

# Азимутальная выстроенность в столкновениях релятивистских ядер

И.П. Лохтин <sup>1)</sup>, А.М. Снигирев <sup>1) 2)</sup>, А.В. Никольский <sup>2)</sup>

1) НИИЯФ МГУ им. М.В. Ломоносова ;

2) ЛТФ ОИЯИ ;

Семинар «Theory of hadronic matter under extreme conditions»

ЛТФ ОИЯИ, 29.04.2026

# План доклада

- Основные результаты;
- Мотивация;
  - экспериментальные наблюдения компланарных (непоточковых) азимутальных корреляций частиц;
  - выстроенность – «что это?»;
  - ридж-эффект;
  - выстроенность = ридж-эффект ..?
- Определение выстроенности;
- Выстроенность и азимутальный поток ( $v_2$ );
- Наш подход:
  - геометрическая интерпретация выстроенности;
  - моделирование выстроенности в столкновениях тяжелых ионов;
    - модель столкновений релятивистских ядер HYDJET++ ;
  - учет кластеризации частиц;
- Сравнение с экспериментом Памир;
- Обсуждение и выводы.

# Основные результаты

## Today

- I. P. Lokhtin, A. V. Nikolskii, A. M. Snigirev, *On geometrical interpretation of alignment phenomenon*, Eur. Phys. J. C 83 4, 324, (2023), arXiv: 2301.07975 [hep-ph];
- I.P. Lokhtin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, *Unraveling alignment pattern in high-energy particles via transverse momentum disbalance analysis*, Eur.Phys. J.A 61 3, 50, (2025), arXiv: 2406.06114 [hep-ph];
- Aleksei Nikolskii, Igor Lokhtin, Alexander Snigirev, *Probing Azimuthal Alignment in Heavy-Ion Collisions: Clusterization Effects*, Phys. Rev. D 113, 054004 (2026), arXiv: 2512.03725 [hep-ph] ;

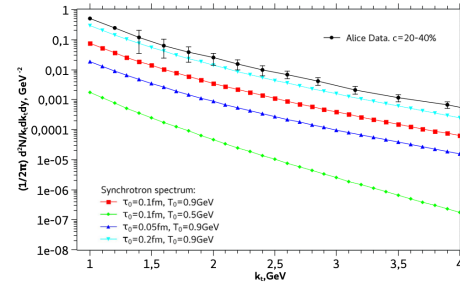
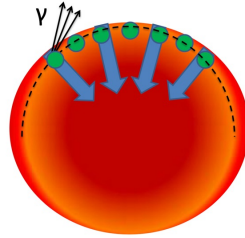
## Preview

- V.V. Goloviznin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, and G.M. Zinovjev, *Probing confinement by direct photons and dileptons*, Eur. Phys. J. A 55: 142, (2019), arXiv: 1804.00559 ;  
*The intensive synchrotron radiation resulting from quarks interacting with the collective confining color field in relativistic heavy ion collisions is discussed.*
- S. Nedelko, A. Nikolskii and V. Voronin, *Soft gluon fields and anomalous magnetic moment of muon*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 49 035003, (2022), arXiv: 2109.00949;  
*Hadronic vacuum polarization (quark loop, intermediate mesons) and hadronic light-by-light contributions to muon  $g - 2$  are studied.*
- S. Nedelko, A. Nikolskii, *Photons production in heavy-ion collisions as a signal of deconfinement phase*, Eur. Phys. J. A 59 4, 70, (2023), arXiv: 2208.00842;  
*The photon production due to conversion of two gluons into a photon,  $gg \rightarrow \gamma$ , in the presence of the background gauge fields is studied within the specific mean-field approach to QCD vacuum.*

# Backup preview

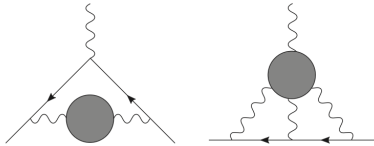
- V.V. Goloviznin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, and G.M. Zinovjev, Eur. Phys. J. A 55: 142, (2019), arXiv: 1804.00559 ;  
The intensive synchrotron radiation resulting from quarks interacting with the collective confining color field in relativistic heavy ion collisions.

Confinement  $\rightarrow$   
a constant restoring  
force  $\sigma \simeq 0.2 \text{ GeV}^2$ ,  
directed along  
the normal QGP  
surface.



Semiclassical quark motion;  
Strong field case.

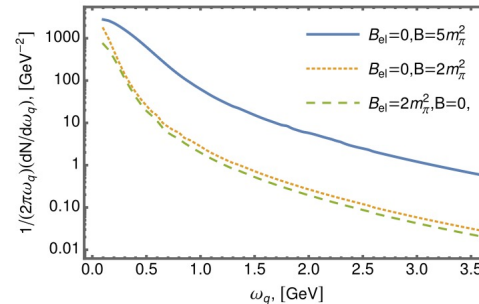
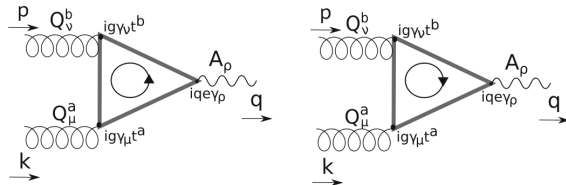
- S. Nedelko, A. Nikolskii and V. Voronin, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 49 035003, (2022), arXiv: 2109.00949;  
Hadronic vacuum polarization (quark loop, intermediate mesons) and hadronic light-by-light contributions to muon  $g - 2$  are studied.



	$u$	$d$	$s$	$c$	$b$	Total one-loop	$N_{\chi QM}$
$a_{\mu}^{\text{HVP,one-loop}}$	284.7	71.2	26.4	7.2	0.2	389.6	533

	Without BF	Without WL	Full
$u$	16.8	11.7	7.77
$d$	1	0.73	0.49
$s$	0.2	0.2	0.18
$c$	0.2	0.2	0.2
Total	18.24	12.79	8.63

- S. Nedelko, A. Nikolskii, Eur. Phys. J. A 59 4, 70, (2023), arXiv: 2208.00842;  
The photon production due to conversion of two gluons into a photon,  $gg \rightarrow \gamma$ , in the presence of the background gauge fields is studied within the specific mean-field approach to QCD vacuum.



# Мотивация / эксперимент Памир

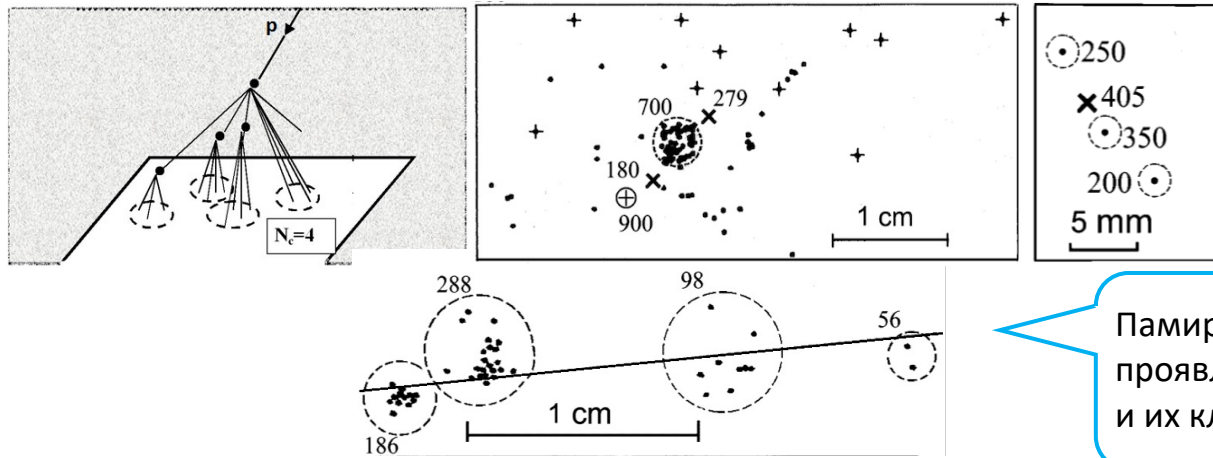
- Эксперимент «Памир» с космическими лучами (1980-1990-е гг):
  - ❑ Горная система Памир расположена между центральной Азией и Пакистаном;
  - ❑ Использовались рентгеноэмульсионные камеры на высоте 4400 метров (и выше);
  - ❑ Наблюдаемые события – семейства адронов и фотонов генерируются протонами с энергий  $10^4$  ТэВ и выше.



- Коллаборация «Памир» включала 8 стран: Россия, Япония, Польша, Бразилия, Боливия, Грузия, Узбекистан и Таджикистан.

# Мотивация / эксперимент Памир

- Один из главных результатов эксперимента «Памир» – наблюдение явления выстроенности (**alignment**).
- Выстроенность характеризует отклонение точек (энергетически выделенных центров) от прямой линии на плоскости эмульсионной пленки.



Памир: компланарная структура событий проявляется для наиболее энергичных частиц и их кластеров, выше порога  $\sum E_\gamma > 0.5$  ПэВ.

- ❑ Pamir Collaboration, A. Borisov et al., in *Proceedings of 4th International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions*, Beijing (1986), p. 4.
- ❑ Pamir Collaboration, in *Proceedings of the 21st International Cosmic Ray Conference*, Adelaide, Australia (1989), p. 227.
- ❑ V. V. Kopenkin, A. K. Managadze, I. V. Rakobolskaya, T. M. Roganova, *Phys.Rev.D* 52 (1995) 2766-2774.

# Мотивация / другие эксперименты

- ✓ Chacaltaya, Боливия, 1970-1980-е гг. Эксперимент с эмульсионными камерами на высоте более 5-ти км. C.M.G. Lattes et al., Phys. Rep. 65 (1980) 151. «*Exotic, alignment-like events*» .
- ✓ Tian Shan, Казахстан, 1980-е. Изучение ШАЛ в горах на высоте более 3км. V. V. Arabkin et al., Proc. 21st ICRC (1990). *Азимутальные корреляции, вытянутые структуры* .
- ✓ J. N. Capdevielle, 1980-1990-е гг. Эксперимент на борту самолета Concorde. J . Phys. G: Nucl. Phys. 14 (1988) 503-511. *Компланарность – следствие жестких КХД процессов, образований струй* .
- ✓ RUNJOB, 1990-2000-е гг. Эксперименты на аэростатах, состав космических лучей. Россия + Япония. M. Fujimoto et al., Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 75A (1999) 278. «*Strana-like*» – *событие, малая статистика*.
- ⊘ JACEE, 1980-1990-е гг. Эксперименты на шарах. США + Япония. T. H. Burnett et al., Astrophys. J. 349 (1990) L25.
- ⊘ KASCADE, 1990-2000-е гг. Исследование первичных космических лучей, ШАЛ. Германия. T. Antoni et al., Astropart. Phys. 24 (2005) 001.

# Ридж-эффект

➤ Ридж-эффект – вид «дальнодействующей» азимутальной корреляции частиц. Обнаружен в эксперименте STAR (RHIC) в 2005-м году. Далее: CMS (LHC)... «*Long-Range Near-Side Angular Correlations*».

ρ+ρ 7 TeV

JHEP 09 (2010) 091

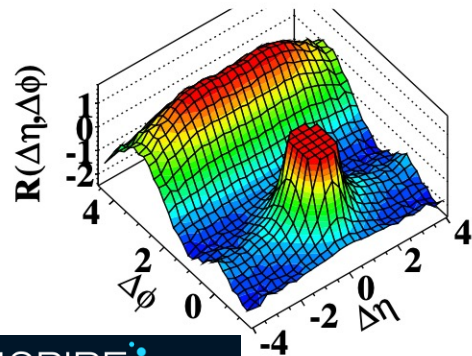
ρ+Pb 5.02 TeV

PLB 718 (2013) 795

Pb+Pb 2.76 A TeV, 0-5%

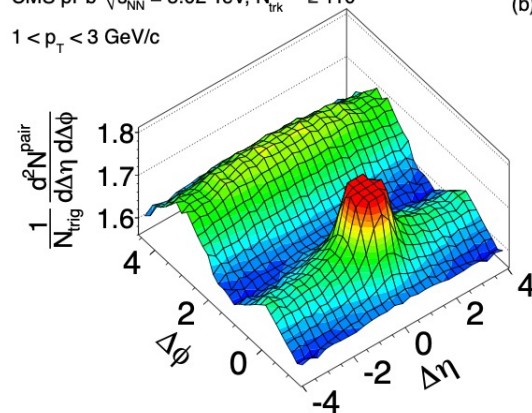
JHEP 07 (2011) 076

(d) CMS  $N \geq 110$ ,  $1.0 \text{ GeV}/c < p_T < 3.0 \text{ GeV}/c$



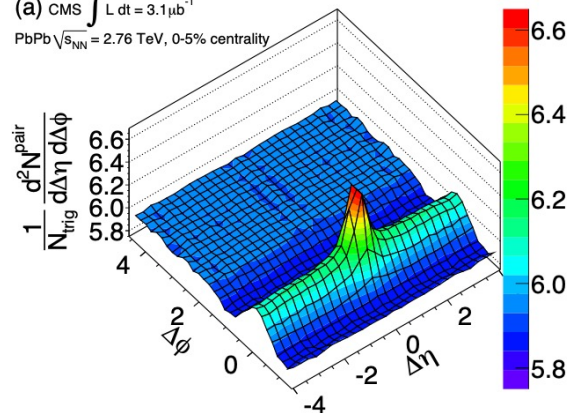
CMS pPb  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02 \text{ TeV}$ ,  $N_{\text{trk}}^{\text{offline}} \geq 110$

$1 < p_T < 3 \text{ GeV}/c$

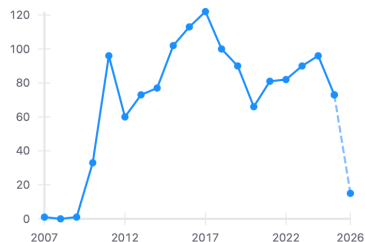


(a) CMS  $\int L dt = 3.1 \mu\text{b}^{-1}$

PbPb  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$ , 0-5% centrality

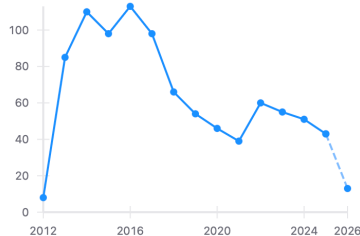


Citations per year



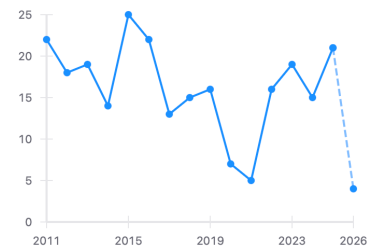
↻ 1,371 citations

Citations per year



↻ 939 citations

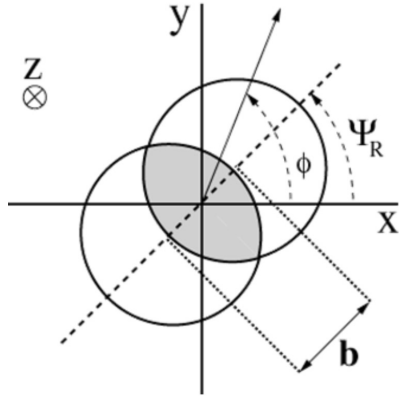
Citations per year



↻ 251 citations

# Ридж-эффект

- Ридж-эффект нашел объяснение (для Pb+Pb) через учет высших гармоник в разложении Фурье потоковой анизотропии [S. Voloshin and Y. Zhang, Z. Phys. C 70, 665 (1996) ]



$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\phi} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos n(\phi - \Psi_R) \right]$$

$$v_n(p_T, y) = \langle \cos n(\phi - \Psi_R) \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \cos[n(\phi - \Psi_R)] \frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\phi}}{\int_0^{2\pi} d\phi \frac{d^3 N}{p_T dp_T dy d\phi}}$$

- ❑ K. Werner, Iu. Karpenko, and T. Pierog, *Phys. Rev. Lett.* 106, 122004 (2011) ; *The “flux tube+hydro” approach, collective fluidlike behavior of matter even in pp scattering.*
- ❑ Alex Kovner and Amir H. Rezaeian, *Phys. Rev. D* 92, 074045 (2015) ; *Diphoton cross section in proton-nucleus collisions in Hamiltonian light-cone approach within a hybrid approximation.*
- ❑ M. A. Braun, C. Pajares, V. V. Vechernin, *Eur. Phys. J. A* 51: 44 (2015) ; *Relation of the ridge with the flow harmonics coefficients is derived by direct Monte Carlo simulations.*
- ❑ Amir H. Rezaeian, *Phys. Rev. D* 93, 094030 (2016); *Long-range rapidity correlations of pairs of prompt photons and jets in the color glass condensate.*

# Выстроенность = ридж-эффект .. ?

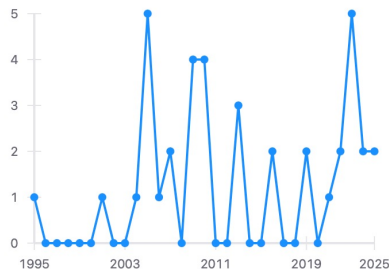
➤ Обнаружение ридж-эффекта вызвало интерес и к выстроенности, предпринимались попытки связать эти два явления:

- ❑ Igor M. Dremin, Victor T. Kim, *Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz.* 92 720 (2010) , *JETP Lett.* 92 652-653 (2010) ; *Компланарность pQCD матричного элемента с осью столкновения* ;
- ❑ I.P. Lokhtin, A.K. Managadze, A.M. Snigirev, *Phys.Atom.Nucl.* 76 602-606 (2013), *Yad.Fiz.* 76 645-649 (2013); *Ридж и выстроенность вызваны топологией струй, но в разных с.о.*
- ❑ Rauf Mukhamedshin, *Eur. Phys. J. C* 82:155 (2022) ; *Феноменогическая МК модель анизотропии.*

➤ Предпринимались различные подходы объяснить выстроенность:

- ❑ Francis Halzen, Duncan A. Morris, *Phys.Rev. D* 42 1435-1439 (1990) ; *Копланарные струи, МК моделирование.*
- ❑ V.V. Kopenkin, A.K. Managadze, I.V. Rakobolskaya, T.M. Roganova, *Bull.Russ.Acad.Sci.Phys.* 58 1960-1962 (1994) ,
- ❑ I. Royzen, *Mod.Phys.Lett.A* 9 (1994) 3517-3522; *Разрыв кв.-гл. струны, копланарность – «проекция» разрыва.*
- ❑ Rauf Mukhamedshin, *JHEP* 05 049 (2005); *Коллективное вращ. КГП, фрагментация струны в плоск. вращения.*
- ❑ I.P. Lokhtin, A.K. Managadze, L.I. Sarycheva, A.M. Snigirev, *Eur.Phys.J.C* 44 51-57 (2005) ; *Топология струй в РУТНИА.*
- ❑ Luis Anchordoqui, De Chang Dai, Malcolm Fairbairn, Greg Landsberg, Dejan Stojkovic, *Mod.Phys.Lett.A* 27 1250021 (2012) ; *Уменьшение размерности пространства, планарные события на LHC.*

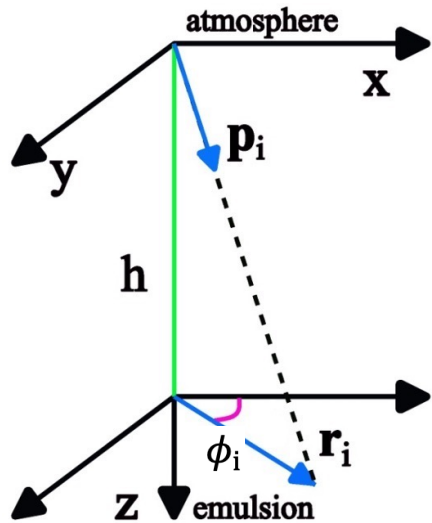
Citations per year



- ❑ Выстроенность в эксперименте Памир. Всего около 100-150 цитирований.

# Определение выстроенности и кинематика

- Выстроенность регистрируемых событий проявляется при  $\sum E_\gamma > 0.5$  ПэВ (Памир), что соответствует энергии столкновений  $\sqrt{s} \geq 4$  ТэВ и, следовательно, наличию **порога энергии** у «выстроенных» частиц и их кластеров.



$$p_i^\mu = \left[ \sqrt{p_{Ti}^2 + m_i^2} \cosh \eta_i, p_{Ti} \cos \phi_i, p_{Ti} \sin \phi_i, \sqrt{p_{Ti}^2 + m_i^2} \sinh \eta_i \right], \quad (1)$$

$$\zeta_i = \eta_0 + \eta_i, \quad \eta_i = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E_i + p_{zi}}{E_i - p_{zi}} \right) \quad (2)$$

$$r_i = \frac{p_{Ti}}{\sqrt{p_{Ti}^2 + m_i^2} \sinh(\eta_0 + \eta_i)} h, \quad (3)$$

$$r_{\min} < r_i, \quad (4)$$

$$r_i < r_{\max}, \quad (5)$$

$$r_i = |\mathbf{r}_i|.$$

$$E_i r_i = p_{Ti} h$$

$$r_i = \frac{v_{r_i}}{v_{z_i}} h$$

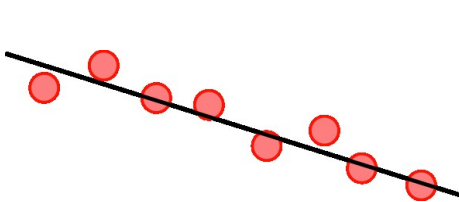
# Определение выстроенности и кинематика

Среди частиц (кластеров), которые удовлетворяют (4), (5) отбираются  $N = 3, \dots, 5$  **наиболее энергичных**, для которых вычисляется выстроенность  $\lambda_N$ , используя определение\*:

$$\lambda_N = \frac{\sum_{i \neq j \neq k}^N \cos(2\varphi_{ijk})}{N(N-1)(N-2)}, \quad (6)$$

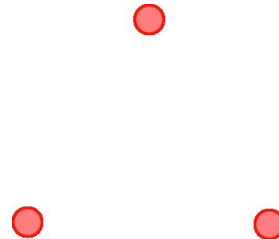
где  $\varphi_{ijk}$  - угол между векторами  $(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j)$  и  $(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)$ , для центрального события  $\mathbf{r} = 0$  и всегда  $N \geq 3$ .

➤ Выстроенность – безразмерный параметр, который изменяется в интервале  $[-\frac{1}{N(N-1)}, 1]$  и характеризует расположение  $N$  частиц вдоль прямой линии.



$\lambda_N$

Степень выстроенности:



$\lambda_3 = -0.5$



$\lambda_N = 1$

$$P_N = \frac{l}{L}, \quad (7)$$

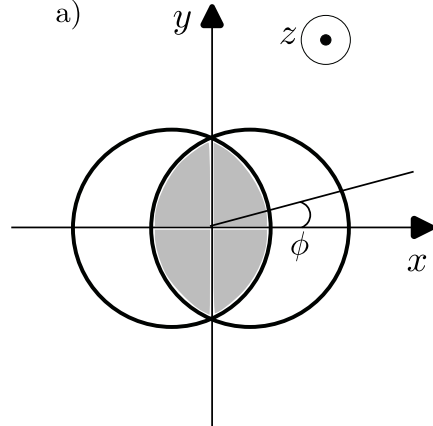
где  $l$  – число событий с  $\lambda_N > 0.8$ , а  $L$  – полное число событий.

\*Pamir Collaboration, L.T. Baradzei et al., *Izv. Akad. Nauk, SSSR Ser. Fiz.* 50, 2125 (1986)

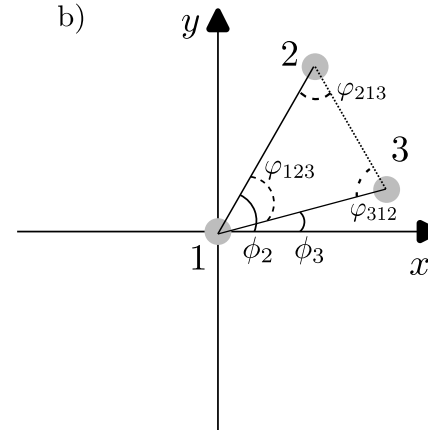
# Выстроенность и азимутальный поток

Возможна ли связь между потоковыми корреляциями и непотоковыми ?

$$\frac{dN}{d\phi} \approx \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos n(\phi) \right), v_n = \langle \cos n(\phi) \rangle.$$



$$\lambda_N = \frac{\sum_{i \neq j \neq k}^N \cos(2\phi_{ijk})}{N(N-1)(N-2)}$$



Двухчастичный коррелятор или кумулянт, близкий аналог «классического»  $v_2$

$$c_2\{2\} = \langle \cos[2(\phi_i - \phi_j)] \rangle = \frac{1}{N_{\text{pairs}}} \sum_{i < j}^N \cos[2(\phi_i - \phi_j)],$$

где  $N = N(N-1)/2$ ,  $\phi_i, \phi_j$  - азимутальные углы частиц.

$$c_2\{2\} = v_2^2,$$

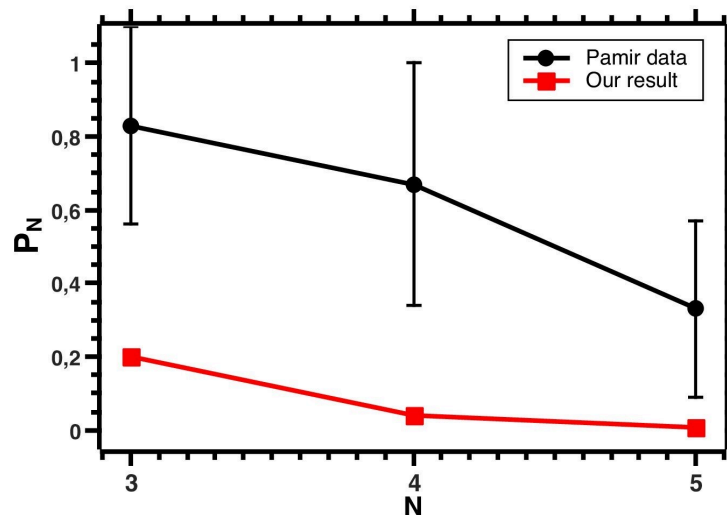
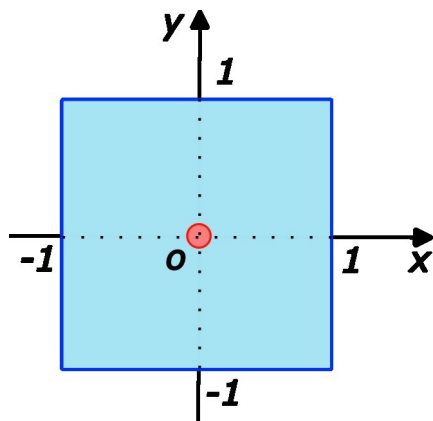
если частицы скоррелированы только с плоскостью реакции.

- A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin, *Phys. Rev. C* 58, 1671 (1998).
- B. Alver et al. (PHOBOS Collaboration), *Phys. Rev. C* 77, 014906 (2008).
- J. Jia and S. Mohapatra, *Eur. Phys. J. C* 73, 2510 (2013).
- R. S. Bhalerao, J.-Y. Ollitrault, and S. Pal, *Phys. Rev. C* 88, 024909 (2013).

# Геометрическая интерпретация выстроенности

Подход основан на классическом методе Монте-Карло:

- Случайным образом генерируются координаты 2-,3-,4-х частиц на плоскости  $(xy)$  в квадрате с центром в начале координат;
- Координаты каждой частицы находятся в диапазоне  $x=[-1;1]$ ,  $y=[-1;1]$ . Центральная точка  $O(0; 0)$  всегда зафиксирована;
- Рассчитывается выстроенность и степень выстроенности (6), (7) для 3-,4-х, 5-ти точек (2, 3, 4 случайные точки + центр  $O$ ).

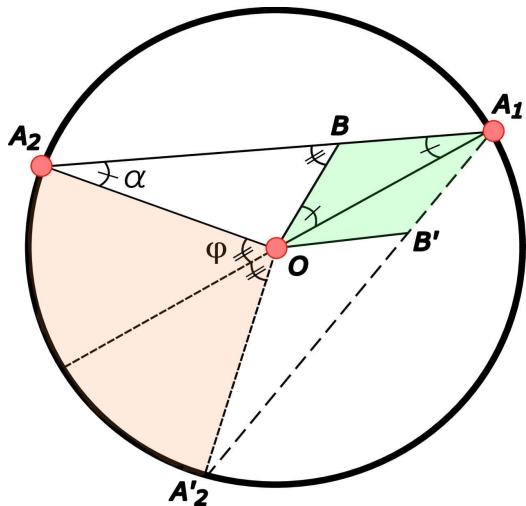


Степень выстроенности  $P_N = l/L$ ,  $l$  – число событий с  $\lambda_N > 0.8$ , а  $L$  – полное число сгенерированных событий,  $L = 10^7$ .

□ I.P. Lokhtin, A. V. Nikolskii., A.M. Snigirev, Eur. Phys. J. C 83 (2023) 4, 324, arXiv: 2301.07975 [hep-ph], «On geometrical interpretation of alignment phenomenon».

# Геометрическая интерпретация выстроенности

➤ Степень выстроенности трех частиц (две случайно ориентированные  $A_1, A_2$  и центр  $O$  в начале координат) может быть оценена из геометрических соотношений:



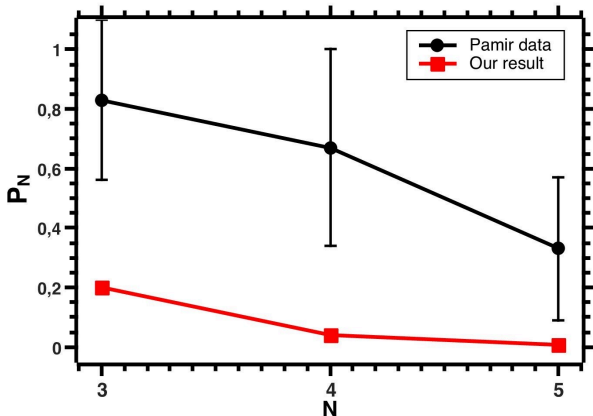
При малом  $\alpha$  выстроенность трех точек  $OA_1A_2$  и  $OA_1B$ :  
 $\lambda(OA_1A_2) = \lambda(OA_1B) \cong 1 - 4\alpha^2$ .

Минимальные значения выстроенности и степени выстроенности:

$$\lambda_0 = 1 - \frac{16\alpha^2}{3}, \quad P_3^{\min}(\lambda_0) \cong \frac{5\alpha}{2\pi} = \frac{5\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\sqrt{1-\lambda_0}}{4\pi}.$$

При  $\lambda_0 = 0.8$  получим  $P_3^{\min}(\lambda_0) \cong 0.16$ , что близко к  $P_3 = 0.2$  из моделирования.

Также, выполняется соотношение  $P_N = (P_3)^{N-2}$ .



$N$	3	4	5
Результаты Памир	$0.83 \pm 0.27$	$0.67 \pm 0.33$	$0.33 \pm 0.24$
Результаты моделирования	0.2	0.04	0.008

# Дополнение

Продemonстрируем как дополнительные кинематические ограничения, имитирующие в некотором роде условия эксперимента «Памир», влияют на степень выстроенности.

1) Энергетический порог  $R$  у детектируемых частиц ( $\sum E_\gamma > 0.5$  ПэВ в эксперименте)

$$|\mathbf{r}_1| + |\mathbf{r}_2| + \dots + |\mathbf{r}_{N-1}| > (N - 1)R. \quad (8)$$

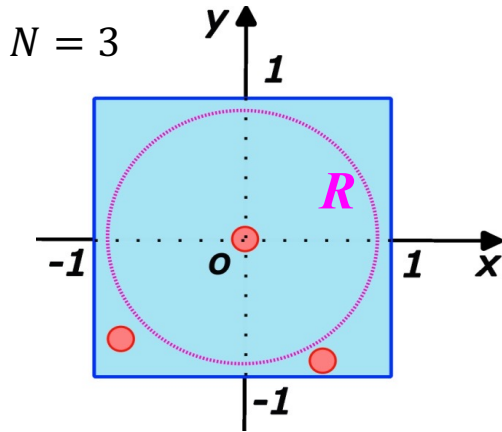
2) Дисбаланс «поперечного импульса»  $\Delta$  у детектируемых частиц

$$|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \dots + \mathbf{r}_{N-1}| < \Delta. \quad (9)$$

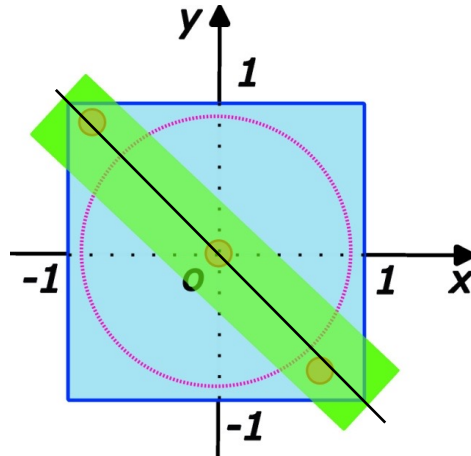
$$P_N(\Delta) = \frac{l[\Delta]}{L[\Delta]}$$

$$E \mathbf{r}_i = \mathbf{p}_{T_i} h$$

\* Генерация событий в квадрате  $\rightarrow$  в эллипсе с различным  $e$



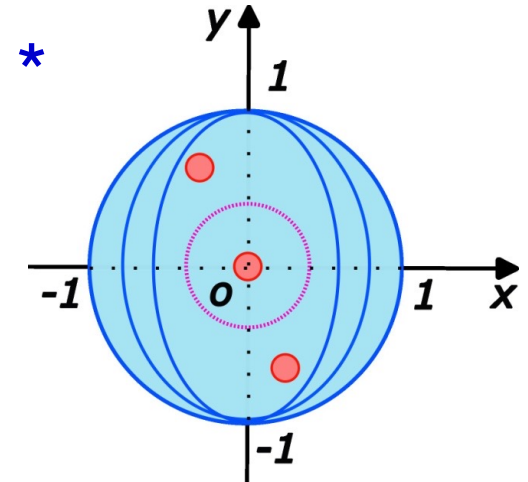
1)



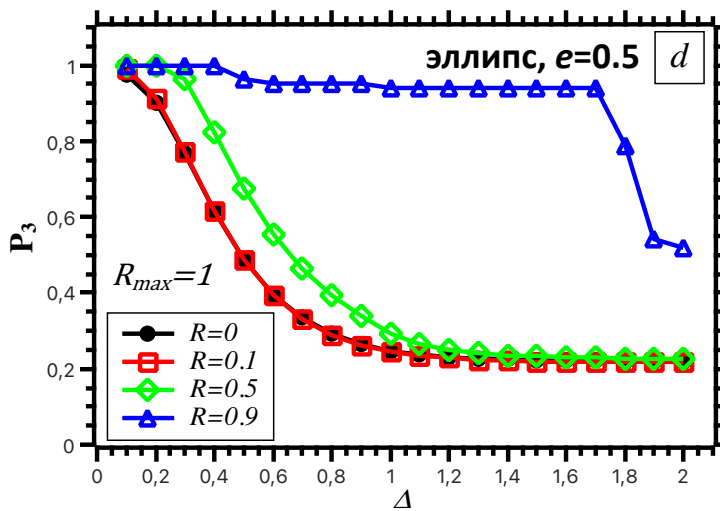
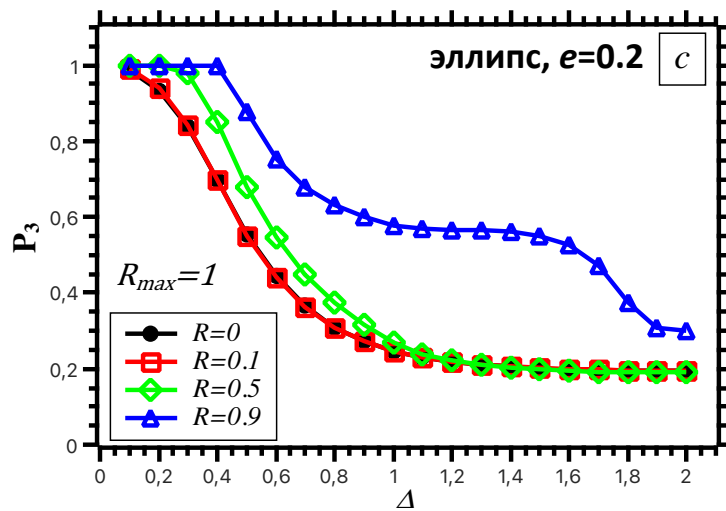
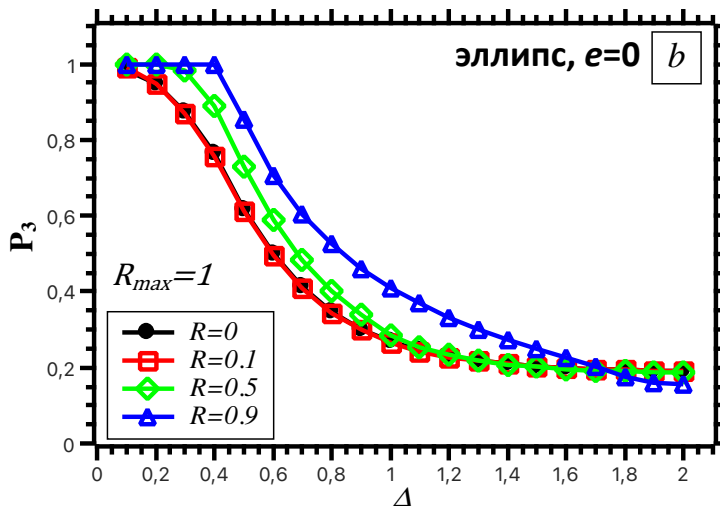
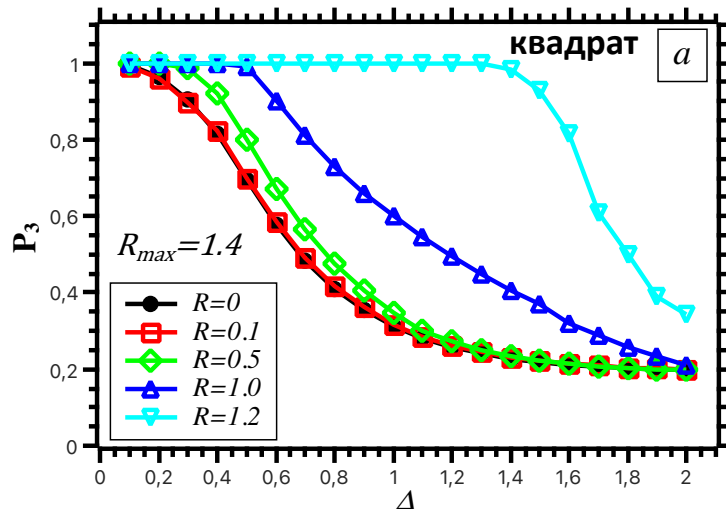
1) + 2)

Ожидаем:

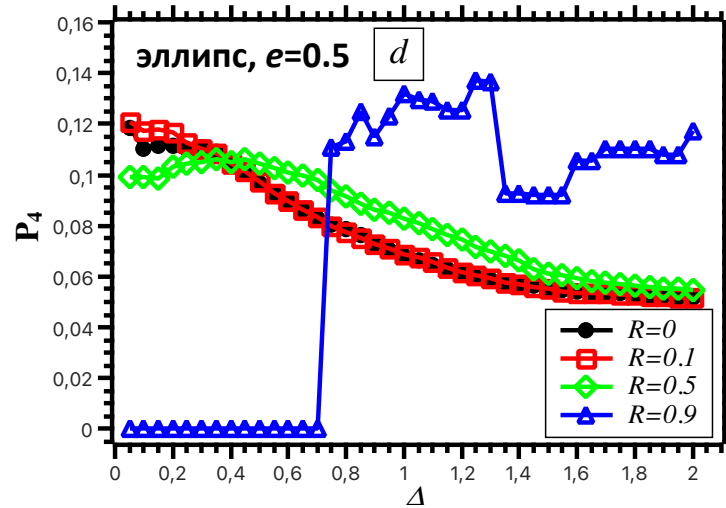
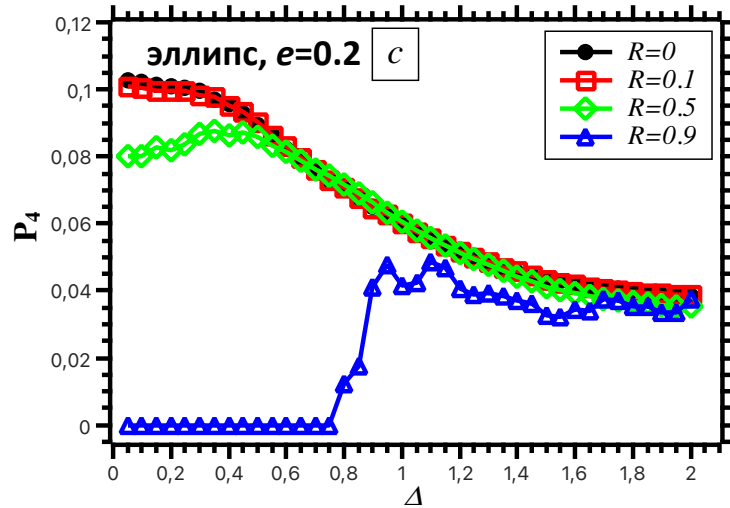
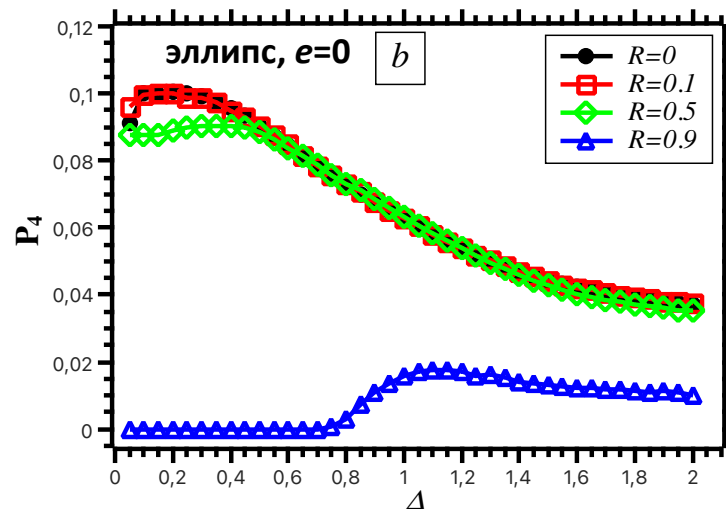
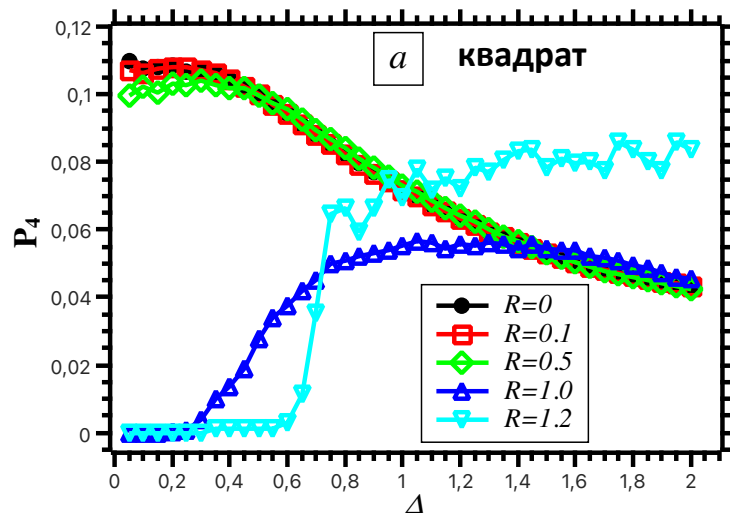
высокий  $P_N \rightarrow$  большой  $R$  малый  $\Delta$ .



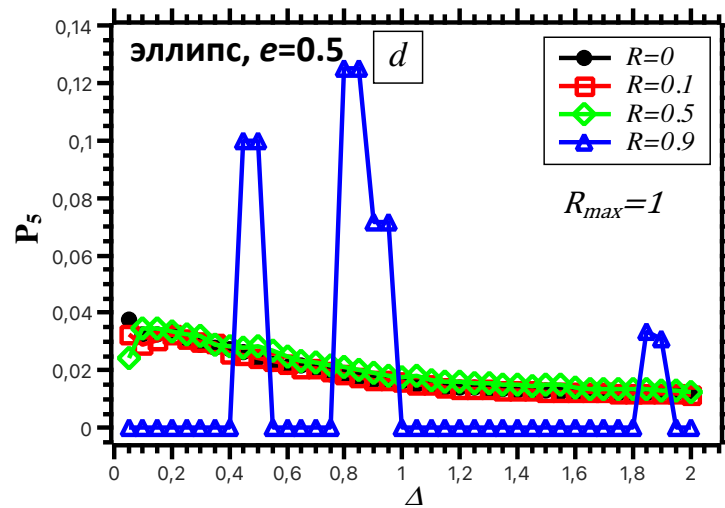
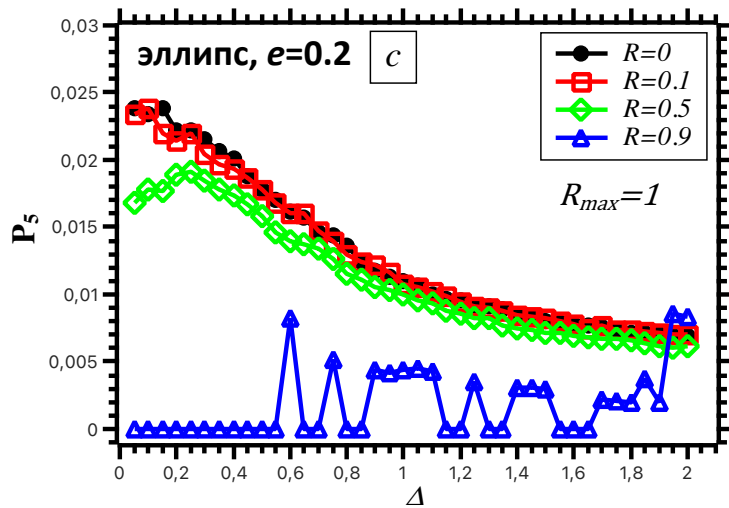
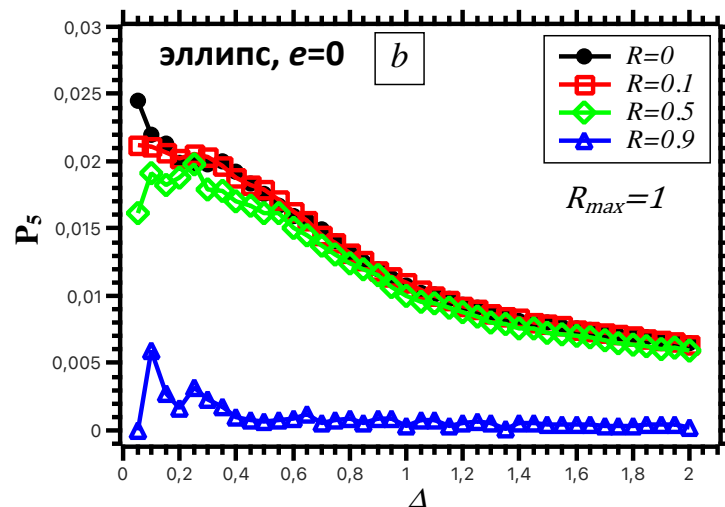
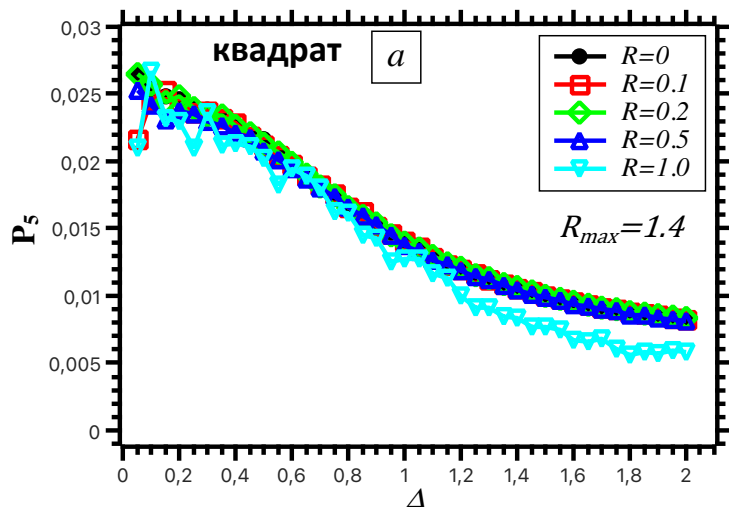
# Геометрическая интерпретация выстроенности. $P_3(\Delta)$



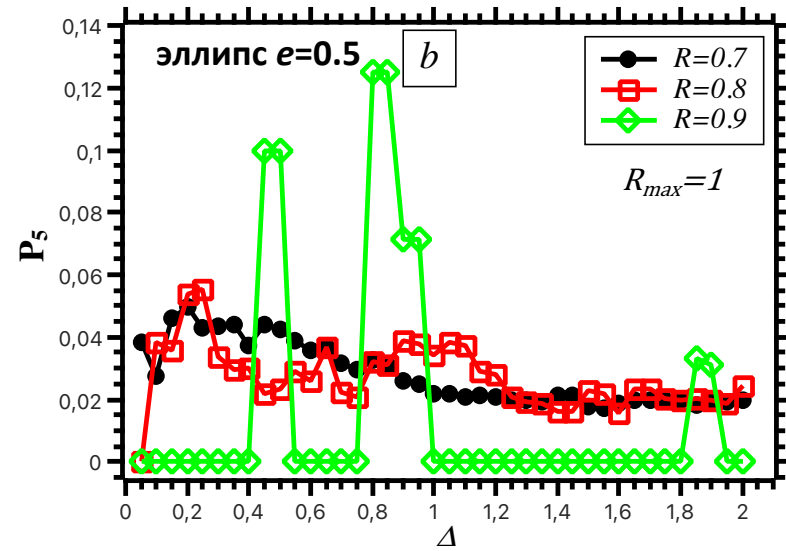
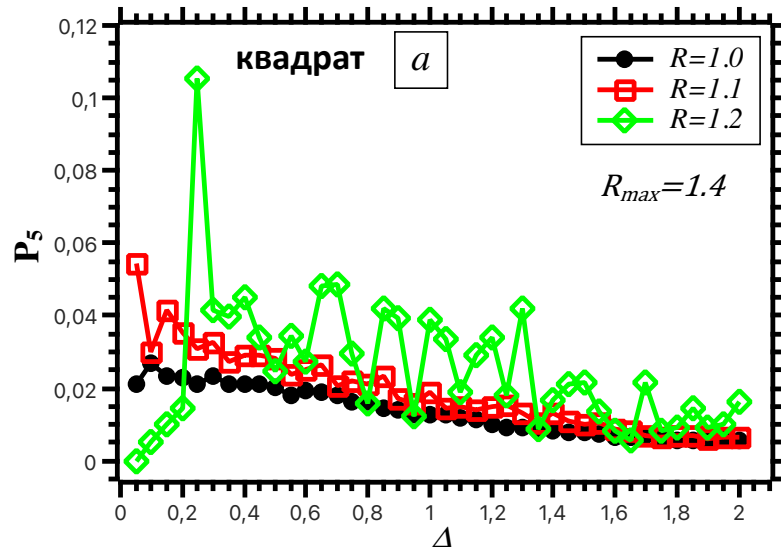
# Геометрическая интерпретация выстроенности. $P_4(\Delta)$



# Геометрическая интерпретация выстроенности. $P_5(\Delta)$

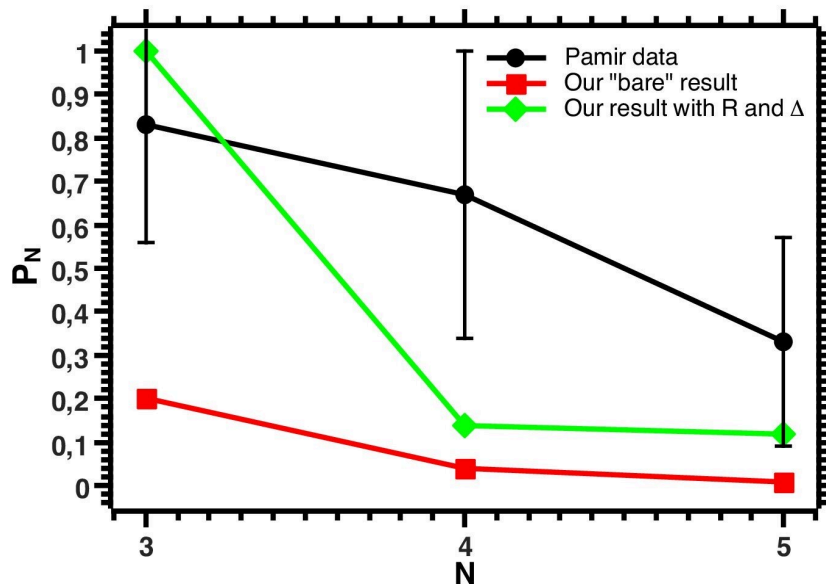


# Геометрическая интерпретация выстроенности. $P_5(\Delta)$



- Энергетический порог  $R$  имеет азимутальную симметрию (круг), а область генерации событий **отличный тип симметрии** (эллипс и квадрат).
- Степень выстроенности  $P_N$  чувствительна к форме области генерации при  $R$  близком к  $R_{max}$ .
- «Граничный» эффект приводит к **флуктуациям**  $P_N$ , которые особенно выражены для пяти частиц.

# Сравнение результатов с данными Памир

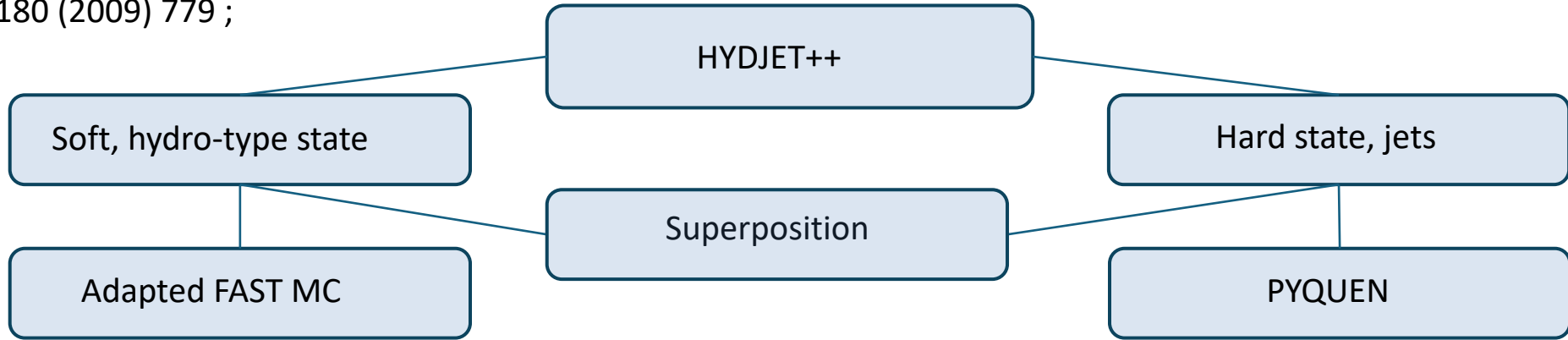


- Разработана геометрическая модель явления выстроенности, которое наблюдалось коллаборацией Памир;
- Модель демонстрирует, что высокая степень выстроенности может быть следствием процедуры отбора наиболее энергичных частиц – порога энергии ( $R$ ) совместно с законом сохранения поперечного импульса;
- Влияние закона сохранения поперечного импульса отражается в «балансе» полного радиус-вектора ( $\Delta$ ).
- Для трех частиц – получена 100% выстроенность в широком диапазоне баланса поперечного импульса регистрируемых частиц;
- Для четырех и пяти частиц – модели недостаточно для описания центральных значений степени выстроенности в эксперименте Памир;
- Результаты моделирования не зависят от абсолютного размера области наблюдения частиц, но чувствительны к его форме и границе, что приводит к флуктуациям, особенно для пяти частиц.

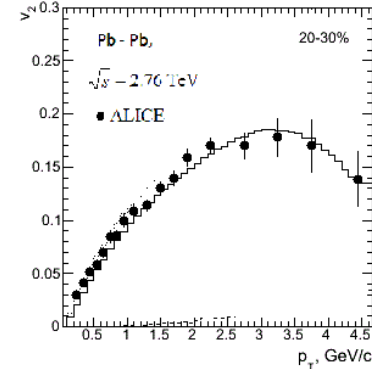
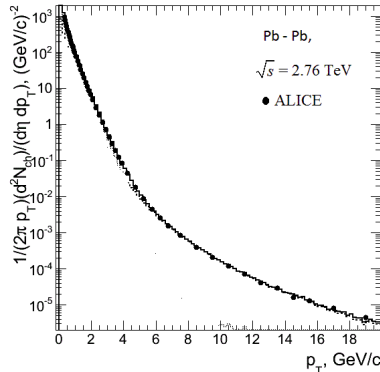
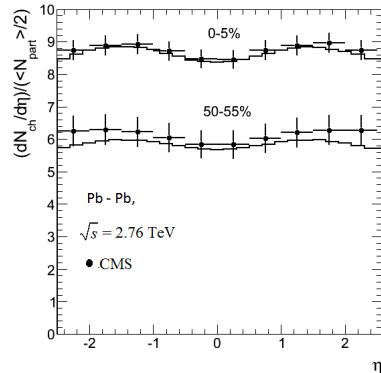
# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

■ HYDJET++ (HYDrodynamics plus JETs)\* – Монте-Карло модель столкновений релятивистских тяжелых ионов (генератор событий), основанный на суперпозиции «мягкой» гидродинамической и «жесткой» струйной компонент протекающей реакции.

\* I.P. Lokhtin, L.V. Malinina, S.V. Petrushanko, A.M. Snigirev, I. Arsene, K. Tywoniuk, *Comp. Phys. Commun.* 180 (2009) 779 ;



➤ NJ++ успешно описывает многие измеряемые величины в экспериментах на LHC и RHIC.



# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++* = Soft (thermal, collective)  $\oplus$  **Hard** (jets, quenching).

➤ «**Hard**» часть: партонная модель, пертурбативный режим КХД.

Сечения процессов  $qq \rightarrow qq; qg \rightarrow qg; gg \rightarrow gg; gg \rightarrow q\bar{q}$

$$d\sigma = \sum_{i,j} f_i(x_1, Q^2) f_j(x_2, Q^2) d\hat{\sigma}_{ij \rightarrow kl}, \quad (10)$$

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2\hat{s}} |M|^2 d\Phi_n, \quad \frac{\partial f_a(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \sum_b \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{ba}(z) f_b(x/z, Q^2),$$

а также учет множественности рождения партонов, форм-фактора Судакова, адронизации в рамках «Lund string model» и много другое рассчитываются в модели PYTHIA: <https://www.pythia.org>.

■ Quenching, **модификация событий** PYTHIA – учет энергетических потерь партоном:

$$\Delta E(L, E) = \int_0^L dl \frac{dP(l)}{dl} \lambda(l) \frac{dE(l, E)}{dl}, \quad \frac{dP(l)}{dl} = \frac{1}{\lambda(l)} \exp(-l/\lambda(l)), \quad (11)$$

где  $l$  – текущая координата партона в поперечном направлении,  $dP(l)/dl$  - плотность вероятности рассеяния,  $dE/dl$  - потеря энергии в единицу длины,  $\lambda$  – средний свободный путь в среде.

$$\Delta E \sim \alpha_s \hat{q} L^2$$

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++* = Soft (thermal, collective)  $\oplus$  **Hard** (jets, quenching).

- Два типа потерь: *столкновительные*: [J.D. Bjorken, Fermilab publication Pub-82/29-THY, 1982]

$$\frac{dE^{\text{col}}}{dl} = \frac{1}{4T\lambda\sigma} \int_{\mu_D^2}^{t_{\text{max}}} dt \frac{d\sigma}{dt} t, \quad (12)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \cong C \frac{2\pi\alpha_s^2(t)}{t^2} \frac{E^2}{E^2 - m_p^2}, \quad \alpha_s = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(t/\Lambda_{\text{QCD}}^2)} \quad (13)$$

«жесткого» партона с энергией  $E$  на «термальном» партоне  $m_p$  с энергией (эфф. массой)  $m_0 \sim 3T \ll E$ .  
 $C = 9/4, 1, 4/9$  для  $gg, gq, qq$  - рассеяния.  $\Delta E^{\text{col}} \sim \alpha_s^2 T^2 L$

Радиационные потери, формализм BDMS: [R. Baier, Yu.L. Dokshitzer, A.H. Mueller, D. Schiff, Phys. Rev. C 60 (1999) 064902]

$$\frac{dE^{\text{rad}}}{dl} = \frac{2\alpha_s(\mu_D^2)C_R}{\pi L} \int_{\omega_{\text{min}}}^E d\omega \left[ 1 - y + \frac{y^2}{2} \right] \ln |\cos(\omega_1 \tau_1)|, \quad (14)$$

Учитывается «эффект ЛПМ»: интерференция диаграмм излучения глюона.

$$\omega_1 = \sqrt{i \left( 1 - y + \frac{C_R}{3} y^2 \right) \bar{\kappa} \ln \frac{16}{\bar{\kappa}}}, \quad \bar{\kappa} = \frac{\mu_D^2 \lambda_g}{\omega(1-y)}, \quad \Delta E^{\text{rad}} \sim \alpha_s \hat{q} L^2.$$

где  $\tau_1 = L/(2\lambda_g)$ ,  $y = \omega/E$ ,  $C_R = 4/3$ ,  $\omega_{\text{min}} = E_{\text{LPM}} = \mu_D^2 \lambda_g$ .

$L$  – «размер» среды,  
 $\lambda$  – средний «свободный»  
 путь в среде.

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++* = Soft (thermal, collective)  $\oplus$  **Hard** (jets, quenching).

- Геометрия и нецентральные столкновения, зависимость сечения от прицельного параметра  $b$  : [I.P. Lokhtin, A.M. Snigirev, Eur. Phys. J. C 16 (2000) 527]

$$T_A(\mathbf{r}) = A \int \rho_A(\mathbf{r}, z) dz, \quad r_{1,2} = \sqrt{r^2 + \frac{b^2}{4} \pm r b \cos \psi}, \quad (15)$$

$$R_{\text{eff}}(b, \psi) = \min \left\{ \sqrt{R_A^2 - \frac{b^2}{4} \sin^2 \psi + \frac{b}{2} \cos \psi}, \quad \sqrt{R_A^2 - \frac{b^2}{4} \sin^2 \psi - \frac{b}{2} \cos \psi} \right\}, \quad (16)$$

$$T_{AA}(b) = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{R_{\text{eff}}} r dr T_A(r_1) T_A(r_2), \quad S_{AA}(b) = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{R_{\text{eff}}} r dr, \quad (17)$$

$$\varepsilon_0(b) = \varepsilon_0(b=0) \frac{T_{AA}(b)}{T_{AA}(b=0)} \frac{S_{AA}(b=0)}{S_{AA}(b)}, \quad \varepsilon_0(A) = \varepsilon_0(Pb) \left( \frac{A}{207} \right)^{2/3}, \quad (18)$$

где  $r_{1,2}(b, r, \psi)$  – расстояние между центрами сталкивающихся ядер и вершинами образования струй,  $R_{\text{eff}}(b, \psi)$  – расстояние между осью столкновения до границы перекрытия ядер,  $T_A(b)$  – функция ядерной «толщины»,  $T_{AA}(b)$  – функция ядерного перекрытия.

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++ = Soft (thermal, collective)  $\oplus$  Hard (jets, quenching).*

- Учитывается расширение КГП только в продольном направлении: [J.D. Bjorken, Phys. Rev. D 27 (1983) 140]

$$\tau = (t^2 - z^2)^{1/2}.$$

- Зависимость температуры, плотности энергии от  $\tau$  : [J.D. Bjorken, Phys. Rev. D 27 (1983) 140]

$$\varepsilon(\tau) = \varepsilon_0 (\tau_0/\tau)^{4/3}, \quad T(\tau) = T_0 (\tau_0/\tau)^{1/3}, \quad \rho(\tau) = \rho_0 \tau_0/\tau. \quad (19)$$

- Среднее число образованных «струй»:

$$\overline{N_{AA}^{\text{jet}}}(b, \sqrt{s}, p_T^{\text{min}}) = \int_{p_T^{\text{min}}} dp_T^2 \int dy \frac{d\sigma_{NN}^{\text{hard}}(p_T, \sqrt{s})}{dp_T^2 dy} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\infty r dr T_A(r_1) T_A(r_2) S(r_1, r_2, p_T, y), \quad (20)$$

где  $S(r_1, r_2, p_T, y)$ - ядерное «экранирование» [V.N. Gribov, Sov. Phys. JETP 29 (1969) 483, K.Tywniuk et al., Phys. Lett. B 657 (2007) 170 ].

- Пространственное распределение струй  $\frac{dN^{\text{jet}}}{d\psi r dr}(b) = \frac{T_A(r_1)T_A(r_2)}{T_{AA}(b)}, \quad (21)$

- Адронизация выполняется согласно «Lund String Model»: [Bo Andersson, G. Gustafson, B. Soderberg, Z.Phys.C 20 (1983) 31].

$$f(z) \propto \frac{1}{z} (1-z)^a \exp\left(-\frac{bm_T^2}{z}\right), \quad p_T \propto \exp\left(-\frac{p_T^2}{\sigma^2}\right).$$

- В hard части есть эволюция партон – адрон.

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++ = Soft* (thermal, collective)  $\oplus$  Hard (jets, quenching).

➤ «Soft» часть: релятивистская гидродинамика, внезапная «заморозка» расширяющегося объема КГП,  $T^{\text{ch}}, \mu_B = \text{const}$ . Тогда [J. Rafelski, Phys. Lett. B 262 (1981) 333]

$$f_i^{\text{eq}}(p^{*0}; T^{\text{ch}}, \mu_i) = \frac{g_i}{\exp([p^{*0} - \mu_i]/T^{\text{ch}}) \pm 1}, \quad (22)$$

где  $p^{*0}$  - энергия адрона  $i$  в системе покоя элемента жидкости,  $g_i = 2J_i + 1$ . Плотность числа частиц:

$$\rho_i^{\text{eq}}(T, \mu_i) = u_\mu^*(x^*) j_i^{\text{eq} \mu}(x^*) = \int d^3 \vec{p}^* f_i^{\text{eq}}(p^{*0}; T^{\text{ch}}, \mu_i). \quad (23)$$

■ Среднее число адронов, «выходящих» из гиперповерхности  $\sigma(x)$  :

$$\bar{N}_i = \rho_i^{\text{eq}}(T, \mu_i) \int_{\sigma(x)} d\sigma_\mu(x) u^\mu(x) = \rho_i^{\text{eq}}(T, \mu_i) V_{\text{eff}}, \quad (24)$$

где  $d\sigma_\mu(x) = n_\mu(x) d^3\sigma(x)$ ,  $d^3\sigma(x) = |d^3\sigma_\mu d^3\sigma^\mu|^{1/2}$ ,  $u^\mu(x)$  - коллективная скорость,  $V_{\text{eff}}$  - эффективный объем.  $\bar{N}_i$  - большой канон. ансамбль, где вероятность  $N_i$  дается:

$$P(N_i) = \exp(-\bar{N}_i) \frac{(\bar{N}_i)^{N_i}}{N_i!}. \quad (25)$$

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++ = Soft* (thermal, collective)  $\oplus$  Hard (jets, quenching).

- Температура химического «фриз-аут» (фиксируется состав частиц): [J. Cleymans, H. Oeschler, K. Redlich, S. Wheaton, Phys. Rev. C 73 (2006) 034905.]

$$T(\tilde{\mu}_B) = a - b\tilde{\mu}_B^2 - c\tilde{\mu}_B^4, \quad \tilde{\mu}_B^2(\sqrt{s_{NN}}) = \frac{d}{1 + e\sqrt{s_{NN}}}, \quad (26)$$

где  $a = 0.166 \pm 0.002 \text{ GeV}$ ,  $b = 0.139 \pm 0.016 \text{ GeV}^{-1}$ ,  $c = 0.053 \pm 0.021 \text{ GeV}^{-3}$ ,  $d = 1.308 \pm 0.028 \text{ GeV}$ , and  $e = 0.273 \pm 0.008 \text{ GeV}^{-1}$ .

- Термальный «фриз-аут» задает форму спектров: [F. Cooper and G. Frye, Phys. Rev. D 10, 186 (1974).]

$$p^0 \frac{d^3 \bar{N}_i}{d^3 p} = \int_{\sigma(x)} d^3 \sigma_\mu(x) p^\mu f_i^{\text{eq}}(p \cdot u(x); T, \mu_i), \quad T^{\text{th}} \leq T^{\text{ch}}. \quad (27)$$

- Переход в систему покоя полного объема КГП из системы покоя элемента КГП:

$$p^0 = \gamma(p^{0*} + \vec{v} \vec{p}^*), \quad \vec{p} = \vec{p}^* + \gamma(1 + \gamma)^{-1}(p^{0*} + p^0)\vec{v}. \quad (28)$$

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++ = Soft* (thermal, collective)  $\oplus$  *Hard* (jets, quenching).

- Гиперповерхность задается через координаты Бьеркена:

$$\tau = (t^2 - z^2)^{1/2}, \quad \eta = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z}, \quad x^\mu = \{\tau \cosh \eta, \vec{r}, \tau \sinh \eta\} = \{\tau \cosh \eta, r \cos \phi, r \sin \phi, \tau \sinh \eta\}, \quad (29)$$

- Скорость потока «жидкости» удобно выразить через продольную и поперечную быстроты:

$$\eta^u(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + v_z(x)}{1 - v_z(x)}, \quad \rho^u(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + v_r(x) \cosh \eta_u(x)}{1 - v_r(x) \cosh \eta_u(x)},$$

$$u^\mu(x) = \{ \cosh \rho^u \cosh \eta^u, \sinh \rho^u \cos \phi^u, \sinh \rho^u \sin \phi^u, \cosh \rho^u \sinh \eta^u \}, \quad (30)$$

где  $\phi$  – азим. угол элемента жидкости,  $r$  – его радиальная координата,  $v_r(x) = |\vec{v}_r|$ ,  $v = \{\vec{v}_r, v_z\} = \{v_r \cos \phi^u, \sin \phi^u, v_z\}$  - его 3-скорость.

- Поперечный радиус «фаерболоа»

$$R(b, \phi) = R_f(b) \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2(b)}}{\sqrt{1 + \epsilon(b) \cos(2\phi)}}, \quad (31)$$

где  $R_f(b) = [(R_x^2 + R_y^2)/2]^{1/2}$ ,  $\epsilon(b) = (R_y^2 - R_x^2)/(R_x^2 + R_y^2)$  – параметр пространственной анизотропии.

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

*Event in HJ++ = Soft* (thermal, collective)  $\oplus$  *Hard* (jets, quenching).

- Эффективный объем излучения адронов с гиперповерхности за «собственное» время  $\tau = \text{const}$

$$V_{\text{eff}} = \int_{\sigma(t, \vec{x})} d^3 \sigma_{\mu}(t, \vec{x}) u^{\mu}(t, \vec{x}) = \tau \int_0^{2\pi} d\phi \int (n_{\mu} u^{\mu}) r dr \int_{\eta_{\min}}^{\eta_{\max}} f(\eta) d\eta, \quad (32)$$

где  $(n_{\mu} u^{\mu}) = \cosh \tilde{\rho}_u \sqrt{1 + \delta(b) \tanh^2 \tilde{\rho}_u \cos(2\phi)}$ ,  $\tilde{\rho}_u = [r/R_f(b)] \rho_u^{\max}(b=0)$ ,  $f(\eta)$  – продольный профиль быстроты потока.

- Коэффициент эллиптичности потока: [U. Wiedemann, Phys. Rev. C 57 (1998) 266.]

$$v_2 \propto \frac{2(\delta - \epsilon)}{(1 - \delta^2)(1 - \epsilon^2)}, \quad (33)$$

где  $\delta$  – параметр импульсной анизотропии.

- Учитываются распады резонансов (2-х, 3-х частичные) из таблиц SHARE [G. Torrieri, et al., Comput. Phys. Comm. 167 (2005) 229], где массовое распределение задается согласно нерелятивистскому распред. Брейт-Вигнера:

$$P(m) dm \propto \frac{1}{(m - m_0)^2 + \Delta m^2/4},$$

где  $m_0$  «номинальная» масса резонанса,  $\Delta m$  – его ширина.

- N.S. Amelin, et al., Phys. Rev. C 77 (2008) 014903.

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

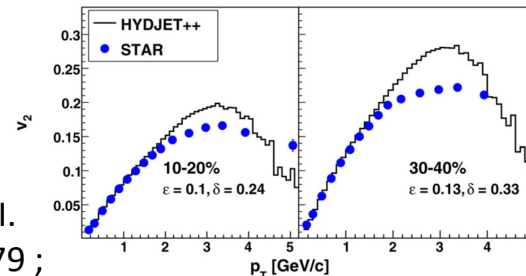
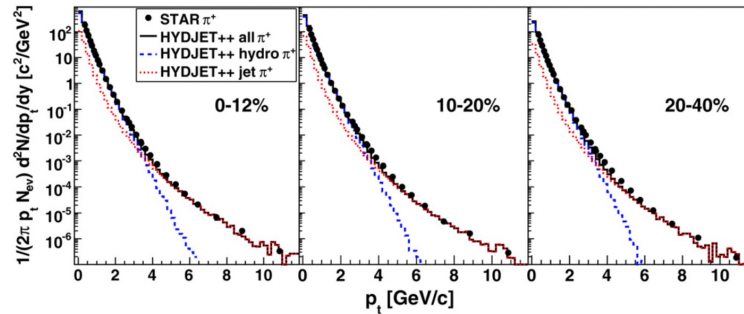
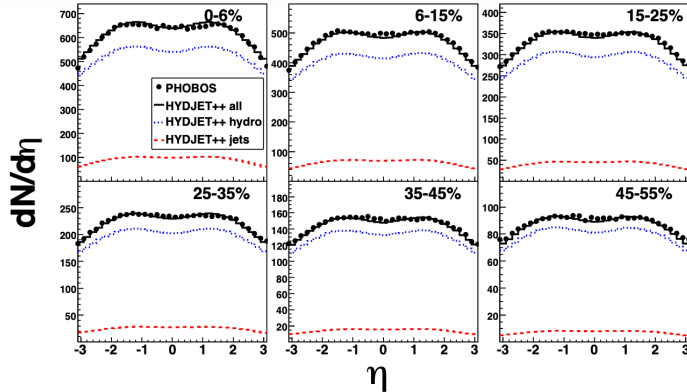
*Event in HJ++ = Soft (thermal, collective)  $\oplus$  Hard (jets, quenching).*

В результате, с помощью модели HYDJET++ , имеем 4-импульсы адронов в с.ц.м., для которых можно строить различные распределения, спектры.

*Вводные параметры:* энергия столкновений, атомный номер ядра, прицельный параметр, число событий (столкновений).

*Параметры модели:* температуры химического и термического «вымораживания», минимальный поперечный импульс (в жесткой части), барионный хим. потенциал, параметры объема ( $\tau, R$ )...

*В сумме  $\approx 15$ .*



Citations per year



↻ 220 citations

I.P. Lokhtin, L.V. Malinina, S.V. Petrushanko, A.M. Snigirev, I. Arsene, K. Tywoniuk, *Comp. Phys. Commun.* 180 (2009) 779 ;

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

Моделирование выстроенности в модели HYDJET++ :

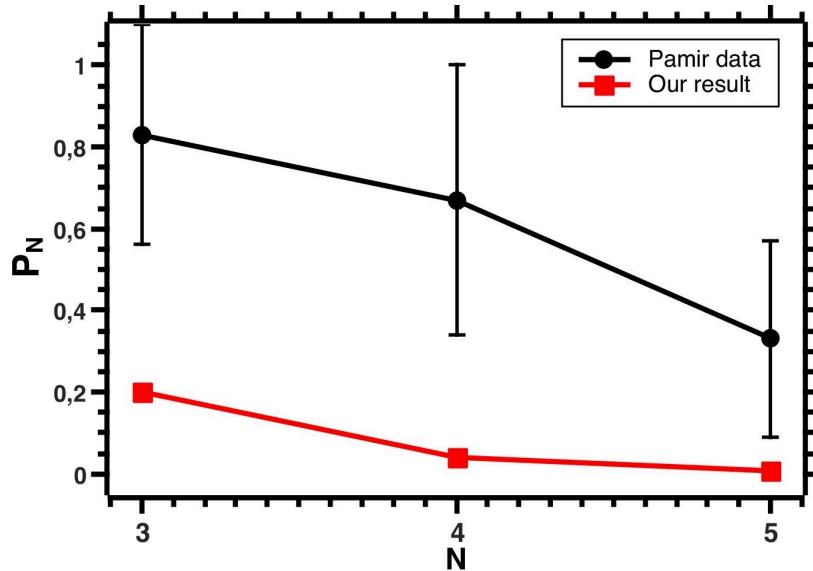
- В каждом событии («столкновении») отбирается  $N = 3.., 5$  наиболее энергичных частиц ;
- Вычисляется положение отобранных частиц на «пленке» согласно (3)

$$r_i = \frac{p_{Ti}}{\sqrt{p_{Ti}^2 + m_i^2} \sinh(\eta_0 + \eta_i)} h, \quad \mathbf{p}_{Ti} = (p_{xi}, p_{yi}); \quad r_{\min} < r_i,$$

$$r_i < r_{\max},$$

- Вычисляется выстроенность (6) для  $N = 3.., 5$  наиболее энергичных частиц

$$r_i = |\mathbf{r}_i|.$$



$$\lambda_N = \frac{\sum_{i \neq j \neq k}^N \cos(2\varphi_{ijk})}{N(N-1)(N-2)},$$

$$P_N = \frac{l}{L}, \quad l = \{ \lambda_N > 0.8 \}, \quad L = 10^6.$$

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов

Моделирование выстроенности в модели HYDJET++ :

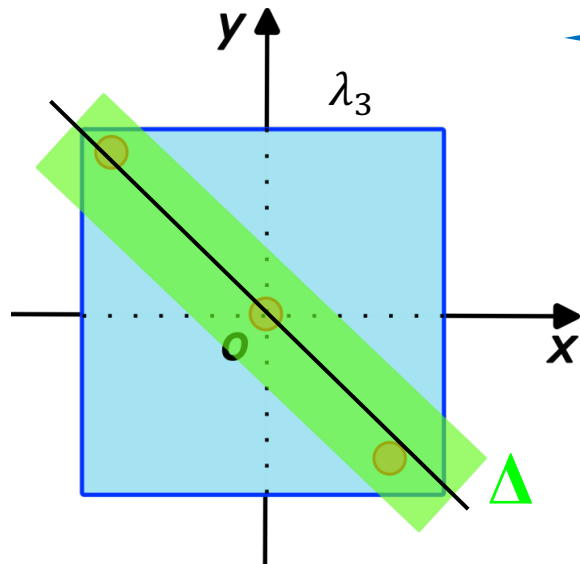
- Сохранение поперечного импульса **наиболее энергичных частиц** в каждом столкновении

$$|p_{T_1} + p_{T_2} + \dots + p_{T_{N-1}}| < \Delta,$$

(34)

где  $N = 3.., 5$  в виде «недостающего» поперечного импульса.  $\Delta$  – «дисбаланс» сохранения.

Формальное проявление  $\Delta$  :



Ожидаем «высокий»  $\lambda_N$  при «малом»  $\Delta$  и наоборот: «низкий»  $\lambda_N$  при «большом»  $\Delta$ .

В модели NJ++ присутствует «естественный» порог энергии сталкивающихся ядер из-за наличия и «адронизации» КГП.

Порог энергии также характерен и при наблюдении выстроенности: 0.5 ПэВ в эксперименте Памир.

В модели NJ++ поперечный импульс частиц сохраняется в среднем, для некоторого интервала быстроты. Вводя  $\Delta$  мы учитываем  $p_T$  – сохранение в каждом событии.

# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов. $P_3(\Delta)$

■ Pb-Pb,  $\sqrt{s} = 5.02$  ТэВ

$$P_N(\Delta) = \frac{l[\Delta]}{L[\Delta]}$$

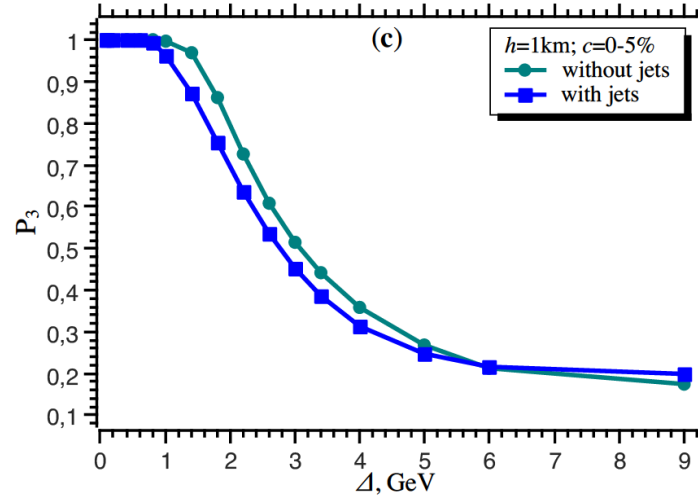
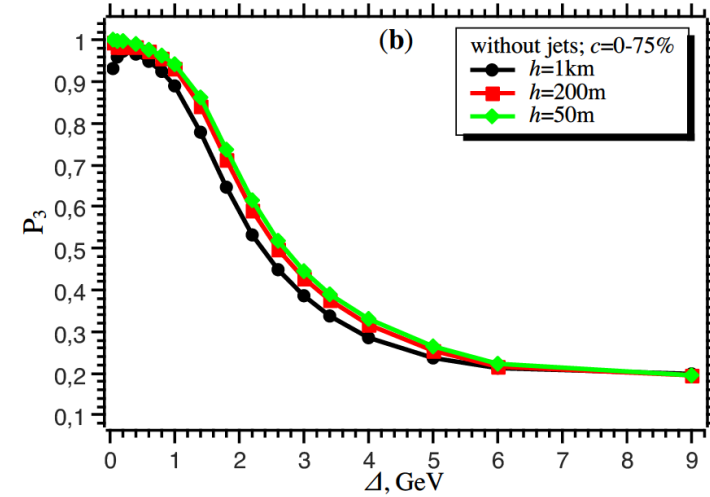
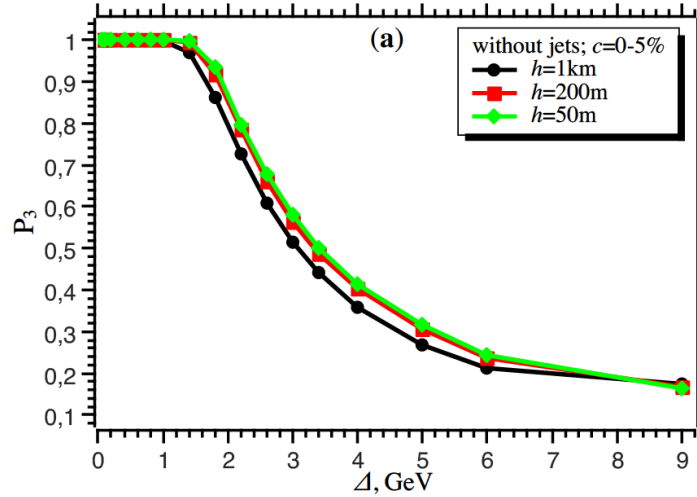
$N = 3$ ,  
две наиболее  
энергичные частицы +  
центр.

Наша гипотеза полностью  
подтверждается:

«высокий»  $\lambda_N \implies$  «малый»  $\Delta$ .

(a), (b) – результаты только для  
мягкой компоненты при  
центральности 0-5% и 0-75%  
соответственно.

(c) – сравнение только мягкой  
с мягкой + жесткая компонентами.

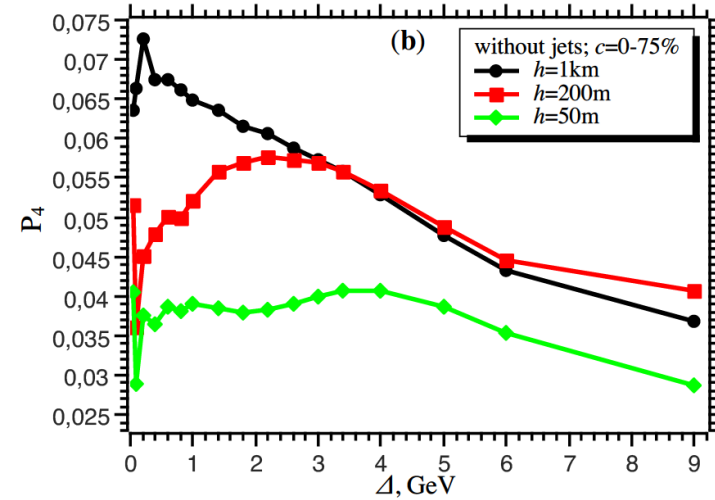
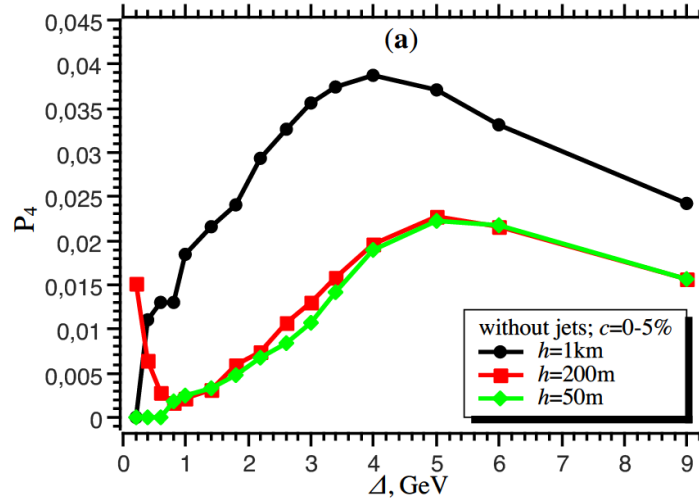


# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов. $P_4(\Delta)$

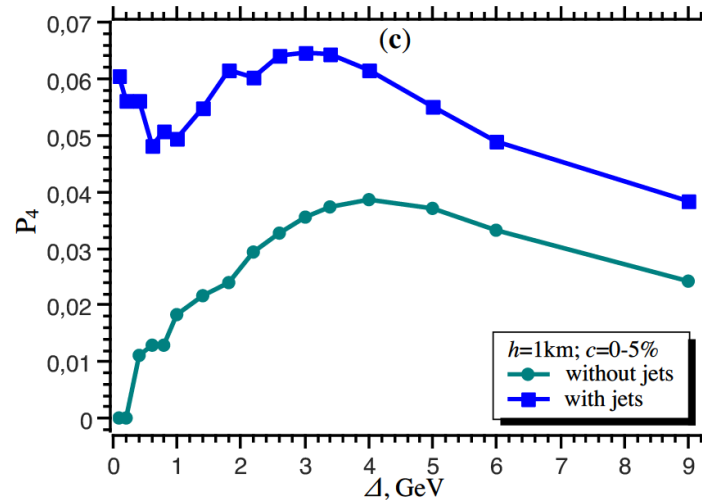
■ Pb-Pb,  $\sqrt{s} = 5.02$  ТэВ

$$P_N(\Delta) = \frac{l[\Delta]}{L[\Delta]}$$

$N = 4$ ,  
три наиболее  
энергичные частицы +  
центр.



(a), (c) – малые  $\Delta$  «недоступны»  
для конфигурации 3 + центр ;  
(b) – усиление выстроенности  
за счет анизотропного потока.  
(a), (b) – результаты только для  
мягкой компоненты при  
центральности 0-5% и 0-75%  
соответственно.  
(c) – сравнение только мягкой  
с мягкой + жесткая компонентами.

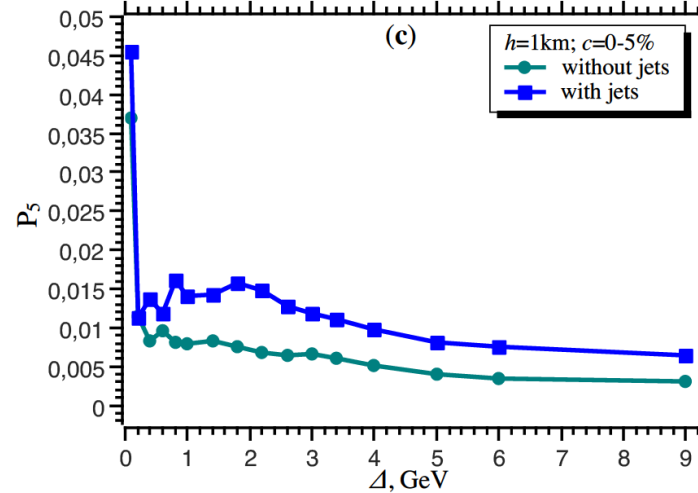
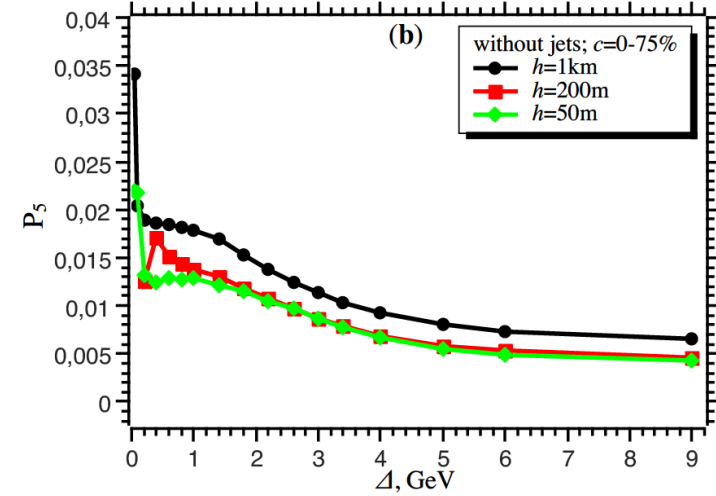
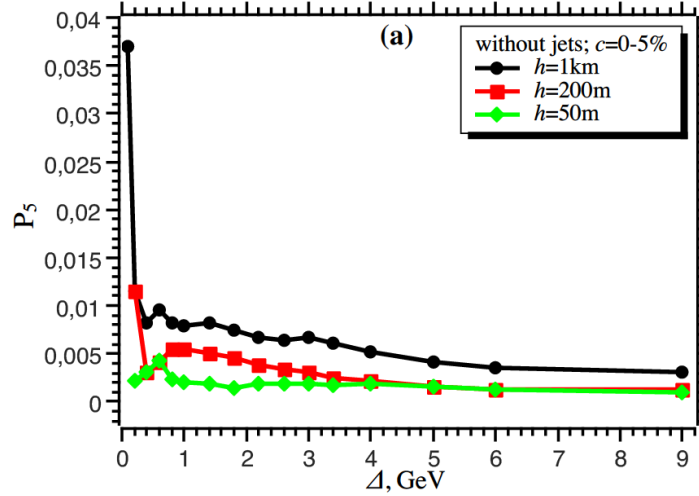


# Выстроенность в столкновениях тяжелых ионов. $P_5(\Delta)$

■ Pb-Pb,  $\sqrt{s} = 5.02$  ТэВ

$$P_N(\Delta) = \frac{l[\Delta]}{L[\Delta]}$$

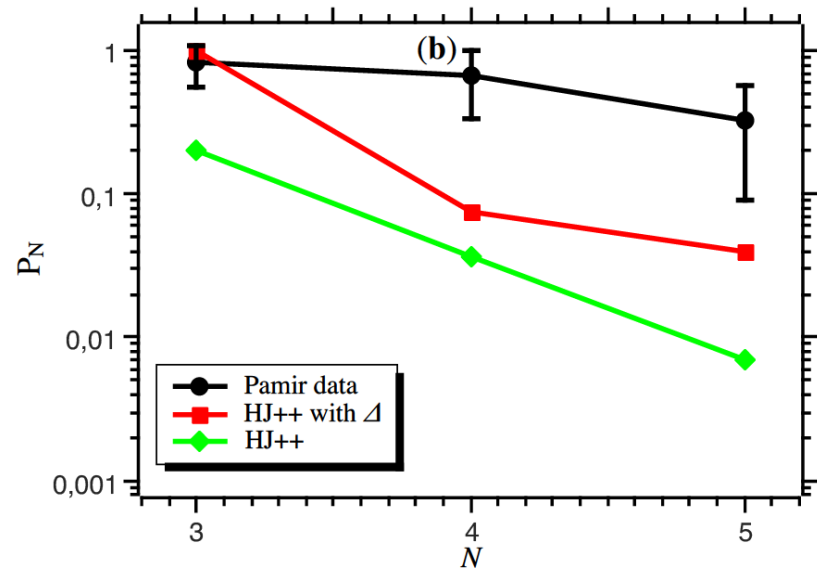
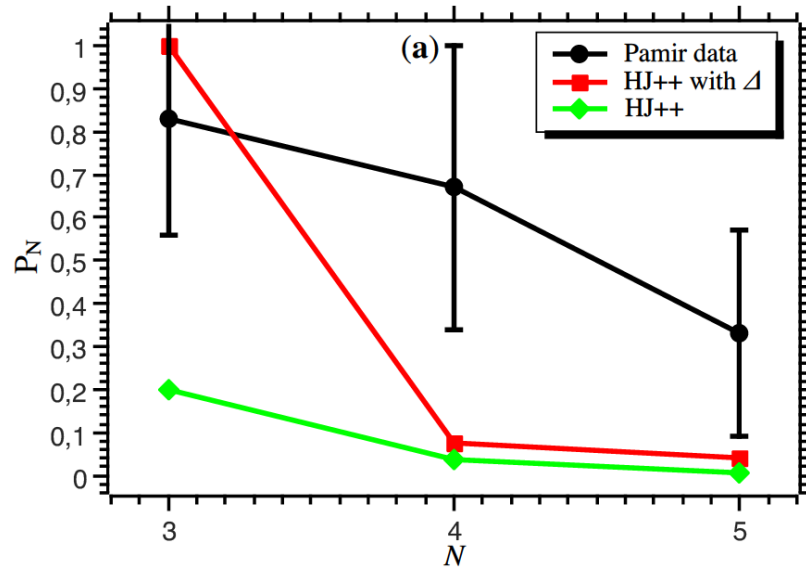
$N = 5$ ,  
четыре наиболее  
энергичные частицы +  
центр.  
Умеренно высокий  $\lambda_N$   
при малых  $\Delta$



(a), (b) – результаты только для  
мягкой компоненты при  
центральности 0-5% и 0-75%  
соответственно.

(c) – сравнение только мягкой  
с мягкой + жесткая компонентами.

# Сравнение с результатами Памир



(a) – линейный масштаб, (b) – логарифмический. «HJ++ with  $\Delta$ » - моделирование с учетом пособытийного сохранения поперечного импульса через  $\Delta$ , «HJ++» - моделирование без  $p_T$ -сохранения.

Значения дисбаланса  $\Delta$ , которые соответствуют максимальной степени выстроенности, находятся в диапазоне  $\Delta = 0 - 1$  ГэВ.

□ I.P. Lokhtin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, EPJ A 61 3, 50 (2025), arXiv: 2406.06114[hep-ph], «Unraveling alignment pattern in high-energy particles via transverse momentum disbalance analysis».

# Учет кластеризации частиц

Новый алгоритм моделирования:

- В каждом событии («столкновении») отбирается  $N = 3.., 5$  наиболее энергичных частиц ;
- Вычисляется положение отобранных частиц на «пленке» согласно (3)

$$\mathbf{r}_i = \frac{\mathbf{p}_{Ti}}{\sqrt{p_{Ti}^2 + m_i^2} \sinh(\eta_0 + \eta_i)} h, \quad \mathbf{p}_{Ti} = (p_{x_i}, p_{y_i}); \quad r_{\min} < r_i < r_{\max}, \quad r_i = |\mathbf{r}_i|.$$

- Вычисляется расстояние между частицами  $i$  и  $j$  :

$$d_{ij} = \sqrt{r_i^2 + r_j^2 - 2r_i r_j \cos(\phi_i - \phi_j)}. \quad (35)$$

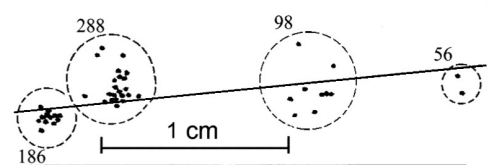
- Проверяем условие кластеризации – «объединения» частиц :

$$d_{ij} < r_{\text{res}}, \quad (36)$$

с заданным значением  $r_{\text{res}}$  .

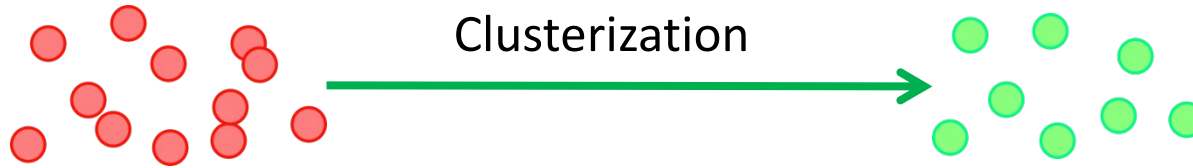
- Если выполняется (36) - новый кластер, координаты которого:

$$\mathbf{r}_{ij} = (\mathbf{r}_i E_i + \mathbf{r}_j E_j) / (E_i + E_j), \quad r_{\min} < r_{ij} < r_{\max}, \quad r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|. \quad (37)$$



- В результате, все частицы попадают в кластеры, или нет – «кластер-частица», т.е. остаются только такие, для которых  $d_{ij} > r_{\text{res}}$  .
- Отбираем наиболее энергичные кластеры, вычисляем выстроенность, степень выстроенности.

# Результаты с учетом кластеризации



Alignment degree	$P_3$			$P_4$			$P_5$		
Pamir results	$0.83 \pm 0.27$			$0.67 \pm 0.33$			$0.33 \pm 0.23$		
centrality	0%-5%	40%-75%	0%-75%	0%-5%	40%-75%	0%-75%	0%-5%	40%-75%	0%-75%
	$r_{\text{res}}, \text{mm}$								
0.5	0.23	0.27	0.26	0.032	0.061	0.053	0.005	0.015	0.011
1	0.23	0.28	0.26	0.037	0.061	0.048	0.006	0.013	0.009
2	0.25	0.28	0.26	0.042	0.058	0.048	0.007	0.013	0.009
5	0.26	0.27	0.26	0.045	0.052	0.046	0.007	0.011	0.009

□ Aleksei Nikolskii, Igor Lokhtin, and Alexander Snigirev, Phys. Rev. D 113, 054004 (2026), arXiv: 2512.03725 [hep-ph], «Probing azimuthal alignment in heavy-ion collisions: Clusterization effects».

# Результаты с учетом кластеризации

- Из условий (4) и (5) следуют ограничения на частицы (кластеры) в с.ц.м. :

$$\begin{aligned} r_{\min} < r_i &\Rightarrow \eta_i < \eta_{\max} = \ln(r_0/r_{\min}) = 5.98 ; \\ r_i < r_{\max} &\Rightarrow \eta_i > \eta_{\min} = \ln(r_0/r_{\max}) = 3.28 , \end{aligned} \quad (38)$$

где  $r_0 = 2h/e^{\eta_0}$ ,  $h = 1\text{км}$ ,  $r_{\min} = 1\text{мм}$ ,  $r_{\max} = 15\text{мм}$ ,  $\eta_0 = 8.52$  при  $\sqrt{s} = 5.02$  ТэВ.

- Из условия кластеризации (35) следуют ограничения для  $\Delta\eta$ ,  $\Delta\phi$ :

$$\Delta\eta, \Delta\phi \in [1/15, 1] \quad (39)$$

при  $r_{\min} = 1\text{мм}$ ,  $r_{\max} = 15\text{мм}$ ,  $r_{\text{res}} = 1\text{мм}$ .

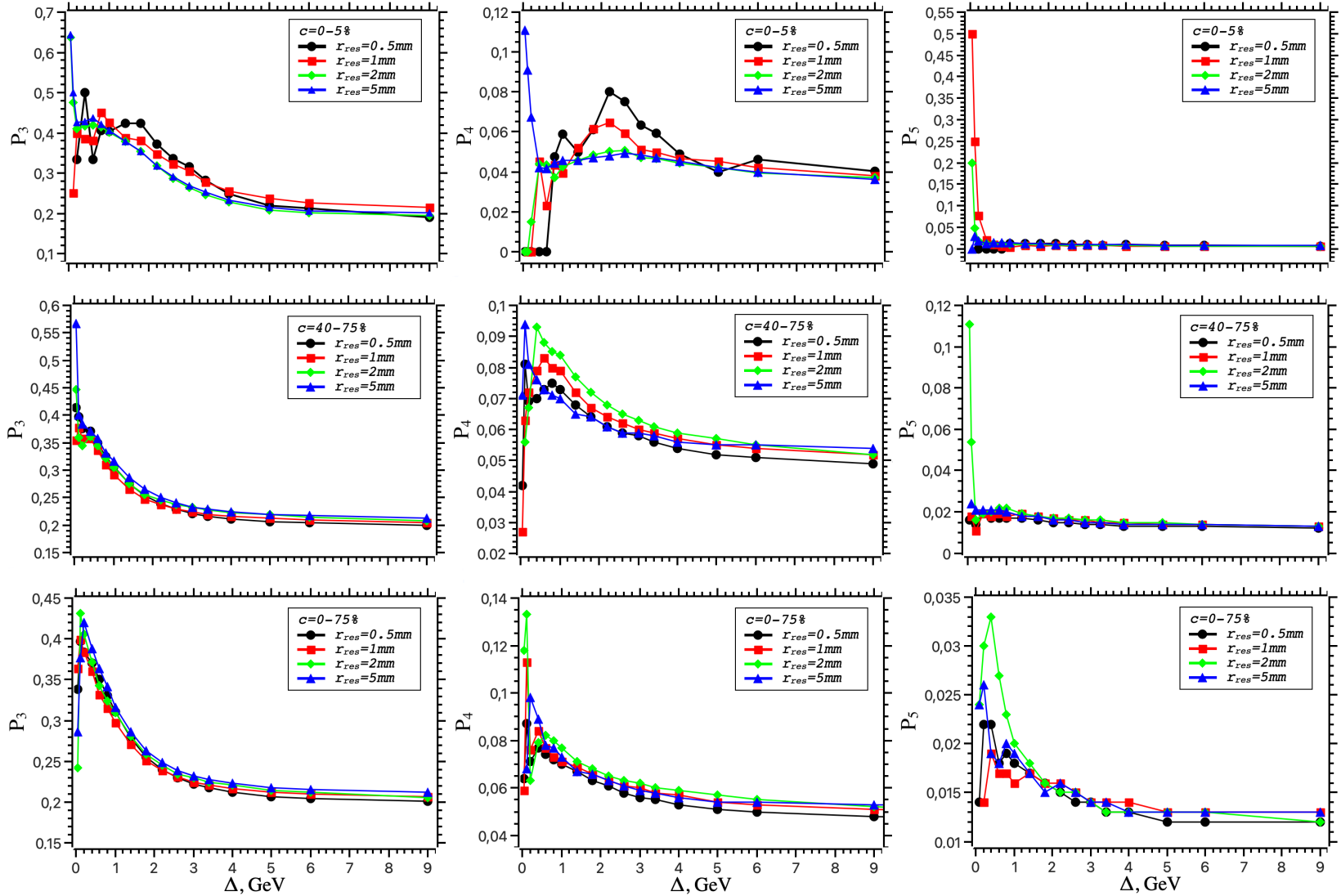
- Пособытийный закон сохранения поперечного импульса (34), но уже для наиболее энергичных кластеров

$$|\mathbf{p}_{T_1} + \mathbf{p}_{T_2} + \dots + \mathbf{p}_{T_{N-1}}| < \Delta ,$$

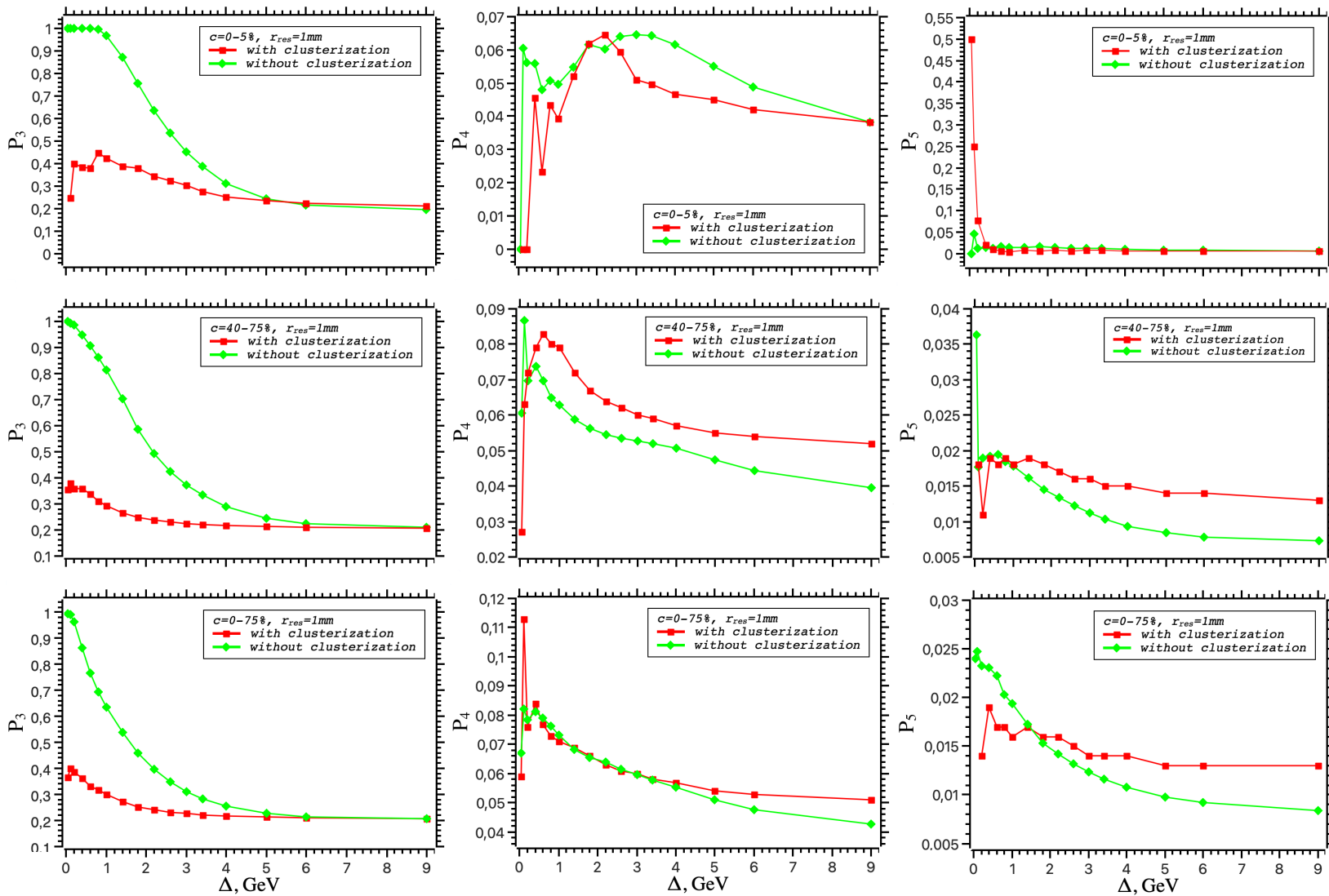
и степень выстроенности

$$P_N(\Delta) = \frac{l^{[\Delta]}}{L^{[\Delta]}} .$$

# Результаты с учетом кластеризации, Pb-Pb, $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ

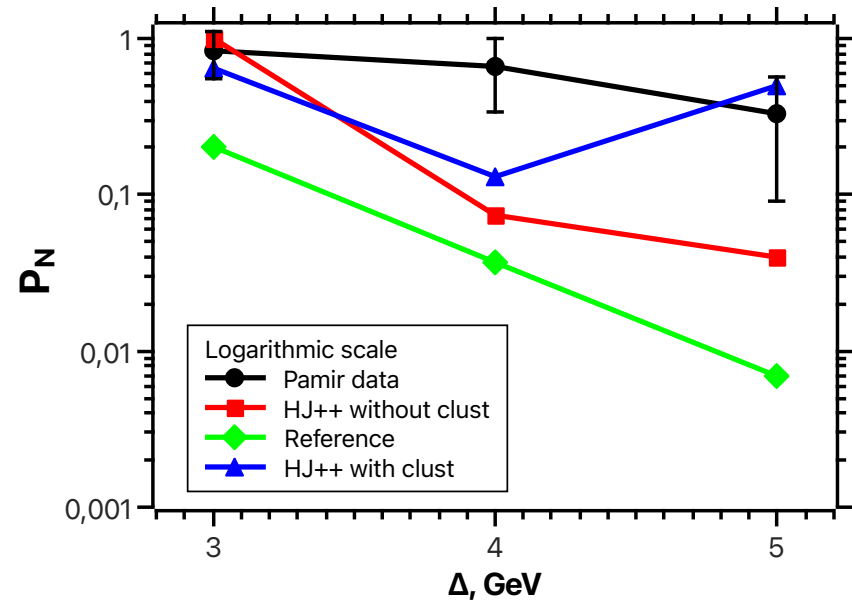
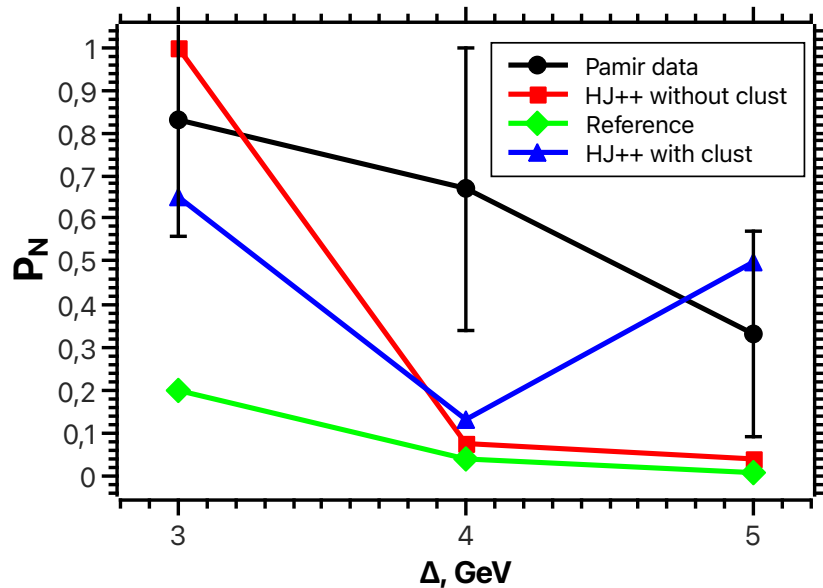


# Сравнение с кластеризацией и без, Pb-Pb, $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ



# Результаты моделирования vs данные Памир

Alignment degree	$P_3$	$P_4$	$P_5$
Pamir results	$0.83 \pm 0.27$	$0.67 \pm 0.33$	$0.33 \pm 0.23$
Our results with clustering	0.65	0.13	0.5
Our results without clustering	1.0	0.07	0.04
Reference	0.2	0.04	0.008



➤ Сравнение наилучших результатов моделирования с данными эксперимента Памир. Значения дисбаланса  $\Delta$ , которые соответствуют максимальной степени выстроенности, находятся в диапазоне  $\Delta = 0 - 1$  ГэВ.

# Выводы

- Азимутальная выстроенность частиц является разновидностью непотоковых корреляций в столкновениях релятивистских ядер и отражает компланарность событий;
  - Выстроенность наблюдалась (пока) только в экспериментах с космическим излучением;
  - Существует возможность описания выстроенности чисто геометрически, без привязки к модели и специфической феноменологии частиц;
  - Сохранение поперечного импульса частиц способствует проявлению выстроенности в столкновениях тяжелых ионов;
  - Кластеризация вторичных частиц, в целом, увеличивает их азимутальную выстроенность;
  - При определённых условиях возможно наблюдение в экспериментах на коллайдерах (NICA и др.).
- Работа выполнена при поддержке РФФ, грант № 24-22-00011.

Спасибо за внимание !

# Васкуп 1

- Сравнение мягкой, жесткой частей и с «отключением» распада резонансов

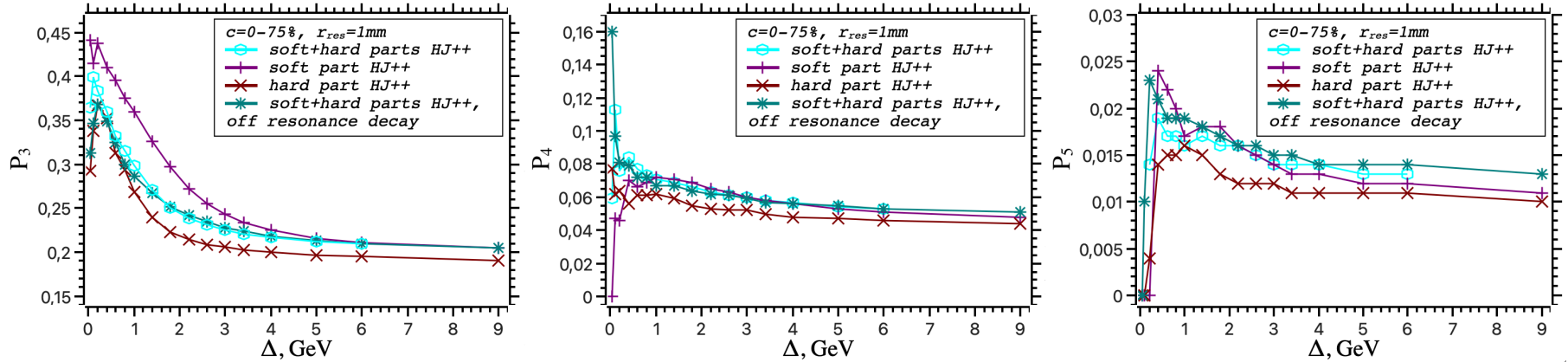
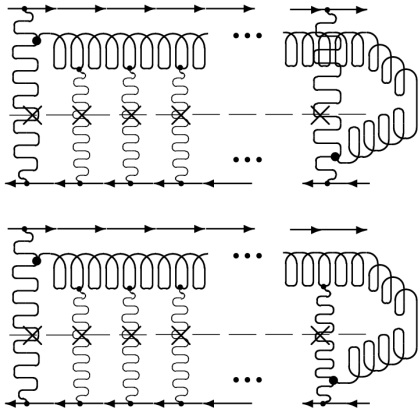


FIG. 6. Comparison of the alignment degrees  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  as functions of the transverse momentum disbalance  $\Delta$  for the resolution parameter  $r_{res} = 1$  mm and the centrality class  $c = 0\%–75\%$ . The results are shown for events generated with only the soft component, only the hard component, and with both components while resonance decays are switched off.

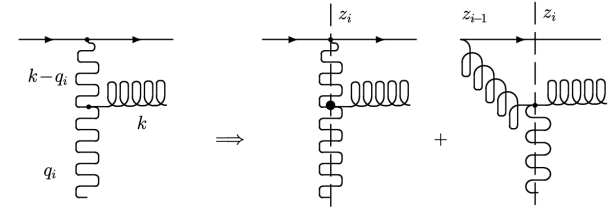
# Backup 2

- Диаграммы в жесткой части

- Радиационные потери, с учетом «ЛПМ»: R Baier, Yu.L. Dokshitzer, S. Peigne, D. Schiffc, *Induced gluon radiation in a QCD medium*, Physics Letters B 345 ( 1995) 277-286 ; R. Baier, Yu.L. Dokshitzer, A.H. Mueller, D. Schiff, *Angular dependence of the radiative gluon spectrum and the energy loss of hard jets in QCD media*, Phys. Rev. C 60 (1999) 064902.



В работе BDMPS диаграммы изображают не отдельные акты взаимодействия, а интерференцию амплитуд излучения глюона при множественных рассеяниях. Две линии соответствуют амплитуде и её сопряжению, а крестики — эффективным взаимодействиям со средой.



Данная диаграмма представляет собой эффективное изображение вероятности излучения глюона в среде, где учитываются множественные рассеяния как партона, так и самого глюона. Верхняя и нижняя линии соответствуют амплитуде и её сопряжению, а волнистые линии — коррелированным взаимодействиям со средой.

В BDMPS учитываются все возможные диаграммы излучения глюона при множественных рассеяниях в среде: до, после и во время взаимодействия. Их когерентная сумма приводит к эффекту Ландау–Померанчука–Мигдала и определяет характерное поведение потерь энергии.

# Васкуп 3

- Диаграммы в жесткой части

Столкновительные потери: J.D. Bjorken, Fermilab publication Pub-82/29-THY, 1982.

В работе Бьоркена столкновительные потери энергии описываются через упругие  $2 \rightarrow 2$  рассеяния партона на частицах среды, главным образом через  $t$ -канальный обмен глюоном. В отличие от радиационных потерь, здесь отсутствует когерентность, и процесс можно рассматривать как последовательность независимых столкновений.

Быстрый партон (кварк или глюон) сталкивается с частицей среды:

$$a + b \rightarrow a + b$$

где:

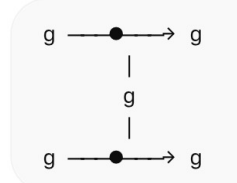
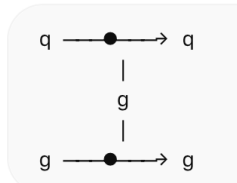
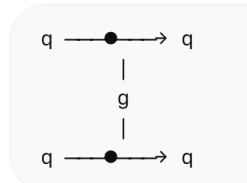
- $a$  — быстрый партон (jet)
- $b$  — тепловой партон из QGP



✓ кварк-кварк

✓ кварк-глюон

✓ глюон-глюон



сечение ведёт себя как:

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{1}{t^2}$$

доминируют малые передачи импульса

## 6. Важное отличие от BDMPS

BDMPS	Bjorken
излучение глюона	упругое рассеяние
когерентность	независимые столкновения
многоцентровое	бинарные процессы
LPM эффект	нет LPM

## 7. Как это превращается в потери энергии

Бьоркена получил:

$$\frac{dE}{dx} \sim \alpha_s^2 T^2 \ln \left( \frac{E}{m_D} \right)$$

где:

- $T$  — температура среды
- $m_D$  — дебаевская масса

# Backup 4

- Lund string model: Bo Andersson, G. Gustafson, B. Soderberg, Z.Phys.C 20 (1983) 31.

- Адронизация описывается как разрыв цветовой струны с рождением  $qq\bar{q}q\bar{q}$  пар, при этом распределения по импульсам задаются функцией фрагментации Lund.

Основное предположение:

$$V(r) = \kappa r$$

где:

- $\kappa \sim 1 \text{ ГэВ/фм}$  — натяжение струны



**СМЫСЛ:**

- чем дальше раздвигаем кварки
  - тем больше энергия
- ➡ выгодно "разорвать" струну

Вероятность рождения пары:

$$P \sim \exp\left(-\frac{\pi m_q^2}{\kappa}\right)$$

лёгкие кварки рождаются чаще  
тяжёлые подавлены

объясняет:

мало charm, beauty в адронизации

## 6. Ключевая формула Lund fragmentation

Главное распределение:

$$f(z) \propto \frac{1}{z} (1-z)^a \exp\left(-\frac{bm_T^2}{z}\right)$$

где:

- $z$  — доля импульса
- $m_T^2 = m^2 + p_T^2$

✓  $1/z$

👉 много мягких частиц

✓  $(1-z)^a$

👉 подавление больших  $z$

✓  $\exp(-bm_T^2/z)$

👉 подавление:

- тяжёлых адронов
- больших  $p_T$

## 7. Поперечный импульс

Генерируется как:

$$P(p_T) \sim \exp\left(-\frac{\pi p_T^2}{\kappa}\right)$$

# Васкуп 5

- Распределение по импульсам в HJ++

- Спектр частиц по поперечному импульсу в HYDJET++ представляет собой сумму экспоненциальной термальной компоненты, доминирующей при малых  $p_T$ , и степенной компоненты от жёстких процессов, определяющей поведение на больших  $p_T$ .

## Общая структура спектра

$$\frac{dN}{dp_T} = \frac{dN_{\text{soft}}}{dp_T} + \frac{dN_{\text{hard}}}{dp_T}$$

👉 при малых  $p_T$ :

экспонента

👉 при больших  $p_T$ :

степенной хвост

### ◆ 2. Мягкая (thermal) компонента

Это гидродинамика + фриз-аут:

$$\frac{dN_{\text{soft}}}{dp_T} \sim p_T \exp\left(-\frac{m_T}{T_{\text{eff}}}\right)$$

👉 экспоненциальный спад

👉 доминирует при малых  $p_T$  (~ до 2–3 ГэВ)

где:

- $m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$
- $T_{\text{eff}}$  — эффективная температура (с учетом потока)

### ◆ 3. Жёсткая компонента (jets + quenching)

Берётся из pQCD (через PYTHIA + потери энергии):

$$\frac{dN_{\text{hard}}}{dp_T} \sim \frac{1}{p_T^n}$$

👉 степенной закон

👉 доминирует при больших  $p_T$

где:

- $n \sim 4-8$

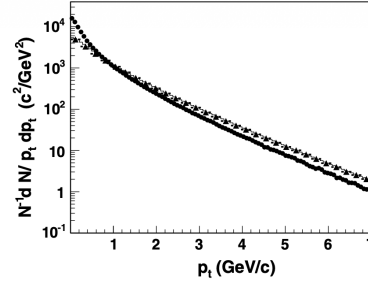
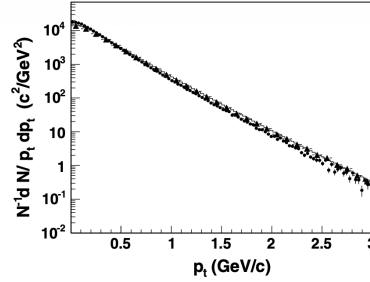
# Васкуп 6

## • Значения параметров модели NJ++

### Soft part

TABLE I. Model parameters for central Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV.

Parameter	Bjorken-like	Hubble-like
$T$ , GeV	0.165	0.165
$\tilde{\mu}_B$ , GeV	0.028	0.028
$\tilde{\mu}_S$ , GeV	0.007	0.007
$\tilde{\mu}_Q$ , GeV	-0.001	-0.001
$\gamma_s$	1 (0.8)	1 (0.8)
$\tau$ , fm/c	6.1	9.65
$R$ , fm	10.0	8.2
$\eta_{\max}$	2 (3,5)	2 (3,5)
$\rho_u^{\max}$	0.65	-



### Hard part

Параметр	Обозначение	Типичное значение	Физический смысл
Минимальный pT для жестких процессов	$p_T^{\min}$	3.4–4 GeV	cutoff для pQCD
Энергия столкновения	$\sqrt{s_{NN}}$	2.76 TeV	входной параметр
Начальная температура QGP	$T_0$	0.3–0.5 GeV	плотность среды
Начальное время формирования	$\tau_0$	0.1–0.4 fm/c	старт взаимодействия
Параметр потерь энергии	$dE/dx$	~1–2 GeV/fm (эффективно)	радиационные потери

$$\frac{d\bar{N}_i}{p_t dp_t} = \frac{1}{\pi} g_i \tau m_i e^{\mu_i/T} \Delta\eta \int_0^R r dr K_1 \times \left( \frac{m_i \cosh \rho_u}{T} \right) I_0 \left( \frac{p_t \sinh \rho_u}{T} \right)$$

I.P. Lokhin et al. / Computer Physics Communications 180 (2009) 779–799

```

Number of events to generate
2
C.m.s. energy per nucleon pair, fSqrtS [GeV]
200.
Atomic weigh of nuclei, fAw
197.
Flag of type of centrality generation, fBfix (=0 is fixed by fBfix, >0 distributed [fBfmin, fBfmax])
1
Minimum impact parameter in units of nuclear radius, fBmin
0.
Maximum impact parameter in units of nuclear radius, fBmax
0.5
Fixed impact parameter in units of nuclear radius, fBfix
0.
Parameter to set random number seed, fSeed (=0 the current time is used, >0 the value fSeed is used)
0
Temperature at chemical freeze-out, fT [GeV]
0.165
Chemical baryon potential per unit charge, fMuB [GeV]
0.0285
Chemical strangeness potential per unit charge, fMuS [GeV]
0.007
Chemical isospin potential per unit charge fMuI3, [GeV]
-0.001
Temperature at thermal freeze-out, fTthFO [GeV]
0.1
Chemical potential of pi+ at thermal freeze-out, fMu_th_pip [GeV]
0.053
Proper time proper at thermal freeze-out for central collisions, fTau [fm/c]
8.
Duration of emission at thermal freeze-out for central collisions, fSigmaTau [fm/c]
2.
Maximal transverse radius at thermal freeze-out for central collisions, fR [fm]
10.
Maximal longitudinal flow rapidity at thermal freeze-out, fYlmax
3.3
Maximal transverse flow rapidity at thermal freeze-out for central collisions, fUmax
1.1
Momentum azimuthal anizotropy parameter at thermal freeze-out, fDelta
0.1
Spatial azimuthal anisotropy parameter at thermal freeze-out, fEpsilon
0.05
Flag to specify fDelta and fEpsilon values, fEDeltaEpsilon (<=0 user's ones, >0 calculated)
0.
Flag to switch on/off hadron decays, fDecay (<0 decays off, >=0 decays on)
0.
Flag to switch on/off weak hadron decays, fWeakDecay: (<0 decays off, >=0 decays on)
0.
Flag to choose rapidity distribution, fEtaType (=0 uniform, >0 Gaussian with the dispersion fYlmax)
1.
Flag to use calculated T, ch, mu_B and mu_S as a function of fSqrtS, fTMuType
(<=0 user's ones, >0 calculated)
0
Flag and value to include the strangeness supression factor gamma_s with fCorrS value
(0<fCorrS <=1, if fCorrS <= 0. - it will be calculated)
1.
Flag to include jet (J)/jet quenching (JQ) and hydro (H) state production, fNhsel
2
Flag to switch on/off nuclear shadowing, fNshad (0 shadowing off, 1 shadowing on)
1
Minimal pt of parton-parton scattering in PYTHIA event, fPtmin [GeV/c]
3.4
Initial QGP temperature for central Pb+Pb collisions in mid-rapidity, fT0 [GeV]
0.3
Proper QGP formation time in fm/c, fTau0 (0.01<fTau0<10)
0.4
Number of active quark flavours in QGP, fNF (0, 1, 2 or 3)
2
Flag to fixe type of partonic energy loss, fEnglu
(0 radiative and collisional loss, 1 radiative loss only, 2 collisional loss only)
0
Flag to fix type of angular distribution of in-medium emitted gluons, fAnglu
(0 small-angular, 1 wide-angular, 2 collinear).
0
    
```

# Backup 7

- Talks presented

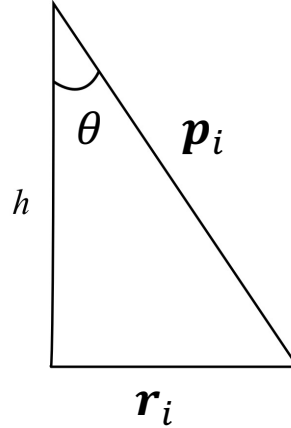
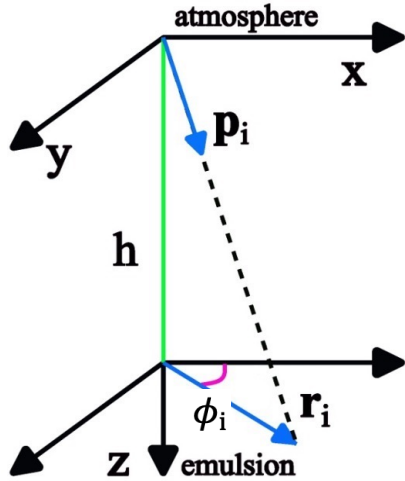
- ❑ “Azimuthal alignment of high-energy particles in relativistic ion collisions”, The XXV International Workshop-School High Energy Physics and Quantum Field Theory, (QFTHEP-270), 30 июня-5 июля, 2025, Москва, Россия, устный доклад ;
- ❑ “Механизмы азимутальной выстроенности с соударениях ядер высоких энергий”, Ломоносовские чтения-2025, 24 марта-3 апреля, 2025, Москва, Россия, устный доклад;
- ❑ “Modeling of alignment phenomenon in relativistic heavy ion collisions”, The 7th international Conference on Particle Physics and Astrophysics (ICPPA-2024), 22-25 октября, 2024, Москва, Россия, устный доклад ;
- ❑ “Кинематическое описание азимутальных корреляций частиц в соударениях адронов и ядер высоких энергий и явление выстроенности в космических лучах”, Научная сессия секции ядерной физики отдела физических наук Российской академии наук, 1-5 апреля, 2024, Дубна, Россия, устный доклад;
- ❑ “Kinematic description of alignment in the Pamir experiment”, The 4th International Symposium on Cosmic Rays and Astrophysics (ISCR-2023), 27-29 июня, 2023, Москва, Россия, устный доклад;

- Publications

- ❑ Aleksei Nikolskii, Igor Lokhtin, Alexander Snigirev, *Probing Azimuthal Alignment in Heavy-Ion Collisions: Clusterization Effects*, Rev. D 113, 054004 (2026), arXiv: 2512.03725 [hep-ph] ;
- ❑ I.P. Lokhtin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, *Azimuthal Alignment in Heavy-ion Collisions*, Moscow University Physics Bulletin, 2025, Vol. 80, Suppl. 2, pp. S622–S629 ;
- ❑ I.P. Lokhtin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, *Unraveling alignment pattern in high-energy particles via transverse momentum disbalance analysis*, Eur.Phys. J.A 61 3, 50, (2025), arXiv: 2406.06114 [hep-ph];
- ❑ I.P. Lokhtin, A.V. Nikolskii, A.M. Snigirev, *Kinematic description of alignment effect in cosmic rays*, Phys. Atom. Nucl 87 3, 184-192, (2024);
- ❑ I. P. Lokhtin, A. V. Nikolskii, A. M. Snigirev, *On geometrical interpretation of alignment phenomenon*, Eur. Phys. J. C 83 4, 324, (2023), arXiv: 2301.07975 [hep-ph];

# Васкуп 8

- Связь энергии, координат и импульса частиц



$$h = v_{\parallel} t,$$

$$r_i = v_{\perp} t.$$

$$r_i = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} h$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{r_i}{h}, \sin \theta = \frac{p_{T_i}}{p_i}$$

В ультрарелятивистском случае :

$$p_{0i}^2 - |p_i|^2 = m_i^2, p_{0i} = |p_i|$$

$$p_{T_i} = \theta p_0 = \theta E_i$$

$$\frac{r_i}{h} = \frac{p_{T_i}}{E_i} \rightarrow p_{T_i} h = E_i r_i$$