

Февраль, 2017

# Многопартонные взаимодействия (МРІ) в КХД (Двойное партонное рассеяние в КХД)

*А.М. Снигирев*

*Научно-исследовательский институт ядерной физики  
имени Д.В. Скобельцина  
Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова  
Москва, Россия, 119991*

## MPI Workshops (2008, 2010-2016):

P. Bartalini *et al.*, arXiv:1003.4220 [hep-ep].

P. Bartalini *et al.*, arXiv:1111.0469 [hep-ph].

H. Abramowicz *et al.*, arXiv:1306.5413 [hep-ph].

S. Bansal *et al.*, arXiv:1410.6664 [hep-ph].

R. Astalos *et al.*, arXiv:1506.05829 [hep-ph].

mpi@lhc 2015, H. Jung *et al.*, DESY-PROC-2016-01.

mpi@lhc 2016 (Mexico), <https://indico.nucleares.unam.mx/event/1100/>

Из истории:

## ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ

---

**Упругое рассеяние** электронов на протонах  
————> протон (адрон) **НЕ точечный**

**Глубоконеупругое рассеяние** электронов на протонах  
————> протон (адрон) состоит из **точечных частиц-партонов**

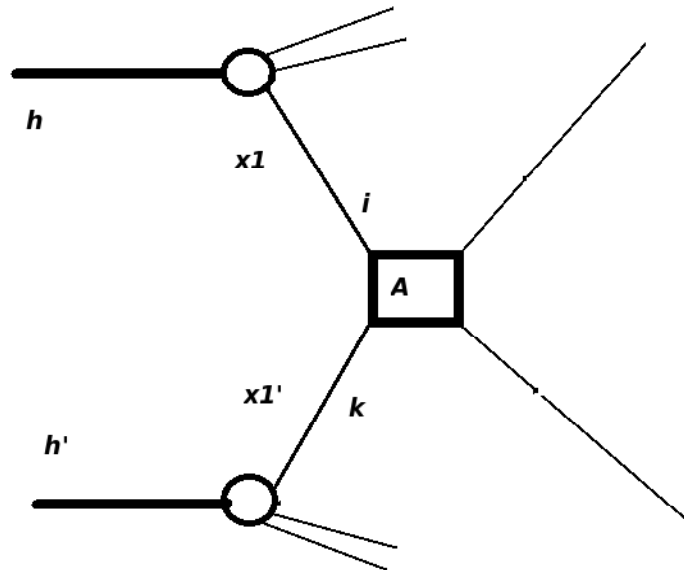
---

$$\text{Сечение (адронное)} = \sum \text{сечение (партонное)} \times \text{вес}$$

Вес — вероятности в системе бесконечно большого импульса

*Bjorken, Feynman*

В КХД веса зависят от масштаба  $Q$  жесткого процесса  
(НАРУШЕНИЕ СКЕЙЛИНГА)



$$\sigma_{\text{SPS}}^A = \sum_{i,k} \int D_h^i(x_1; Q_1^2) \hat{\sigma}_{ik}^A(x_1, x'_1) D_{h'}^k(x'_1; Q_1^2) dx_1 dx'_1$$

Нарушение скейлинга (зависимость от  $Q$ ) определяется уравнениями **DGLAP** (*Докшицер-Грибов-Лунатов-Altarelli-Parisi*):

$$\frac{dD_i^j(x, t)}{dt} = \sum_{j'} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} D_i^{j'}(x', t) P_{j' \rightarrow j}\left(\frac{x}{x'}\right)$$

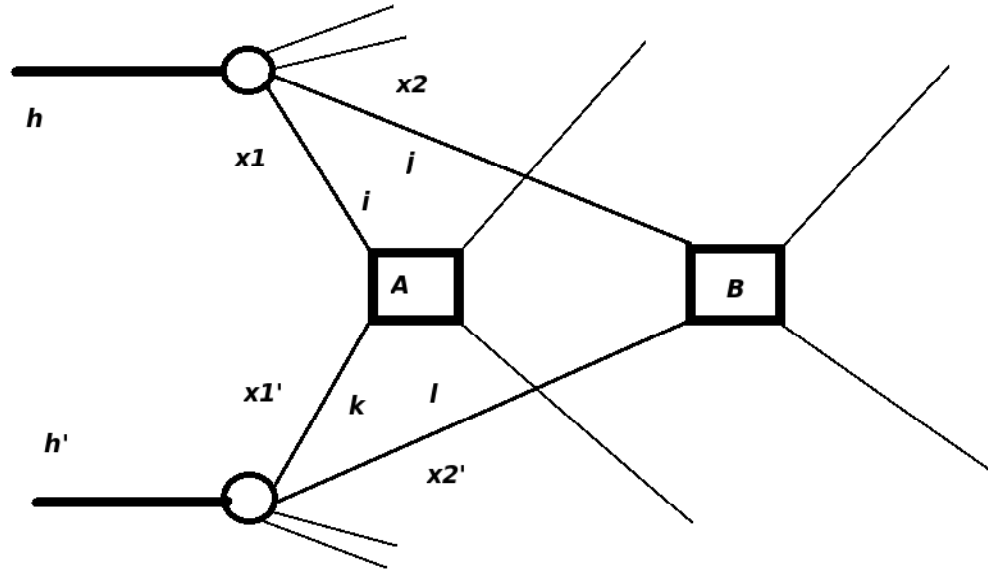
$$t = \frac{1}{2\pi b} \ln \left[ 1 + \frac{g^2(\mu^2)}{4\pi} b \ln \left( \frac{Q^2}{\mu^2} \right) \right] = \frac{1}{2\pi b} \ln \left[ \frac{\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right)}{\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right)} \right], \quad b = \frac{33 - 2n_f}{12\pi},$$

где  $g(\mu^2)$  — константа связи на некотором масштабе  $\mu^2$ ,  
 $n_f$  — число активных кварковых ароматов,  
 $\Lambda_{QCD}$  — размерный параметр в КХД.

Решение в **явном виде**: преобразование Меллина  $\rightarrow$  диагонализация  
 $\rightarrow$  обратное преобразование Меллина.

Поведение вблизи кинематических границ:  $x = 0, x = 1$ .

Очень редко, НО **возможно** двойное жесткое партонное рассеяние (подпроцессы *A* и *B*)



Инклюзивное сечение такого **двойного** партонного рассеяния пишется по аналогии (в предположении только факторизации двух жестких подпроцессов, *Paver, Treleani,...*):

(степенная поправка (“высшие твисты”) к полному сечению  $\sim (\Lambda_{QCD}/Q)^2$ )

$$\sigma_{DPS}^{AB} = \frac{m}{2} \sum_{i,j,k,l} \int \Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2; Q_1^2, Q_2^2) \hat{\sigma}_{ik}^A(x_1, x'_1, Q_1^2) \hat{\sigma}_{jl}^B(x_2, x'_2, Q_2^2) \\ \times \Gamma_{kl}(x'_1, x'_2; \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}, \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}; Q_1^2, Q_2^2) dx_1 dx_2 dx'_1 dx'_2 d^2b_1 d^2b_2 d^2b,$$

где  $\mathbf{b}$  — прицельный параметр (поперечное расстояние между центрами сталкивающихся адронов).

$\Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2; Q_1^2, Q_2^2)$  — обобщенные двухпартонные функции распределения, зависящие от продольных импульсных фракций  $x_1$  и  $x_2$ , и поперечных координат  $\mathbf{b}_1$  и  $\mathbf{b}_2$  двух партонов, участвующих в жестких subprocessах  $A$  и  $B$  на масштабах  $Q_1$  и  $Q_2$ .

$\hat{\sigma}_{ik}^A \hat{\sigma}_{jl}^B$  — сечения на партонном уровне.

$m/2$  — фактор, учитывающий симметрию:

$m = 1$  при  $A = B$ , и  $m = 2$  в остальных случаях.

Обобщенные двухпартоновые функции распределения  $\Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2; Q_1^2, Q_2^2)$   
— **главный объект исследования.**

(можно выразить через волновые функции (Фоковские столбцы) в переменных светового конуса в виде бесконечных сумм/рядов)

Обычно предполагают, что зависимость от **продольных** и **поперечных** переменных факторизуется:

$$\Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2; Q_1^2, Q_2^2) = D_h^{ij}(x_1, x_2; Q_1^2, Q_2^2) f(\mathbf{b}_1) f(\mathbf{b}_2),$$

где  $f(\mathbf{b}_1)$  — универсальные функции для всех партонов с фиксированной нормировкой

$$\int f(\mathbf{b}_1) f(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}) d^2 b_1 d^2 b = \int T(\mathbf{b}) d^2 b = 1,$$

и

$$T(\mathbf{b}) = \int f(\mathbf{b}_1) f(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}) d^2 b_1$$

— функции перекрытия (не вычисляются по теории возмущений).



Далее предполагают, что и продольную компоненту  $D_h^{ij}(x_1, x_2; Q_1^2, Q_2^2)$  можно представить в виде произведения известных однопартонных функций распределения

$$D_h^{ij}(x_1, x_2; Q_1^2, Q_2^2) = D_h^i(x_1; Q_1^2) D_h^j(x_2; Q_2^2).$$

Тогда инклюзивное сечение **двойного** партонного рассеяния переписывается совсем в простом виде (используемом в большинстве оценок):

$$\sigma_{\text{DPS}}^{\text{AB}} = \frac{m \sigma_{\text{SPS}}^{\text{A}} \sigma_{\text{SPS}}^{\text{B}}}{2 \sigma_{\text{eff}}},$$

$$\pi R_{\text{eff}}^2 = \sigma_{\text{eff}} = [\int d^2b (T(\mathbf{b}))^2]^{-1}$$

— эффективное сечение (эффективная область взаимодействия),  
 $R_{\text{eff}}$  — порядка поперечного размера адрона.

Вместо смешанного представления (импульсы-координаты) иногда удобнее чисто импульсное представление:

$$\sigma_{(A,B)}^D = \frac{m}{2} \sum_{i,j,k,l} \int \Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{q}; Q_1^2, Q_2^2) \hat{\sigma}_{ik}^A(x_1, x'_1) \hat{\sigma}_{jl}^B(x_2, x'_2) \times \Gamma_{kl}(x'_1, x'_2; -\mathbf{q}; Q_1^2, Q_2^2) dx_1 dx_2 dx'_1 dx'_2 \frac{d^2 \mathbf{q}}{(2\pi)^2}.$$

Здесь поперечный импульс  $\mathbf{q}$  — разность импульсов партонов в волновых функциях адрона в амплитуде и сопряженной амплитуде. Эта переменная сопряжена переменной, характеризующей относительное поперечное расстояние между партонами  $b_1 - b_2$ .

Главная проблема — вычислить обобщенные двухпартонные функции распределения  $\Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{q}; Q_1^2, Q_2^2)$  БЕЗ упрощающих факторизационных предположений (которые недостаточно обоснованы (2010-2012)):

*Blok, Dokshitzer, Frankfurt, Strikman;*

*Diehl, Schafer;*

*Gaunt, Stirling;*

*Flensburg, Gustafson, Lonnblad, Ster;*

*Manohar, Waalewijn;*

*Ryskin, Snigirev*

Эти функции были известны в литературе только при  $\mathbf{q} = 0$  (проинтегрированные по относительному поперечному расстоянию между партонами). В том случае  $\Gamma_{ij}(x_1, x_2; \mathbf{q} = 0; Q^2, Q^2) = D_h^{ij}(x_1, x_2; Q^2, Q^2)$  удовлетворяют обобщенным DGLAP эволюционным уравнениям (*Kirshner; Shelest, Snigirev, Zinovjev (1982)* ).

В главном логарифмическом приближении теории возмущений КХД это инклюзивные вероятности найти в адроне  $h$  два “голых” партона сортов  $i$  и  $j$  с определенными долями  $x_1$  и  $x_2$  продольного импульса адрона.

$$\begin{aligned} \frac{dD_h^{j_1 j_2}(x_1, x_2, t)}{dt} &= \sum_{j_1'} \int_{x_1}^{1-x_2} \frac{dx_1'}{x_1'} D_h^{j_1' j_2}(x_1', x_2, t) P_{j_1' \rightarrow j_1} \left( \frac{x_1}{x_1'} \right) \\ &+ \sum_{j_2'} \int_{x_2}^{1-x_1} \frac{dx_2'}{x_2'} D_h^{j_1 j_2'}(x_1, x_2', t) P_{j_2' \rightarrow j_2} \left( \frac{x_2}{x_2'} \right) \\ &+ \sum_{j'} D_h^{j'}(x_1 + x_2, t) \frac{1}{x_1 + x_2} P_{j' \rightarrow j_1 j_2} \left( \frac{x_1}{x_1 + x_2} \right) \end{aligned}$$

Решение обобщенных DGLAP уравнений  $\neq$   
 Произведение одиночных функций распределения  
 (факторизационная компонента).

Разница между партонным и адронным уровнями.

Соотношение *Грибова-Липатова* (обобщенное):

функции: **распределения**  $\equiv$  **фрагментации** (для партонов только !!)  
 $\equiv$  jet calculus rules (KUV)

Решение обобщенных DGLAP эволюционных уравнений с заданными начальными условиями на некотором масштабе  $\mu^2$  может быть представлено в виде (*Snigirev (2003)*):

$$D_h^{j_1 j_2}(x_1, x_2; \mu^2, Q_1^2, Q_2^2)$$

$$= D_{h_1}^{j_1 j_2}(x_1, x_2; \mu^2, Q_1^2, Q_2^2) + D_{h_2}^{j_1 j_2}(x_1, x_2; \mu^2, Q_1^2, Q_2^2),$$

$$D_{h_1}^{j_1 j_2}(x_1, x_2; \mu^2, Q_1^2, Q_2^2)$$

$$= \sum_{j_1' j_2'} \int_{x_1}^{1-x_2} \frac{dz_1}{z_1} \int_{x_2}^{1-z_1} \frac{dz_2}{z_2} D_h^{j_1' j_2'}(z_1, z_2; \mu^2) D_{j_1'}^{j_1}\left(\frac{x_1}{z_1}; \mu^2, Q_1^2\right) D_{j_2'}^{j_2}\left(\frac{x_2}{z_2}; \mu^2, Q_2^2\right),$$

$$D_{h_2}^{j_1 j_2}(x_1, x_2; \mu^2, Q_1^2, Q_2^2) = \sum_{j_1' j_2'} \int_{\mu^2}^{\min(Q_1^2, Q_2^2)} dk^2 \frac{\alpha_s(k^2)}{2\pi k^2} \int_{x_1}^{1-x_2} \frac{dz_1}{z_1} \int_{x_2}^{1-z_1} \frac{dz_2}{z_2} \times$$

$$D_h^{j'}(z_1 + z_2; \mu^2, k^2) \frac{1}{z_1 + z_2} P_{j' \rightarrow j_1' j_2'}\left(\frac{z_1}{z_1 + z_2}\right) D_{j_1'}^{j_1}\left(\frac{x_1}{z_1}; k^2, Q_1^2\right) D_{j_2'}^{j_2}\left(\frac{x_2}{z_2}; k^2, Q_2^2\right)$$

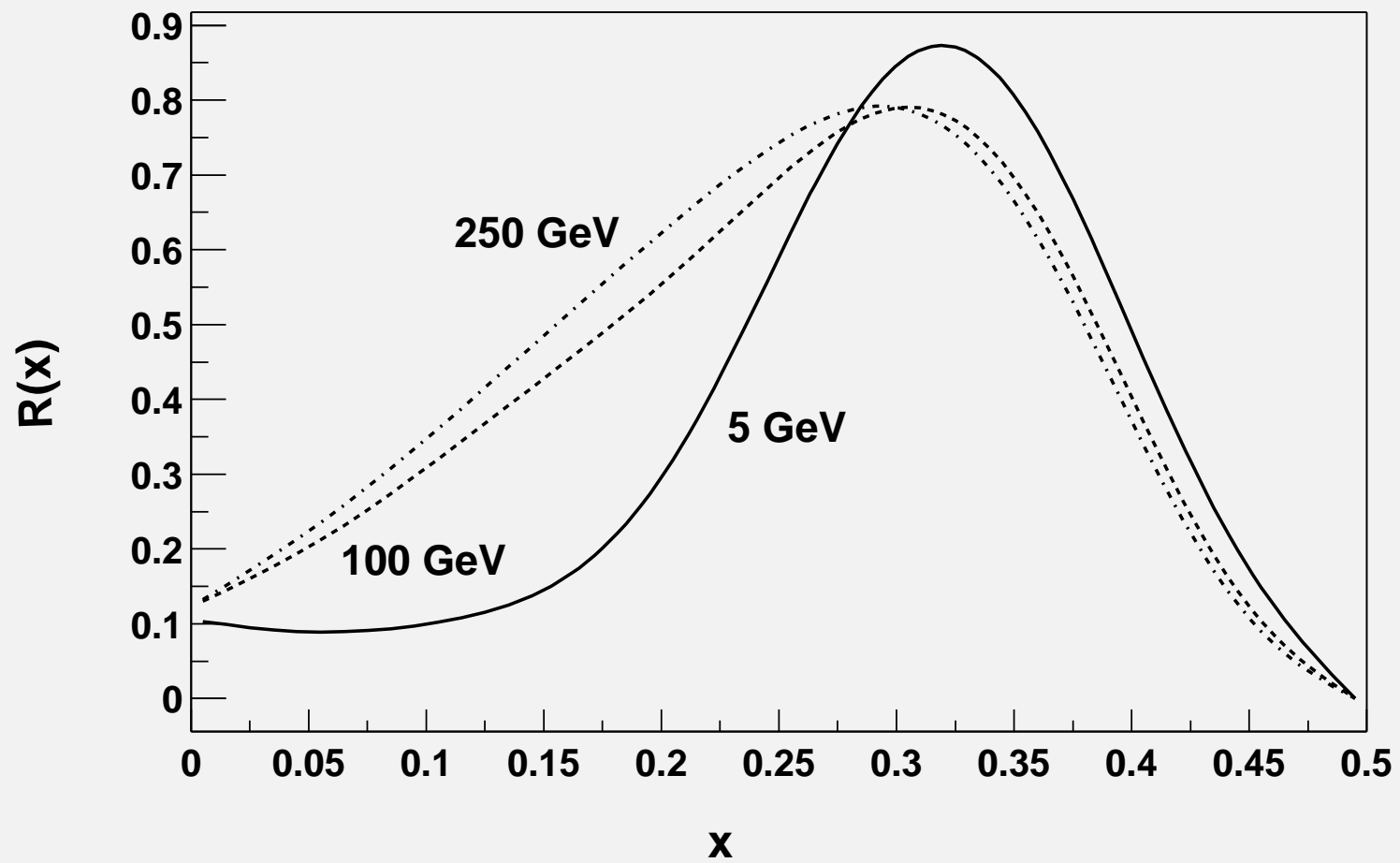
Величина дополнительных корреляций по отношению к факторизационной компоненте была оценена (*Korotkikh, Snigirev, (2004)*):

$$R(x, t) = (D_{p(QCD)}^{gg}(x_1, x_2, t) / D_p^g(x_1, t) D_p^g(x_2, t) (1 - x_1 - x_2)^2) |_{x_1=x_2=x}.$$

Затем DGLAP уравнения были численно проинтегрированы (*Gaunt, Stirling (2010)*), что позволило затабулировать двойные партонные функции распределения в широком диапазоне изменения переменных:

$$10^{-6} < x_1 < 1, \quad 10^{-6} < x_2 < 1, \quad 1 < Q^2 < 10^9 \text{ GeV}$$

и вычислить эффекты эволюции для ряда конкретных наблюдаемых процессов для ЛНС.



Процессы на LHC — потенциальные индикаторы двойного партонного рассеяния:

- $W$  бозоны одного знака (самый “чистый”, но очень редкий)
- $\gamma + 3$  струи (также Тэватрон: D0, CDF)
- $W(Z) + 2$  струи (ATLAS — первое измерение  $\sigma_{eff}$  на LHC)
- 4 струи (также Тэватрон: CDF)
- $b\bar{b}$  пара + 2 струи
- $b\bar{b}$  пара +  $W$  бозон
- пары тяжелых мезонов (в частности, двойное рождение  $J/\psi$ )  
(в том числе: *Baranov, Snigirev, Zotov (2011)* )  
(LHCb — первое измерение двойного рождения  $J/\psi$ )
- ... ?...



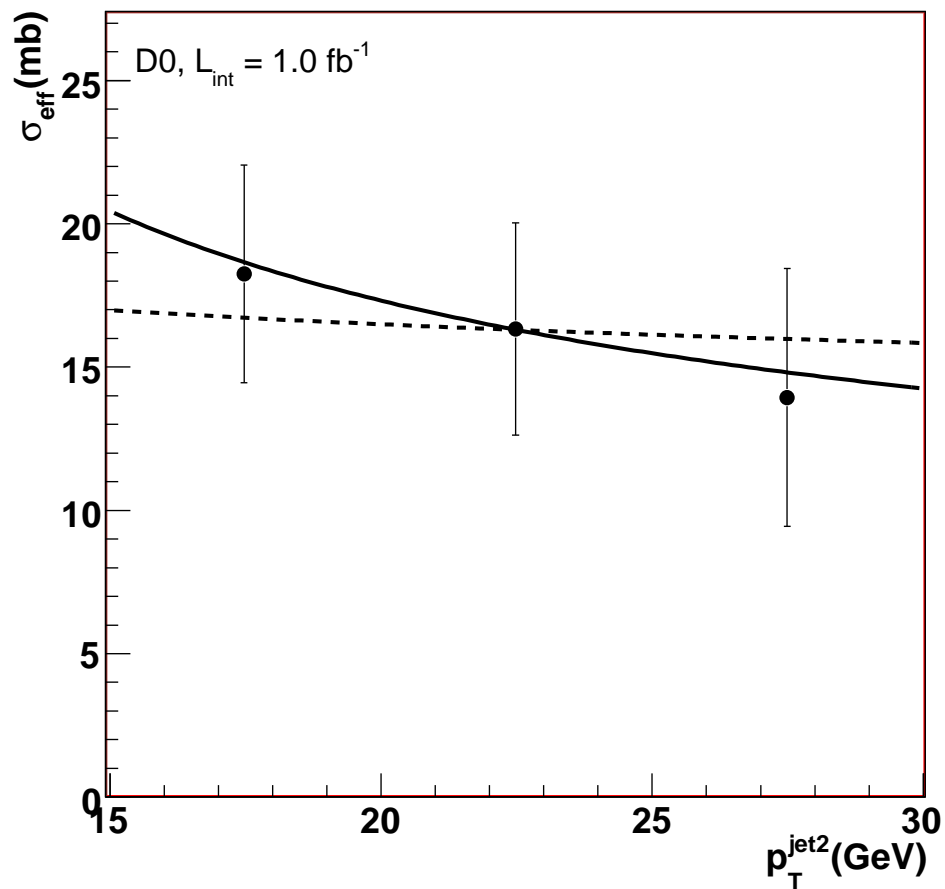
D0 коллаборация (Тэватрон) измерила  $\sigma_{eff}$  при **3** разных масштабах  
(*Phys. Rev. D 81, 052012 (2010)*)

в процессе с  $\gamma + 3$  струи в конечном состоянии.

Это наблюдение было проинтерпретировано как **первое проявление**  
КХД эволюции двойных партонных функций распределения (допол-  
нительного корреляционного вклада)

*Snigirev (2010)*

*Flensburg, Gustafson, Lonnblad, Ster (2011)*



Экспериментальное определение:

Теоретическое “предсказание”:

$$\frac{\sigma_{DPS}^{\gamma+3j}}{\sigma_{\gamma j} \sigma_{jj}} = [\sigma_{\text{eff}}^{\text{exp}}]^{-1}$$

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{exp}} = \sigma_{\text{eff}}^0 [1 + k \ln(p_T^{\text{jet}2} / p_{T0}^{\text{jet}2})]^{-1}$$

( $k = 0.1$  (штриховая) и  $k = 0.5$  (сплошная))

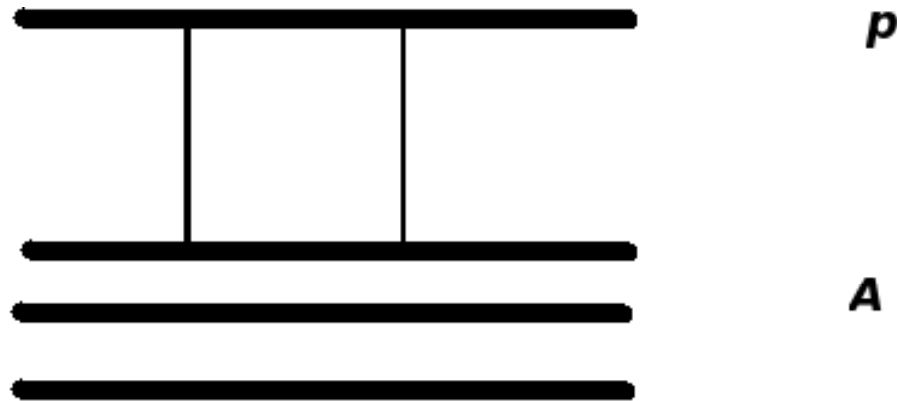
## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ (I):

- Обобщенные DGLAP уравнения
- Решение = Факторизационная компонента + Корреляции
- Отношение: (Корреляции)/(Факторизационная компонента)  
— НЕ мало, наблюдаемо
- Новые корректные формулы для вычисления сечений, учитывающие КХД эволюцию двойных распределений (Обобщение для  $q \neq 0$ )
- Отклонение от факторизации для эффективного сечения (зависимость от масштаба жесткости процесса)
- Первые оценки сечения рождения пар тяжелых мезонов в двойном партонном рассечении

## DPS in pA

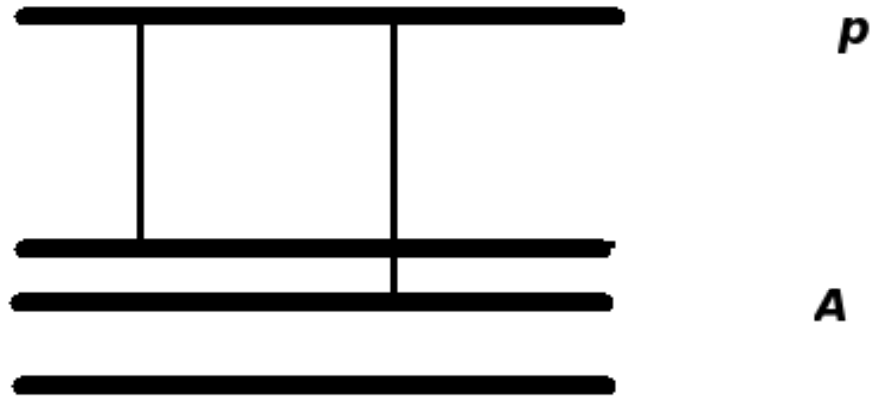
(*Strikman, Treleani; Blok, Strikman, Wiedemann; d'Enterria, Snigirev,.....*) :

1. The two partons of the nucleus belong to the same nucleon



Nuclear enhancement factor  $A$  as for SPS

2. The two partons of the nucleus belong to the different nucleons



Nuclear enhancement factor:  $\propto A^2/A^{2/3} = A^{1+1/3}$

The final DPS cross section “pocket formula” in pA collisions:

$$\sigma_{(pA \rightarrow ab)}^{\text{DPS}} = \left(\frac{m}{2}\right) \frac{\sigma_{(NN \rightarrow a)}^{\text{SPS}} \cdot \sigma_{(NN \rightarrow b)}^{\text{SPS}}}{\sigma_{\text{eff,pA}}},$$

where

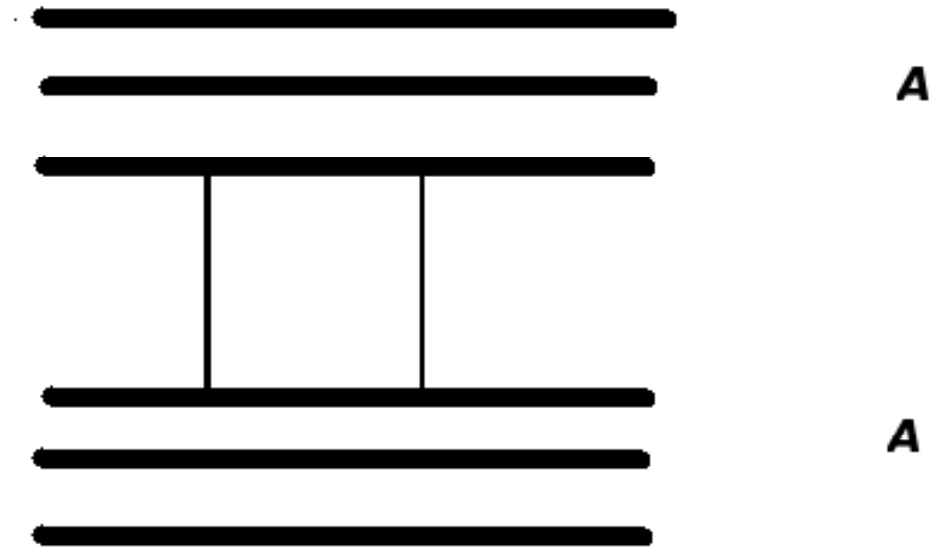
$$\sigma_{\text{eff,pA}} = \frac{1}{A \left[ \sigma_{\text{eff,pp}}^{-1} + \frac{1}{A} T_{\text{AA}}(0) \right]} = 21.5 \mu\text{b}$$

for p-Pb at  $\sigma_{\text{eff,pp}} = 14 \text{ mb}$  and  $T_{\text{AA}}(0) = 30.4 \text{ 1/mb}$  for the standard nuclear overlap function normalized to  $A^2$ .

The relative contribution of the two terms are approximately 1 : 2

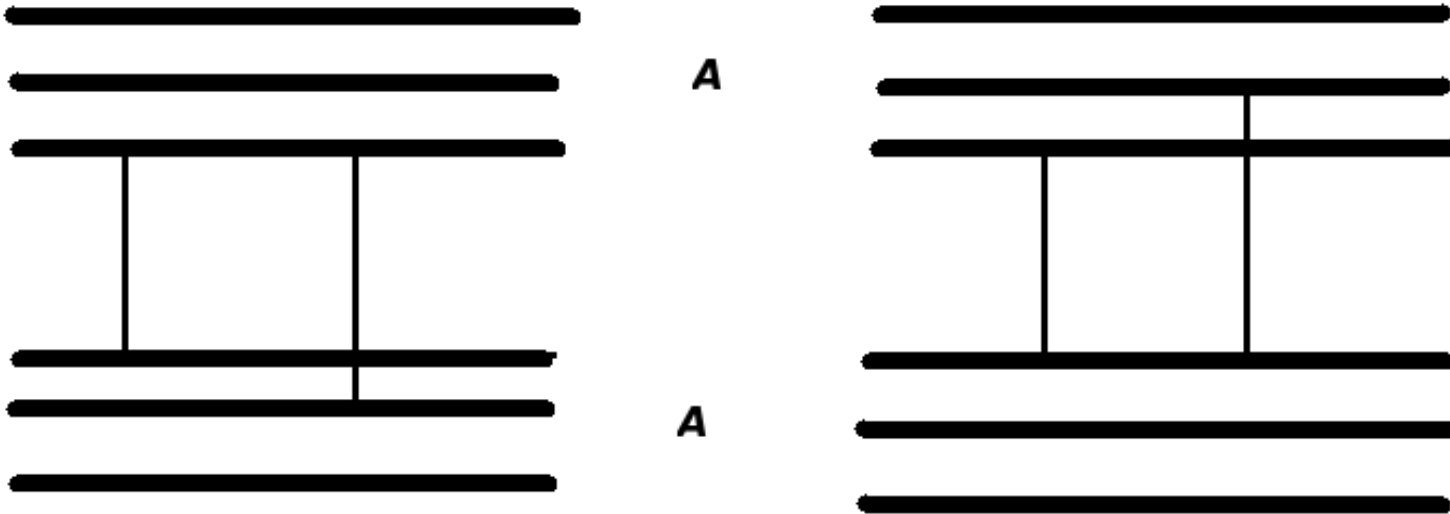
## DPS in AA :

1. The two colliding partons belong to the same pair of nucleons



Nuclear enhancement factor  $A^2$  as for SPS

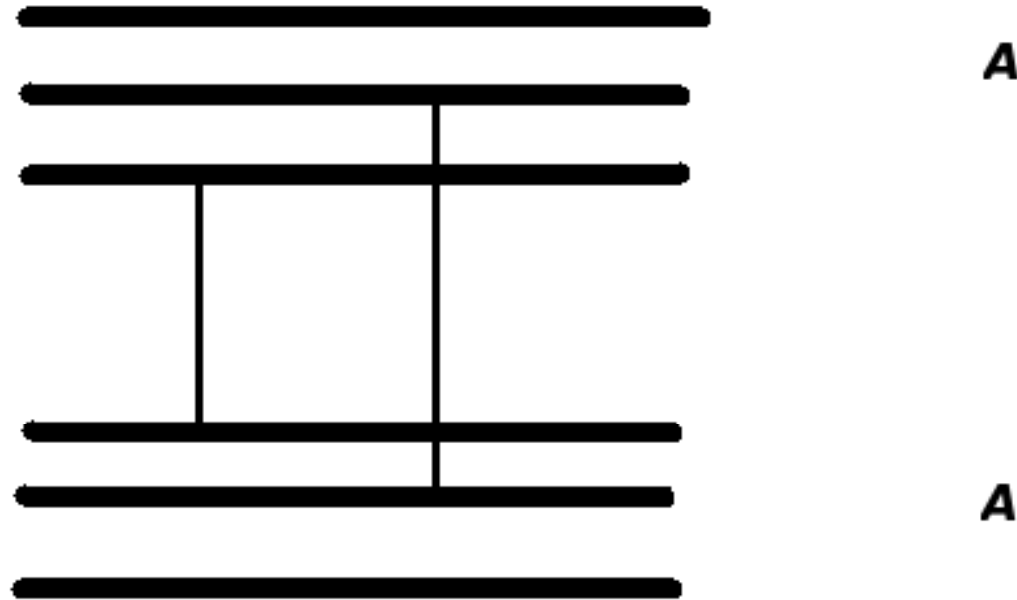
2. Partons from one nucleon in one nucleus collide with partons from two different nucleons in the other nucleus



Nuclear enhancement factor:  $\propto A^3/A^{2/3} = A^{2+1/3}$



3. The two colliding partons belong to two different nucleons from both nuclei (in fact, **double nucleon scattering**)



Nuclear enhancement factor:  $\propto A^4/A^{2/3} = A^{2+4/3}$

The final DPS cross section “pocket formula” in AA collisions:

$$\sigma_{(AA \rightarrow ab)}^{\text{DPS}} = \left( \frac{m}{2} \right) \frac{\sigma_{(NN \rightarrow a)}^{\text{SPS}} \cdot \sigma_{(NN \rightarrow b)}^{\text{SPS}}}{\sigma_{\text{eff,AA}}},$$

where

$$\sigma_{\text{eff,AA}} = \frac{1}{A^2 \left[ \sigma_{\text{eff,pp}}^{-1} + \frac{2}{A} T_{\text{AA}}(0) + \frac{1}{2} T_{\text{AA}}(0) \right]} = 1.5 \text{ nb}$$

for Pb-Pb at  $\sigma_{\text{eff,pp}} = 14 \text{ mb}$  and  $T_{\text{AA}}(0) = 30.4 \text{ 1/mb}$  for the standard nuclear overlap function normalized to  $A^2$ .

The relative contribution of the three terms are approximately 1 : 4 : 200

## Centrality-dependence of the DPS

The cross section for SPS and DPS an interval of impact parameters  $[b_1, b_2]$ , corresponding a given centrality percentile,  $f_{\%} = 0 - 100\%$ , of the total  $A$ - $A$  cross section  $\sigma_{AA}$ , with average overlap function  $\langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle$  are

$$\begin{aligned}\sigma_{(AA \rightarrow ab)}^{\text{SPS}}[b_1, b_2] &= A^2 \cdot \sigma_{(NN \rightarrow ab)}^{\text{SPS}} \cdot f_1[b_1, b_2] \\ &= \sigma_{(NN \rightarrow ab)}^{\text{SPS}} f_{\%} \sigma_{AA} \langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{(AA \rightarrow ab)}^{\text{DPS}}[b_1, b_2] &= A^2 \cdot \sigma_{(NN \rightarrow ab)}^{\text{DPS}} \cdot f_1[b_1, b_2] \\ &\times \left[ 1 + \frac{2}{A} \sigma_{eff,pp} T_{AA}(0) \frac{f_2[b_1, b_2]}{f_1[b_1, b_2]} + \sigma_{eff,pp} T_{AA}(0) \frac{f_3[b_1, b_2]}{f_1[b_1, b_2]} \right],\end{aligned}$$

the three dimensionless and appropriately-normalized fractions read

$$f_1[b_1, b_2] = \frac{2\pi}{A^2} \int_{b_1}^{b_2} b db T_{AA}(b) = \frac{f_{\%} \sigma_{AA}}{A^2} \langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle,$$

$$f_2[b_1, b_2] = \frac{2\pi}{A T_{AA}(0)} \int_{b_1}^{b_2} b db \int d^2 b_1 T_A(b_1) T_A(b_1 - b) T_A(b_1 - b),$$

$$f_3[b_1, b_2] = \frac{2\pi}{A^2 T_{AA}(0)} \int_{b_1}^{b_2} b db T_{AA}^2(b).$$

For not very peripheral collisions ( $f_{\%} < 0 - 65\%$ ) DPS cross section (in a thin impact-parameter range) can be approximated by third dominant term

$$\begin{aligned}\sigma_{(AA \rightarrow ab)}^{\text{DPS}}[b_1, b_2] &\simeq \sigma_{(NN \rightarrow ab)}^{\text{DPS}} \cdot \sigma_{eff,pp} \cdot f_{\%} \sigma_{AA} \cdot \langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle^2 \\ &= \frac{m}{2} \sigma_{(NN \rightarrow a)}^{\text{SPS}} \cdot \sigma_{(NN \rightarrow b)}^{\text{SPS}} \cdot f_{\%} \sigma_{AA} \cdot \langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle^2.\end{aligned}$$

For ratio

$$\frac{\sigma_{(AA \rightarrow ab)}^{\text{DPS}}[b_1, b_2]}{\sigma_{(AA \rightarrow a)}^{\text{SPS}}[b_1, b_2]} \simeq \frac{m}{2} \sigma_{(NN \rightarrow b)}^{\text{SPS}} \cdot \langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle.$$

In the centrality percentile  $f_{\%} \simeq 65 - 100\%$  the **second** term would add about 20% more DPS cross section.

For very peripheral collisions ( $f_{\%} \simeq 85 - 100\%$ , where  $\langle T_{AA}[b_1, b_2] \rangle$  is order or less than  $1/\sigma_{eff,pp}$ ) the contributions from the **first** term are also **non-negligible** (dominant in the limit  $1/b \rightarrow 0$ ).

The formalism of DPS was applied to study:

same-sign  $W$ -boson pair production in pPb collisions at LHC energies

$J/\psi$ -pair production in Pb-Pb collisions at LHC energies

## ПУБЛИКАЦИИ

V.P. Shelest, A.M. Snigirev, G.M. Zinovjev. *Gazing into the multiparton distribution equations in QCD*. Phys. Lett. B113 (1982) 325.

Г.М. Зиновьев, А.М. Снигирев, В.П. Шелест. *Уравнения для многопартонных распределений в квантовой хромодинамике*. ТМФ 51 (1982) 317.

---

1. A.M. Snigirev. *QCD status of factorization ansatz for double parton distribution*. Phys. Rev. D68 (2003) 114012-1.

2. V.L. Korotkikh, A.M. Snigirev. *Double parton correlations versus factorized distributions*. Phys. Lett. B594 (2004) 171.

---

3. A.M. Snigirev. *Possible indication to the QCD evolution of double parton distribution?* Phys. Rev. D81 (2010) 065014-1.

4. S.P. Baranov, A.M. Snigirev, N.P. Zotov. *Double heavy meson production through double parton scattering in hadronic collisions*. Phys. Lett. B705 (2011) 116.

5. M.G. Ryskin, A.M. Snigirev. *Fresh look at double parton scattering*. Phys. Rev. D83 (2011) 114047-1.

## ПУБЛИКАЦИИ

6. А.М. Снигирев. *Двухпартонные функции распределения в КХД*. Ядерная Физика. т.74, N1, (2011) с. 158.
7. А.М. Snigirev. *Asymptotic behavior of double parton distribution functions*. Phys. Rev. D83 (2011) 034028-1.
8. M.G. Ryskin , А.М. Snigirev. *Double parton scattering in double logarithm approximation of perturbative QCD* . Phys. Rev. D86 (2012) 014018-1.
9. D. d'Enterria, А.М. Snigirev. *Same-sign WW production in proton-nucleus collisions at the LHC as a signal for double parton scattering* . Phys. Lett. B 718 (2013) 1395.
10. D. d'Enterria, А.М. Snigirev. *Enhanced J/ψ -pair production from double parton scatterings in nucleus-nucleus collisions at the Large Hadron Collider* . Phys. Lett. B 727 (2013) 157.
11. S.P. Baranov, А.М. Snigirev, N.P. Zotov, A. Szczurek, W. Schafer. *Interparticle correlations in the production of J/ψ pairs in proton-proton collisions*. Phys. Rev. D87 (2013) 034035-1.
12. А.М. Snigirev, N.A. Snigireva, G.M. Zinovjev. *Perturbative and nonperturbative correlations in double parton distributions*. Phys. Rev. D90 (2014) 014015-1.



## ПУБЛИКАЦИИ

13. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, M.A. Valyshev, A.M. Snigirev, N.P. Zotov. *Associated  $W^\pm D(*)$  production at the LHC and prospects to observe double parton interactions*. Phys. Lett. B746 (2015) 100.

14. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, M.A. Valyshev, A.M. Snigirev, N.P. Zotov. *Associated production of electroweak bosons and heavy mesons at LHCb and the prospects to observe double parton interactions*. Phys. Rev. D 93 (2016) 09401-1.

---

+ Труды конференций, рабочих совещаний (2008, 2010-2016)

$m$ -parton distributions:

$$\frac{dD_i^{j_1 \dots j_m}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m, t)}{dt} = \sum_{l=1}^m \sum_{j'} \int_{\mathbf{x}_l}^{1-x_1-\dots-x_{l-1}-x_{l+1}-\dots-x_m} \frac{d\mathbf{x}'}{\mathbf{x}'} \times$$

$$\times D_i^{j_1 \dots j_{l-1} j' j_{l+1} \dots j_m}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{l-1}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_{l+1}, \dots, \mathbf{x}_m, t) P_{j' \rightarrow j_l} \left( \frac{\mathbf{x}_l}{\mathbf{x}'} \right)$$

$$+ \sum_{l=1}^m \sum_{p=l+1}^m \sum_{j'} \frac{1}{\mathbf{x}_l + \mathbf{x}_p} P_{j' \rightarrow j_l j_p} \left( \frac{\mathbf{x}_l}{\mathbf{x}_l + \mathbf{x}_p} \right) \times$$

$$\times D_i^{j_1 \dots j_{l-1} j' j_{l+1} \dots j_{p-1} j_{p+1} \dots j_m}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{l-1}, \mathbf{x}_l + \mathbf{x}_p, \mathbf{x}_{l+1}, \dots, \mathbf{x}_{p-1}, \mathbf{x}_{p+1}, \dots, \mathbf{x}_m, t)$$

*Shelest, Snigirev, Zinovjev, Preprint ITP-83-46E, Kiev, 1983*

## TPS in QCD:

A.M. Snigirev, Phys. Rev. D 94, 034026 (2016)

D. d'Enterria, A.M. Snigirev, arXiv:1612.05582 [hep-ph] (2016)

D. d'Enterria, A.M. Snigirev, arXiv:1612.08112 [hep-ph] (2016)