Жесткие процессы в подходе реджезации партонов.

М. А. Нефедов[1],
научный руководитель: В. А. Салеев[1]

15 Июня 2016
ОИЯИ, ЛТФ им. Н. Н. Боголюбова (Дубна)

[1] федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва» (Самарский университет)

План доклада.

1. **Введение**
   - Коллинеарная партонная модель, многомасштабные жесткие процессы
   - Мультиреджевская кинематика, реджезация амплитуд
   - Эффективное действие и Фейнмановские правила
   - Уравнение БФКЛ и k_T-факторизация,
   - Проблемы подхода БФКЛ, TMD-факторизация, подход реджезации партонов (ПРП)
   - **Цели и задачи настоящей работы**
2. **Жесткие процессы в ПРП**
   - Древесные амплитуды $2 \to 2$ и $2 \to 3$ в ПРП
   - Парное рождение адронных струй в ЛП ПРП
   - Процесс Дрелла-Яна в ЛП ПРП
   - Совместное фоторождение струи и прямого фотона в ЛП ПРП
   - Парное рождение изолированных прямых фотонов в неполном СЛП ПРП
3. **Феноменология рождения тяжелых кваркониев в ЛП ПРП**
   - Гипотеза НРКХД-факторизации
   - Рождение чармониев и боттомониев в ЛП ПРП
4. **Заключение**

Судаковские переменные.

Свяжем базисные вектора Судаковского разложения с импульсами протонов $P_{1,2}^2 = 0$, $2P_1P_2 = S \Rightarrow n_-^\mu = 2P_1^\mu/\sqrt{S}$, $n_+^\mu = 2P_2^\mu/\sqrt{S}$, $n^+n^- = 2$:

$$\boxed{k^\mu = \frac{1}{2}(k^+n_-^\mu + k^-n_+^\mu) + k_T^\mu,}$$

где $k^\pm = n^\pm k = (k^0 \pm k^3)_{\text{CM}}$, $\boxed{k^\pm = k_\pm,\ n_\pm^\mu = (n^\pm)^\mu}$,

$$\boxed{kq = \frac{1}{2}(k^+q^- + k^-q^+) - \mathbf{k}_T\mathbf{q}_T},$$

$k^2 = k^+k^- - \mathbf{k}_T^2$. **Быстрота**:

$$y = \frac{1}{2}\log\left(\frac{k^+}{k^-}\right),$$

Псевдобыстрота: $\eta = -\log\tan(\theta/2)$, для безмассовых частиц

$$\eta = y.$$

Жесткие процессы.

Разделения пертурбативной и непертурбативной динамики КХД можно достичь, изучая **инклюзивные жесткие процессы**, например:

$$p(P_1) + p(P_2) \to Y + X,$$

где $S = (P_1 + P_2)^2 \simeq 2P_1P_2 \gg \Lambda^2_{QCD}$, и жесткое конечное состояние Y характеризуется большим энергетическим масштабом $Q^2 \gg \Lambda^2_{QCD}$. В ЛП, состояние Y можно получить в **партонном подпроцессе**:

$$i(q_1) + j(q_2) \to Y,$$

где $i, j = q, \bar{q}, g-$ партоны, $q^2_{1,2} \ll Q^2 \Rightarrow q^\mu_{1,2} = x_{1,2} P^\mu_{1,2}$

Коллинеарная факторизация.

$$\boxed{d\sigma = \sum_{i,j} \int\limits_0^1 dx_1 f_i(x_1,\mu_F^2) \int\limits_0^1 dx_2 f_j(x_2,\mu_F^2) \cdot d\hat{\sigma}_{ij}(x_1,x_2,\mu_R^2,\mu_F^2),}$$

где $d\hat{\sigma}$– **коэффициент жесткого рассеяния**, $f_i(x,\mu^2)$– **партонные функции распределения (ПФР)**. Выбор $\mu_R \sim \mu_F \sim Q^2$ устраняет поправки усиленные $\log Q^2/\mu_{F,R}^2$ из $d\hat{\sigma} \Rightarrow$ ДГЛАП эволюция ПФР.

Достоинства:

- Теорема факторизации для некоторых одномасштабных наблюдаемых [Collins, 2011]: $F_2(x,Q^2)$, $d\sigma_{DY}/dQ^2 dy$, ...
- Процедура вычисления следующих поправок **очень хорошо разработана** : ЛП, СЛП, ССЛП, ...

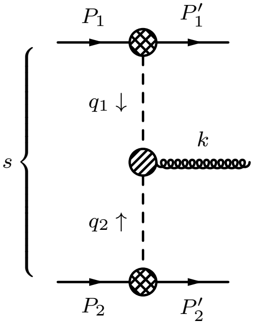
Проблемы:

- Многомасштабные наблюдаемые ($Q_1 \gg Q_2 \gg \Lambda_{QCD}$) требуют пересуммирования логарифмических $[\alpha_s \log Q_1/Q_2]^n$ и дважды-логарифмических $[\alpha_s \log^2 Q_1/Q_2]^n$ поправок. Пример – распределение $d\sigma/dQ^2 dp_T$ в процессе Дрелла-Яна.
- Что происходит при высоких энергиях? Физика малых $x \sim Q/\sqrt{S}$, **Реджевский предел**:

$$\sqrt{S} \gg Q \gg \Lambda_{QCD}.$$

Мультиреджевская кинематика.

При высоких энергиях, в амплитуде процесса $2 \to 2+n$ доминируют диаграммы с t-канальными обменами и мультиреджевской (МРК) или квазимультиреджевской (КМРК) кинематикой конечного состояния.



Двойной реджевский предел (МРК):

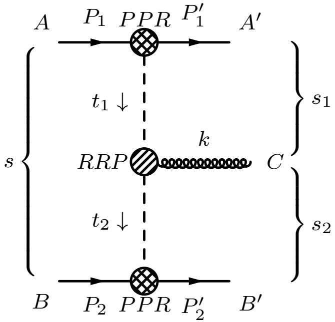
$$s_1 \gg -q_1^2,\ s_2 \gg -q_2^2,$$

введем $z_1 = q_1^+/P_1^+$, $z_2 = q_2^-/P_2^-$.
Свойства МРК:

- $y(P_1') \to +\infty$, $y(P_2') \to -\infty$, $y(k)$ – конечна,
- $z_1 \sim z_2 \sim z \ll 1$, $|\mathbf{k}_T| \ll \sqrt{s}$ (“Физика малых z”),
- $q_1^+ \sim |\mathbf{q}_{T1}| \sim O(z) \gg q_1^- \sim O(z^2)$,
  $q_2^- \sim |\mathbf{q}_{T2}| \sim O(z) \gg q_2^+ \sim O(z^2)$.

Реджезация амплитуд в КХД.

При высоких энергиях, в амплитуде процесса $2 \to 2 + n$ доминируют диаграммы с t-канальными обменами и мультиреджевской (МРК) или квазимультиреджевской (КМРК) кинематикой конечного состояния.



В МРК, амплитуда $2 \to 3$ факторизуется:

$$\mathcal{A}_{AB}^{A'B'C} = \gamma_{A'A}^{R_1} \cdot \left(\frac{s_1}{s_0}\right)^{\omega(t_1)} \frac{-i}{2t_1} \times$$
$$\Gamma_{R_1 R_2}^{C}(q_1, q_2) \cdot \frac{-i}{2t_2} \left(\frac{s_2}{s_0}\right)^{\omega(t_2)} \cdot \gamma_{B'B}^{R_2}$$

$\Gamma_{R_1 R_2}^{C}(q_1, q_2)$ - RRP эфф. вершина рождения,

$\gamma_{A'A}^{R}$ - эфф. вершина PPR-рассеяния,

$\omega(t)$ - Редже траектория.

Эту асимптотику можно получить двумя способами:

- Подход БФКЛ (унитарность, перенормируемость и калибровочная инвариантность), см. [Ioffe, Fadin, Lipatov, 2010].
- Подход эфф. действия [Lipatov, 1995].

Структура эффективной теории.

Конусные производные:

$$\partial_\pm = n_\pm^\mu \partial_\mu = 2\frac{\partial}{\partial x^\mp}$$

Лагранжиан эффективной теории [Lipatov, 1995]:

$$L = L_{\rm kin} + \sum_i \left[L_{QCD}^{(y_i \le y \le y_{i+1})} + L_R^{(y_i \le y \le y_{i+1})} \right],$$

в каждом интервале по быстроте $y_i \le y \le y_{i+1}$ определена своя копия лагранжиана КХД $L_{QCD}^{(y_i \le y \le y_{i+1})}$. Поля кварков и глюонов живущие в разных интервалах по быстроте взаимодействуют посредством обмена реджезованными глюонами ($R_\pm^a = R_\pm^a T_a$):

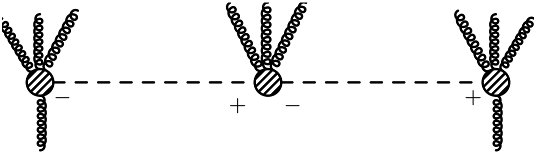
$$L_{\rm kin} = 2\partial_\mu R_+^a \partial^\mu R_-^a,$$

на поля реджеонов наложено кинематическое ограничение ($\Leftrightarrow$ КМРК):

$$\partial_- R_+ = \partial_+ R_- = 0 \Rightarrow$$

R_+ переносит $(k_+, \mathbf{k}_T)$ а R_- переносит $(k_-, \mathbf{k}_T)$.

Индуцированные взаимодействия для реджезованных глюонов.



Индуцированные взаимодействия частиц и реджеонов:

$$L_R^{(y_1<y<y_2)} = \frac{2i}{g_s}\,\mathrm{tr}\left[R_+\partial_\rho^2\partial_- W\left[A_-^{(y_1<y<y_2)}\right] + R_-\partial_\rho^2\partial_+ W\left[A_+^{(y_1<y<y_2)}\right]\right],$$

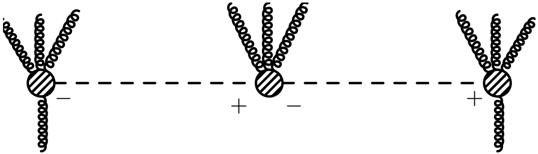
где

$$W[A_\pm] = P\exp\left[\frac{-ig_s}{2}\int\limits_{-\infty}^{x_\mp} dx'_\mp A_\pm(x_\pm, x'_\mp, \mathbf{x}_T)\right] = \left(1 + ig_s\partial_\pm^{-1}A_\pm\right)^{-1}$$

– Вильсоновская P-экспонента. Интегралы упорядоченные по $x^\pm$:

$$\frac{1}{2^n}\int\limits_{-\infty}^{x^\mp} dx_1^\mp f_1(x_1^\mp)\int\limits_{-\infty}^{x_1^\mp} dx_2^\mp f_2(x_2^\mp)\ldots\int\limits_{-\infty}^{x_{n-1}^\mp} dx_n^\mp f_n(x_n^\mp) = \underbrace{\partial_\pm^{-1}f\ldots\partial_\pm^{-1}f}_{n}.$$

Индуцированные взаимодействия для реджезованных глюонов.



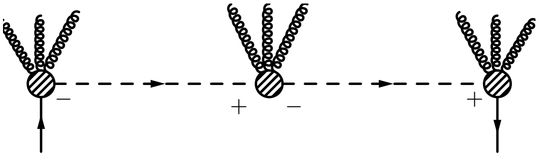
Индуцированные взаимодействия частиц и реджеонов:

$$L_R^{(y_1<y<y_2)} = \frac{2i}{g_s}\,\mathrm{tr}\left[R_+\partial_\rho^2\partial_- W\left[A_-^{(y_1<y<y_2)}\right] + R_-\partial_\rho^2\partial_+ W\left[A_+^{(y_1<y<y_2)}\right]\right],$$

разложение P-экспоненты в ряд генерирует бесконечное число индуцированных вершин:

$$\begin{aligned} L_R \;=\; & 2\,\mathrm{tr}\left[\left(R_+\partial_\sigma^2 A_- + R_-\partial_\sigma^2 A_+\right) + \right. \\ & (-ig_s)(\partial_\sigma^2 R_+)(A_-\partial_-^{-1}A_-) + (-ig_s)^2(\partial_\sigma^2 R_+)(A_-\partial_-^{-1}A_-\partial_-^{-1}A_-) + \\ & (-ig_s)(\partial_\sigma^2 R_-)(A_+\partial_+^{-1}A_+) + (-ig_s)^2(\partial_\sigma^2 R_-)(A_+\partial_+^{-1}A_+\partial_+^{-1}A_+) \\ & \left. +O(g_s^3)\right] \end{aligned}$$

Эффективное действие для реджезованных кварков.



Эффективное действие для реджезованных кварков [Lipatov, Vyazovsky, 2001]:

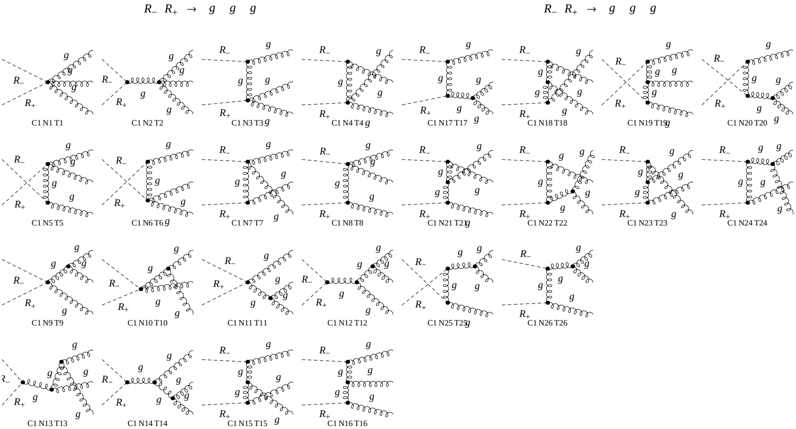
$$L_Q = \bar{Q}_- i\hat{\partial} \left(Q_+ - W^\dagger \left[A_+ \right] \psi \right) + \bar{Q}_+ i\hat{\partial} \left(Q_- - W^\dagger \left[A_- \right] \psi \right) + \text{h.c.},$$

где $\hat{p} = p_\mu \gamma^\mu$, КМРК кинематические ограничения:

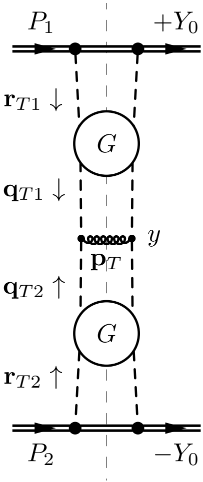
$$\partial_\pm Q_\mp = \partial_\pm \bar{Q}_\mp = 0,$$
$$\hat{n}^\pm Q_\mp = 0, \; \bar{Q}_\mp \hat{n}^\pm = 0.$$

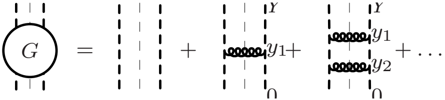
Реализация в FeynArts.

Был написан файл-описание модели **ReggeQCD** для пакета **FeynArts**, реализующий правила Фейнмана эффективной теории вплоть до $O(g_s^3)$.



Уравнение БФКЛ и k_T-факторизация.





Уравнение БФКЛ [БФКЛ, 1978]:

$$\frac{\partial}{\partial Y} G(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, Y) = \hat{K}_{BFKL}(\mathbf{q}_T, \mathbf{r}_T) * G(\mathbf{r}_T, \mathbf{q}'_{T1}, Y),$$

где $Y \sim \log 1/x$. В ЛП БФКЛ верна формула k_T**-факторизации** для сечения:

$$d\sigma = \Phi_g(x_1, \mathbf{q}_{T1}^2) * \Phi_g(x_2, \mathbf{q}_{T2}^2) * d\hat{\sigma}(x_1, x_2, \mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}_{T2}),$$

где $\Phi_g(x,t)$ – неинтегрированная ПФР(нПФР) связана с обычной ПФР:

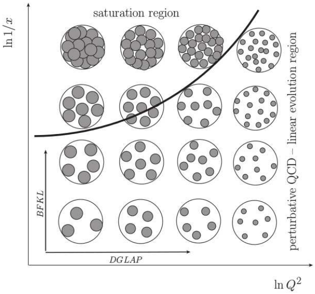
$$\int_0^{\mu^2} dt\ \Phi_g(x,t) = x f_g(x, \mu^2).$$

В реджевском пределе $x_{1,2}\sqrt{S} \sim |\mathbf{q}_{T1,2}|$ и партоны на входе в жесткий процесс **реджезованные**.

Подход БФКЛ. Ожидания.

[BFKL 1978; Gribov, Levin, Ryskin 1979]

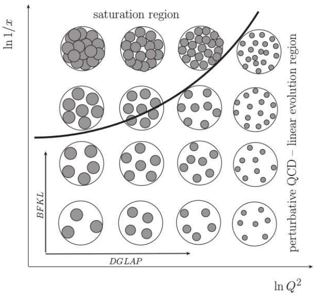
- В области малых x, доминируют $\log 1/x$.
- Достаточно знать $\hat{K}_{BFKL}$ в фиксированном порядке.
- Эффекты реджезации кварков – сублидирующие. При малых x можно не вводить кварковую нПФР.



Подход БФКЛ. Ожидания и проблемы.

[BFKL 1978; Gribov, Levin, Ryskin 1979]

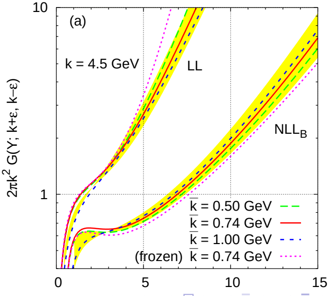
- В области малых x, доминируют $\log 1/x$.
- Достаточно знать $\hat{K}_{BFKL}$ в фиксированном порядке.
- Эффекты реджезации кварков – сублидирующие. При малых x можно не вводить кварковую нПФР.



[Fadin, Lipatov, 1998; Camici, Ciafaloni, 1998]

- В СЛП для $\hat{K}_{BFKL}$ появляются поправки $\sim \alpha_s^2 \log^2 \mathbf{q}_T^2$.
- Требуется пересуммирование (дважды-логарифмический предел ДГЛАП $x \to 0$, $Q^2 \to \infty$ [Salam, 1998]).
- Сублидирующие эффекты важны.

[Ciafaloni *et. al.*, 2003]



TMD-факторизация.

Процесс Дрелла-Яна:

$$p + p \to [\mu^+\mu^-](Q^2, q_T) + X,$$

формула Transverse Momentum Dependent-факторизации [Collins, 2011] в q_T-пространстве:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{dq_T^2 dQ^2} = \underbrace{F_1(x_1, \mathbf{q}_{T1}^2, \mu_F^2, \text{rapidity scales}) * F_2(\ldots) * H(x_1, x_2)}_{q_T^2 \ll Q^2} + [\text{high} - q_T \text{ part}].$$

Цель – пересуммирование Судаковских двойных логарифмов в области $q_T \ll Q$ [Dokshitzer, *et. al.*, 1978; Collins, *et. al.* 1985]:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{dq_T^2 dQ^2} \sim \frac{1}{q_T^2} \exp\left[-\frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \log^2 \frac{q_T^2}{Q^2}\right] = \frac{1}{q_T^2} \left(\frac{q_T^2}{Q^2}\right)^{-\frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \log \frac{q_T^2}{Q^2}}$$

Область больших q_T рассматривается порядок-за-порядком в КПМ.

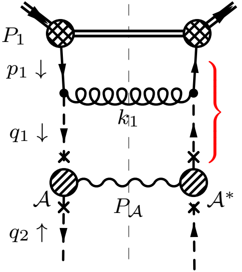
Подход реджезации партонов

ПРП – **гибридная схема факторизации**, объединяющая эффекты TMD-факторизации при малых $p_T \ll Q^2$ и k_T(БФКЛ)-факторизацию при больших $p_T \sim x\sqrt{S}$.

Недавние работы объединяющие k_T и TMD-факторизацию:

- I. Balitsky, A. Tarasov, *Rapidity evolution of gluon TMD from low to moderate x*, JHEP **10** (2015), 017, [1505.0215]
- S. Forte, C. Muselli, *High energy resummation of transverse momentum distributions: Higgs in gluon fusion*, [1511.05561]
- S. Marzani, *Combining Q_T and small-x resummations*, [1511.06039]
- O. Gituliar, M. Hentschinski, G. Kutak, *TMD quark splitting functions in k_T-factorization: real corrections*, [1511.08439]

Формула факторизации в ЛП.



Рассматриваем процесс:

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \to Y(P_{\mathcal{A}}) + g(k_1) + g(k_2).$$

Удерживая точную кинематику в отмеченной части диаграммы:

$$q_1^\mu = z_1 p_1^+ \frac{n_-^\mu}{2} - \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{(1-z_1)p_1^+}\frac{n_+^\mu}{2} + q_{T_1}^\mu,$$

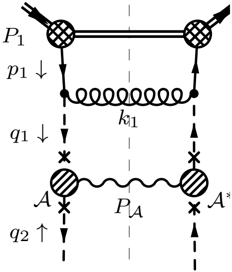
$$k_1^\mu = (1-z_1) p_1^+ \frac{n_-^\mu}{2} + \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{(1-z_1)p_1^+}\frac{n_+^\mu}{2} - q_{T_1}^\mu,$$

получаем следующее **модифицированное МРК-приближение** (ср. с подходом HEJ [J. R. Andersen, *et. al.*, 2010], а так же [F. Hautmann, *et. al.*, 2012]) для МЭ:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left(\frac{C_F}{2N_c} g_s^2\right)^2 \mathrm{tr}\left[\frac{\hat{n}^-}{2} \underbrace{\frac{\hat{n}^+}{2}\frac{\hat{q}_1}{q_1^2}\gamma_\mu^{(-)}(-q_1,-k_1)\hat{p}_1\gamma_\mu^{(-)}(-q_1,-k_1)\frac{\hat{q}_1}{q_1^2}\frac{\hat{n}^+}{2}}_{p_1^+\hat{n}^+\frac{1}{q_1^2}\frac{1+z_1^2}{1-z_1}} \frac{\hat{n}^-}{2}\mathcal{A}^*(\ldots)\mathcal{A}\right]$$

где $\gamma_\mu^{(-)}(q,k) = \gamma_\mu + \hat{q}\frac{n_\mu^+}{k^+}$.

Формула факторизации в ЛП.



Построенное мМРК приближение является точным как в **коллинеарном пределе** ($|\mathbf{q}_{T1,2}| \to 0$, z-произвольное) так и в **реджевском пределе** ($z \to 0$, $|\mathbf{q}_{T1,2}|$-произвольное).

функция расщепления	ответ в мМРК
$P_{qq}(z)$	$C_F \frac{1+z^2}{1-z}$
$P_{qg}(z)$	$\frac{1}{2}\left[z^2+(1-z)^2\right]$
$P_{gq}(z)$	$2C_F \frac{(1-z)^2}{z}$
$P_{gg}(z)$	$2C_A \frac{(1-z)}{z}$

мМРК-приближение для квадрата МЭ в общем случае:

$$\overline{|\mathcal{M}_{ij}|^2} = \frac{16(2\pi)^4}{q_1^2 q_2^2}\left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \frac{P_{ik}(z_1)P_{jl}(z_2)}{z_1 z_2}\overline{|\mathcal{A}_{kl}|^2}_{PRA},$$

где $\overline{|\mathcal{A}_{kl}|^2}_{PRA}$- коэффициент жесткого рассеяния с **реджезованными** партонами в начальном состоянии. Предписания для спиноров реджезованых кварков – $u(q^{\parallel})$ $(v(q^{\parallel}))$, нормировка амплитуды с реджезованными глюонами в начальном состоянии – $\frac{q_1^+ q_2^-}{4\sqrt{\mathbf{q}_{T1}^2 \mathbf{q}_{T2}^2}}$.

Подставляя $\overline{|\mathcal{M}|^2}$ в формулу факторизации КПМ ($p_1^+ = \tilde{x}_1\sqrt{S}$, $p_2^- = \tilde{x}_2\sqrt{S}$), получаем:

$$d\sigma = \sum_{i,j}\left[\int \frac{dk_1^+ d^2\mathbf{k}_{T1}}{2k_1^+(2\pi)^3}\frac{dk_2^- d^2\mathbf{k}_{T2}}{2k_2^-(2\pi)^3}\right]\int_0^1 \frac{d\tilde{x}_1}{\tilde{x}_1}\tilde{x}_1 f_i(\tilde{x}_1,\mu^2)\int_0^1 \frac{d\tilde{x}_2}{\tilde{x}_2}\tilde{x}_2 f_j(\tilde{x}_2,\mu^2)d\hat{\sigma}_{CPM},$$

после замены переменных $(\tilde{x}_{1,2}, k_{1,2}^\pm) \to (x_{1,2}, z_{1,2})$, где $q_{1,2}^\pm = x_{1,2}\sqrt{S} = \tilde{x}_{1,2}z_{1,2}\sqrt{S}$ получаем (**Потоковый фактор** $2S\tilde{x}_1\tilde{x}_2 z_1 z_2 = 2Sx_1x_2$ **!**):

$$\boxed{d\sigma = \sum_{i,j}\int_0^1 \frac{dx_1}{x_1}\int \frac{d^2\mathbf{q}_{T1}}{\pi}\tilde{\Phi}_i(x_1,t_1,\mu^2)\int_0^1 \frac{dx_2}{x_2}\int \frac{d^2\mathbf{q}_{T2}}{\pi}\tilde{\Phi}_j(x_2,t_2,\mu^2)d\hat{\sigma}_{PRA},}$$

где $t_{1,2} = \mathbf{q}_{T1,2}^2 = -q_{T1,2}^2$, и “древесные нПФР”:

$$\tilde{\Phi}_i(x,t,\mu^2) = \frac{1}{t}\int_x^1 dz\frac{\alpha_s}{2\pi}P_{ij}(z)\frac{x}{z}f_j\left(\frac{x}{z},\mu^2\right),$$

содержат коллинеарную сингулярность при $t \to 0$ и ИК-сингулярность при $z \to 1$.

нПФР Кимбера-Мартина-Рыскина.

ЛП нПФР [Kimber, Martin, Ryskin, Watt, 2000]:

$$\Phi_i(x,t,\mu^2) = \frac{1}{t}\int\limits_0^{1-\Delta} dz\; T_q(t,\mu^2)\frac{\alpha_s(t)}{2\pi}P_{ij}(z)\frac{x}{z}f_j\left(\frac{x}{z},t\right),$$

формфактор Судакова:

$$T_i(t,\mu^2) = \exp\left[-\sum_j \int\limits_0^{1-\Delta} dz' P_{ij}(z') \int\limits_t^{\mu^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2}\frac{\alpha_s(k_T^2)}{2\pi}\right],$$

регуляризует коллинеарную расходимость. ИК-расходимость регуляризована обрезанием КМР $\Delta = \frac{\sqrt{t}}{\mu+\sqrt{t}}$, которое получается из условия **упорядочения по быстроте** последнего партона излученного в ходе эволюции нПФР и жесткого процесса. нПФР КМР удовлетворяет условию нормировки:

$$\int\limits^{\mu^2} dt \Phi_i(x,t,\mu^2) = x f_i(x,\mu^2).$$

СЛП нПФР КМР [Martin, Ryskin, Watt, 2010] получается при помощи:

- использования СЛП коллинеарных ПФР,
- использования точной виртуальности партона в t-канале: $t \to q^2 = t/(1-z)$ в Φ и T,
- использования СЛП функций расщепления ДГЛАП.

Цели и задачи настоящей работы

Цель работы: применение ПРП в ЛП к ряду новых процессов и развитие техники вычисления реальных СЛП поправок в ПРП.

Задачи:

- Вывод выражений для квадратов модуля амплитуд процессов $2 \to 2$ с реджезованными глюонами и кварками в начальном состоянии. Автоматизированная генерация амплитуд процессов $2 \to 2$ и $2 \to 3$ (`FeynArts`+ `ReggeQCD`).
- Лидирующее приближение:
  - Азимутальная декорреляция пар струй в ЛП ПРП,
  - Процесс Дрелла-Яна в ЛП ПРП в области $Q < M_Z$. Дифференциальные сечения и поляризационные наблюдаемые.
  - Совместное фоторождение фотона и струи в ЛП ПРП. *Точный учет подпроцесса* $\gamma R \to \gamma g$.
- Рождение пар изолированных прямых фотонов в **неполном СЛП ПРП.** *Учет поправок* $2 \to 3$ *и вычитание двойного счета. Точный учет подпроцесса* $RR \to \gamma\gamma$.
- Физика тяжелых кварткониев в ЛП ПРП. p_T-спектры и **поляризационные наблюдаемые**.

Публикации

[Статьи ВАК (Phys. Rev. D + 1 статья в ЯФ)]: **7**, [Труды конференций]: **3**, [Препринты]: **1**.

Задачи:

- Вывод выражений для квадратов модуля амплитуд процессов $2 \to 2$ с реджезованными глюонами и кварками в начальном состоянии. Автоматизированная генерация амплитуд процессов $2 \to 2$ и $2 \to 3$ (`FeynArts`+ `ReggeQCD`).
- Лидирующее приближение:
  - Азимутальная декорреляция пар струй в ЛП ПРП [Nefedov, Saleev, Shipilova, 2013],
  - Процесс Дрелла-Яна в ЛП ПРП в области $Q < M_Z$. Дифференциальные сечения и поляризационные наблюдаемые [Nefedov, Nikolaev, Saleev, 2013].
  - Совместное фоторождение фотона и струи в ЛП ПРП. *Точный учет подпроцесса* $\gamma R \to \gamma g$. [Kniehl, Nefedov, Saleev, 2014]; [Kniehl, Nefedov, Saleev, 2016]
- Рождение пар изолированных прямых фотонов в **неполном СЛП ПРП.** *Учет поправок* $2 \to 3$ *и вычитание двойного счета. Точный учет подпроцесса* $RR \to \gamma\gamma$. [Nefedov, Saleev, 2015]
- Физика тяжелых кварокониев в ЛП ПРП. p_T-спектры и **поляризационные наблюдаемые** [Nefedov, Saleev, Shipilova, 2012; 2013;2013; 2015] [Kniehl, Nefedov, Saleev, 2016].

Матричные элементы подпроцессов $2 \to 2$ в ЛП ПРП.

В работе [Nefedov, Saleev, Shipilova, 2013] вычислены квадраты модуля амплитуд следующих партонных подпроцессов:

$$\begin{aligned}
R(q_1) + R(q_2) &\to g(q_3) + g(q_4), \\
R(q_1) + R(q_2) &\to q(q_3) + \bar{q}(q_4), \\
Q(q_1) + R(q_2) &\to q(q_3) + g(q_4), \\
Q(q_1) + Q(q_2) &\to q(q_3) + q(q_4), \\
Q(q_1) + Q'(q_2) &\to q(q_3) + q'(q_4), \\
Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) &\to q(q_3) + \bar{q}(q_4), \\
Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) &\to q'(q_3) + \bar{q}'(q_4), \\
Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) &\to g(q_3) + g(q_4),
\end{aligned}$$

где $q_{1,2}^{\mu} = x_{1,2} P_{1,2}^{\mu} + q_{T1,2}^{\mu}$, $q_{1,2}^2 = -\mathbf{q}_{T1,2}^2 = -t_{1,2}^2$.

Продольные и поперечные переменные.

Матричный элемент процесса $2 \to 2$ в ПРП:

$$\overline{|\mathcal{A}|^2}^{2\to 2}_{PRA} = \pi^2 \alpha_s^2 A \sum_{n=0}^{4} W_n S^n.$$

зависит от Манделстаммовских инвариантов
$s = (q_1 + q_2)^2, \; t = (q_3 - q_1)^2, \; u = (q_4 - q_1)^2, t_1, t_2$ и **продольных переменных**:

$$a_{3,4} = q^+_{3,4}/\sqrt{S}, \; b_{3,4} = q^-_{3,4}/\sqrt{S}.$$

Коллинеарный предел для матричного элемента в ПРП:

$$\boxed{\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\phi_1 d\phi_2}{(2\pi)^2} \lim_{t_{1,2}\to 0} \overline{|\mathcal{A}|^2}_{PRA} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{CPM},}$$

определен в терминах **поперечных переменных**:

$$s, \; t, \; u, \; t_1, \; t_2, \; \phi_1, \; \phi_2, \; |\mathbf{q}_{T3}|, \; |\mathbf{q}_{T4}|.$$

Поперечные переменные не меняются при масштабировании векторов $n^\pm$:

$$n^+ \to \zeta n^+, \; n^- \to n^-/\zeta,$$

по этому, для существования коллинеарного предела, амплитуда должна зависеть только от комбинаций вида $a_i b_j$.

Коэффициенты для случая $RR \to gg$:

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{18}{a_3 a_4 b_3 b_4 s^2 t^2 u^2 t_1 t_2}, \\
W_0 &= x_1 x_2 s^2 t u t_1 t_2 \big(x_1 x_2 (tu + t_1 t_2) + (a_3 b_4 + a_4 b_3) tu \big), \\
W_1 &= x_1 x_2 s t_1 t_2 \Bigg[t^2 u \Bigg(a_3 b_4 (a_4 b_4 + a_3 x_2)(t_1 + t_2) - a_4 b_3 (a_3 b_3 t_1 + a_4 b_4 t_2) + \\
&+ \big(x_2 (a_3^2 b_4 + a_4^2 b_3) + a_3 a_4 (b_3 - b_4)^2 \big) u + x_1 x_2 a_3 b_4 t \Bigg) \Bigg] \\
&+ \Bigg[a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \Bigg], \\
W_2 &= a_3 a_4 b_3 b_4 t u \Bigg(x_1^2 x_2^2 \big[2(t_1 + t_2) \big(t^2 u + t_1 t_2 (s + u - t) \big) \\
&+ tu \big((t_1 - t_2)^2 + t(u + 2t) \big) \big] + \\
&+ x_1 x_2 t t_1 t_2 \big(4(x_1 b_3 + x_2 a_4)(s + u) - (a_3 b_3 + a_4 b_4) u \big) + \\
&+ tu \big(x_1^2 b_4 (2 x_2 t - b_3 t_1) t_1 + x_2^2 a_3 (2 x_1 t - a_4 t_2 t_2) \big) \Bigg) \\
&+ \Bigg(a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \Bigg),
\end{aligned}
$$

Коэффициенты для случая $RR \to gg$:

$$
\begin{aligned}
W_3 &= x_1 x_2 a_3 a_4 b_3 b_4 \Big[t^2 u \Big(2a_3 b_4 \big(x_1 x_2 (t_1 + t_2)(2t - u - s) \\
&- (x_1 b_4 t_1 + x_2 a_3 t_2)(u + s) \big) + \\
&+ \big[x_1 t_1 \big(2(a_3 b_4^2 + a_4 b_3^2) + 3x_1 b_3 b_4 \big) + x_2 t_2 \big(2(a_3^2 b_4 + a_4^2 b_3) + 3a_3 a_4 x_2 \big) \big] u + \\
&+ 4x_1 x_2 t \big((a_3 b_4 + a_4 b_3) u + a_3 b_4 t \big) \Big) \Big] + \Big[a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \Big], \\
W_4 &= x_1^2 x_2^2 a_3 a_4 b_3 b_4 \Big[t \Big(a_3 a_4 b_3 b_4 u (t_1 + t_2)(t - u - s) + (a_3 b_4 + a_4 b_3)^2 t u^2 - \\
&- 2a_3 b_4 t (s + u)(2a_4 b_3 u - a_3 b_4 s) \Big) \Big] + \Big[a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \Big].
\end{aligned}
$$

Азимутальная декорреляция адронных струй

Полученные результаты в сочетании с нПФР КМР были применены для описания спектров азимутальной декорреляции адронных струй на БАК [Nefedov, Saleev, Shipilova, 2013].

Процесс:

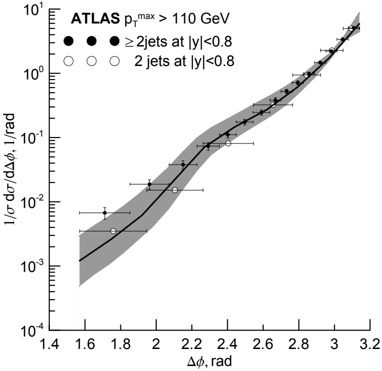
$$p + p \to j_1 + j_2 + X.$$

Наблюдаемая

$$F(\Delta\phi) = \frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\Delta\phi},$$

где $\Delta\phi$– азимутальный угол между поперечными импульсами струй.

В ЛП КПМ $F(\Delta\phi) \sim \delta(\Delta\phi - \pi)$.



Процесс Дрелла-Яна в ЛП ПРП.

Процесс:

$$p + p(\bar{p}) \to l^+(q_3) + l^-(q_4) + X,$$

партонный подпроцесс в ЛП [Nefedov, Nikolaev, Saleev, 2013]:

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \to \gamma^\star \to l^+(q_3) + l^-(q_4).$$

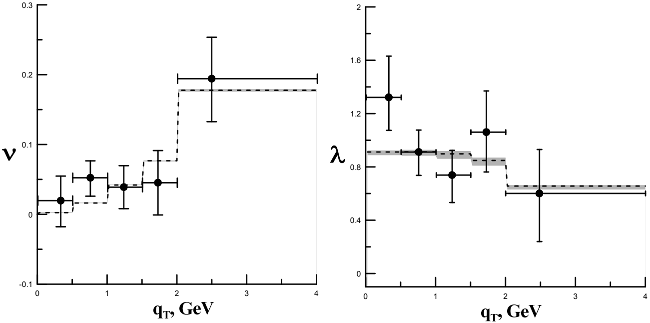
В ЛП ПРП доступны спектры по $Q^2 = (q_3 + q_4)^2$, $q_T = |\mathbf{q}_{T3} + \mathbf{q}_{T4}|$, быстроте пары и поляризационные наблюдаемые, связанные с угловым распределением лептонов в ИСО ЦМ лептонной пары:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim 1 + \lambda \cos^2\theta + \mu \sin 2\theta \cos\phi + \frac{\nu}{2} \sin^2\theta \cos 2\phi,$$

где $\lambda = \lambda(Q^2, q_T)$, $\mu = \mu(Q^2, q_T)$, $\nu = \nu(Q^2, q_T)$ – поляризационные наблюдаемые.

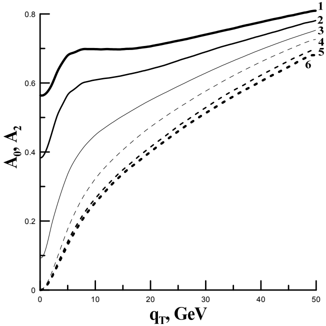
Процесс Дрелла-Яна в ЛП ПРП – результаты.

- Описание распределений по Q^2 и q_T для всех имеющихся данных в области $Q < M_Z$ в диапазоне энергий $44 < \sqrt{S} < 1800$ ГэВ.
- Описание данных о поляризации виртуального фотона, полученных коллаборацией NuSea ($\sqrt{S} = 39$ ГэВ):



Процесс Дрелла-Яна в ЛП ПРП – результаты.

Обнаружено сильное нарушение соотношения Лама-Тунга ($A_0 = A_2$, $A_0 = 2(1-\lambda)/(3+\lambda)$ и $A_2 = 4\nu/(3+\lambda)$) в области малых x.



$5 < Q < 50$ ГэВ, сплошные кривые – A_0, штриховые – A_2, кривые 3,4 – $\sqrt{S} = 2$ ТэВ, кривые 2,5 – $\sqrt{S} = 7$ ТэВ, кривые 1,6 – $\sqrt{S} = 14$ ТэВ.

В ЛП ПРП $A_2(q_T = 0) = 0$, в то время как

$$A_0(q_T = 0) = \frac{\sum\limits_q \int dt \Phi_q^p(x_1, t)\Phi_{\bar{q}}^p(x_2, t) \times 4t}{\sum\limits_q \int dt \Phi_q^p(x_1, t)\Phi_{\bar{q}}^p(x_2, t) \times (Q^2 + 2t)},$$

определяется конфигурациями в которых $\mathbf{q}_{T2} = -\mathbf{q}_{T1}$.

Совместное фоторождение фотона и струи (DESY HERA)

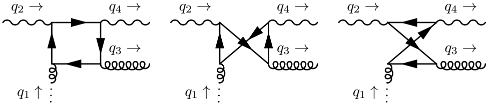
Процесс

$$(e \to)\gamma(Q^2 \ll S) + p \to \gamma + j + X,$$

прямые подпроцессы в ЛП ПРП [Kniehl, Nefedov, Saleev, 2014]:

$$\gamma + Q(t_1) \quad \to \quad \gamma + q, \tag{1}$$
$$\gamma + R(t_1) \quad \to \quad \gamma + g, \tag{2}$$

для подпроцесса (2) выведены спиральные амплитуды, учитывающие виртуальность реджеона t_1.



Подпроцесс с **разрешенной партонной структурой фотона**:

$$(\gamma \to)q + R \to \gamma + q.$$

Спиральные амплитуды для $\gamma R \to \gamma g$.

Спиральная амплитуда ($C^{ab} = \frac{(4\pi)^2 \alpha\alpha_s}{(2\pi)^4} \frac{\delta_{ab}}{2} \sum_q e_q^2$):

$$\mathcal{M}(R\lambda_2, \lambda_3\lambda_4) = -\frac{q_1^+}{2\sqrt{t_1}} (n_-)_{\mu_1} \varepsilon_{\mu_2}(1, -\lambda_2)\varepsilon^*_{\mu_3}(2, \lambda_3)\varepsilon^*_{\mu_4}(2, -\lambda_4)\mathcal{M}^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} C^{ab},$$

где

$$\mathcal{M}^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} = 2\int d^D q \left\{ \frac{\mathrm{tr}\left[(\hat{q}-\hat{q}_1)\gamma^{\mu_3}(\hat{q}+\hat{q}_2-\hat{q}_4)\gamma^{\mu_4}(\hat{q}+\hat{q}_2)\gamma^{\mu_2}\hat{q}\gamma^{\mu_1}\right]}{(q-q_1)^2(q+q_2-q_4)^2(q+q_2)^2 q^2} \right. \\ \left. + (q_3 \leftrightarrow q_4, \mu_3 \leftrightarrow \mu_4) + (q_4 \leftrightarrow -q_2, \mu_4 \leftrightarrow \mu_2) \right\},$$

$$\varepsilon(j, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(n_x^{(j)} + i\lambda n_y^{(j)}\right),$$

$$\begin{aligned} n_x^{(1)} &= \frac{1}{\Delta}[(q_2\cdot q_3)q - (q\cdot q_3)q_2 - (q\cdot q_2)q_3], \\ n_x^{(2)} &= \frac{1}{\Delta}[(q_3\cdot q_4)q - (q\cdot q_4)q_3 - (q\cdot q_3)q_4], \\ (n_y^{(1)})^\mu &= -(n_y^{(2)})^\mu = \frac{1}{\Delta}\epsilon^{\mu q_2 q_3 q_4} \equiv n_y^\mu, \end{aligned}$$

где $\Delta = \sqrt{stu}/2$.

Спиральные амплитуды для $\gamma R \to \gamma g$.

Спиральная амплитуда ($C^{ab} = \frac{(4\pi)^2 \alpha\alpha_s}{(2\pi)^4} \frac{\delta_{ab}}{2} \sum_q e_q^2$):

$$\mathcal{M}(R\lambda_2, \lambda_3\lambda_4) = -\frac{q_1^+}{2\sqrt{t_1}} (n_-)_{\mu_1} \varepsilon_{\mu_2}(1, -\lambda_2)\varepsilon^*_{\mu_3}(2, \lambda_3)\varepsilon^*_{\mu_4}(2, -\lambda_4)\mathcal{M}^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} C^{ab}.$$

свойства n_y:

$$q_2 \cdot n_y = q_3 \cdot n_y = q_4 \cdot n_y = n_+ \cdot n_y = 0, \qquad n_y^2 = -1,$$

разложим n_- по базису:

$$n_- = \alpha n_+ + \beta_1 q_3 + \beta_2 q_4 + \gamma n_y,$$

в коллинеарном пределе $t_1 \to 0$, $\gamma \to 0$:

$$\gamma_1 = \frac{q_3^+ \Delta}{\sqrt{t_1}} \gamma = \frac{u}{\sqrt{t_1}} |\mathbf{q}_{T3}||\mathbf{q}_{T4}| \sin(\Delta\phi), \ \gamma_1 \to 2\frac{u}{s} \Delta \sin\phi_1,$$

$$\gamma_2 = 2\xi_2 \sqrt{stu - \frac{(t+u)^2}{u^2}\gamma_1^2}, \ \gamma_2 \to 4\Delta\cos\phi_1.$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}(R+,++) &= C^{ab}\mathcal{M}\left(t,u,t_1,\{f_i^{(1)}\},\mathcal{R}_1\right),\\
\mathcal{M}(R+,+-) &= C^{ab}\mathcal{M}\left(s,t,t_1,\{f_i^{(2)}\},\mathcal{R}_2\right),\\
\mathcal{M}(R+,-+) &= C^{ab}\mathcal{M}\left(s,u,t_1,\{f_i^{(3)}\},\mathcal{R}_3\right),\\
\mathcal{M}(R+,--) &= C^{ab}\frac{i\pi^2 4\sqrt{2}}{u\Delta}(t+u)\gamma_1,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}\left(t,u,t_1,\{f_i\},\mathcal{R}\right) &= \frac{i\pi^2}{\sqrt{2}\Delta^3(t+u)}\left\{f_1\left[B_0(t)-B_0(-t_1)\right]+f_2\left[B_0(u)-B_0(-t_1)\right]\right.\\
&\quad\left.+\ f_3E(t_1,t,u)+\mathcal{R}\right\},
\end{aligned}
$$

где

$$E(t_1,t,u)=tC_0(t)+uC_0(u)+(t+t_1)C_0(-t_1,t)+(u+t_1)C_0(-t_1,u)-tuD_0(-t_1,t,u).$$

коэффициенты для $(R+,++)$:

$$
\begin{aligned}
f_1^{(1)} &= \frac{-it^2}{2(t+t_1)^2}\left\{2(s+2u)\,(t+t_1)\,(t+u)^2\gamma_1 + 4isu^2\left[2t\,(t+t_1) - ut_1\right]\sqrt{t_1}\right. \\
&\quad \left. + \; u\left[s^2\,(s+t_1) + 3su\,(s-t_1) + 2u^2\,(s-t_1)\right] i\gamma_2\right\}, \\
f_2^{(1)} &= \frac{-itu}{2(u+t_1)^2}\left\{2(s+2t)\,(u+t_1)\,(t+u)^2\gamma_1 + 4istu\left[tt_1 - 2u\,(u+t_1)\right]\sqrt{t_1}\right. \\
&\quad \left. + \; u\left[s^3 + s^2\,(3t+t_1) + st\,(2t-3t_1) - 2t^2t_1\right] i\gamma_2\right\}, \\
f_3^{(1)} &= \frac{-it}{4s}\left\{2(t+u)^2\left[t^2 + t_1t + u\,(u+t_1)\right]\gamma_1 + 4istu^2(u-t)\sqrt{t_1}\right. \\
&\quad \left. + \; u\left[t^3 + t^2\,(u+t_1) + tu\,(u-2t_1) + u^2\,(u+t_1)\right] i\gamma_2\right\}, \\
\mathcal{R}_1 &= \frac{st^2u^2}{(t+t_1)(u+t_1)}\left[(t_1-s)\gamma_2 + 2s(t-u)\sqrt{t_1}\right],
\end{aligned}
$$

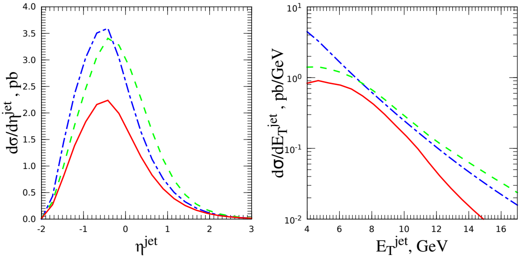
коэффициенты для $(R+,+-)$:

$$\begin{aligned}
f_1^{(2)} &= \frac{-is^2t}{2u}\left[2(t+u)(2t+u)\gamma_1 - 4itu^2\sqrt{t_1} - u(2t+u)i\gamma_2\right], \\
f_2^{(2)} &= \frac{ist^2}{2u(t+t_1)^2}\left\{2(2s+u)\left(t+t_1\right)\left(t+u\right)^2\gamma_1 - 4isu^2\left[ut_1+t\left(t+t_1\right)\right]\sqrt{t_1}\right. \\
&\quad \left. -\ u\left[2\left(s+t_1\right)s^2+3su\left(s+t_1\right)+u^2\left(s-t_1\right)\right]i\gamma_2\right\}, \\
f_3^{(2)} &= \frac{ist}{4u^2}\left\{2\left[s^2+t_1s+t\left(t+t_1\right)\right]\left(t+u\right)^2\gamma_1 + 4ist^2u^2\sqrt{t_1}\right. \\
&\quad \left. -\ u\left[u^3+u^2\left(3t+t_1\right)+tu\left(4t+t_1\right)+2t^2\left(t+t_1\right)\right]i\gamma_2\right\}, \\
\mathcal{R}_2 &= -\frac{s^2t^2u}{t+t_1}\left(2u\sqrt{t_1}+\gamma_2\right).
\end{aligned}$$

Коэффициенты для $(R+,+-)$ получаются перестановкой частиц в конечном состоянии:

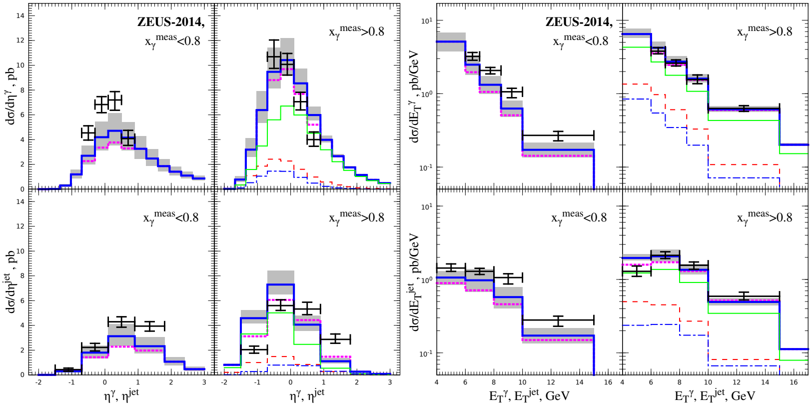
$$t \leftrightarrow u, \qquad \sqrt{t_1} \to -\sqrt{t_1}, \qquad \gamma_1 \to \gamma_1\frac{t}{u}.$$

Эффект учета виртуальности в амплитуде $\gamma R \to \gamma g$:



Сплошная кривая – точная амплитуда в ПРП, штриховая кривая – амплитуда КПМ в кинематике k_T-факторизации, штрих-пунктирная кривая – результат КПМ.

Описание данных ZEUS-2014 (DESY HERA)



Инклюзивное рождение пар изолированых прямых фотонов в неполном СЛП ПРП

Процесс

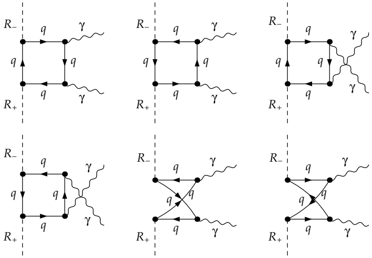
$$p + p(\bar{p}) \to \gamma + \gamma + X,$$

подпроцессы $2 \to 2$ [Nefedov, Saleev, 2015] (ЛП ПРП):

$$\begin{aligned} Q + \bar{Q} \quad &\to \quad \gamma + \gamma, && (3) \\ R + R \quad &\to \quad \gamma + \gamma, && (4) \end{aligned}$$

для подпроцесса (4) выведены спиральные амплитуды с точной зависимостью от виртуальностей партонов $t_{1,2}$.

$R_- \; R_+ \; \to \; \gamma \; \gamma$



Особенности вычислений для $RR \to \gamma\gamma$:

- Использовалось разложение для $\dfrac{q_{T1,2}}{\sqrt{t_{1,2}}}$.
- Коэффициенты при однопетлевых интегралах – полиномы зав. от 13 параметров $\Rightarrow \sim 10^5$ членов.
- Для численной проверки сокращения УФ и ИК расходимостей и получения численного ответа, часть вычислений приходится проводить с использованием “длинной” арифметики (≥ 30 знаков).

Инклюзивное рождение пар изолированых прямых фотонов в неполном СЛП ПРП

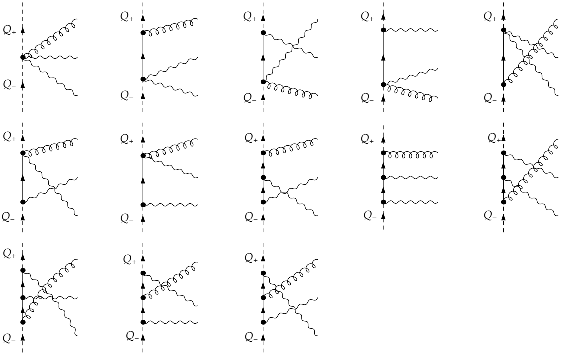
Подпроцессы $2 \to 3$ [Nefedov, Saleev, 2015] (СЛП ПРП):

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \quad \to \quad \gamma(q_3) + \gamma(q_4) + g(q_5), \tag{5}$$

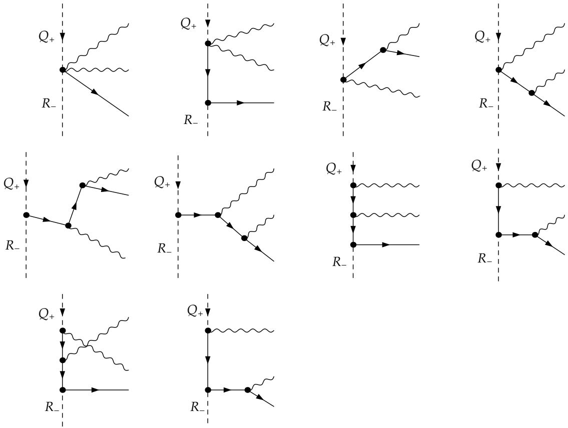
$$Q(q_1) + \bar{R}(q_2) \quad \to \quad \gamma(q_3) + \gamma(q_4) + q(q_5), \tag{6}$$

сечение подпроцесса (5) в ПРП конечно, для вычисления сечения подпроцесса (6) использвалось условие изоляции Фриксионе [Frixione, 1998]. Однако подпроцессы (5) и (6) требуют вычитания двойного счета с ЛП, когда $y_5 \to \pm\infty$(МРК) или $\mathbf{q}_{T5} \to 0$ (коллинеарная факторизация).

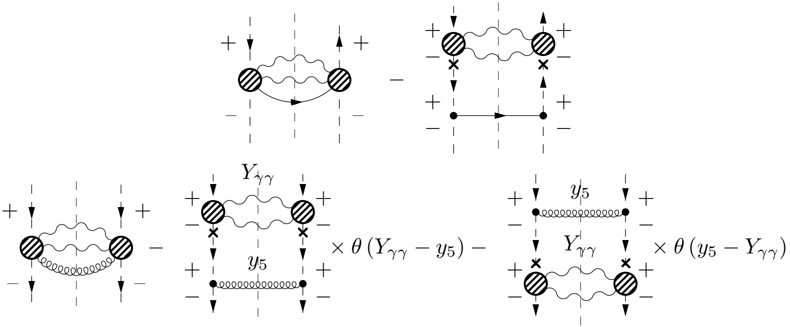
Подпроцесс $Q\bar{Q} \to \gamma\gamma g$.



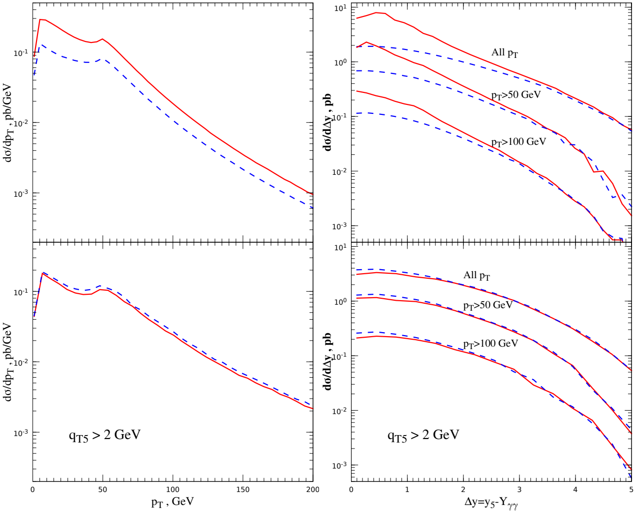
Подпроцесс $QR \to \gamma\gamma q$.



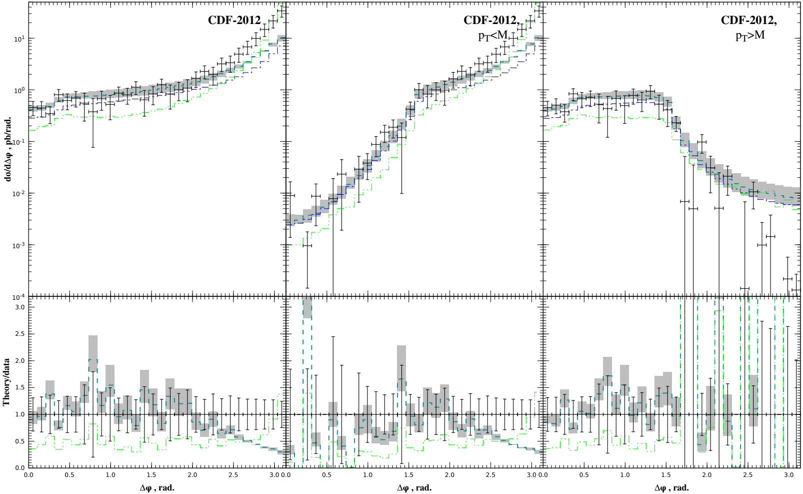
Процедура вычитания двойного счета (локализации КМРК-вклада по быстроте).



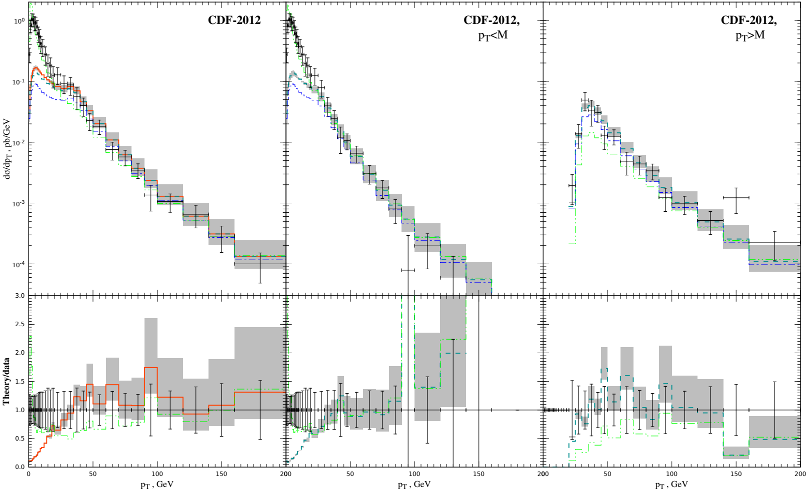
Процедура вычитания двойного счета (локализации КМРК-вклада по быстроте).



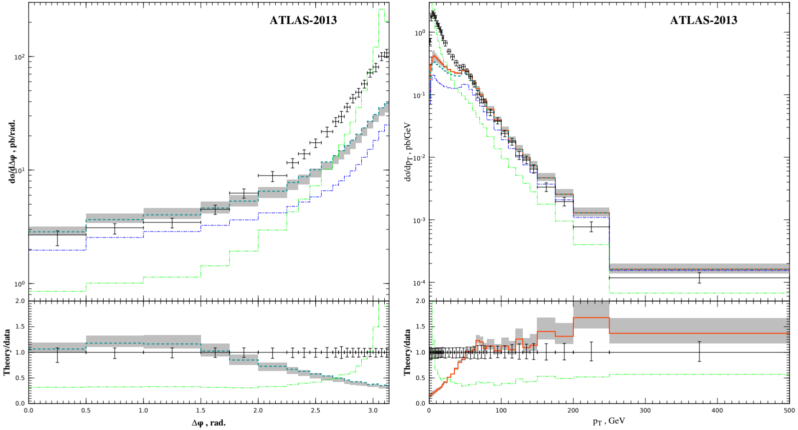
Азимутальная декорреляция (Теватрон, $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ)



p_T-спектр (Тэватрон, $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ)



Азимутальная декорреляция и p_T-спектр (LHC, $\sqrt{S} = 7$ ТэВ).



Рождение тяжелых кваркониев в ПРП.

Гипотеза НРКХД-факторизации[Bodwin, Braaten, Lepage, 1995]:

$$d\sigma(\mathcal{H}+X) = \sum_n d\sigma_n \langle 0|\mathcal{O}_n^{\mathcal{H}}|0\rangle,$$

где $\langle 0|\mathcal{O}_n^{\mathcal{H}}|0\rangle = \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n]\rangle$ – непертурбативный матричный элемент (НМЭ) НРКХД-оператора $\mathcal{O}_n^{\mathcal{H}} = \sum_X \Phi^\dagger \mathcal{K}_n \Psi|\mathcal{H}+X\rangle\langle\mathcal{H}+X|\Psi^\dagger\mathcal{K}_n^\dagger\Phi$, рождающего Фоковское состояние $q\bar{q}[n]$, где $n = {}^{2S+1}L_J^{(1,8)}$.

ЛП по относительной скорости (v^2), для физического состояния $\mathcal{H}\left[{}^{2S+1}L_J\right]$:

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[{}^{2S+1}L_J^{(1)}\right]\right\rangle.$$

СЛП по v^2:

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[{}^{2S+1}L_J^{(8)}\right]\right\rangle, \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[{}^{2S+1}(L\pm 1)_{J'}^{(8)}\right]\right\rangle, \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[{}^{2(S\pm 1)+1}L_{J'}^{(8)}\right]\right\rangle.$$

Синглетные НМЭ определены в потенциальной модели:

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[{}^{2S+1}S_J^{(1)}\right]\right\rangle = 2N_c(2J+1)\frac{1}{4\pi}|R(0)|^2,$$

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[{}^{2S+1}P_J^{(1)}\right]\right\rangle = 2N_c(2J+1)\frac{3}{4\pi}|R'(0)|^2.$$

Рождение тяжелых кварокониев в ПРП.

Гипотеза НРКХД-факторизации[Bodwin, Braaten, Lepage, 1995]:

$$d\sigma(\mathcal{H}+X) = \sum_n d\sigma_n \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[n\right] \right\rangle .$$

подпроцессы в ЛП ПРП [Kniehl, Saleev, Vasin, 2005]:

$$\begin{aligned} R+R &\rightarrow q\bar{q}\left[{}^3S_1^{(1)}\right] + g, \\ R+R &\rightarrow q\bar{q}\left[{}^3P_J^{(1)}\right], \ J = 0,1,2, \\ R+R &\rightarrow q\bar{q}\left[{}^3S_1^{(8)}, {}^1S_0^{(8)}, {}^3P_J^{(8)}\right], \end{aligned}$$

Рождение чармониев и боттомониев, новые результаты.

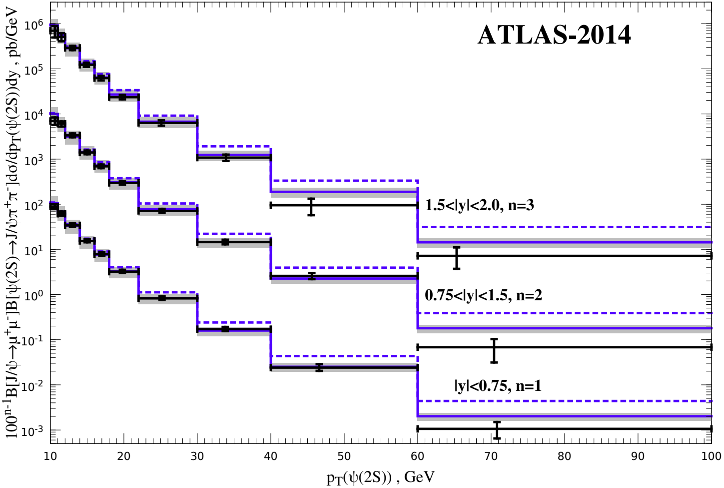
- [Nefedov, Saleev, Shipilova, 2012] На основе фита НМЭ по данным Теватрона ($\sqrt{S}=1.96$ ТэВ) описаны данные коллабораций ATLAS, CMS и LHCb ($\sqrt{S}=7$ ТэВ) о p_T-спектрах прямых J/ψ-мезонов.
- [Nefedov, Saleev, Shipilova, 2013] Получено самосогласованное описание имеющихся данных о p_T-спектрах $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(3S)$-мезонов.
- [Kniehl, Nefedov, Saleev, 2016] Проанализирована роль фрагментационного механизма рождения $\psi(2S)$-мезона на больших $p_T \gg M_{\psi(2S)}$:

$$\frac{d\sigma^{\psi(2S)}}{dp_T(\psi(2S))} = \int\limits_0^1 dz\, \frac{d\sigma^{RR\to g}}{dp_T(g)} \left(p_T(g) = \frac{p_T(\psi(2S))}{z}\right) \cdot D_{g\to\mathcal{H}[^3S_1^{(8)}]}(z, \mu^2 = p_T^2),$$

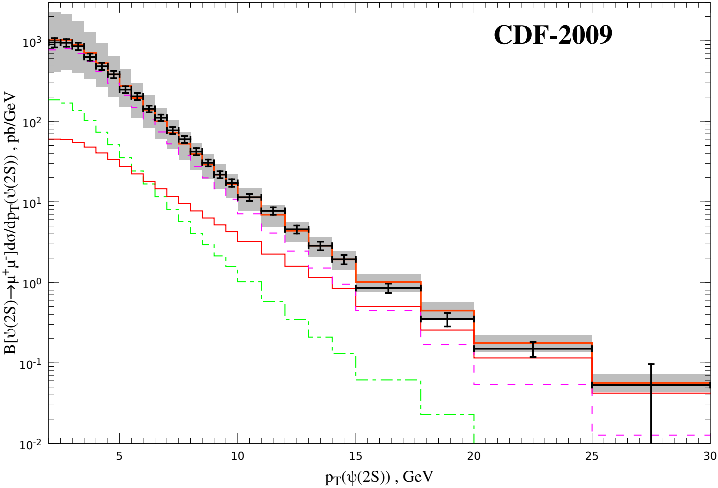
где функция фрагментации $D_{g\to\mathcal{H}[^3S_1^{(8)}]}(z,\mu^2)$ является решением уравнения ДГЛАП с начальным условием на стартовом масштабе $\mu_{F0} = M_{\mathcal{H}}$:

$$D_{g\to\mathcal{H}\left[^3S_1^{(8)}\right]}(z,\mu_{F0}^2) = \frac{\pi\alpha_s(\mu_{F0}^2)}{6M_{\mathcal{H}}^3} \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}\left[^3S_1^{(8)}\right]\right\rangle \delta(1-z).$$

Роль фрагментации в рождении $\psi(2S)$.



Описание данных CDF.

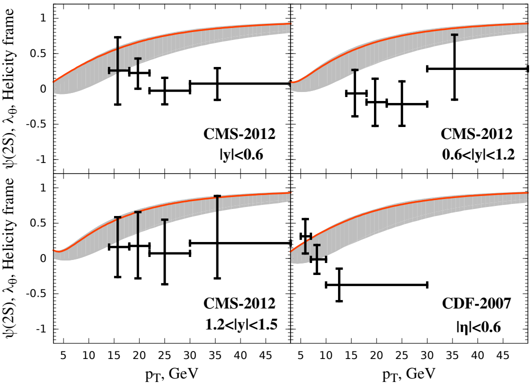


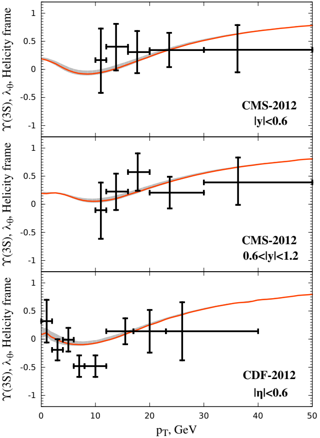
Результаты фита НМЭ

НМЭ	МС	МФ	СЛП КПМ [1, 2]	СЛП КПМ [3]
$\left\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)}\left[{}^3S_1^{(1)}\right]\right\rangle$ /GeV^3	0.65 ± 0.06 [4]	0.65 ± 0.06	0.76 [5]	0.76
$\left\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)}\left[{}^3S_1^{(8)}\right]\right\rangle$ /GeV^3 $\times 10^3$	1.84 ± 0.23	2.57 ± 0.09	1.2 ± 0.3	2.80 ± 0.49
$M_R^{\psi(2S)}$/GeV^3 $\times 10^2$	3.11 ± 0.14	2.70 ± 0.11	2.0 ± 0.6	5.31 ± 4.85
$R_{\psi(2S)}$	23.0 ± 1.0	23.0 ± 1.0	23.0	23.0
χ^2/d.o.f.	0.6	1.1	0.56	–
$\left\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)}\left[{}^3S_1^{(1)}\right]\right\rangle$ /GeV^3	3.54 [5]	–	3.54	–
$\left\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)}\left[{}^3S_1^{(8)}\right]\right\rangle$ /GeV^3 $\times 10^2$	2.73 ± 0.15	–	2.71 ± 0.13	–
$M_R^{\Upsilon(3S)}$/GeV^3 $\times 10^2$	0.00 ± 0.18	–	1.083 ± 1.66	–
$R_{\Upsilon(3S)}$	22.1 ± 0.7	–	22.1	–
χ^2/d.o.f.	9.7	–	3.16	–

[1] Shao, *et al.*, 2015;
[2] Gong, *et al.*, 2014;
[3] Kniehl, Butenschoen, 2015;
[4] $\Gamma(\psi(2S) \to \mu^+\mu^-)$, NLO;
[5] потенциальная модель, [Eichten, Quigg, 1995].

Описание поляризации $\psi(2S)$ и $\Upsilon(3S)$.





Заключение.

ПРП – оптимальный подход для вычисления наблюдаемых, чувствительных к многократному излучению дополнительных жестких партонов (p_T-спектры, азимутальная декорреляция, поляризационные наблюдаемые). Для повышения точности необходимо обобщение подхода до полного СЛП.

- Получен ряд новых феноменологических результатов в ЛП ПРП
- Выведены все древесные амплитуды партонных подпроцессов $2 \to 2$ в ПРП. Автоматизирован вывод амплитуд $2 \to 3$.
- Выполнены расчеты однопетлевых вкладов $\gamma R \to \gamma g$ и $RR \to \gamma\gamma$ с учетом виртуальности реджеонов.
- Введена процедура вычитания двойного счета для древесных СЛП вкладов, являющаяся необходимым элементом расчетов в полном СЛП.
- Получены важные феноменологические результаты в области физики рождения тяжелых кваркониев. **Polarization puzzle** для чармониев существует и в ПРП.

Благодарю за внимание!