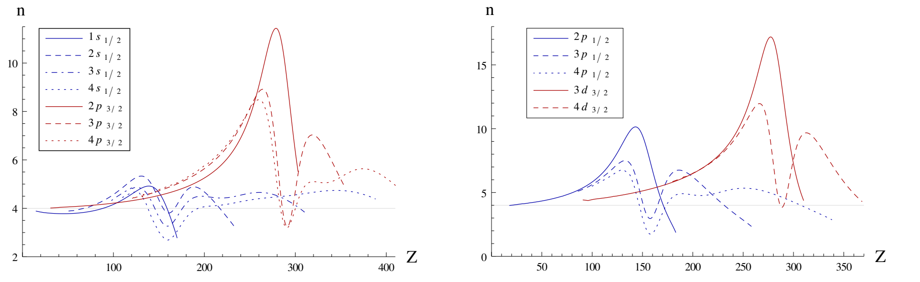


(b)

Рис.: Функция F_{nj}^{AMM} для вклада от ΔU_{AMM} как функция заряда ядра Z для уровней с $n \leq 4$ и $j = {}^1\!/_2, {}^3\!/_2$. При этом на рис. a показаны уровни с $j = l + {}^1\!/_2$, а на рис. b уровни с $j = l - {}^1\!/_2$.

И хотя ΔE_{AMM} не является доминирующим вкладом в ΔE_{SE}, поведение F_{nj}^{AMM} (с учётом экранировки) для ряда нижних электронных уровней повторяет поведение F_{nj} в области, где для F_{nj} имеются надёжные результаты.

Зависимость сдвигов за счёт ΔU_{AMM} от Z



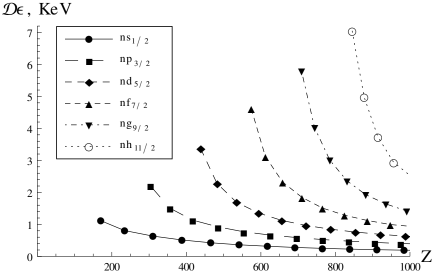
(a) (b)

Рис.: Степень роста для вклада от ΔU_{AMM} как функция заряда ядра Z для уровней с $n \leq 4$ и $j = {}^1\!/_2, {}^3\!/_2$. При этом на рис. a показаны уровни с $j = l + {}^1\!/_2$, а на рис. b уровни с $j = l - {}^1\!/_2$.

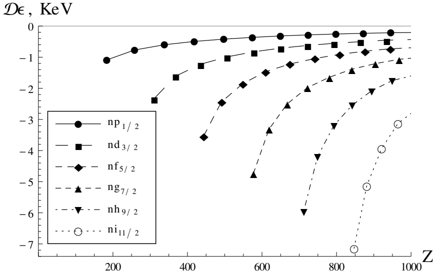
Скорость роста $n(Z)$ определяется через логарифмическую производную

$$n(Z) = Z \frac{\partial}{\partial Z} \ln\left(|\mathcal{D}\epsilon_{AMM}|\right) . \tag{38}$$

Сдвиг за счёт ΔU_{AMM} вблизи $\epsilon = -1$



(a)



(b)

Рис.: Сдвиги уровней с различными nlj за счёт ΔU_{AMM}, когда они оказываются почти у порога нижнего континуума, в диапазоне $Z_{cr,1s} < Z < 1000$. Отдельные траектории соответствуют уровням с фиксированными четностью и lj. При этом на рис. a показаны уровни с $\kappa < 0$, $j = l + {}^1\!/_2$, а на рис. b — с $\kappa > 0$, $j = l - {}^1\!/_2$.

Сдвиг за счёт ΔU_{AMM} вблизи $\epsilon = -1$

Таблица: Значения $F_{nj}^{AMM}(Z_{cr}\alpha)$ для сдвига за счёт ΔU_{AMM} для уровней с различными nlj на границе нижнего континуума в диапазоне $Z_{cr,1s} < Z < 1000$.

n	$ns_{1/2}$	$np_{3/2}$	$nd_{5/2}$	$nf_{7/2}$	$ng_{9/2}$	$nh_{11/2}$
1	0.398	0	0	0	0	0
2	0.641	0.624	0	0	0	0
3	0.551	0.764	0.736	0	0	0
4	0.431	0.722	0.805	0.809	0	0
5	0.338	0.626	0.775	0.827	0.851	0
6	0.272	0.529	0.706	0.797	0.844	0.886
7	0.223	0.449	0.624	0.740	0.807	0.859
8	0.187	0.384	0.549	0.671	0.754	0.814
9	0.159	0.333	0.483	0.606	0.695	0.763
10	0.137	0.292	0.427	0.544	0.638	–
11	0.120	0.258	0.381	0.490	0.583	–
12	0.106	0.229	0.342	–	–	–

Сдвиг за счёт ΔU_{AMM} вблизи $\epsilon = -1$

Таблица: Значения $F_{nj}^{AMM}(Z_{cr}\alpha)$ для сдвига за счёт ΔU_{AMM} для уровней с различными nlj на границе нижнего континуума в диапазоне $Z_{cr,1s} < Z < 1000$.

n	$np_{1/2}$	$nd_{3/2}$	$nf_{5/2}$	$ng_{7/2}$	$nh_{9/2}$	$ni_{11/2}$
2	−2.309	0	0	0	0	0
3	−1.393	−2.031	0	0	0	0
4	−0.874	−1.669	−1.749	0	0	0
5	−0.601	−1.273	−1.559	−1.586	0	0
6	−0.442	−0.969	−1.318	−1.447	−1.486	0
7	−0.341	−0.754	−1.089	−1.278	−1.358	−1.414
8	−0.272	−0.604	−0.900	−1.107	−1.228	−1.296
9	−0.223	−0.496	−0.750	−0.957	−1.095	−1.186
10	−0.187	−0.416	−0.633	−0.823	−0.968	−1.071
11	−0.160	−0.355	−0.543	−0.714	−0.855	–
12	−0.138	−0.307	−0.472	−0.624	–	–

- Таким образом, величина сдвига электронных уровней в водородоподобном ионе вблизи $\epsilon = -1$ за счёт ΔU_{AMM} убывает (как в абсолютных единицах, так и в единицах $Z^4\alpha^5/\pi n^3$) с ростом Z, причём быстрее, чем $1/n^3$, и естественным выглядит предположение, что в закритической области убывание с ростом Z будет иметь место и для всего вклада в сдвиг уровней за счет собственной энергии, а тем самым и для других радиационных КЭД-эффектов с обменом виртуальным фотоном.
- Нелинейный рост вакуумной энергии при $Z >> Z_{cr}$, в которой основную роль играет вклад от фермионной петли[24], тем самым не может быть скомпенсирован вкладом от радиационных поправок.

[24] A. Davydov, K. Sveshnikov и Y. Voronina, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750054 (2017), arXiv:1709.04239 [hep-th], Y. Voronina, A. Davydov и K. Sveshnikov, Theor. Math. Phys. **193**, 1647—1674 (2017), Y. Voronina, A. Davydov и K. Sveshnikov, Phys. Part. Nucl. Lett. **14**, 698—712 (2017).

Двухцентровое уравнение Дирака с ΔU_{AMM}

Непосредственный интерес представляет поведение КЭД-эффектов в процессах столкновения тяжёлых ионов.

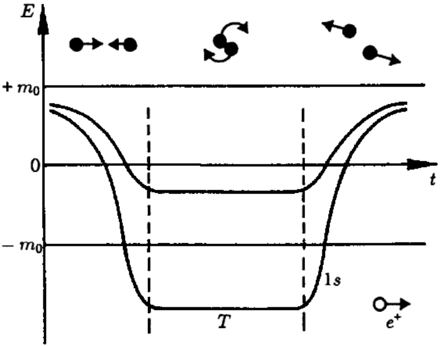


Рис.: W. Greiner и J. Reinhardt, 3rd ed. (Berlin: Springer, 2003)

В частности, задача о решении двухцентрового уравнения Дирака возникает при нахождении критических расстояний R_{cr}. Для низкоэнергетического столкновения тяжёлых ионов можно использовать адиабатическое приближение.

Для компактных ядерных квазимолекул ($d \lesssim 100$ фм) можно использовать разложение электронной волновой функции по сферическим гармоникам и мультипольное разложение двухцентрового потенциала. $W(\vec{r}) = -\alpha\, U(\vec{r})$

$$\varphi = \sum_{\kappa=\pm 1}^{\pm N} f_\kappa\, X_{\kappa,m_j}\,, \qquad \chi = \sum_{\kappa=\pm 1}^{\pm N} g_\kappa\, X_{-\kappa,m_j}\,, \tag{39}$$

где $X_{-|\kappa|,m_j} \equiv \Omega_{jlm_j}$ и $X_{|\kappa|,m_j} \equiv (\vec{\sigma}\vec{n})\,\Omega_{jlm_j}$
В итоге получаем

$$\begin{aligned} \partial_r f_\kappa + \frac{1+\kappa}{r} f_\kappa + \lambda \sum_{\bar\kappa} M_{\kappa;\bar\kappa}(r)\, f_{\bar\kappa} &= (1+\epsilon) g_\kappa + \alpha \sum_{\bar\kappa} N_{-\kappa;-\bar\kappa}(r)\, g_{\bar\kappa}\,, \\ \partial_r g_\kappa + \frac{1-\kappa}{r} g_\kappa - \lambda \sum_{\bar\kappa} M_{-\kappa;-\bar\kappa}(r)\, g_{\bar\kappa} &= (1-\epsilon) f_\kappa - \alpha \sum_{\bar\kappa} N_{\kappa;\bar\kappa}(r)\, f_{\bar\kappa}\,, \end{aligned} \tag{40}$$

где

$$N_{\kappa;\bar\kappa}(r) = \sum_n U_n(r)\, W^{\varsigma}_{\bar\varsigma}(n; l_\kappa; l_{\bar\kappa}),$$
$$M_{\kappa;\bar\kappa}(r) = \sum_n \left(\partial_r + \frac{\kappa - \bar\kappa}{r}\right) V_n(r)\, W^{\varsigma}_{\bar\varsigma}(n; l_\kappa; l_{\bar\kappa}), \tag{41}$$

$$\varsigma = \mathrm{sign}(-\kappa) = \begin{cases} -, & \kappa > 0\ , \\ +, & \kappa < 0\ , \end{cases} \qquad l_\kappa = \begin{cases} \kappa, & \kappa > 0\ , \\ |\kappa| - 1, & \kappa < 0\ , \end{cases}$$

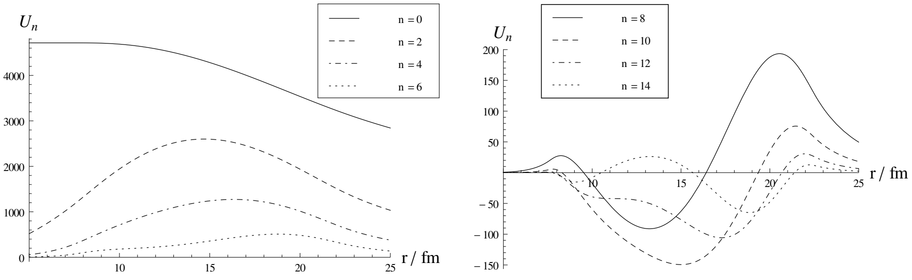
и

$$W^{\varsigma}_{\bar\varsigma}(n; l_\kappa; l_{\bar\kappa}) \equiv \langle X_{\kappa, m_j} | P_n(\cos\vartheta) | X_{\bar\kappa, m_j} \rangle .$$

В (41) входят U_n и V_n — мультипольные моменты двухцентровых потенциалов:

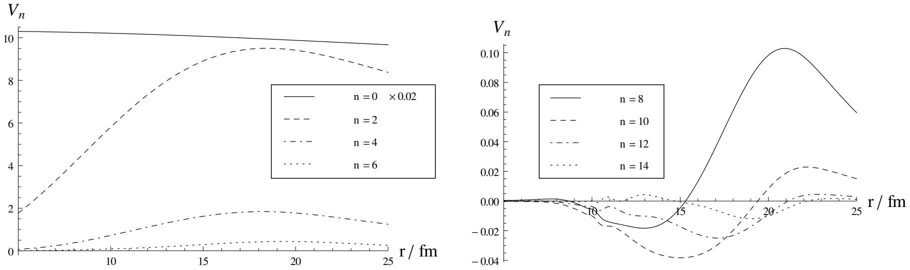
$$U(\vec r) = \int d\vec r\,' \, \frac{\rho(\vec r)}{|\vec r - \vec r\,'|}\ , \quad \rho(\vec r) = \rho_0(\vec r - \vec a\,) + \rho_0(\vec r + \vec a\,) \tag{42}$$

$$V(\vec r) = Z\left(\frac{c(|\vec r - \vec a\,|)}{|\vec r - \vec a\,|} + \frac{c(|\vec r + \vec a\,|)}{|\vec r + \vec a\,|}\right), \tag{43}$$



(a) (b)

Рис.: Поведение мультипольных моментов кулоновского потенциала U_n a,b в области $(a-R, a+R)$ в случае двух ядер урана ($Z = 92$, $R \simeq 7.54$ фм) на расстоянии $d = 2a = 30$ фм; на рис. a $n = 0, 2, 4, 6$, на рис. b $n = 8, 10, 12, 14$.



(a) (b)

Рис.: Поведение мультипольных моментов эффективного взаимодействия за счёт АММ V_n a,b в области $(a - R, a + R)$ в случае двух ядер урана ($Z = 92$, $R \simeq 7.54$ фм) на расстоянии $d = 2a = 30$ фм; на рис. a $n = 0, 2, 4, 6$ (функция V_0 для масштаба уменьшена в 50 раз), на рис. b $n = 8, 10, 12, 14$.

Подробный анализ[25] сходимости по κ_{max} показывает, что метод позволяет находить энергию электронных уровней в компактных ядерных квазимолекулах с точностью не хуже 10^{-6} (для $d \sim 100$ фм необходимо $\kappa_{max} \sim 26 - 30$). Для нахождения сдвига с такой же точностью достаточно заметно меньшего числа гармоник ($\kappa_{max} \sim 10$).
Были вычислены значения критических расстояний, которые хорошо согласуются с другими результатами и уточняют результаты монопольного приближения[26]

[25] A. A. Roenko и K. A. Sveshnikov, Phys. Rev. A **97**, 012113 (2018), arXiv:1710.08494 [physics:atom-ph].

[26] G. Soff, W. Greiner, W. Betz и др., Phys. Rev. A **20**, 169—193 (1979), K.-H. Wietschorke, B. Müller, W. Greiner и др., en, J. Phys. B: At., Mol. Phys. **12**, L31 (1979).

Критические расстяния R_{cr}

Таблица: Значения R_{cr} для симметричной двухатомной молекулы.

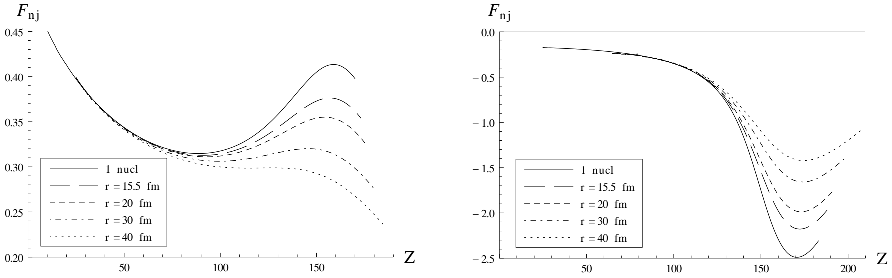
Z	R_{cr} $(1\sigma_g)$	R_{cr} $(1\sigma_g$, other)			R_{cr} $(1\sigma_u)$
87	16.20	16.42^a	16.0^b		
88	19.69	19.89^a	19.4^b	19.88^c	
89	23.27	23.38^a	22.9^b		
90	26.96	26.96^a	26.5^b	26.88^c	
91	30.78	30.90^a	30.3^b		
92	34.75	34.72^a	34.3^b	34.38^c	
93	38.85	38.93^a	38.4^b		
94	43.10	43.10^a	42.6^b	42.52^c	15.42
95	47.49	47.47^a	47.0^b		17.82
96	52.01	52.06^a	51.6^b	51.07^c	20.25
97	56.68	56.77^a	56.3^b		22.73
98	61.48	61.56^a	61.0^b	60.08^c	25.26
99	66.41	66.50^a	66.0^b		27.86
100	71.46	71.57^a	71.1^b		30.53

[a] работа D. V. Mironova, I. I. Tupitsyn, V. M. Shabaev и др., Chem. Phys. **449**, 10—13 (2015), [b] работа V. I. Lisin, M. S. Marinov и V. S. Popov, Phys. Lett. B **91**, 20—22 (1980), [c] работа A. Marsman и M. Horbatsch, Phys. Rev. A **84**, 032517 (2011).

Сдвиг уровней за счёт ΔU_{AMM}

Таблица: Сдвиг уровней $1\sigma_g$ и $1\sigma_u$ за счёт ΔU_{AMM} для различных значений $Z_\Sigma = 2Z$ и d. Для сравнения приведены сдвиги уровней $1s_{1/2}$ и $2p_{1/2}$ для водородоподобного иона (в кэВ).

уровень	Z_Σ	1 ядро	$d = 15.5$ фм	$d = 20$ фм	$d = 30$ фм	$d = 40$ фм
$1\sigma_g$ ($1s_{1/2}$)	140	0.495	0.465	0.448	0.413	0.385
	150	0.690	0.635	0.603	0.545	0.500
	160	0.912	0.828	0.779	0.692	0.626
	170	1.118	1.017	0.953	0.840	0.755
	173	—	1.068	1.002	0.883	0.793
	176	—	—	1.047	0.924	0.830
	181	—	—	—	0.987	0.888
	186	—	—	—	—	0.942
$1\sigma_u$ ($2p_{1/2}$)	150	−0.373	−0.329	−0.304	−0.264	−0.234
	160	−0.632	−0.546	−0.497	−0.417	−0.361
	170	−0.875	−0.763	−0.696	−0.580	−0.498
	180	−1.052	−0.937	−0.861	−0.725	−0.625
	183	−1.090	−0.978	−0.901	−0.763	−0.659
	188	—	−1.034	−0.960	−0.819	−0.711
	191	—	—	−0.989	−0.848	−0.738
	195	—	—	—	−0.883	−0.773
	199	—	—	—	−0.912	−0.802
	206	—	—	—	—	−0.843



(a) (b)

Рис.: Функция F_{nj}^{AMM} для вклада от ΔU_{AMM} как функция суммарного заряда ядер для электронных уровней $1\sigma_g$ a и $1\sigma_u$ b в двухядерной квазимолекуле в зависимости от Z при фиксированном расстоянии между центрами ядер $r = 15.5, 20, 30, 40$ фм.

Сдвиг электронных уровней вблизи границы нижнего континуума также уменьшается с ростом критического заряда Z_{cr} и соответствующего критического расстояния R_{cr}

Сдвиг уровней за счёт ΔU_{AMM}

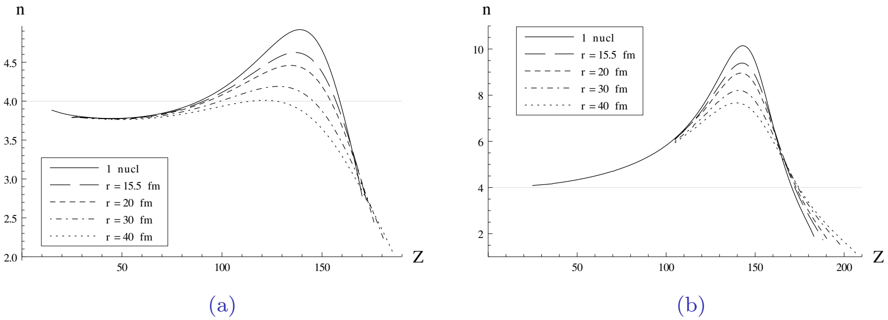


Рис.: Степень роста для вклада от ΔU_{AMM} как функция суммарного заряда ядер для электронных уровней $1\sigma_g$ a и $1\sigma_u$ b в двухядерной квазимолекуле в зависимости от Z при фиксированном расстоянии между центрами ядер $r = 15.5, 20, 30, 40$ фм.

Основные результаты

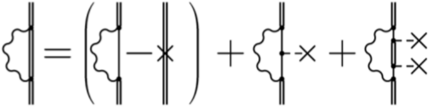
1. Получено выражение для потенциала ΔU_{AMM} эффективного взаимодействия динамически экранированного аномального магнитного момента электрона с кулоновским полем протяжённого ядра.
2. Показано, что при непертурбативном вычислении свдигов электронных уровней за счёт ΔU_{AMM} учёт кварковой структуры сверхтяжёлого протяжённого ядра приводит к тем же результатам, что и приближение равномерно заряженного кулоновского источника. Причём такое совпадение результатов имеет место как для эффективного потенциала с учётом динамической экранировки АММ, так и для потенциала Дирака-Паули, соответствующего статическому пределу малых значений переданного импульта, несмотря на существенно различное поведение дираковских волновых функций для этих случаев.

3 Разработан и реализован метод численного решения двухцентрового уравнения Дирака, основанный на использовании разложения электронной волновой функции по сферическим гармоникам, а также мультиполного разложения кулоновского потенциала и дополнительного эффективного взаимодействия ΔU_{AMM}. Показано, что для компактных ядерных квазимолекул ($d \lesssim 100$ фм) данный метод позволяет вычислять как положение электронных уровней, так и величину их сдвига за счёт ΔU_{AMM} с точностью не хуже 10^{-6} (при этом учитывались мультипольные моменты потенциала вплоть до $l_{max} \sim 100$ для некоторых Z).

4 Вычислены критические расстояния R_{cr} в симметричных ядерных квазимолекулах $\mathrm{A}_2^{(2\mathrm{Z}-1)+}$ для уровней $1\sigma_g$ и $1\sigma_u$ в диапазоне $Z \sim 87 - 100$.

5 В рамках непертурбативного по $Z\alpha$ и (частично) по α/π подхода показано, что для рассмотренных систем с критическим и закритическим зарядом кулоновских источников сдвиг электронных уровней за счёт ΔU_{AMM} вблизи границы нижнего континуума убывает с увеличением заряда ядер и размеров системы кулоновских источников.

Что дальше?



ΔE_0^{SE} ΔE_1^{SE} $\Delta E_{\mathrm{many}}^{\mathrm{SE}}$

Спасибо за внимание!

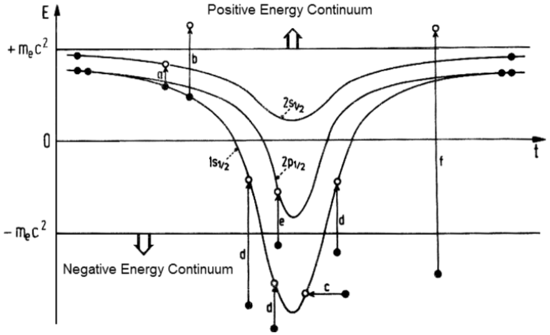


Fig. 15 Schematic representation of pair-production processes in heavy-ion collision as a function of time. We see most tightly bound eigenstates and relevant processes: a,b-ionization; c-spontaneous and d,e-induced vacuum decay, f-continuum pair production. [27]

[27] J. Rafelski, J. Kirsch, B. Müller и др., в *New Horizons in Fundamental Physics*, FIAS Interdisciplinary Science Series (Springer, 2017), с. 211—251, arXiv:1604.08690 [nucl-th, hep-ph, physics:atom-ph].

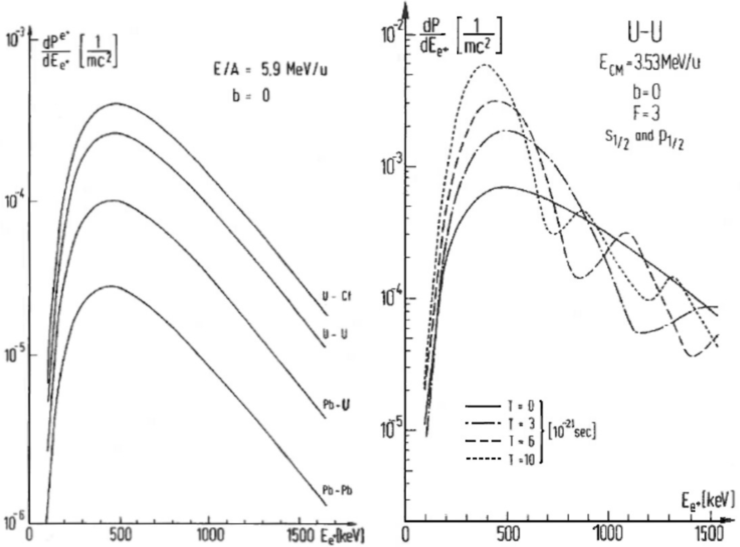


Fig. 16 Positron production spectra in heavy-ion collisions. On left: Coupled channel calculations for 5.9 MeV/u collisions of various systems. On right: example of enhancement generated by nuclear sticking in U-U system with delay times $T = 0; 3 * 10^{-21}; 6 * 10^{-21}; 10^{-20}$s. For large sticking times T a line due to spontaneous positron production emerges. [28]

[28] J. Rafelski, J. Kirsch, B. Müller и др., в *New Horizons in Fundamental Physics*, FIAS