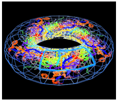
Влияние нетривиальной топологии на вакуумы решеточных калибровочных теорий и спиновых систем

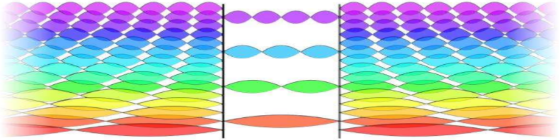
Научный семинар Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ

Танашкин Алексей Сергеевич,
Тихоокеанский квантовый центр ДВФУ, Владивосток

Дубна, 16 ноября 2023 г.



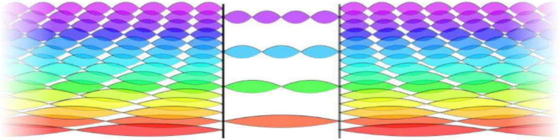
Ограничение размерности (пластины Казимира)



©Y. Kabashi, S. Kabashi
J.Nat. Sciences and Math.
UT 4(7-8), 2019

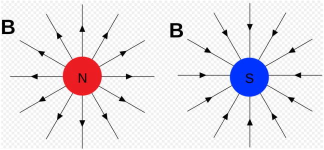
Индуцирование нетривиальной топологии

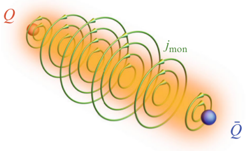
Ограничение размерности (пластины Казимира)



©Y. Kabashi, S. Kabashi
J.Nat. Sciences and Math.
UT 4(7-8), 2019

Динамический механизм (абелевы монополи)

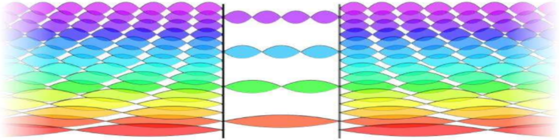




©Wikipedia

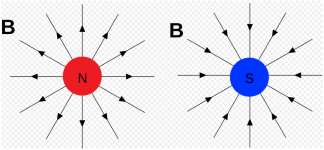
©M. Chernodub
Handbook of
Nuclear Physics
Singapure, 2023

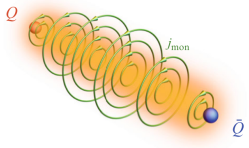
Ограничение размерности (пластины Казимира)



©Y. Kabashi, S. Kabashi J.Nat. Sciences and Math. UT 4(7-8), 2019

Динамический механизм (абелевы монополи)

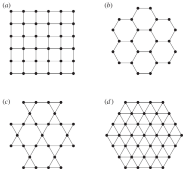


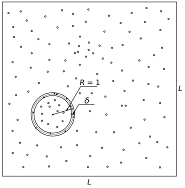


©Wikipedia

©M. Chernodub Handbook of Nuclear Physics Singapure, 2023

Случайная решетка и нелокальное взаимодействие





$$H = \sum_{i,k\in M} J_{ik}\,\delta(\sigma_i,\sigma_k), \qquad J_{ik} = \begin{cases} J, & R-\frac{\delta}{2} \le |i-k| \le R+\frac{\delta}{2} \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases}$$

$$\delta \ll R.$$

Цель работы

Исследование вакуумных состояний в калибровочных теориях и спиновых системах с нетривиальной топологией

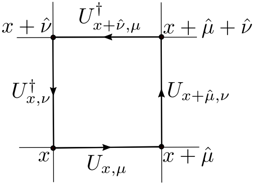
Задачи работы

- Исследовать структуру вакуума калибровочной абелевой U(1) теории при наличии бесконечных двумерных границ;
- Исследовать структуру вакуума калибровочной неабелевой SU(3) теории при наличии бесконечных двумерных границ;
- Исследовать структуру основных состояний нелокальной спиновой модели Поттса на случайной решетке.

Действие

$$S_{\mathrm{G}} = \beta \sum_{x \in \Lambda} \sum_{\mu < \nu} \left(1 - \frac{1}{N} \mathrm{Re}\, \mathrm{tr}\, U_{x,\mu\nu}\right), \;\; \beta = \frac{2N}{g^2}$$

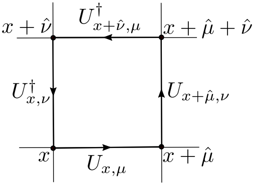
$$U_{x,\mu\nu} = U_{x,\mu}\, U_{x+\hat{\mu},\nu}\, U^{\dagger}_{x+\hat{\nu},\mu}\, U^{\dagger}_{x,\nu}$$



Действие

$$S_{\mathrm{G}} = \beta \sum_{x\in\Lambda} \sum_{\mu<\nu} (1 - \tfrac{1}{N}\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\, U_{x,\mu\nu}), \;\; \beta = \frac{2N}{g^2}$$

$$U_{x,\mu\nu} = U_{x,\mu}\, U_{x+\hat{\mu},\nu}\, U^{\dagger}_{x+\hat{\nu},\mu}\, U^{\dagger}_{x,\nu}$$

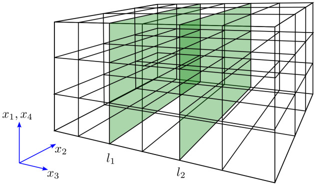


Граничные условия Казимира

$$E^{(a)}_{\parallel}(x)\Big|_{x\in S} = B^{(a)}_{\perp}(x)\Big|_{x\in S} = 0,$$

$$a = 1,\ldots,N_c^2 - 1$$

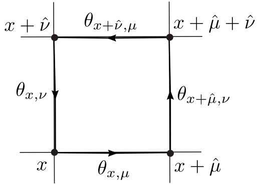
$$\beta \to \beta_P = \beta[1 + (\varepsilon - 1)\delta_{P,\mathcal{V}}]$$



Действие компактной КЭД

$$S_{\mathrm{cQED}}[\theta] = \beta \sum_{x\in\Lambda} \sum_{\mu<\nu} (1 - \cos\theta_P)$$

$$\theta_{P_{x,\mu\nu}} = \theta_{x,\mu} + \theta_{x+\hat{\mu},\nu} - \theta_{x+\hat{\nu},\mu} - \theta_{x,\nu}$$

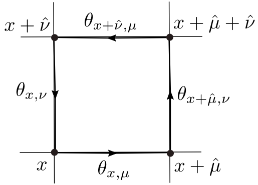


Монополи в компактной электродинамике на решетке

Действие компактной КЭД

$$S_{\mathrm{cQED}}[\theta] = \beta \sum_{x \in \Lambda} \sum_{\mu<\nu} (1 - \cos\theta_P)$$

$$\theta_{P_{x,\mu\nu}} = \theta_{x,\mu} + \theta_{x+\hat{\mu},\nu} - \theta_{x+\hat{\nu},\mu} - \theta_{x,\nu}$$

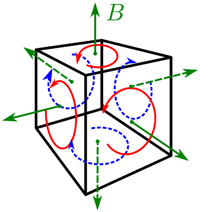


Монополи

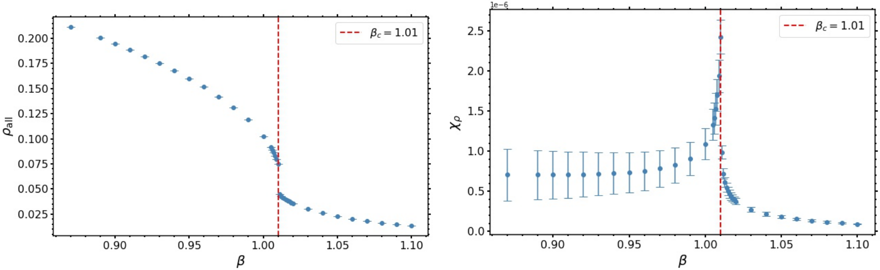
$$\bar{\theta}_P = \theta_P + 2\pi k_P \in [-\pi, \pi)\,, \qquad k_P \in \mathbb{Z}$$

$$j_{x,\mu} = \frac{1}{2\pi} \sum_{P \in \partial C_{x,\mu}} (-1)^P \, \bar{\theta}_P \in \mathbb{Z}$$

$$\rho = \frac{1}{\mathrm{Vol}_4} \sum_{x,\mu} |j_{x,\mu}|$$

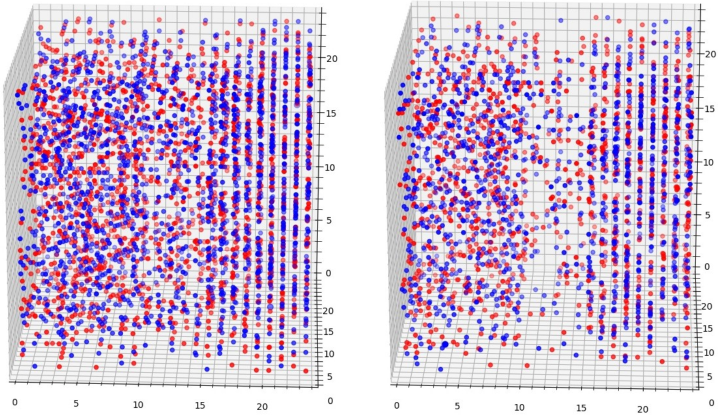


Фазовый переход при отсутствии пластин Казимира

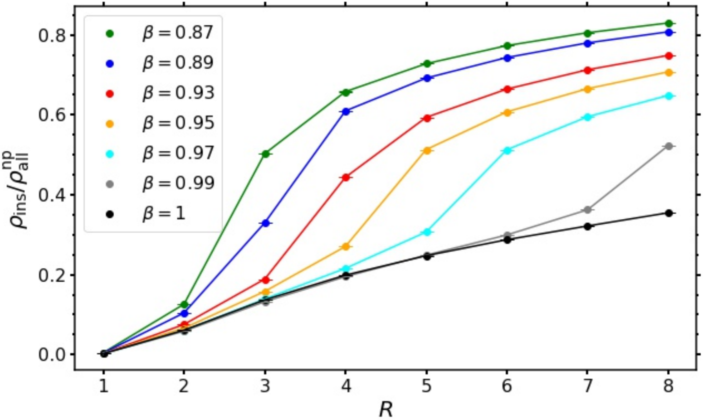


Вверху: зависимость монопольной плотности от решеточной константы связи β; **Внизу**: восприимчивость монопольной плотности. Вертикальная линия соответствует значению β_c, при котором происходит *фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент*.

Монополи при наличии пластин Казимира

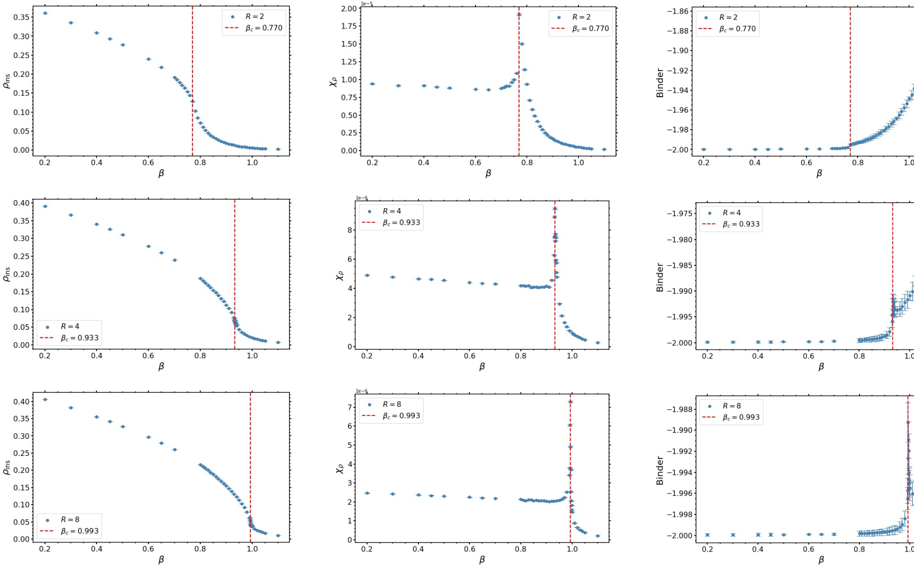


Примеры монопольных конфигураций в фазе конфайнмента (**слева**, $\beta = 0.8$) и деконфайнмента (**справа**, $\beta = 0.9$) для пластин на расстоянии $R = 3$. Монополи и анти-монополи изображены красными и синими точками, соответственно. Пластины расположены вертикально по центру решетки (не показаны).



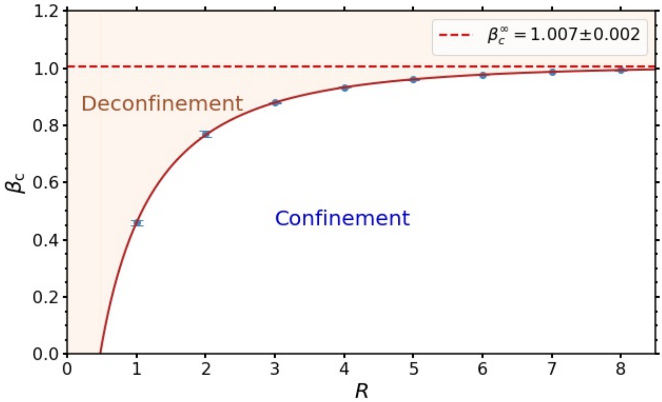
Отношение $\rho_{\mathrm{ins}}/\rho_{\mathrm{ins}}^{\mathrm{np}}$ монопольной плотности ρ_{ins} между пластинами к монопольной плотности в отсутствии пластин, $\rho_{\mathrm{ins}}^{\mathrm{np}}$ в зависимости от расстояния между пластинами R для фиксированного набора значений решеточной константы связи β.

Сдвиг точки фазового перехода



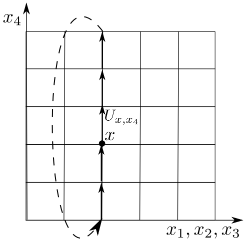
Монопольная плотность (**слева**), ее восприимчивость (**по центру**) и кумулянт Биндера (**справа**) для различных R.

Фазовая диаграмма при наличии пластин



Фазовая диаграмма вакуума компактной электродинамики между идеальными металлическими пластинами на расстоянии R. Подобранная функция имеет вид $\beta_c^{\mathrm{fit}}(R) = \beta_c^\infty - \alpha \exp[-(R^2/R_0^2)^\nu]$, $\alpha = 3.7(6)$, $R_0 = 0.28(7)$, $\nu = 0.257(16)$. Предел при $R \to \infty$ изображен пунктирной горизонтальной линией.

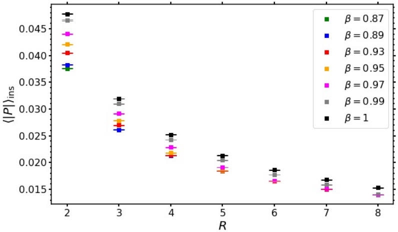
Петля Полякова как параметр порядка



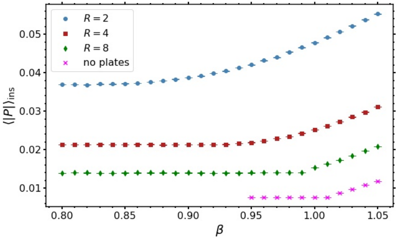
$$P_x = \prod_{x_4=0}^{N_T-1} U_{x,x_4}$$

$$P = \langle P_x \rangle$$

$$|P| = \left| \frac{1}{V_3} \sum_{x \in V_3} P_x \right|$$



Модуль петли Полякова между пластинами для различных β



Модуль петли Полякова для различных R

Энергия Казимира в SU(3) глюодинамике и «глютон»

ТЭИ в пр-ве Минковского

$$T^{\mu\nu} = F^{\mu\alpha} F^{\nu}_{\ \alpha} - \frac{1}{4}\eta^{\mu\nu} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$$

Плотность энергии

$$\mathcal{E} \equiv T^{00} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2 + \boldsymbol{E}^2\right) \to$$
$$T_E^{44} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}_E^2 - \boldsymbol{E}_E^2\right).$$

$\mathcal{E}_{\mathrm{Cas}}$ решетке:

$$\beta L_s \left(\sum_{i=1}^{3} \langle\, \mathcal{P}_{i4} \,\rangle_S - \sum_{i<j=1}^{3} \langle\, \mathcal{P}_{ij} \,\rangle_S \right)$$

$$\mathcal{P}_{x,ij} = \frac{1}{3} \mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\, U_{x,ij}$$

Энергия Казимира в SU(3) глюодинамике и «глютон»

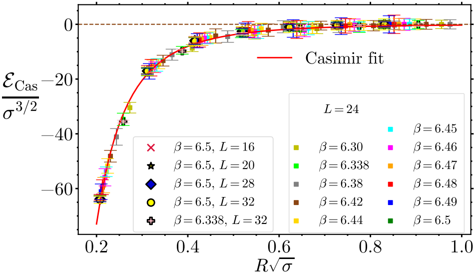
ТЭИ в пр-ве Минковского

$$T^{\mu\nu} = F^{\mu\alpha}F^{\nu}_{\ \alpha} - \frac{1}{4}\eta^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$$

Плотность энергии

$$\mathcal{E} \equiv T^{00} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2 + \boldsymbol{E}^2\right) \to$$

$$T^{44}_E = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2_E - \boldsymbol{E}^2_E\right).$$



$\mathcal{E}_{\mathrm{Cas}}$ решетке:

$$\beta L_s\left(\sum_{i=1}^{3}\langle\,\mathcal{P}_{i4}\,\rangle_S - \sum_{i<j=1}^{3}\langle\,\mathcal{P}_{ij}\,\rangle_S\right)$$

$$\mathcal{P}_{x,ij} = \frac{1}{3}\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\,U_{x,ij}$$

Энергия Казимира в SU(3) глюодинамике и «глютон»

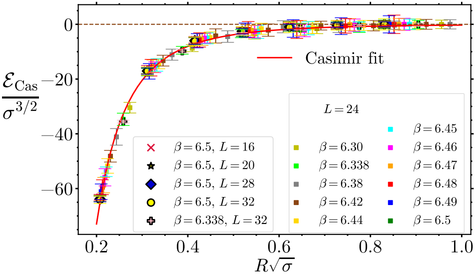
ТЭИ в пр-ве Минковского

$$T^{\mu\nu} = F^{\mu\alpha}F^{\nu}_{\ \alpha} - \frac{1}{4}\eta^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$$

Плотность энергии

$$\mathcal{E} \equiv T^{00} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2 + \boldsymbol{E}^2\right) \to$$

$$T^{44}_E = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2_E - \boldsymbol{E}^2_E\right).$$



$\mathcal{E}_{\rm Cas}$ решетке:

$$\beta L_s\left(\sum_{i=1}^{3}\langle\,\mathcal{P}_{i4}\,\rangle_S - \sum_{i<j=1}^{3}\langle\,\mathcal{P}_{ij}\,\rangle_S\right)$$

$$\mathcal{P}_{x,ij} = \frac{1}{3}\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\,U_{x,ij}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{\rm Cas} = -C_0\frac{2(N_c^2-1)m_{\rm gt}^2}{8\pi^2 R}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{K_2(2nm_{\rm gt}R)}{n^2}}$$

Энергия Казимира в SU(3) глюодинамике и «глютон»

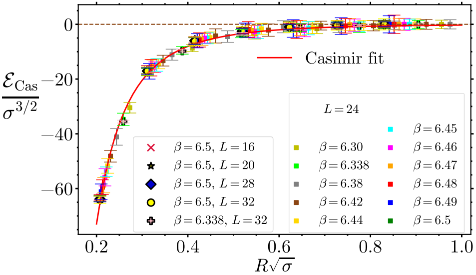
ТЭИ в пр-ве Минковского

$$T^{\mu\nu} = F^{\mu\alpha}F^{\nu}_{\ \alpha} - \frac{1}{4}\eta^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$$

Плотность энергии

$$\mathcal{E} \equiv T^{00} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2 + \boldsymbol{E}^2\right) \to$$

$$T^{44}_E = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{B}^2_E - \boldsymbol{E}^2_E\right).$$



$\mathcal{E}_{\mathrm{Cas}}$ решетке:

$$\beta L_s\left(\sum_{i=1}^{3}\langle\,\mathcal{P}_{i4}\,\rangle_S - \sum_{i<j=1}^{3}\langle\,\mathcal{P}_{ij}\,\rangle_S\right)$$

$$\mathcal{P}_{x,ij} = \frac{1}{3}\mathrm{Re\,tr}\,U_{x,ij}$$

$$m_{\mathrm{gt}} = 1.0(1)\sqrt{\sigma} = 0.49(5)\ \mathrm{GeV}$$

$$M_{0^{++}} = 3.41(2)\sqrt{\sigma} = 1.65(3)\ \mathrm{GeV}$$

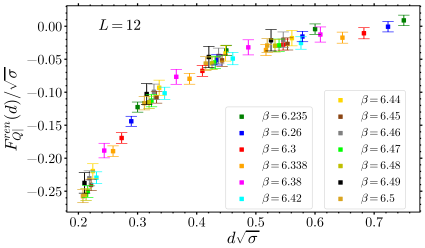
$$\boxed{\mathcal{E}_{\mathrm{Cas}} = -C_0\frac{2(N_c^2-1)m_{\mathrm{gt}}^2}{8\pi^2 R}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{K_2(2nm_{\mathrm{gt}}R)}{n^2}}$$

«Кваркитон» – граничное состояние кварка и пластины

$F_{Q|}(d)$ – свободная энергия тяжелого кварка

$$P_{\boldsymbol{x}} = \mathrm{tr}\left(\prod_{x_4=0}^{L_t-1} U_{\boldsymbol{x},x_4}\right)$$

$$\langle\, P_{\boldsymbol{x}} \,\rangle_|(d) = \exp\{-L_T F_{Q|}(d)\}$$

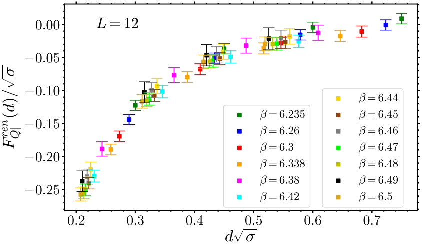


«Кваркитон» – граничное состояние кварка и пластины

$F_{Q|}(d)$ – свободная энергия тяжелого кварка

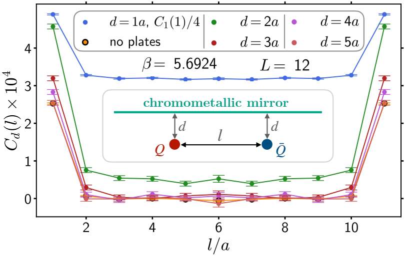
$$P_{\boldsymbol{x}} = \mathrm{tr}\left(\prod_{x_4=0}^{L_t-1} U_{\boldsymbol{x},x_4}\right)$$

$$\langle\, P_{\boldsymbol{x}}\,\rangle_{|}(d) = \exp\left\{-L_T F_{Q|}(d)\right\}$$



Коррелятор пары кварк-антикварк

$$C_d(l) = \langle\, P(x)P^*(x+l)\,\rangle_d$$

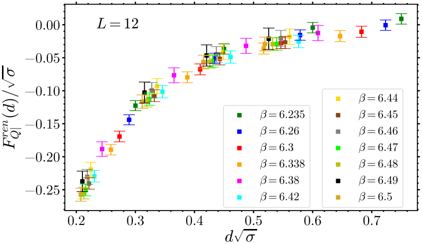


«Кваркитон» – граничное состояние кварка и пластины

$F_{Q|}(d)$ – свободная энергия тяжелого кварка

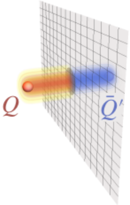
$$P_{\mathbf{x}} = \mathrm{tr}\left(\prod_{x_4=0}^{L_t-1} U_{\mathbf{x},x_4}\right)$$

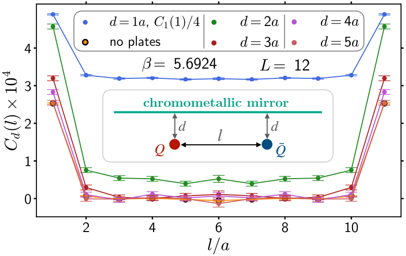
$$\langle P_{\mathbf{x}} \rangle_|(d) = \exp\{-L_T F_{Q|}(d)\}$$



Коррелятор пары кварк-антикварк

$$C_d(l) = \langle P(x) P^*(x+l) \rangle_d$$

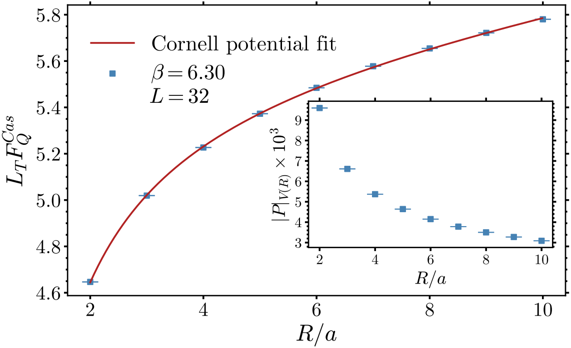




Признаки деконфайнмента между пластинами

$$L_T F_Q^{\mathrm{Cas}}(R) = -\ln |P|_{V(R)} \equiv -\ln \left\langle \left| \sum_{\boldsymbol{x} \in V(R)} P_{\boldsymbol{x}} \right| \right\rangle$$

$V(R)$ – объем между пластинами



Средняя свободная энергия тяжелого кварка между пластинами на решетке 32^4

$$L_T F_{\mathrm{Q}}^{\mathrm{Cas}}(R/a) = -\frac{c_1}{R/a} + c_2 \frac{R}{a} + c_0$$

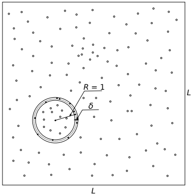
Нелокальная модель Поттса на случайной решетке

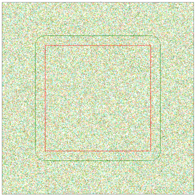
Определение модели

$$H = \sum_{i,k \in M} J_{ik}\delta(\sigma_i, \sigma_k),$$

$$J_{ik} = \begin{cases} J, & R - \frac{\delta}{2} \le |i-k| \le R + \frac{\delta}{2} \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases}$$

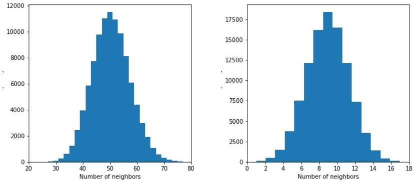
$$\delta \ll R.$$





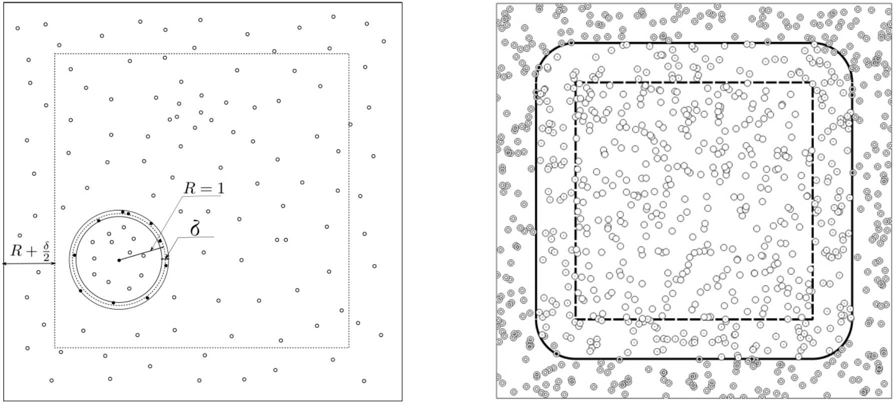
Среднее число соседей

$$\langle n \rangle = 2\pi R\delta \frac{N}{L^2}$$



$L = 20, q = 4, N = 159155, \delta = 0.02$. **слева**: распределение числа соседей, $\langle n \rangle = 50$; **справа**: распределение числа соседей наименее представленного цвета

Граничные условия

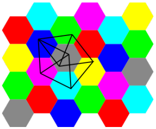


Слева: Схематическое изображение модели и фиксированных граничных условий. За пределами области, отмеченной пунктирным квадратом, цвета частиц зафиксированны; **Справа**: Схематическое изображение энергетических зон. Все частицы обладают одинаковыми свойствами, но изображены по-разному в зависимости от принадлежности к соответствующей зоне.

R^1

Постановка задачи

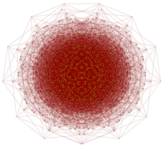
В какое минимальное число цветов q можно раскрасить пространство R^d, чтобы никакие две точки на единичном расстоянии не были окрашены в один цвет?



R^2: веретено Мозера и 7-цвет. гекс. раскраска *wikipedia.org*

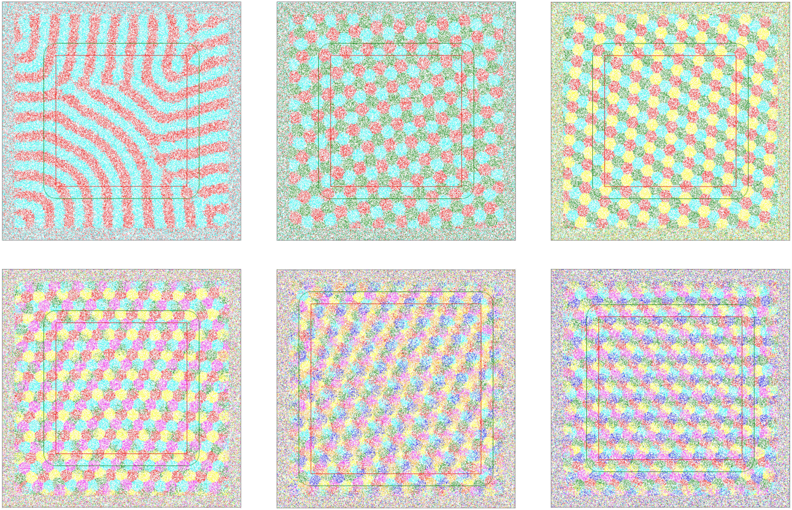
Точные решения и оценки

- R^1: $q = 2$
- R^2: $5 \leqslant q \leqslant 7$
- R^3: $6 \leqslant q \leqslant 15$



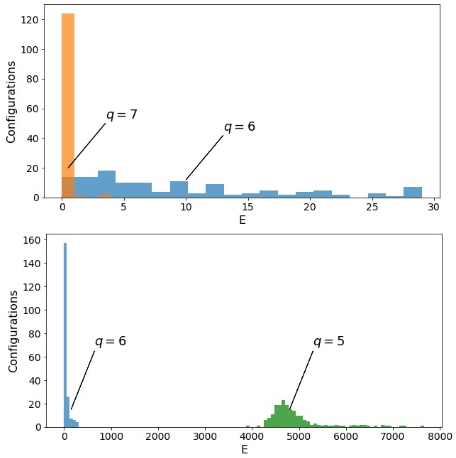
R^2: Граф единичных расстояний, q = 5 *arXiv:1804.02385*

Примеры конфигураций основых состояний



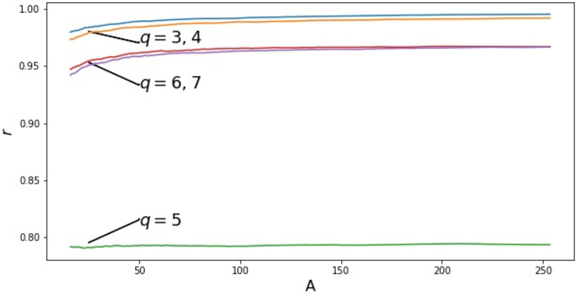
Верхний ряд: q = 2,3,4; нижний ряд: q = 5,6,7

Сравнение распределений энергий основных состояний



Вверху: $q = 6$ и $q = 7$; внизу: $q = 5$ и $q = 6$. На основе 200 конфигураций для каждого цвета.

Нарушение цветовой симметрии



Зависимость отношения r числа частиц наименее представленного цвета к общему числу частиц от площади области A для разных q

Существование нетривиальной топологии теории приводит к существенной динамической модификации ее основного состояния:

- **компактная электродинамика** 10.1103/PhysRevD.105.114506
  Подавление монопольного конденсата между пластинами
  Деконфайнмент между близкорасположенными пластинами
- **глюодинамика** 10.1103/physrevd.108.014515
  Возникновение граничных состояний глюона и его образа в хромометаллическом зеркале
  Аргументы в пользу существования аналогичных состояний для тежелых кварков
- **спиновая модель Поттса** 10.1016/j.jocs.2022.101607
  Гексагональная кластеризация по направлению спинов
  Нарушение цветовой симметрии при сохранении геометрической

Спасибо за внимание!

Дополнительные слайды

Положения, выносимые на защиту

- Казимировские граничные условия приводят к изменению структуры вакуума компактной электродинамики в 3+1 измерениях, что выражается в подавлении монопольного конденсата между пластинами, и, как следствие, точка фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент смещается в сторону области сильной связи;
- В SU(3) глюодинамике в 3+1 измерениях при наличии пластин Казимира на границе возникает новая квазичастица с массой $m_{\rm gt} = 1.0(1)\sqrt{\sigma} = 0.49(5)$ GeV, что в несколько раз меньше массы основного состояния 0^{++} глюбола, $M_{0^{++}} = 3.405(21)\sqrt{\sigma} = 1.653(26)$ GeV. Квазичастица, с предложенным названием «глютон», интерпретирована как непертурбативное связанное состояние глюона и его образа противоположного цвета в хромометаллическом зеркале.

Положения, выносимые на защиту

- Качественно обосновано наличие аналогичных связанных состояний для тяжелых кварков, названных кваркитонами, образованных кварком и его отражением в хромометаллическом зеркале.
- На небольших расстояниях между хромометаллическими пластинами проявляются признаки деконфайнмента цвета.
- Основные состояния нелокальной модели Поттса на случайной решетке характеризуются образованием цветовых кластеров гексагональной формы с нетривиальным смешиванием на границах.
- Численно продемонстрировано отсутствие состояния с нулевой энергией для пяти цветов.
- Основное состояние модели для пяти цветов характеризуется нарушением цветовой симметрии при сохранении геометрической.

Апробация работы

- Online workshop «Advanced computing in particle physics», 31 May – 24 June 2021, «Nonlocal Potts model on random latice and chromatic number of the plane»;
- Virtual tribute to the conference «Quark confinement and the hadron spectrum», 2 – 6 Aug 2021, «Nonlocal Potts model on random lattice and chromatic number of the plane»;
- 10^{th} International conference on new frontiers in physics (ICNFP 2021), Kolymbari, Crete, Greece, 23 Aug – 2 Sep 2021, «Non-local Potts model on random lattice and chromatic number of a plane»;
- XVth International conference «Quark confinement and the hadron spectrum», Stavanger, Norway, 1 – 6 Aug 2022, «The influence of the Casimir effect on the vacuum structure of (3+1)-dimentional compact electrodynamics»;
- III International workshop «Lattice and functional techniques for QCD», Saint Petersburg, Russia, 10 – 14 Oct 2022, «Casimir effect in (3+1)d lattice Abelian and non-Abelian gauge theories»;
- International workshop «Infinite and finite nuclear matter (INFINUM-2023)», Dubna, Russia, 27 Feb – 3 Mar 2023, «The Casimir effect in Abelian and Non-Abelian lattice gauge theories: induced phase transitions and new boundary states».

Опубликованные статьи по материалам работы

- *Shevchenko V., Tanashkin A.* Non-local Potts model on random lattice and chromatic number of a plane. // Journal of Computational Science. 2022. т. 61. с. 101607. ISSN 1877-7503. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jocs.2022.101607. (Scopus)
- Casimir boundaries, monopoles, and deconfinement transition in $(3+1)$- dimensional compact electrodynamics. / M. N. Chernodub [и др.] // Phys. Rev. D. 2022. т. 105, вып. 11. с. 114506. DOI: 10.1103/PhysRevD.105.114506. (Scopus, WoS)
- Boundary states and non-Abelian Casimir effect in lattice Yang-Mills theory. / M. N. Chernodub [и др.] // Physical Review D. 2023. т. 108, № 1. с. 014515. DOI: 10.1103/physrevd.108.014515. (Scopus, WoS)

Результаты интеллектуальной деятельности

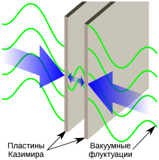
- *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Численная симуляция модели Поттса с нелокальным взаимодействием [текст]. / А. С. Танашкин, В. И. Шевченко ; ФГАОУ ВО ДВФУ. № 2018665384 ; заявл. 28.12.2018 ; опубл. 15.01.2019, 2019610664 (Рос. Федерация)
- *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Построение объектов на решетке и их интеграция с программой для решеточных вычислений [текст]. / А. В. Молочков, А. С. Танашкин, В. А. Гой ; ФГАОУ ВО ДВФУ. № 2021660466 ; заявл. 06.07.2021 ; опубл. 15.07.2021, 2021661822 (Рос. Федерация)
- *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Реализация алгоритма тепловой бани для SU(2) калибровочной теории [текст]. / А. С. Танашкин, В. А. Гой ; ФГАОУ ВО ДВФУ. № 2022619111 ; заявл. 06.05.2022 ; опубл. 30.05.2022, 2022660078 (Рос. Федерация)
- *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Реализация SU(2) матриц и операций над ними для решеточной теории поля с поддержкой GPU [текст]. / В. А. Гой, А. С. Танашкин ; ФГАОУ ВО ДВФУ. № 2023611449 ; заявл. 01.02.2023 ; опубл. 06.02.2023, 2023612655 (Рос. Федерация)

- Впервые изучено влияние пластин Казимира на структуру вакуума (3+1)-компактной электродинамики;
- Впервые рассмотрен решеточный подход для исследования эффекта Казимира в (3+1)-глюодинамике и изучено влияние пластин Казимира на деконфайнмент цвета,а также предсказано возникновение новых граничных состояний глюонов и кварков;
- Впервые было проведено исследование нелокальной модели Поттса на дискретной решетке с взаимодействием на конечном расстоянии, описаны вакуумные конфигурации данной модели и полученные результаты отождествлены с решением дискретной проблемы Нельсона-Эрдёша-Хадвигера, которая на момент выполнения работы остается открытой.

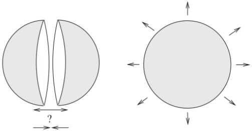
Особенности Казимировского вакуума

Проблема сферической геометрии

$$\frac{\Delta E}{L^2} = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720 d^3}$$
$$\frac{F(d)}{L^2} = -\frac{\pi^2 \hbar c}{240 d^4}$$



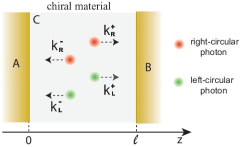
©Wikipedia



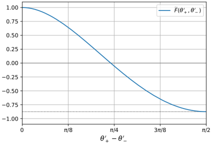
Kenneth O., Klich I.
arXiv:quant-ph/0601011

$$\Delta E \simeq +0.09 \frac{\hbar c}{2r}$$

Эффект Казимира в киральной среде



Jiang Q., Wilczek F. arXiv:1805.07994



Canfora F. et. al. arXiv:2207.09175

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{i}{4} g\theta F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}$$

$$\theta'_{\pm} = \arctan(g\theta_{\pm})$$

Реструктуризация вакуума между границами

Эффект Шарнхоста

$$\delta c = +\frac{11\pi^2}{90^2} \alpha_{\mathrm{e.m.}} \left(\frac{\hbar}{m_e c} \frac{1}{R} \right)^4$$

arXiv:gr-qc/0107091,

Восстановление киральной симметрии

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\partial\!\!\!/\Psi + \frac{g}{2}(\bar{\Psi}\Psi)^2$$

Flachi A. arXiv:1301.1193
arXiv:1901.04754, arXiv:2208.03457

Решеточная регуляризация калибровочных теорий

Лагранжиан

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu^{(a)} - \partial_\nu A_\mu^{(a)} + (g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c)$$

$$\mathcal{L} = -\tfrac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{\mu\nu,(a)}$$

От пр-ва Минковского к евклидовому

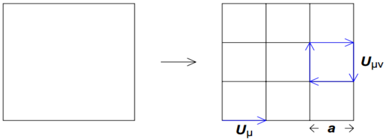
$$ds^2 = -(dt^2) + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$t \to -i\tau \quad \Rightarrow$$
$$ds^2 = d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$Z = \int \mathcal{D}A_\mu e^{iS(A_\mu)} \quad \to \quad \int \mathcal{D}A_\mu e^{-S(A_\mu)}$$

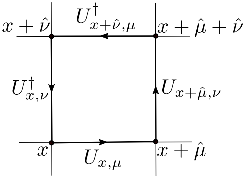
$$\mathcal{L} = -\tfrac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{\mu\nu,(a)} \quad \to \quad \tfrac{1}{4} F^2_{\mu\nu,(a)}.$$

Дискретизация



$$U_{x,\mu} = \exp(iaA_\mu(x))$$

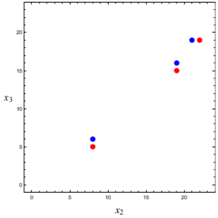
$$U_{x,\mu\nu} = \exp(ia^2 F_{\mu\nu}(x) + \mathcal{O}(a^3))$$

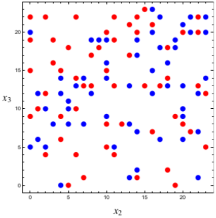


$$U_{x,\mu\nu} = U_{x,\mu}\, U_{x+\hat{\mu},\nu}\, U^\dagger_{x+\hat{\nu},\mu}\, U^\dagger_{x,\nu}$$

Реструктуризация вакуума в (2+1) измерениях

Нулевая температура

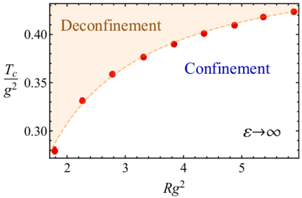


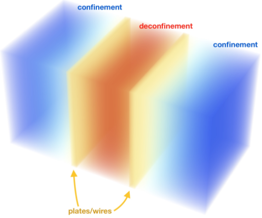


Конфигурация монополей
слева: между пластинами,
справа: снаружи пластин

Chernodub M., Goy V., Molochkov A. arXiv:1703.03439

Конечная температура

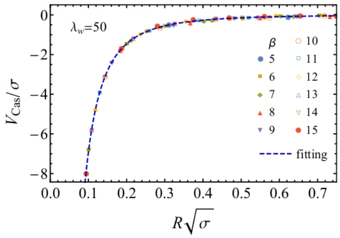




слева: фазовая диаграмма
справа: иллюстрация деконфайнмента между пластинами

Chernodub M., Goy V., Molochkov A. arXiv:1709.02262

Численный подход



$$V^{\rm fit}_{\rm Cas}(R) = -\frac{3\zeta(3)}{16\pi}\frac{1}{R^2}\frac{1}{(R\sqrt{\sigma})^{\nu}}e^{-M_{\rm Cas}R}$$

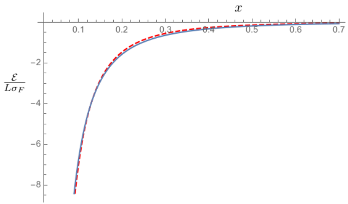
$$M_{\rm Cas} = 1.38(3)\sqrt{\sigma}$$

$$M_{0^{++}} \approx 4.7\sqrt{\sigma}$$

$$\nu = 0.05(2)$$

Chernodub M., Goy V., Molochkov A., Nguyen H.N. arXiv:1805.11887

Аналитический подход



$$\frac{\varepsilon}{L} = -\frac{\dim G}{16\pi R^2}\left[2mR\,\mathrm{Li}_2\left(e^{-2mR}\right) + \right.$$
$$\left. + \mathrm{Li}_3\left(e^{-2mR}\right)\right]$$

$$mR = \sqrt{c_A/\pi c_F}\,x, \quad x = R\sqrt{\sigma_F}$$

$$\sigma_F = e^4\frac{c_A c_F}{4\pi}, c_A = N_c, \quad c_F = \frac{N_c^2-1}{2N_c}$$

Karabali D., Nair V.P. arXiv:1808.07979

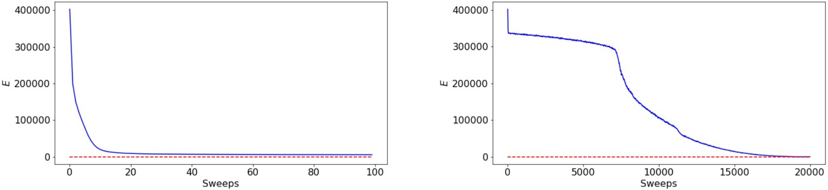
Implemented minimization algorithms

- x **Greedy** algorithm – makes locally optimal choice in hope to find global optimal solution. Doesn't work for this problem – resulting minima are not global.

- ✓ **Simulated annealing** algorithm –progressive cooling of the system with a possibility of accepting not locally optimal choice.

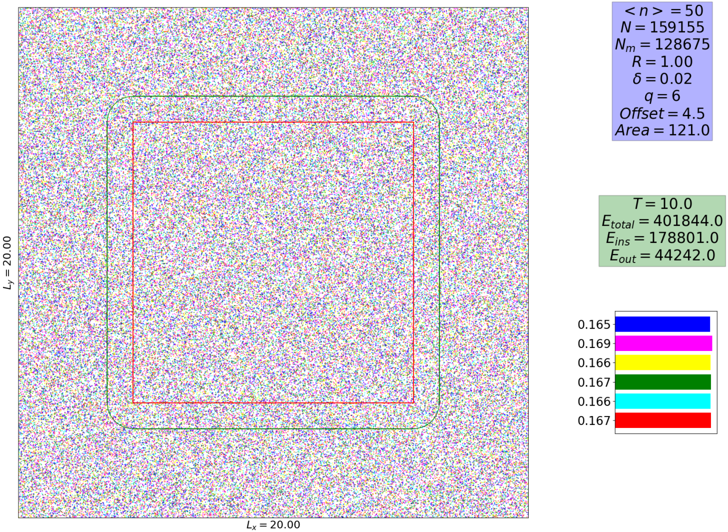
Simulated annealing steps

1. Generate random configuration
2. Calculate its energy
3. Choose temperature reduction function, T_{ini} and T_{fin}
4. Generate random order of picking up particles
5. For each particle randomly assign a new color. If the energy decreased or stayed unchanged then accept new configuration. In the case the energy is increased configuration is accepted with probability $P = exp[(E - E')/T]$
6. Reduce temperature
7. Repeat steps starting from **4**, while $T > T_{fin}$.

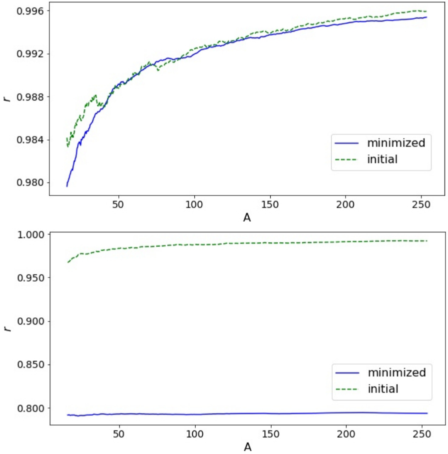


Типичные графики процесса минимизации. **Слева**: жадный алгоритм; **Справа**: алгоритм имитации отжига.

Иллюстрация эволюции системы для $q = 6$

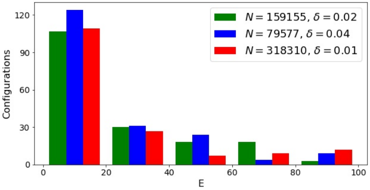


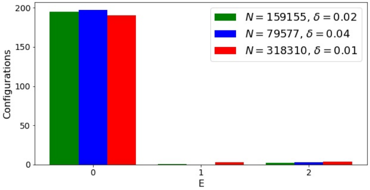
Нарушение цветовой симметрии



Зависимость отношения r числа частиц наименее представленного цвета к общему числу частиц внутри подобласти от ее площади A. **Вверху**: $q = 3$, **Внизу**: $q = 5$.

Стабильность модели





Распределения энергий минимизированных конфигураций для различных комбинаций (N, δ) при фиксированном числе соседей $\langle n \rangle$. **Слева**: $q = 6$; **Справа**: $q = 7$.