

Адроны в сильном магнитном поле на решётке

Соловьёва Ольга (ИТЭФ), Луцевская Елена В. (ИТЭФ), Теряев
Олег В.(ОИЯИ)

ОИЯИ

21 февраля 2018

Мотивация

Вычисление фундаментальных величин из первых принципов с высокой точностью. Например энергии, масс, магнитных моментов, поляризуемостей.

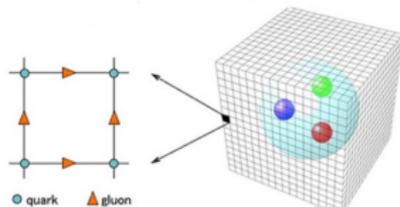
На основе работ: “Magnetic polarizability of pion”, E.V. Lushevskaya, O.E. Solovjeva O.V. Teryaev, Phys. Lett. B 761 (2016) 393-398; e-print arXiv: 1511.09316 [hep-lat];

“The Evolution of Meson Masses in a Strong Magnetic Field”, M.A. Andreichikov, B.O. Kerbikov, E.V. Lushevskaya, Yu.A. Simonov, O.E. Solovjeva, JHEP 1705 (2017) 007; e-print arXiv: 1610.06887 [hep-ph];

“Determination of the properties of vector mesons in external magnetic field by Quenched SU(3) Lattice QCD”, E.V. Lushevskaya, O.E. Solovjeva O.V. Teryaev, JHEP 1709 (2017) 142; e-print arXiv: 1608.03472 [hep-lat];

Введение. Lattice QCD

$x \Rightarrow an$, $n_i = 0, 1, \dots, N_s - 1$, $i = 1, 2, 3$, $n_0 = 1, \dots, N_t$, $n = (n_i, n_0)$, a шаг решетки, $n \in Z$, $N_s^3 \times N_t$ объём решетки.



1. Делаем поворот Вика $x_0 \rightarrow it$.
2. Дискретизируем Лагранжиан

$$\psi(x) \Rightarrow \psi(n), \quad \partial_\mu \psi(x) \Rightarrow \frac{\psi(n + \hat{\mu}) - \psi(n - \hat{\mu})}{2a} + O(a^2)$$

$$S_{QCD} \rightarrow iS_{QCD}^E \Rightarrow \exp\{iS_{QCD}\} \rightarrow \exp\{-S_{QCD}^E\}.$$

3. Методами Монте-Карло численно моделируем ансамбль глюонных конфигураций с весом $e^{-S_{QCD}^E}$.

Детали вычислений

Численно решаем уравнение Дирака

$$D\psi_k = i\lambda_k\psi_k, \quad D = \gamma^\mu(\partial_\mu - iA_\mu)$$

Учитываем внешнее магнитное поле :

$$A_{\mu ij} \rightarrow A_{\mu ij} + A_\mu^B \delta_{ij}$$

$A_{\mu ij}$ - глюонное поле ($SU(3)$) $A_\mu^B(x) = \frac{B}{2}(x_1\delta_{\mu,2} - x_2\delta_{\mu,1})$ - постоянное магнитное поле($U(1)$)

Вычисляем пропагаторы

$$D^{-1}(x, y) = \sum_{k < M} \frac{\psi_k(x)\psi_k^\dagger(y)}{i\lambda_k + m}$$

Детали вычислений

Вычисляем корреляторы:

$$\langle \psi^\dagger(x) O_1 \psi(x) \psi^\dagger(y) O_2 \psi(y) \rangle_A$$

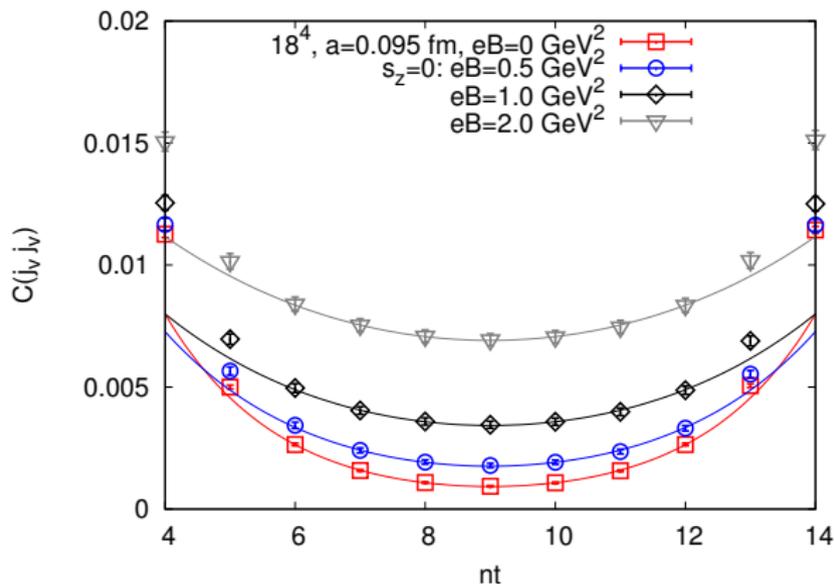
$$\langle \bar{\psi} O_1 \psi \bar{\psi} O_2 \psi \rangle_A = -[O_1 D^{-1}(x, y) O_2 D^{-1}(y, x)]$$

Рассматриваем только $\langle \vec{p} \rangle = 0$ (интересуемся энергиями основного состояния)

$$\tilde{C}(n_t) = \langle \psi^\dagger(\mathbf{0}, n_t) O_1 \psi(\mathbf{0}, n_t) \psi^\dagger(\mathbf{0}, 0) O_2 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle_A =$$

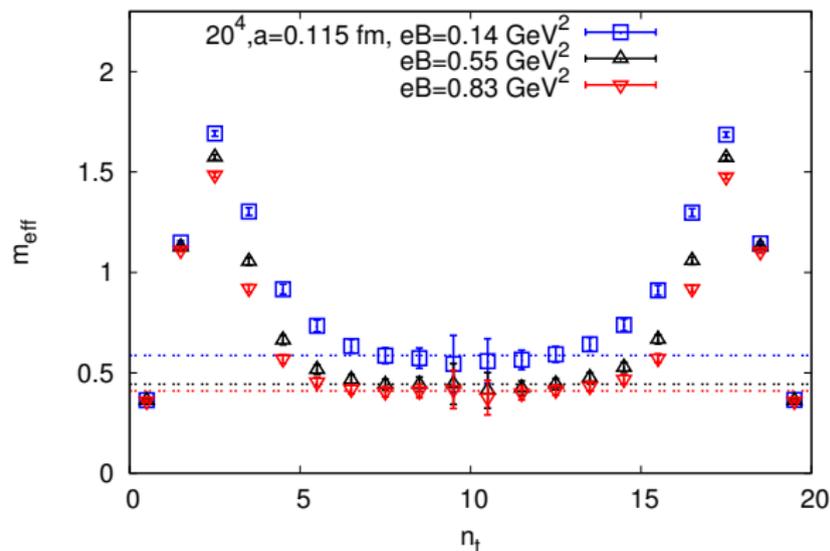
$$\sum_k \langle 0 | O_1 | k \rangle \langle k | O_2^\dagger | 0 \rangle e^{-n_t a E_k}$$

Фитирование коррелятора



$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{fit}(n_t) &= A_0 e^{-n_t a E_0} + A_0 e^{-(N_T - n_t) a E_0} = \\
 &= 2A_0 e^{-N_T a E_0 / 2} \cosh\left(\left(\frac{N_T}{2} - n_t\right) a E_0\right) \\
 &E_0 - ?
 \end{aligned}$$

Эффективная масса



$$\frac{C(n_t)}{C(n_t + 1)} = \frac{\cosh(m_{eff}(n_t - N_T/2))}{\cosh(m_{eff}(n_t + 1 - N_T/2))}$$
$$m_{eff} = E_0 \times a$$

Мезон в сильном магнитном поле

Уровни Ландау для точечной заряженной частицы в постоянном магнитном поле $\parallel Oz$:

$$E^2 = p_z^2 + (2n + 1)|qB| - g s_z qB + m^2.$$

Основное состояние $n = 0, p = 0$

!В достаточно сильном магнитном поле ($eB > m_\pi^2 \sim 0.02 GeV^2$.) нужно учитывать, что мезон состоит из заряженных кварка и антикварка.

Насколько сильно частица деформируется

во внешнем магнитном поле - магнитная поляризуемость β

во внешнем электрическом поле - электрическая поляризуемость α

Магнитная и электрическая поляризуемость

Комптоновское рассеяние на пионе:

$$\gamma(k_1)\pi(p_1) \longrightarrow \gamma(k_2)\pi(p_2), \quad (1)$$

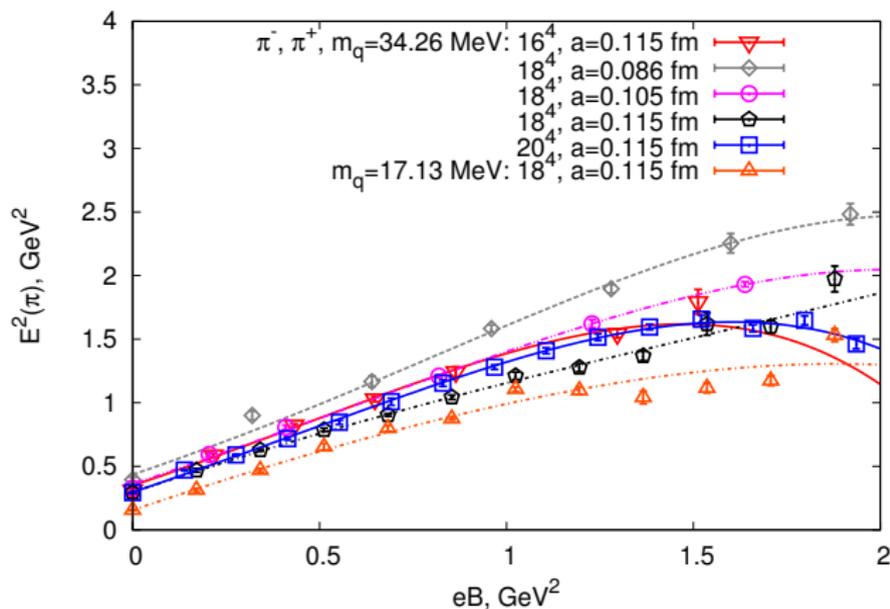
Амплитуда этого процесса может быть разложена по степеням энергии фотонов:

$$T_{\gamma\pi \rightarrow \gamma\pi} = \left(-\frac{\alpha}{m_\pi} + \alpha_\pi \omega_1 \omega_2\right) \cdot \vec{\varepsilon}_1 \vec{\varepsilon}_2^* + \beta_\pi \omega_1 \omega_2 (\vec{\varepsilon}_1 \times \vec{k}_1) (\vec{\varepsilon}_2 \times \vec{k}_2) + \dots, \quad (2)$$

где $\vec{\varepsilon}$ - вектор поляризации фотона, α_π, β_π электрическая и магнитная поляризуемости, $k = \omega(1, \vec{k}_2)$. Первое слагаемое представляет собой амплитуду в борновском приближении. Поляризуемости возникают как члены $O(\omega_1, \omega_2)$ разложения по степеням энергии фотонов.

Энергия основного состояния заряженного π -мезона

$$C^{PSPS} = \langle \bar{\psi}_d(\vec{0}, n_t) \gamma_5 \psi_u(\vec{0}, n_t) \bar{\psi}_u(\vec{0}, 0) \gamma_5 \psi_d(\vec{0}, 0) \rangle$$



$$E^2 = |qB| + m^2 - 4\pi m\beta_m(qB)^2 - 4\pi m\beta_m^{1h}(qB)^4, .$$

Магнитная поляризуемость заряженного π -мезона

$$E^2 = |qH| + m^2 - 4\pi m\beta_m H^2 - 4\pi m\beta_m^{1h} H^4, \quad H = eB.$$

$$\beta_m = -(2.06 \pm 0.76) \times 10^{-4} \text{ fm}^3, V = 18^4, a = 0.086 \text{ fm};$$

$$\beta_m = -(1.15 \pm 0.31) \times 10^{-4} \text{ fm}^3, V = 20^4, a = 0.115 \text{ fm}.$$

COMPASS (CERN): $\beta_m = -(2.0 \pm 0.6_{stat} \pm 0.7_{syst}) \times 10^{-4} \text{ fm}^3$,

ChPT (two loops): $\beta_m = (-2.77 \pm 0.5) \times 10^{-4} \text{ fm}^3$.

Магнитная гиперполяризуемость:

$$\beta_m^{1h} = (1.3 \pm 0.2) \times 10^{-7} \text{ fm}^7, V = 20^4, a = 0.115 \text{ fm}.$$

Компоненты корреляторов:

$$C_{xx}^{VV} = \langle \bar{\psi}(\mathbf{0}, n_t) \gamma_1 \psi(\mathbf{0}, n_t) \bar{\psi}(\mathbf{0}, 0) \gamma_1 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle,$$

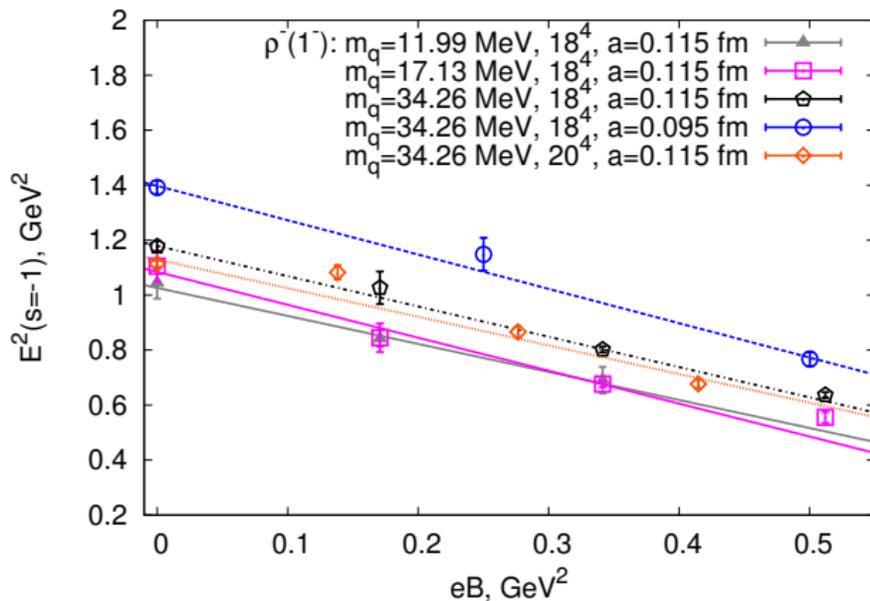
$$C_{yy}^{VV} = \langle \bar{\psi}(\mathbf{0}, n_t) \gamma_2 \psi(\mathbf{0}, n_t) \bar{\psi}(\mathbf{0}, 0) \gamma_2 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle,$$

$$C_{zz}^{VV} = \langle \bar{\psi}(\mathbf{0}, n_t) \gamma_3 \psi(\mathbf{0}, n_t) \bar{\psi}(\mathbf{0}, 0) \gamma_3 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle.$$

$$\rho^0 \text{ с } s_z = 0 \longleftarrow C_{zz}^{VV}$$

$$C^{VV}(s_z = \pm 1) = C_{xx}^{VV} + C_{yy}^{VV} \pm i(C_{xy}^{VV} - C_{yx}^{VV}).$$

Энергия основного состояния заряженного ρ мезона



фитирование на интервале $eB \in [0, 0.45] \text{ GeV}^2$:

$$E^2 = |qB| - gs_z qB + m^2$$

g-фактор заряженного ρ мезона

V	m_π (MeV)	a (fm)	g -factor	$\chi^2/\text{d.o.f.}$	fit, eB (GeV^2)
18^4	331 ± 7	0.115	2.01 ± 0.18	0.826	[0, 0.35]
18^4	395 ± 6	0.115	2.17 ± 0.18	0.969	[0, 0.35]
18^4	541 ± 3	0.115	2.12 ± 0.07	1.159	[0, 0.35]
18^4	667 ± 3	0.115	2.07 ± 0.19	1.695	[0, 0.35]
18^4	625 ± 21	0.086	2.11 ± 0.01	0.153	[0, 0.70]
18^4	596 ± 12	0.095	2.30 ± 0.12	1.094	[0, 0.55]
18^4	572 ± 16	0.105	2.05 ± 0.03	0.644	[0, 0.45]
20^4	535 ± 4	0.115	2.22 ± 0.08	1.398	[0, 0.45]

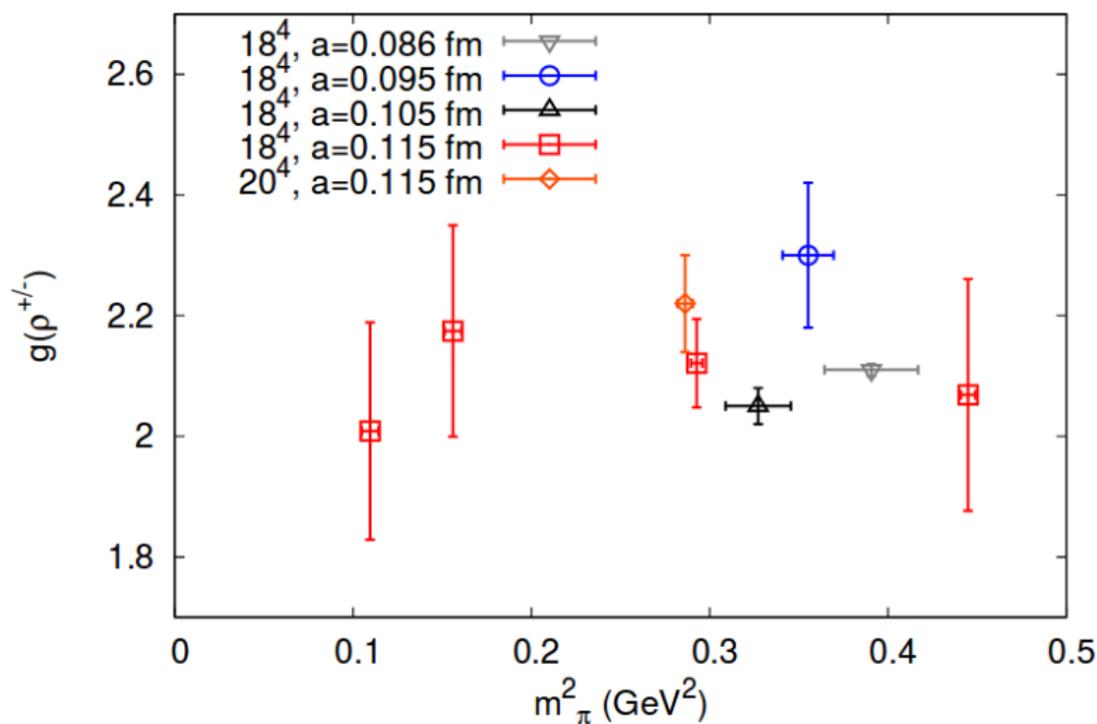
Experiment: The analysis of BaBar cross section data for the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ $g_{exp} = 2.1 \pm 0.5$ D. G. Gudino and G. T. Sanchez (2015), Int. J. of Mod. Phys. A, 30:1550114 arXiv:1305.6345

Relativistic quark model : $g \approx 2.37$ A. M. Badalian, Yu. A. Simonov (ITEP), Phys. Rev. D 87, 074012 (2013)

QCD sum rules: $g = 2.4 \pm 0.4$ T. M. Aliev et al., Phys. Lett. B 678

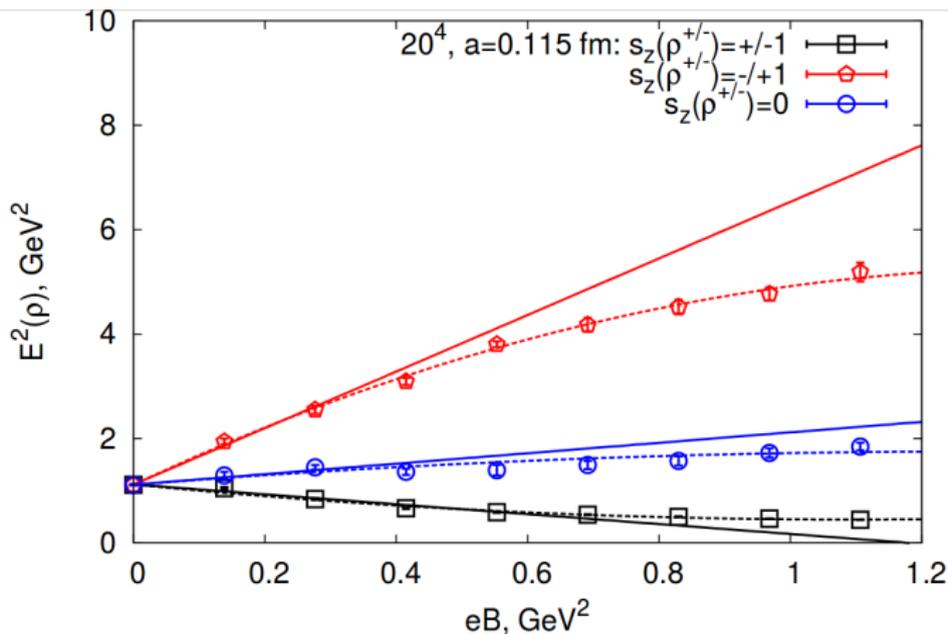
Lattice: $g \approx 3.25$ F. X. Lee et al., Phys. Rev. D, 78, 094502 (2008)

Зависимость g-factor ρ мезона от массы пи-мезона



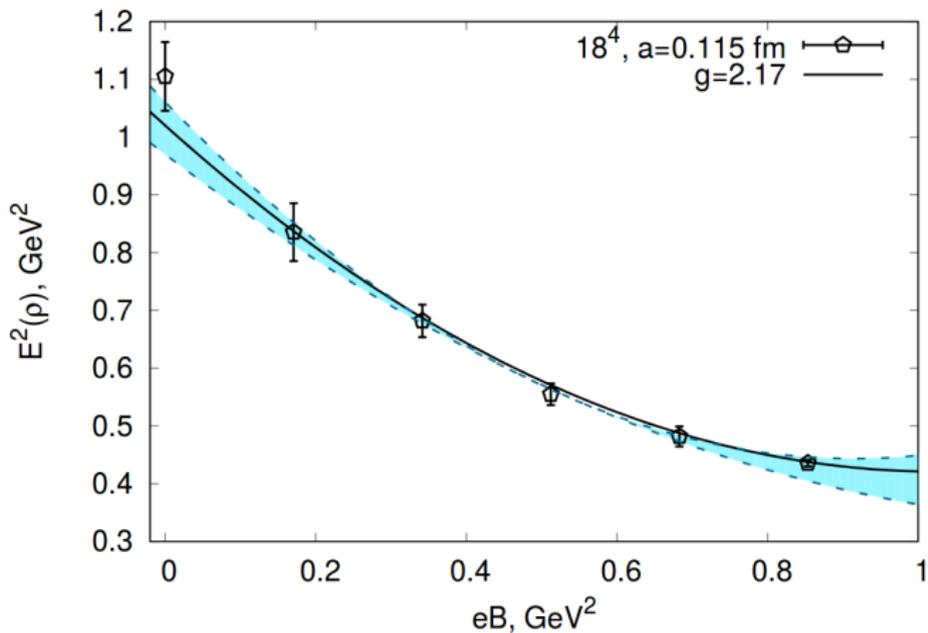
$$\langle g \rangle = 2.11 \pm 0.10, a = 0.115 \text{ fm}$$

Расщепление уровней энергии ρ - мезона в зависимости от проекции спина



$$E^2 = |qB| - g_s s_z qB + m^2 - 4\pi m \beta_m (qB)^2, \quad eB \in [0, 1.2 \text{ GeV}^2]$$

Магнитная поляризуемость ρ - мезона



$$E^2 = |qB| - g s_z qB + m^2 - 4\pi m \beta_m (qB)^2, \quad g = 2.17 \pm 0.18$$

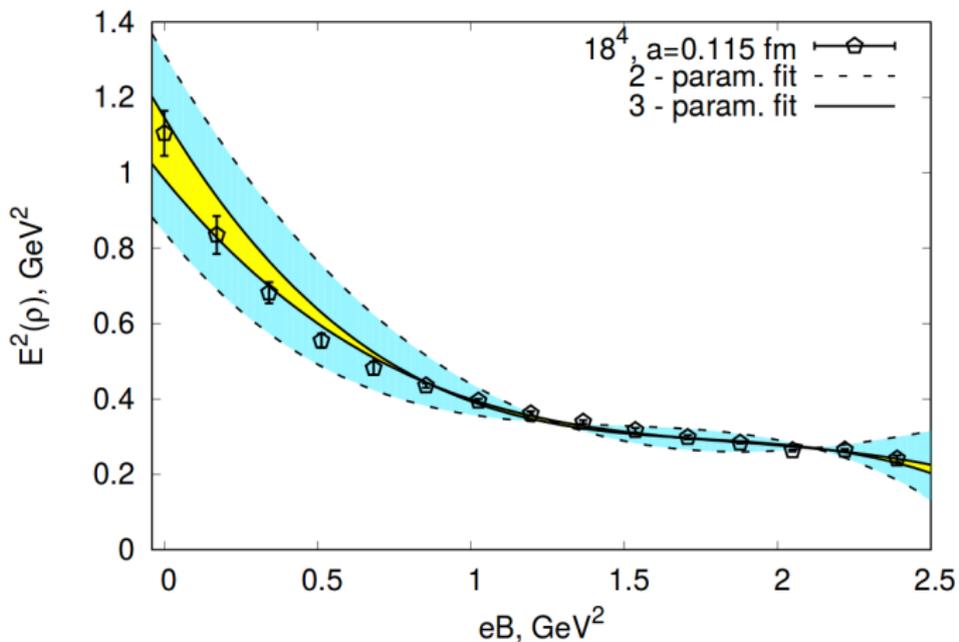
Магнитная поляризуемость ρ - мезона $|s_z| = 1$

Fixed g ,

$$E^2 = |qB| - g s_z qB + m^2 - 4\pi m \beta_m (qB)^2$$

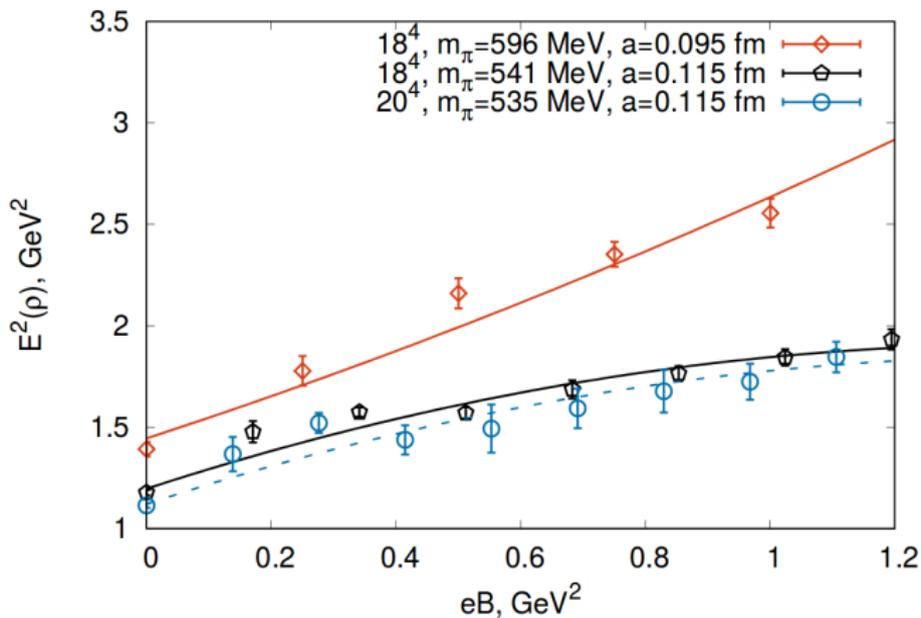
V	m_π (MeV)	a (fm)	β_m (GeV^{-3})	$\chi^2/d.o.f$	fit, eB
18^4	596 ± 12	0.095	$-0.025^{+0.016}_{-0.014}$	1.656	
18^4	596 ± 12	0.095	$-0.036^{+0.007}_{-0.006}$	1.864	
18^4	541 ± 3	0.115	$-0.037^{+0.006}_{-0.005}$	2.774	[
20^4	535 ± 4	0.115	$-0.042^{+0.008}_{-0.008}$	2.274	
18^4	395 ± 6	0.115	$-0.045^{+0.011}_{-0.012}$	0.823	

Магнитная гиперполяризуемость ρ - мезона $|s_z| = 1$



$$E^2 = |qB| - g s_z qB + m^2 - 4\pi m \beta_m (qB)^2 - 4\pi m \beta_m^{h1} (qB)^3, \quad g = 2.17 \pm 0.18$$

Поляризуемость ρ - мезона $s_z = 0$



$$E^2 = |qB| + m^2 - 4\pi m\beta_m(qB)^2$$

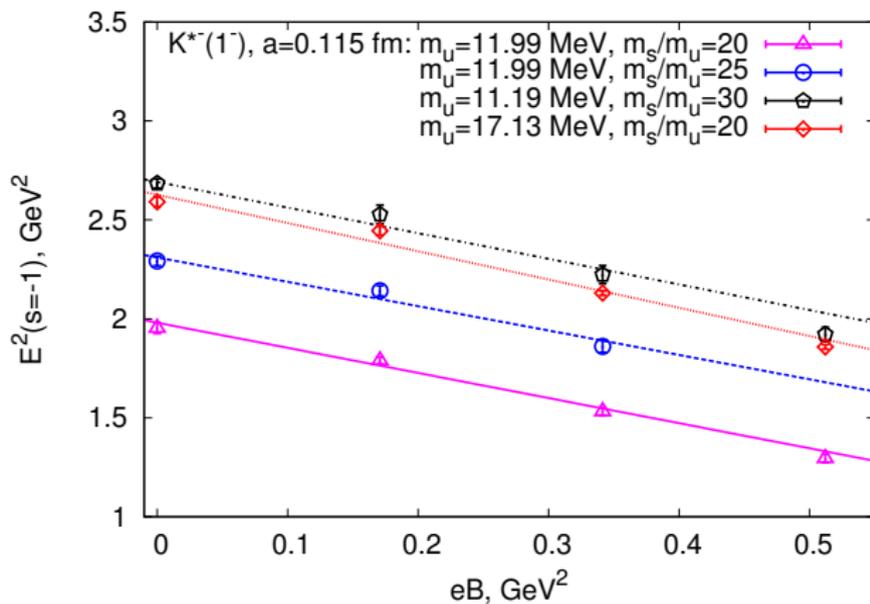
Поляризуемость ρ - мезона $s_z = 0$

Fit at $eB \in [0, 1.2 \text{ GeV}^2]$

$$E^2 = |qB| + m^2 - 4\pi m\beta_m(qB)^2$$

V	$m_\pi(\text{MeV})$	$a(\text{fm})$	$\beta_m(\text{GeV}^{-3})$	$\chi^2/d.o.f.$
18^4	541 ± 3	0.115	0.026 ± 0.004	1.959
20^4	535 ± 4	0.115	0.026 ± 0.005	1.365

Энергия и магнитный момент K^* -мезона



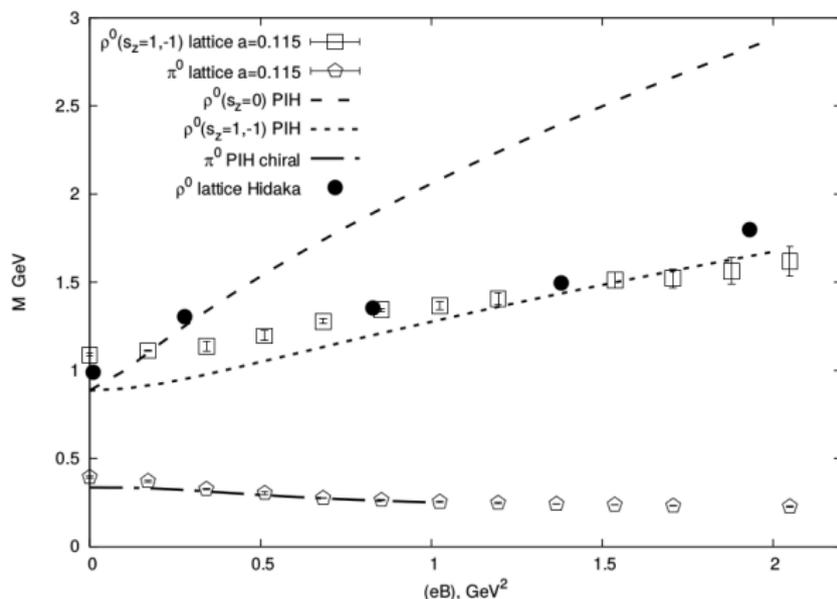
Энергия и магнитный момент K^* -мезона

m_π (MeV)	m_s/m_u	g -factor	$\chi^2/\text{d.o.f.}$	fit, eB (GeV^2)
331 ± 7	20	2.27 ± 0.18	1.845	[0, 0.35]
331 ± 7	25	2.23 ± 0.23	1.986	[0, 0.35]
331 ± 7	30	2.29 ± 0.19	1.366	[0, 0.35]

QCD sum rules: $g_{K^*} = 2.0 \pm 0.4$,
T.M. Aliev et.al., Phys. Lett. B 678, 470 (2009).

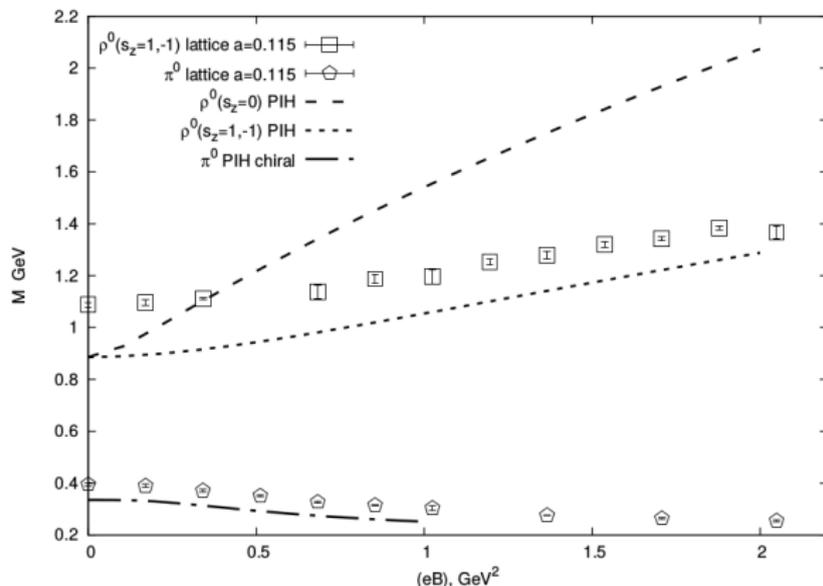
gravitation theory: $g_{K^*} \approx 2$,
O.V.Teryaev, Front. Phys. 11, 111207 (2016).

π^0 и ρ^0 : сравнение с аналитическими вычислениями



The Evolution of Meson Masses in a Strong Magnetic Field, M.A. Andreichikov, B.O. Kerbikov, E.V. Lushevskaya, Yu.A. Simonov, O.E. Solovjeva, JHEP 1705 (2017) 007; e-print arXiv: 1610.06887 [hep-ph];

π^0 и ρ^0 : сравнение с аналитическими вычислениями



The Evolution of Meson Masses in a Strong Magnetic Field, M.A. Andreichikov, B.O. Kerbikov, E.V. Lushevskaya, Yu.A. Simonov, O.E. Solovjeva, JHEP 1705 (2017) 007; e-print arXiv: 1610.06887 [hep-ph];

π : сравнение с другими решеточными данными

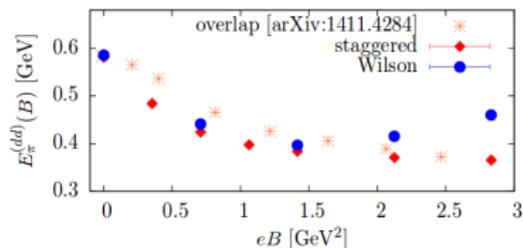


Figure 1: Comparison between results for the energies of connected neutral pions with $\bar{d}d$ flavour content with respect to the external magnetic field obtained from different fermion discretisations. The results for Wilson and staggered fermions are from the current study and the results for overlap fermions are taken from [9]. Here the pion mass at $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ is about 580 MeV.

Барионы на решетке

Интерполяционные операторы

$$O_{n(\pm)} = \epsilon_{abc} (d(n)_a C \gamma_5 u^T(n)_b) d(n)_c P(\pm)$$

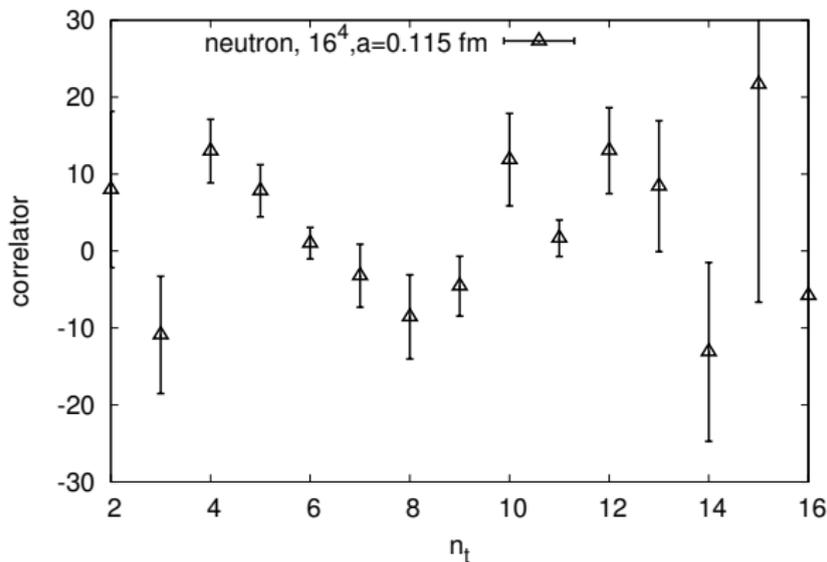
$$O_{\Sigma(\pm)} = \epsilon_{abc} (u(n)_a C \gamma_5 s^T(n)_b) u(n)_c P(\pm)$$

Корреляционная функция нейтрона:

$$C(\text{neutron}) = \epsilon_{abc} * \epsilon_{a'b'c'} * (C \gamma_5)_{\alpha'\beta'} * (C \gamma_5)_{\alpha\beta} * (P_+)_{\gamma a \gamma a'} D_u^{-1}{}_{\beta' \beta, b' b} * \\ (D_d^{-1}{}_{\alpha' \alpha, a' a}(n|m) * D_d^{-1}{}_{\gamma' \gamma, c' c}(n|m) - \\ - D_d^{-1}{}_{\alpha' \gamma, a' c}(n|m) * D_d^{-1}{}_{\gamma' \alpha, c' a}(n|m))$$

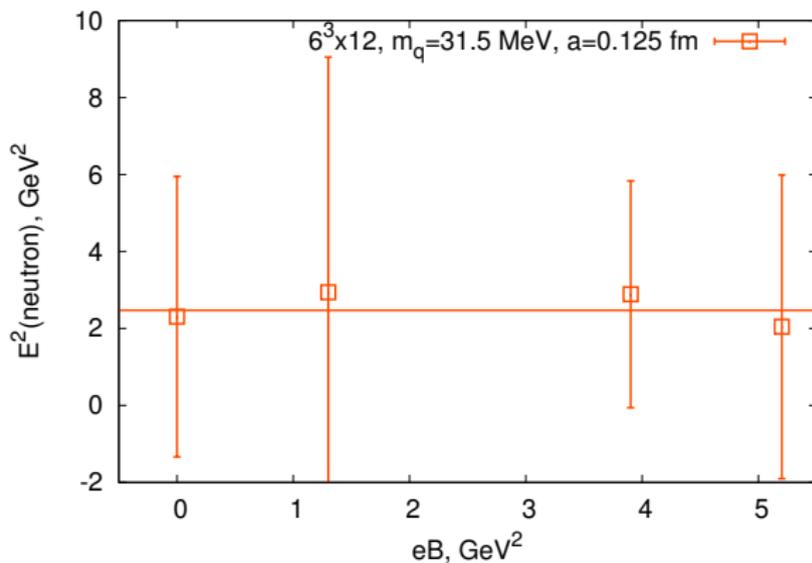
Корреляционная функция нейтрона

$$C(\text{neutron}) = \epsilon_{abc} * \epsilon_{a'b'c'} * (C\gamma_5)_{\alpha'\beta'} * (C\gamma_5)_{\alpha\beta} * (P_+)_{\gamma a} \gamma_{a'} D_u^{-1} \beta' \beta, b' b * (D_d^{-1} \alpha' \alpha, a' a(n|m) * D_d^{-1} \gamma' \gamma, c' c(n|m) - - D_d^{-1} \alpha' \gamma, a' c(n|m) * D_d^{-1} \gamma' \alpha, c' a(n|m))$$



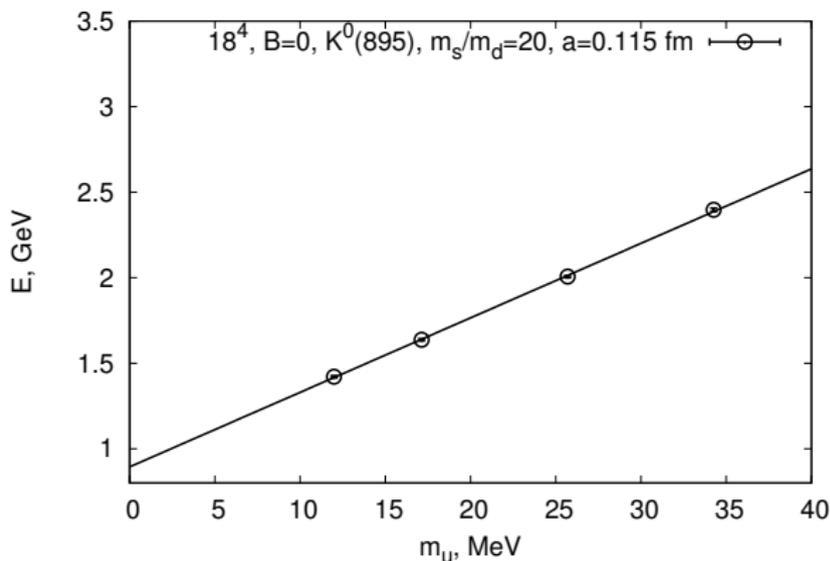
Решётка 16^4 , $m=32$ Mev // масса нейтрона из фита
 $E0 = 1.1024 \pm 0.766339 GeV$

Нейтрон в магнитном поле



Решётка 6³12, m=31.5MeV //масса нейтрона из фита
 $E_0 = 1.57214 \pm 0.08842$

Extrapolation $m_q \rightarrow 0$ for K^* meson



$m_q \rightarrow 0$: $K^*(895)$ -meson $m_{K^*} = 894 \pm 12 \text{ MeV}$

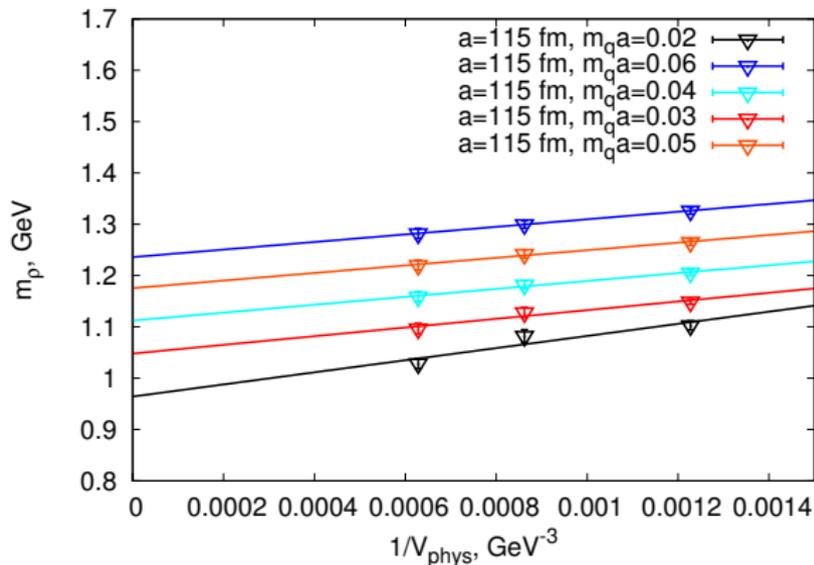
Все вычисления были проведены на суперкомпьютере ИТЭФ - ФАИР



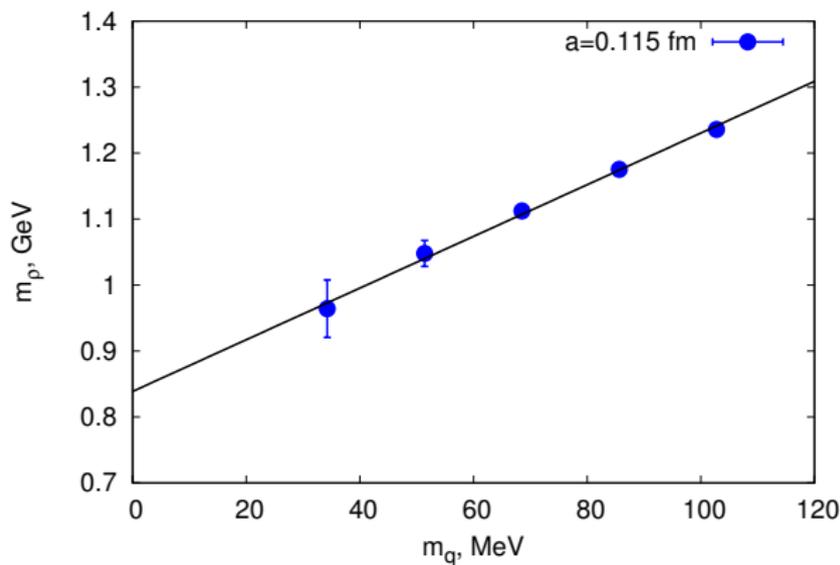
Спасибо за внимание!
oesolovjeva@gmail.com



Экстраполяция $V_{phys} \rightarrow \infty$ для ρ -мезона



Экстраполяция по массе кварка



$m_q \rightarrow 0$: $\rho(770)$ -meson $m_\rho = 839 \pm 11 \text{ MeV}$

Эксперименты

Первое предложение по измерению поляризуемостей пиона в реакции Примакова было выполнено на установке СИГМА- АЯКС в Серпухове с использованием пучка отрицательно заряженных пионов с импульсом $40\text{Gev}/c$ (1980)

Реакция Примакова: $\pi + Z \longrightarrow \pi + Z + \gamma$

$$\alpha_m(\pi) = (6.8 \pm 1.4 \pm 1.2) 10^{-4} fm^3$$

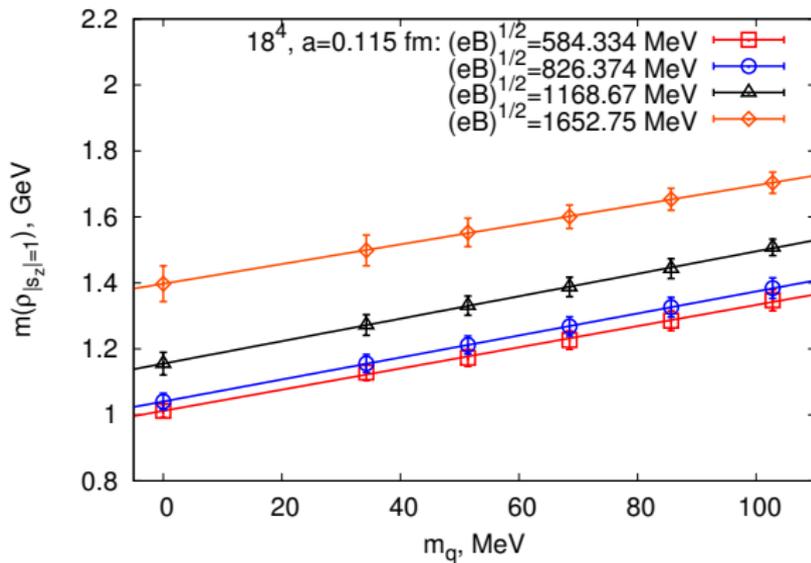
$$\beta_m(\pi) = (1.4 \pm 3.1 \pm 2.8) 10^{-4} fm$$

$$\beta_m(\pi) = (-7.1 \pm 2.8 \pm 1.8) 10^{-4} fm^3$$

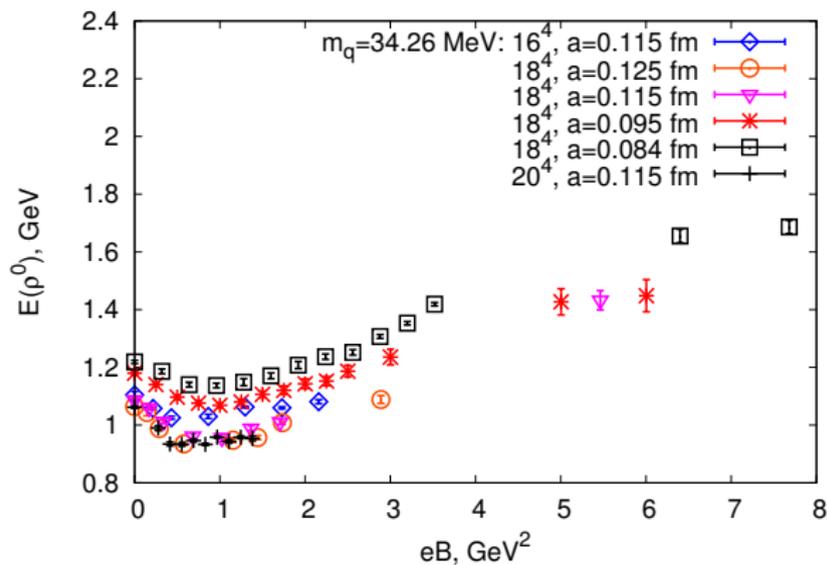
COMPASS (2015):

$$\alpha_m(\pi) = (2.0 \pm 0.6 \pm 0.7) 10^{-4} fm^3$$

Extrapolation $m_q \rightarrow 0$ for neutral ρ meson



Unpolarized neutral ρ meson



Детали вычислений

Численно решаем уравнение Дирака

$$D\psi_k = i\lambda_k\psi_k, \quad D = \gamma^\mu(\partial_\mu - iA_\mu)$$

Учитываем внешнее магнитное поле :

$$A_{\mu ij} \rightarrow A_{\mu ij} + A_\mu^B \delta_{ij}$$

$A_{\mu ij}$ - Неабелево глюонное поле ($SU(3)$) $A_\mu^B(x) = \frac{B}{2}(x_1\delta_{\mu,2} - x_2\delta_{\mu,1})$ -
Абелево магнитное поле($U(1)$)

Вычисляем пропагаторы

$$D^{-1}(x, y) = \sum_{k < M} \frac{\psi_k(x)\psi_k^\dagger(y)}{i\lambda_k + m}$$

Детали вычислений

Вычисляем корреляторы:

$$\langle \psi^\dagger(x) O_1 \psi(x) \psi^\dagger(y) O_2 \psi(y) \rangle_A$$

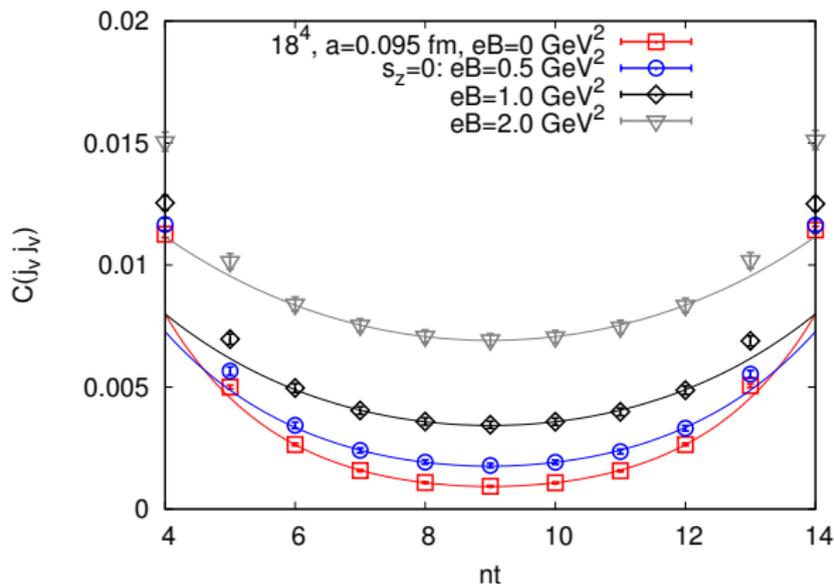
$$\langle \bar{\psi} O_1 \psi \bar{\psi} O_2 \psi \rangle_A = -[O_1 D^{-1}(x, y) O_2 D^{-1}(y, x)]$$

Рассматриваем только $\langle \vec{p} \rangle = 0$ (интересуемся энергиями основного состояния)

$$\tilde{C}(n_t) = \langle \psi^\dagger(\mathbf{0}, n_t) O_1 \psi(\mathbf{0}, n_t) \psi^\dagger(\mathbf{0}, 0) O_2 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle_A =$$

$$\sum_k \langle 0 | O_1 | k \rangle \langle k | O_2^\dagger | 0 \rangle e^{-n_t a E_k}$$

Фитирование коррелятора



$$\begin{aligned}
 \tilde{C}_{fit}(n_t) &= A_0 e^{-n_t a E_0} + A_0 e^{-(N_T - n_t) a E_0} = \\
 &= 2A_0 e^{-N_T a E_0 / 2} \cosh\left(\left(\frac{N_T}{2} - n_t\right) a E_0\right) \\
 &E_0 - ?
 \end{aligned}$$

Компоненты корреляторов:

$$C_{xx}^{VV} = \langle \bar{\psi}(\mathbf{0}, n_t) \gamma_1 \psi(\mathbf{0}, n_t) \bar{\psi}(\mathbf{0}, 0) \gamma_1 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle,$$

$$C_{yy}^{VV} = \langle \bar{\psi}(\mathbf{0}, n_t) \gamma_2 \psi(\mathbf{0}, n_t) \bar{\psi}(\mathbf{0}, 0) \gamma_2 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle,$$

$$C_{zz}^{VV} = \langle \bar{\psi}(\mathbf{0}, n_t) \gamma_3 \psi(\mathbf{0}, n_t) \bar{\psi}(\mathbf{0}, 0) \gamma_3 \psi(\mathbf{0}, 0) \rangle.$$

$$\rho^0 \text{ с } s_z = 0 \longleftarrow C_{zz}^{VV}$$

$$C^{VV}(s_z = \pm 1) = C_{xx}^{VV} + C_{yy}^{VV} \pm i(C_{xy}^{VV} - C_{yx}^{VV}).$$