Динамика волновых флуктуаций в однородном и изотропном конденсате полей Янга-Миллса и космологический фазовый переход в квантовой хромодинамике

Г. Ю. Прохоров [1]
Г. М. Верешков [1,3]
Р. С. Пасечник [2]

[1]Научно-исследовательский институт физики, Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2]Группа Теоретической Физики Высоких Энергий, Институт Астрономии и Теоретической Физики, Лундский Университет, Лунд, Швеция
[3]Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Российская Федерация

2015

История и актуальность

Исследование КХД вакуума и ЯМ конденсата

- ***D. V. Gal'tsov and E. A. Davydov, Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. 14, 316 (2012) [arXiv:1112.2943].***
- *F. R. Urban and A. R. Zhitnitsky, Nucl. Phys. B 835, 135 (2010) [arXiv:0909.2684].*
- *R. Pasechnik, V. Beylin and G. Vereshkov, JCAP 1306, 011 (2013) [arXiv:1302.6456].*
- *R. Pasechnik, V. Beylin and G. Vereshkov, Phys. Rev. D 88, 023509 (2013) [arXiv:1302.5934].*
- *A. Maleknejad and M. M. Sheikh-Jabbari, Phys. Rev. D 84, 043515 (2011) [arXiv:1102.1932].*
- ***G. Prokhorov, R. Pasechnik, G. Vereshkov, JMP (2014).***
- ***G. Prokhorov, R. Pasechnik, G. Vereshkov, JHEP, 2014, 7, [arXiv:1307.5695].***

Возможные приложения теории ЯМ конденсата

- Мало изученная динамика кварк-глюонной плазмы и КХД конфайнмент.
- Проблема КХД фазового перехода.
- Расширение вселенной в присутствии скалярного поля (“калибровочная инфляция”).
- Тёмная энергия.

Аспекты ЯМ теории

Исследованные:

- **Совместная динамика ЯМ конденсата и волновых мод в нулевом, линейном и квазилинейном приближении по волнам.**
- Динамика различных ЯМ мод, в частности, продольных колебаний в ЯМ плазме на фоне однородного времени-зависимого конденсата.
- Суперсимметричное расширение.
- Модели с несколькими ЯМ конденсатами и взаимодействие между ними.
- Обобщение на нестационарный пространственный фон.

Частично исследованные:

- Квантовая теория в квазиклассическом приближении.
- Роль ЯМ конденсата в решении проблемы о компенсации энергии вакуума в ранней вселенной.

Краткий обзор теории ЯМ полей

Лагранжев формализм

Лагранжиан:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{\mu\nu}_a$$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g e^{abc} A^b_\mu A^c_\nu$$

Уравнения движения:

$$\partial^\mu F^a_{\mu\nu} - g F^b_{\mu\nu} e_{abc} A^\mu_c = 0$$

Гамильтонова калибровка:

$$A^a_0 = 0$$

Вакуумное приближение

Введение ЯМ конденсата:

Гамильтонова калибровка → SU(2)<=>SO(3) → смешанный базис:

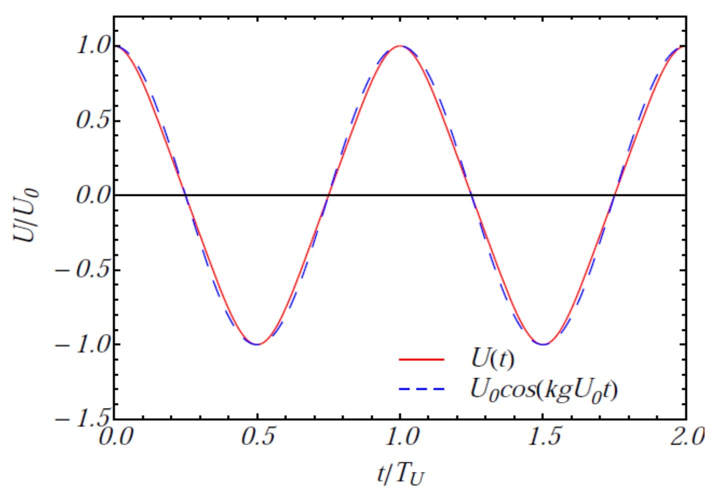
$$e_i^a A_k^a = A_{ik}$$

$$A_{ik} = \delta_{ik} U(t) + \widetilde{A}_{ik}$$

Динамика ЯМ конденсата в классической теории

$$\partial_0 \partial_0 U + 2g^2 U^3 = 0$$

Разрешимо точно в терминах эллиптических функций Якоби

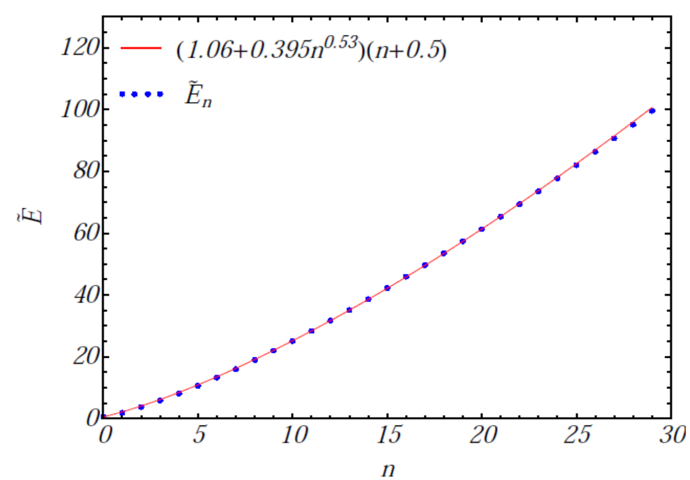


Квазигармонические осцилляции ЯМ конденсата

Квантовый спектр ЯМ конденсата

Уравнение Шрёдингера для потенциальной ямы 4 степени:

$$\left[\frac{1}{6}\frac{d^2}{dU^2} + \left(E - \frac{3}{2} g^2 U^4\right)\right]\Psi = 0$$



Энергетические уровни ЯМ конденсата

Разложение по тензорному базису

$$\widetilde{A}_{ik} = \psi_{ik} + e_{ikl}\chi_l$$

Такое разложение естественно после спонтанного нарушения симметрии

$$\chi_l^{\vec{p}} = s_l^\sigma \eta_\sigma^{\vec{p}} + n_l \lambda^{\vec{p}}$$

$$\psi_{ik}^{\vec{p}} = \psi_\lambda^{\vec{p}} Q_{ik}^\lambda + \varphi_\sigma^{\vec{p}}(n_i s_k^\sigma + n_k s_i^\sigma) + (\delta_{ik} - n_i n_k)\Phi^{\vec{p}} + n_i n_k \Lambda^{\vec{p}}$$

Свойства тензоров

$$Q_{ik}^\lambda = Q_{ki}^\lambda\,, \qquad Q_{ii}^\lambda = 0\,, \qquad p_i Q_{ik}^\lambda = 0\,, \qquad p_k s_k = 0$$

В специально выбранной системе отсчёта

$$Q_{ij}^{\lambda=1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad Q_{ij}^{\lambda=2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad n_i = (0,\ 0,\ 1)$$

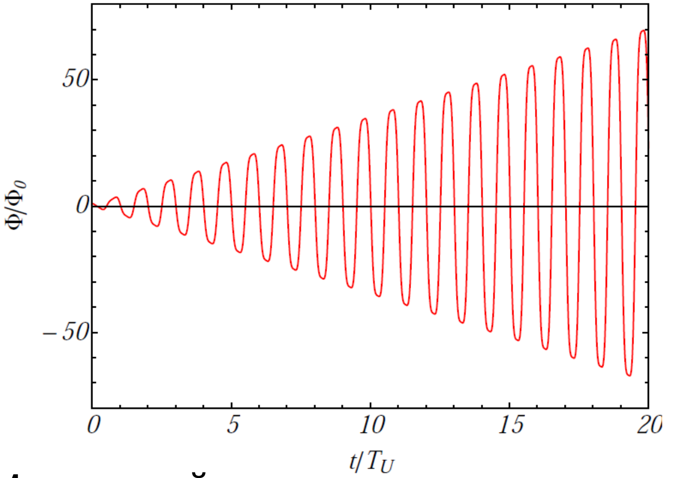
Динамика волн в линейном приближении

Численный анализ:

Для скалярных мод Φ и Λ:

$$\partial_0\partial_0\Lambda + 2igp\,\lambda\,U + 2g^2U^2\,(2\Phi+\Lambda) = 0$$

$$\partial_0\partial_0\Phi + p^2\,\Phi + 2igp\,\lambda\,U + 2g^2\,U^2\,(2\Phi+\Lambda) = 0$$



Монотонный рост амплитуды осцилляций для моды Φ. Случай малых импульсов.

Аналитический подход:

Для моды *ψ:*

$$\partial_0\partial_0\psi_\lambda + p^2\,\psi_\lambda + igp\,U\,Q^{\lambda\gamma}\,\psi_\gamma = 0$$

Описывает взаимодействие с ЯМ конденсатом

$$U \simeq U_0\cos(\omega t + \phi_0)$$

Уравнения Матьё

$$\partial_0\partial_0\psi_1' + (p^2 + 2gp\,U)\psi_1' = 0$$

$$\partial_0\partial_0\psi_2' + (p^2 - 2gp\,U)\psi_2' = 0$$

$$0.15g\,U_0 \lesssim p \lesssim 4.55g\,U_0$$

параметрический резонанс

Рост амплитуды волновых осцилляций – рождение частиц

Продольные степени свободы

В системе с ЯМ конденсатом происходит возбуждение продольных колебаний в ЯМ плазме

1. Анализ уравнений связи:

Без ЯМ конденсата

$$ip\partial_0\Lambda = 0$$

$$ip\partial_0\phi_\gamma + ipe^{\gamma\sigma}\partial_0\eta_\sigma = 0$$

$$\Lambda = 0$$

$$\eta_\alpha = e^{\alpha\beta}\phi_\beta$$

С ЯМ конденсатом

Дополнительные члены

$$ip\partial_0\Lambda - 2g\lambda\partial_0 U + 2g\partial_0\lambda U = 0$$

$$ip\partial_0\phi_\gamma + ipe^{\gamma\sigma}\partial_0\eta_\sigma - 2g\eta_\gamma\partial_0 U + 2g\partial_0\eta_\gamma U = 0$$

2. Каноническое квантование продольных мод.

3. Численное моделирование динамики продольных мод.

Обратное влияние волновых мод на ЯМ конденсат

Квазилинейное приближение:

Уравнение для “свободного” ЯМ конденсата

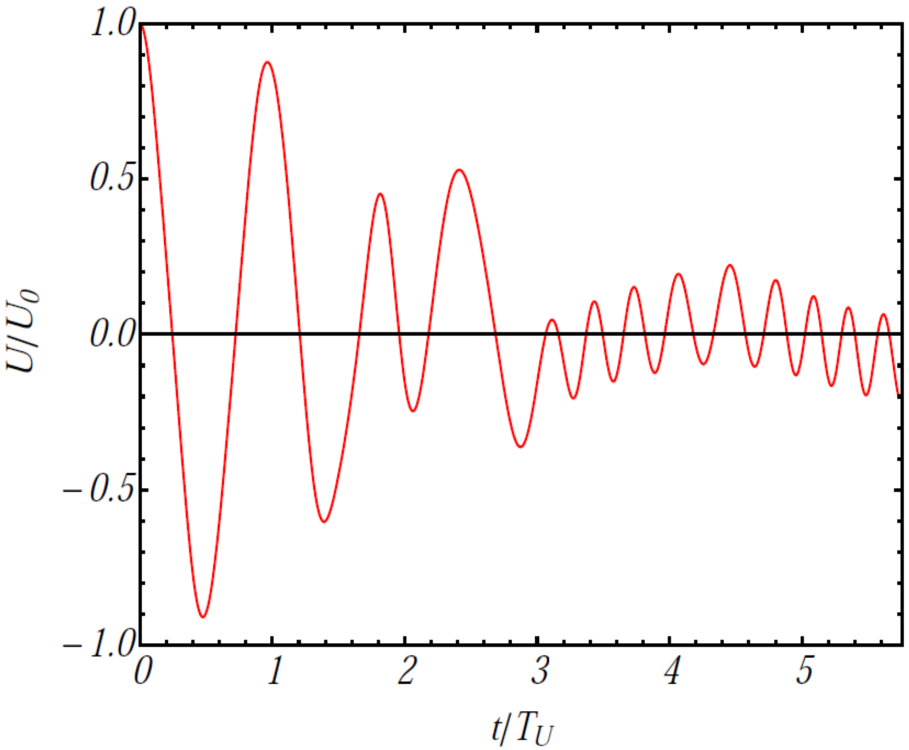
обратное влияние

$$
\begin{aligned}
&\boxed{\partial_0\partial_0 U + 2g^2 U^3} + \overbrace{\frac{g^2}{6} U \sum_{\vec{p}} \Big\langle 2\eta_\sigma \eta_\sigma^+ + 2\lambda\lambda^+ + 4\Phi\Phi^+ + \Lambda\Lambda^+ + 2\Phi\Lambda^+ +}^{\text{обратное влияние}} \\
&2\Lambda\Phi^+ + 2\eta_\sigma^+\eta_\sigma + 2\lambda^+\lambda + 4\Phi^+\Phi + \Lambda^+\Lambda + 2\Phi^+\Lambda + 2\Lambda^+\Phi \Big\rangle + \\
&\frac{ig}{12} \sum_{\vec{p}} p \Big\langle 2\Lambda^+\lambda - 2\Lambda\lambda^+ + 2\Phi^+\lambda - 2\Phi\lambda^+ + 2\lambda\Phi^+ - 2\lambda^+\Phi - \\
&Q^{\lambda\sigma}(\psi_\lambda\psi_\sigma^+ - \psi_\lambda^+\psi_\sigma) - e^{\sigma\gamma}(\phi_\sigma\phi_\gamma^+ - \phi_\sigma^+\phi_\gamma) + \phi_\sigma^+\eta_\sigma - \phi_\sigma\eta_\sigma^+ + \\
&\eta_\sigma^+\phi_\sigma - \eta_\sigma\phi_\sigma^+ + e^{\sigma\gamma}(\eta_\sigma\eta_\gamma^+ - \eta_\sigma^+\eta_\gamma) \Big\rangle = 0\,.
\end{aligned}
$$

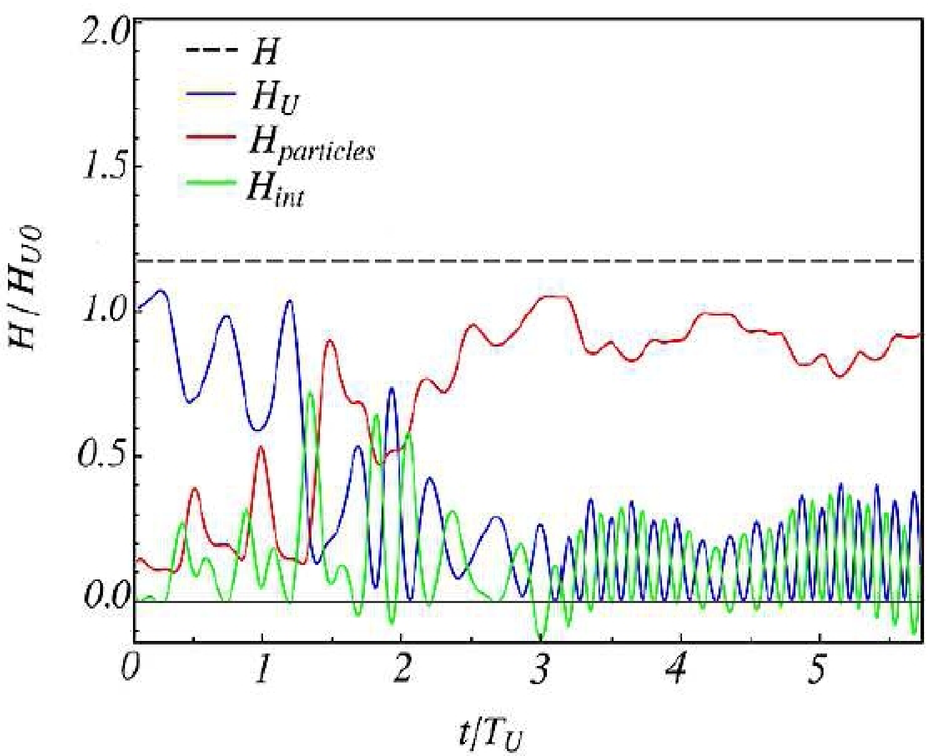
Энергетический баланс между ЯМ конденсатом и волнами

Основной результат:

Существование эффекта перекачки энергии из конденсата в частицы.

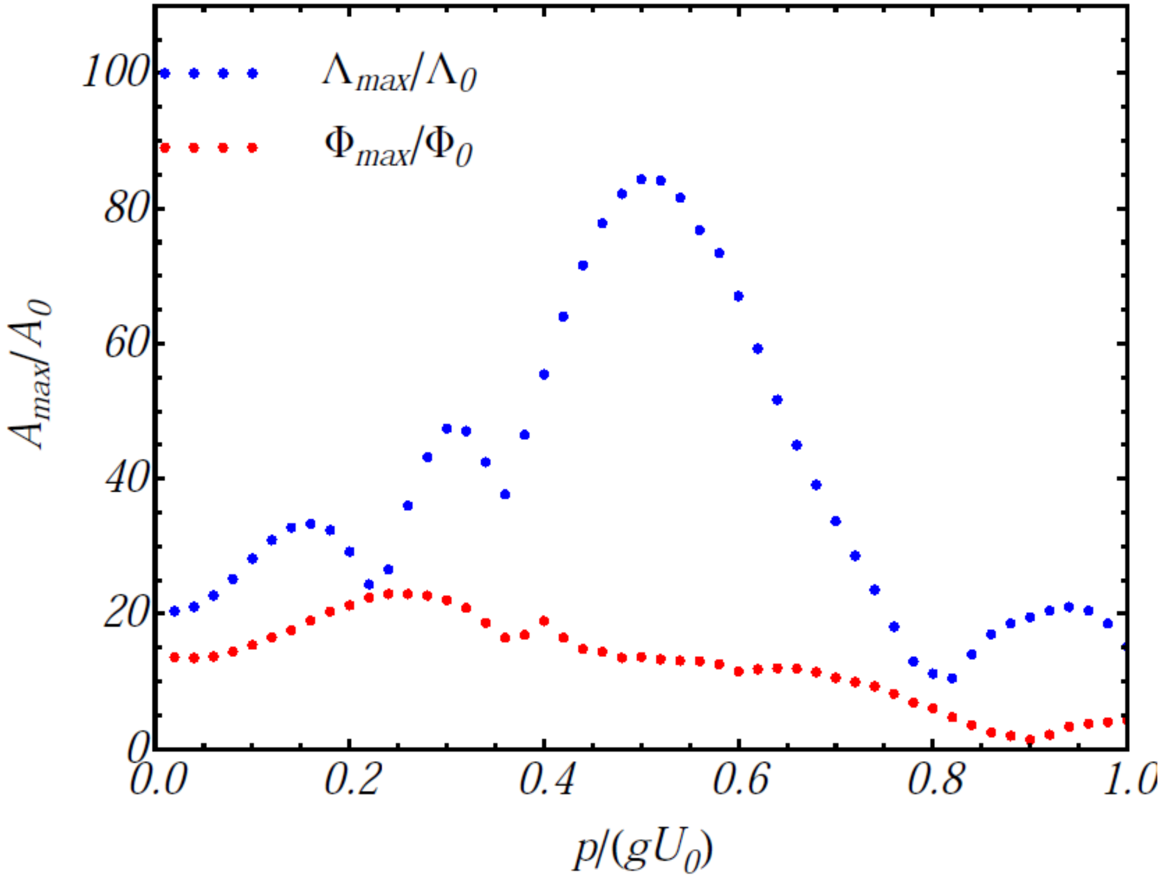


Изменение амплитуды колебаний ЯМ конденсата со временем.



Энергетическая эволюция в системе ЯМ конденсата и волн.

Перераспределение энергии в спектре волновых возмущений



Φ – поперечная

Λ – продольная

Следствие:

Взаимодействие с ЯМ конденсатом приводит преимущественно к рождению частиц с импульсами меньшими масштаба осцилляций конденсата.

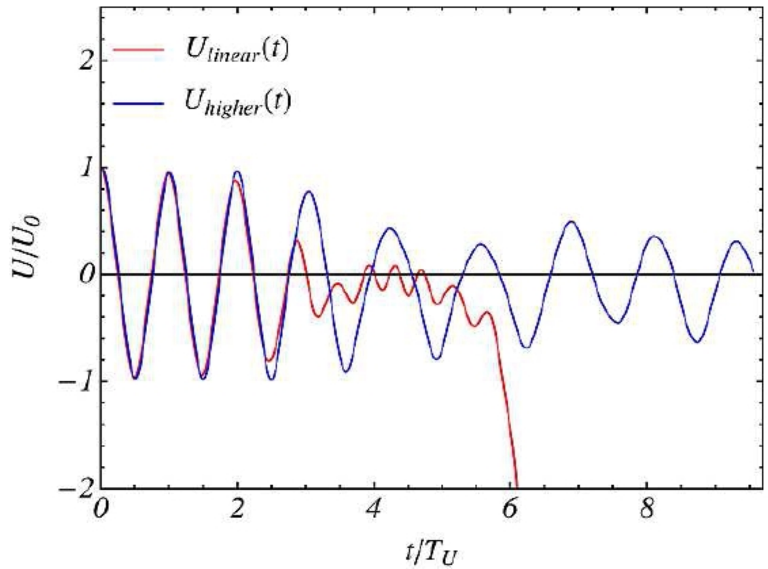
Распределение амплитуд в импульсном спектре волновых мод.

Члены высших порядков по волновым модам

Можно ли наблюдать эффект перекачки энергии в теории с высшими порядками?

$$
\begin{aligned}
&\partial_0\partial_0 \widetilde{A}_{lk} + p^2\, \widetilde{A}_{lk} - p^2\, n_i n_k\, \widetilde{A}_{li} + igp\, e_{lmk} n_i \widetilde{A}_{mi}\, U + \\
&2ig\, p\, e_{lip} n_i \partial_i \widetilde{A}_{pk}\, U + ig\, p\, e_{lmi} n_k \widetilde{A}_{mi}\, U - g^2\, \widetilde{A}_{kl}\, U^2 + \\
&g^2\, \widetilde{A}_{lk}\, U^2 + 2g^2\, \delta_{lk} \widetilde{A}_{ii}\, U^2 - \frac{g^2}{4}\Big[\widetilde{A}_{li} \sum_{\vec{p}} \langle \widetilde{A}_{pi}\widetilde{A}^+_{pk} + \widetilde{A}^+_{pi}\widetilde{A}_{pk}\rangle + \\
&\widetilde{A}_{pk} \sum_{\vec{p}} \langle \widetilde{A}_{li}\widetilde{A}^+_{pi} + \widetilde{A}^+_{li}\widetilde{A}_{pi}\rangle + \widetilde{A}_{pi} \sum_{\vec{p}} \langle \widetilde{A}_{li}\widetilde{A}^+_{pk} + \widetilde{A}^+_{li}\widetilde{A}_{pk}\rangle - \\
&2\widetilde{A}_{pi} \sum_{\vec{p}} \langle \widetilde{A}_{pi}\widetilde{A}^+_{lk} + \widetilde{A}^+_{pi}\widetilde{A}_{lk}\rangle - \widetilde{A}_{lk} \sum_{\vec{p}} \langle \widetilde{A}_{pi}\widetilde{A}^+_{pi} + \widetilde{A}^+_{pi}\widetilde{A}_{pi}\rangle\Big] + \cdots = 0\,.
\end{aligned}
$$

Конституэнтная масса появляется в результате самодействия в ЯМ плазме



Временная эволюция ЯМ конденсата в квазилинейном приближении (красный график) и в модели, учитывающей члены высших порядков (синий график).

Учёт членов высших порядков стабилизирует и улучшает результаты квазилинейной теории.

Уравнения для конденсата и волн в приближении g^2

$$\widetilde{A}_{ai} = \widetilde{A}^{r}_{ai} + \widetilde{A}^{v}_{ai}$$

Уравнение для ЯМ конденсата в приближении g^2:

$$\partial_0\partial_0 U + 2g^2U^3 + \boxed{\frac{1}{3}\int_{t_0}^{t} dt' U(t') M^0_{aabb}(t,t')} + \frac{g^2}{36} U \sum_{\vec p} \langle \widetilde{A}^{r\vec p\dagger}_{ck}\widetilde{A}^{r\vec p}_{ck} + \widetilde{A}^{r\vec p}_{ck}\widetilde{A}^{r\vec p\dagger}_{ck}$$

$$+ 2\widetilde{A}^{r\vec p\dagger}_{aa}\widetilde{A}^{r\vec p}_{ii} + 2\widetilde{A}^{r\vec p}_{aa}\widetilde{A}^{r\vec p\dagger}_{ii} - \widetilde{A}^{r\vec p\dagger}_{ck}\widetilde{A}^{r\vec p}_{kc} - \widetilde{A}^{r\vec p}_{ck}\widetilde{A}^{r\vec p\dagger}_{kc}\rangle = 0$$

Уравнение для ЯМ волн в приближении g^2:

$$\partial_0\partial_0 \widetilde{A}^{r\vec q}_{ai} + q^2\widetilde{A}^{r\vec q}_{ai} - q_i q_k \widetilde{A}^{r\vec q}_{ak} + \int_{t0}^{t} \widetilde{A}^{r\vec q}_{c'i'}(t') M^{\vec q}_{aic'i'}(t,t') dt'$$

$$+ \widetilde{A}^{r\vec q}_{cl}(t)\int_{t_0}^{t} dt' \sum_{\vec p} N^{\vec p\vec q}_{aicl}(t,t') + U(t)\int_{t_0}^{t} dt' U(t') P^{\vec q}_{aib'k'}\widetilde{A}^{r\vec q}_{b'k'}(t')$$

$$+ \frac{g^2}{3}U^2(\widetilde{A}^{r\vec q}_{ai} - \widetilde{A}^{r\vec q}_{ia} + 2\delta_{ai}\widetilde{A}^{r\vec q}_{kk}) + g^2(2\widetilde{A}^{r\vec q}_{bk} m^{bk}_{ai}$$

$$+ \widetilde{A}^{r\vec q}_{ai} m^{bk}_{bk} - \widetilde{A}^{r\vec q}_{bk} m^{ak}_{bi} - \widetilde{A}^{r\vec q}_{ak} m^{bk}_{bi} - \widetilde{A}^{r\vec q}_{bi} m^{bk}_{ak}) = 0$$

времени-нелокальные члены

Члены третьей степени приводят к времени-нелокальному взаимодействию

N=4 суперсимметричное расширение

Лагранжиан:

Векторные поля

Скалярные, псевдо-скалярные поля
и поля фермионов

$$\mathcal{L}_{\text{SUSY}} = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a + \frac{i}{2}\bar{\lambda}^a_{k'}\gamma^\mu D_\mu \lambda^a_{k'} + \frac{1}{2}(D_\mu C^a_{(i)})^2 + \frac{1}{2}(D_\mu B^a_{(i)})^2 -$$

Некалибро-
вочное
самодейст-
вие

$$\frac{g}{2}\epsilon^{abc}\bar{\lambda}^a_{k'}(\alpha^{(i)}_{k'l'}C^b_{(i)} + \beta^{(i)}_{k'l'}\gamma_5 B^b_{(i)})\lambda^c_{l'} +$$

$$\frac{g^2}{4}\left[(\epsilon^{abc}C^b_{(i)}C^c_{(j)})^2 + (\epsilon^{abc}B^b_{(i)}B^c_{(j)})^2 + (\epsilon^{abc}C^b_{(i)}B^c_{(j)})^2\right].$$

Уравнения движения:

Взаимодействие с ЯМ конденсатом

$$\partial_0\partial_0 K_{(i)} + p^2 K_{(i)} + 2g^2U^2 K_{(i)} = 0\,,$$

$$\partial_0\partial_0 M_{(i)\alpha} + p^2 M_{(i)\alpha} + 2igp\,U\,e^{\alpha\beta}M_\beta + 2g^2U^2 M_{(i)\alpha} = 0\,,$$

$$\gamma_0\partial_0\vartheta^{k'} + ip\,n_j\gamma_j\vartheta^{k'} - g\,U\,e_{ikl}\gamma_k n_i s^\alpha_l \zeta^{k'}_\alpha = 0\,,$$

$$\gamma_0\partial_0\zeta^{k'}_\alpha + ipn_j\gamma_j\zeta^{k'}_\alpha - g\,U\,e_{ikl}\gamma_k s^\alpha_i s^\beta_l \zeta^{k'}_\beta - g\,U\,e_{ikl}\gamma_k n_l s^\alpha_i \vartheta^{k'} = 0\,.$$

Каноническое квантование волновых ЯМ мод

(анти-)Коммутационные соотношения:

$$P_\vartheta^{k'} = \frac{i}{4}\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_0\,, \qquad [\vartheta^{l'}, P_\vartheta^{k'}]_+ = i\delta_{l'k'}$$

$$P_\Phi = \frac{1}{2}\partial_0\Phi^+\,, \qquad [P_\Phi, \Phi]_- = -i$$

Квазиклассические уравнения:

$$\underbrace{\partial_0\vartheta^{k'} = i[\mathcal{H}, \vartheta^{k'}]_- \iff \partial_0 P_\vartheta^{k'} = i[\mathcal{H}, P_\vartheta^{k'}]_-}$$

$$\gamma_0\partial_0\vartheta^{k'} + ip\,n_j\gamma_j\vartheta^{k'} - g\,U\,e_{ikl}\gamma_k n_i s_l^\alpha \zeta_\alpha^{k'} = 0$$

формально совпадают с классическими уравнениями

SU(4) модель с двумя конденсатами

Генераторы группы SU(4):

2 SU(2) подгруппы

$$\left\{\begin{array}{l} \lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array}\right.$$

SU(2) шаровой тензор в смешанном лоренц-изотопическом пространстве

$$\delta^a_{2\,i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ . & . & . \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \delta^a_{1\,i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ . & . & . \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^a_i = \delta^a_{1\,i}\,U_1 + \delta^a_{2\,i}\,U_2 + \widetilde{A}^a_i$$

Уравнение для U_1 с учётом обратного влияния

$$\partial_0\partial_0 U_1 + 2g^2\,U_1^3 + \frac{ig}{12}\sum_{\vec p} p\, f_{kbc}\Big\langle 2n_i\widetilde{A}^{b+}_i\widetilde{A}^c_k - 2n_i\widetilde{A}^b_i\widetilde{A}^{c+}_k + n_i\widetilde{A}^{c+}_k\widetilde{A}^b_i -$$

$$n_i\widetilde{A}^c_k\widetilde{A}^{b+}_i + n_k\widetilde{A}^{b+}_i\widetilde{A}^c_i - n_k\widetilde{A}^b_i\widetilde{A}^{c+}_i\Big\rangle + \frac{g^2}{12}U_1\sum_{\vec p}\Big\langle f_{kbi}f_{bde}(\widetilde{A}^d_i\widetilde{A}^{e+}_k + \widetilde{A}^{d+}_i\widetilde{A}^e_k) +$$

$$f_{kbc}f_{bdk}(\widetilde{A}^d_i\widetilde{A}^{c+}_i + \widetilde{A}^{d+}_i\widetilde{A}^c_i) + f_{kbc}f_{bie}(\widetilde{A}^e_k\widetilde{A}^{c+}_i + \widetilde{A}^{e+}_k\widetilde{A}^c_i)\Big\rangle +$$

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{g^2}{12}U_2\displaystyle\sum_{\vec p}\Big\langle f_{kb(i+3)}f_{bde}(\widetilde{A}^d_i\widetilde{A}^{e+}_k + \widetilde{A}^{d+}_i\widetilde{A}^e_k) + f_{kbc}f_{bd(k+3)}(\widetilde{A}^d_i\widetilde{A}^{c+}_i + \widetilde{A}^{d+}_i\widetilde{A}^c_i) + \\ f_{kbc}f_{b(i+3)e}(\widetilde{A}^e_k\widetilde{A}^{c+}_i + \widetilde{A}^{e+}_k\widetilde{A}^c_i)\Big\rangle = 0\,. \end{array}\right.$$

Нет членов $U_1^n \times U_2^m$

⇩

Различные ЯМ конденсаты не взаимодействуют напрямую

Смешанные члены вида ЯМ конденсат-волны описывают взаимодействие с U_2

Различные ЯМ конденсаты взаимодействуют только за счёт обмена частицами.

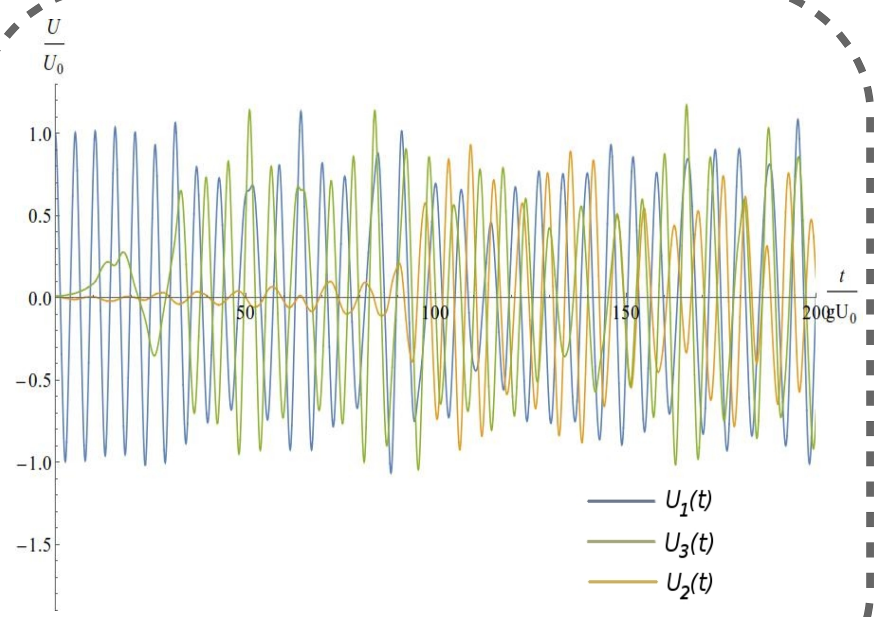
SU(3) модель в вакуумном приближении

SU(3) группа содержит три пересекающиеся SU(2) подгруппы:
Applications of the Theory of Groups in Mechanics and Physics, Fundamental Theories of Physics, Vol. 140, Teodorescu, Petre P., Nicorovici, Nicolae-A.P. 2004, XIV, 446 p.

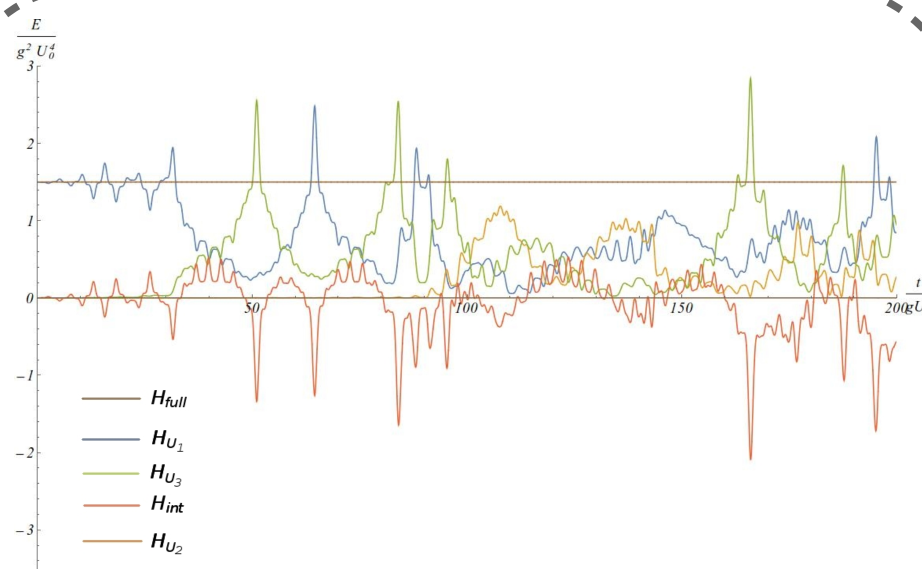
$$A_i^a = \delta^a_{(1)i}U1(t) + \delta^a_{(2)i}U2(t) + \delta^a_{(3)i}U3(t) + \widetilde{A}_i^a$$

$$\mathrm{U1}''(t) + 2g^2\mathrm{U1}(t)^3 - \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t) + \frac{23}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U2}(t) + \frac{25}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)^2 - \frac{29}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U3}(t) - \frac{5}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U3}(t)^2 - \frac{5}{28}g^2\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t)^2 + \frac{5}{28}g^2\mathrm{U2}(t)^2\mathrm{U3}(t) = 0$$

Конденсаты взаимодействуют напрямую



Зависимость амплитуды конденсатов от времени



Зависимость энергии конденсатов от времени

Вакуум неизбежно расслаивается на три взаимодействующих напрямую конденсата, находящихся в динамическом равновесии друг с другом.

Обобщение на случай с нестационарным фоном

$$ds^2 = a(\eta)^2(d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)$$ - метрика Фридмана

Лагранжиан Супер ЯМ N=4 в произвольной метрике

$$\mathcal{L}\sqrt{-g_{\text{det}}} = \sqrt{-g_{\text{det}}}\Big(-\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^a_{\lambda\theta}g^{\lambda\mu}g^{\theta\nu} + \frac{i}{2}\bar{\lambda}^a_{k'}\gamma_\lambda g^{\lambda\mu}D_\mu\lambda^a_{k'} + \frac{1}{2}(D_\lambda C^a_{(i)})(D_\mu C^a_{(i)})g^{\lambda\mu}$$
$$+ \frac{1}{2}(D_\lambda B^a_{(i)})(D_\mu B^a_{(i)})g^{\lambda\mu} + \boxed{\frac{1}{12}RC^a_{(i)}C^a_{(i)} + \frac{1}{12}RB^a_{(i)}B^a_{(i)}}\Big)$$

Дополнительные члены, обеспечивающие конформную симметрию

Перемасштабирование: $A_\mu = A^M_\mu\,,\quad A^\mu = \frac{1}{a^2}A^\mu_M\,,\quad C^a_{(i)} = \frac{1}{a}C^{Ma}_{(i)}\,,\quad B^a_{(i)} = \frac{1}{a}B^{Ma}_{(i)}\,,\quad \lambda^a_{k'} = \frac{1}{a}\lambda^{Ma}_{k'}$

уравнение Фридмана:

$$\frac{3}{a^4}\left(\frac{\partial a}{\partial\eta}\right)^2 = \frac{\kappa}{a^4}\langle T^{0M}_0\rangle\,,\qquad \langle T^{0M}_0\rangle \equiv c = \text{const}$$

решение:

$$a = \sqrt{\frac{\kappa c}{3}}\eta\,,\qquad t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\kappa c}{3}}\eta^2$$

В силу конформной симметрии задача сводится к задачи со стационарным фоном:

$$\mathcal{L}\sqrt{-g_{\text{det}}} = -\frac{1}{4}F^{Ma}_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_{Ma} + \frac{i}{2}\bar{\lambda}^{Ma}_{k'}\gamma^\mu D_\mu\lambda^{Ma}_{k'} + \frac{1}{2}(D^\mu C^{Ma}_{(i)})(D_\mu C^{Ma}_{(i)})$$
$$+ \frac{1}{2}(D^\mu B^{Ma}_{(i)})(D_\mu B^{Ma}_{(i)})\,,$$

Время распада конденсата:

$$\Delta\eta = \frac{\alpha}{gU_0}\qquad \Delta t \simeq \sqrt{\frac{\kappa}{8}}\frac{\alpha^2}{g}\qquad \alpha \sim 10$$

Нестационарность метрики отражается только на связи физического времени с конформным

КХД кроссовер в ранней вселенной и компенсация энергии вакуума: фазовая диаграмма

КХД переход в ранней вселенной имел вид не фазового перехода первого или второго рода, а гладкого кроссовера *(Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz and K. K. Szabo, Nature 443, 675, 2006)*.

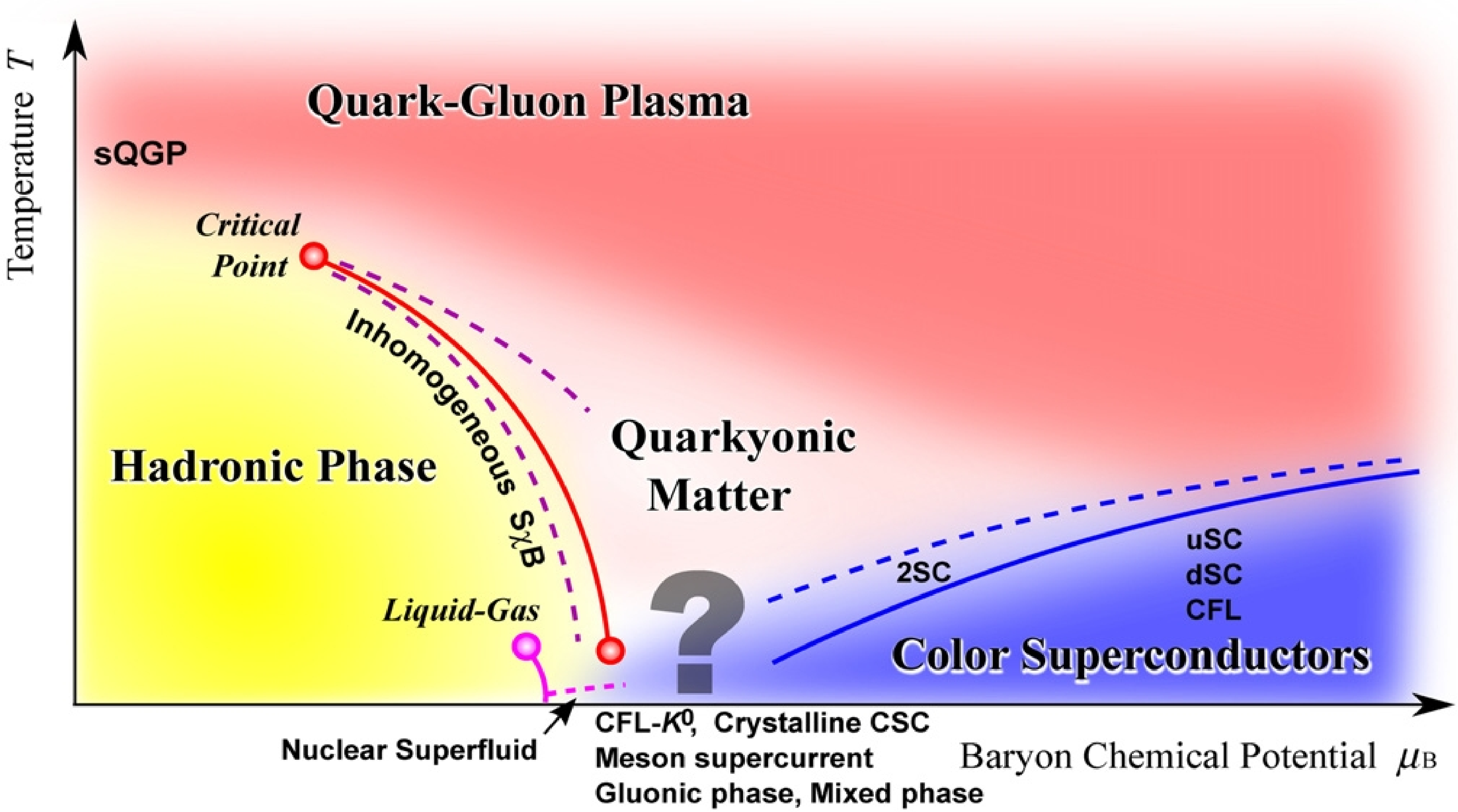
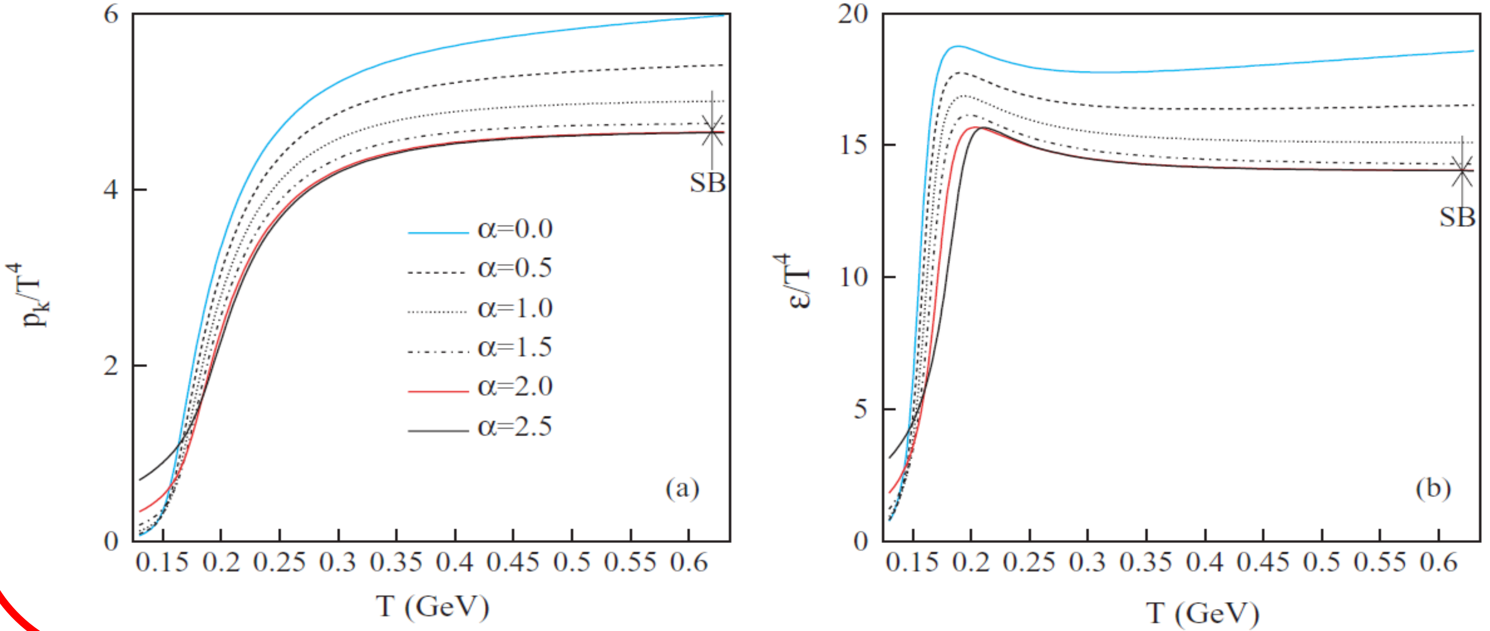


График из статьи “*The phase diagram of dense QCD Kenji Fukushima and Tetsuo Hatsuda 2011 Rep. Prog. Phys. 74 014001*”

КХД кроссовер и энергия вакуума

Результаты теории, основанной на модели мешков:



Энергия вакуума:

квантово-топологичский вклад в энергию вакуума
$$-(5 \pm 1) \times 10^9 \ \mathrm{MeV}^4$$

~~коллапс~~

искусственно вводимый положительный Лямбда-член

компенсация за счёт положительного вклада ЯМ конденсата

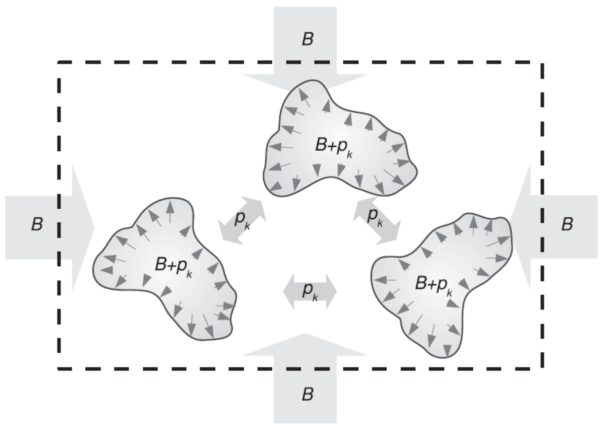
Графики из статьи "*L. Ferroni, V. Koch. Crossover transition in bag-like models. Phys.Rev.C79:034905,2009. arXiv:0812.1044 [nucl-th]*".

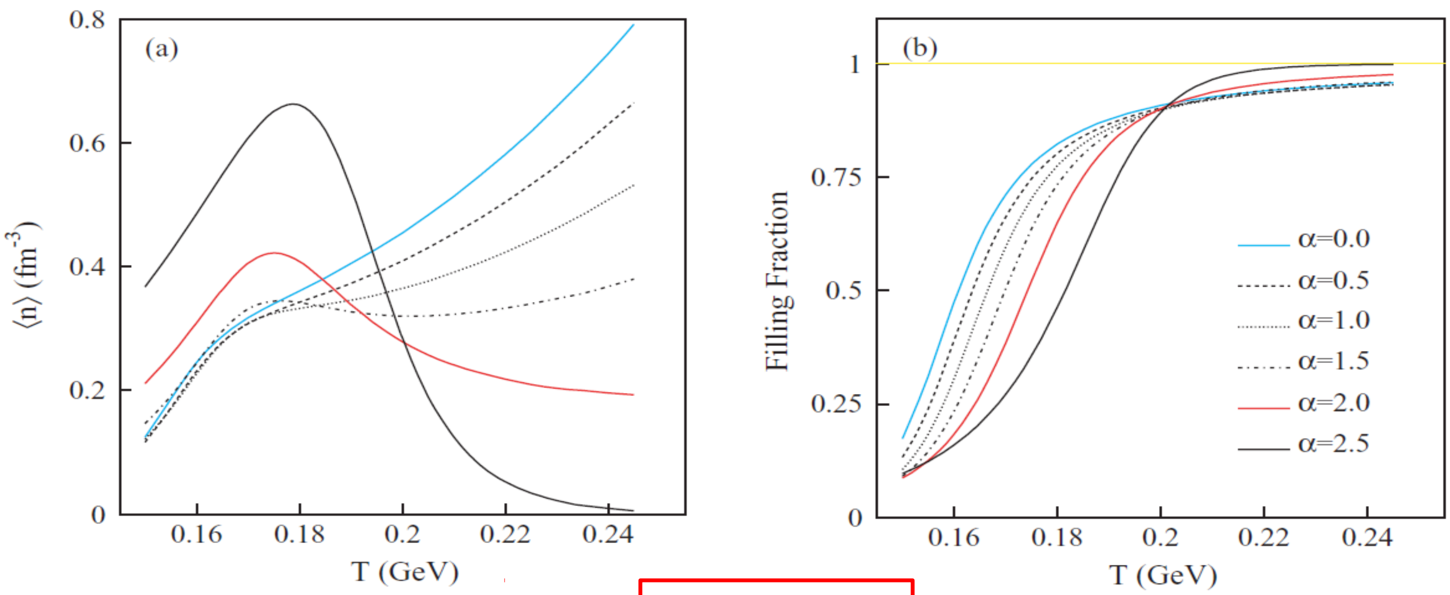
Теория, основанная на модели мешков

Авторы

- *L. Ferroni, V. Koch. Crossover transition in bag-like models. Phys.Rev.C79:034905,2009. arXiv:0812.1044 [nucl-th]*

адроны - мешки с КГП





Один бесконечно-большой мешок в состоянии КГП и много маленьких мешков в адронном состоянии

Графики из статьи “*L. Ferroni, V. Koch. Crossover transition in bag-like models. Phys.Rev.C79:034905,2009. arXiv:0812.1044 [nucl-th]*”.

Теория, основанная на модели мешков

$$\epsilon_{bag} = T\frac{\partial p_{bag}}{\partial T} - p_{bag}$$

первый закон термодинамики

$$p_{bag} = sT + B$$

квантово-топологический вакуум

$$\hat{Z}(T,s) = \infty <=> s - f(T,s) = 0$$

изобарическая функция распределения

$$f(T,s) = c_0\left(\frac{T}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{m_c}^{\infty} d\eta \left(\frac{3}{4}\eta + B\frac{\eta}{4(B+sT)}\right)^{\frac{3}{2}-\alpha} e^{\frac{\eta}{k(B+sT)^{1/4}} - \frac{\eta}{T}}$$

$$\boxed{\alpha = 2.3, c_0 = 3642(MeV)^{\alpha-1}, B^{1/4} = 250, k = 0.68, m_c = 139MeV}$$

значения констант

замкнутая система уравнений $\Rightarrow$ **термодинамика КХД-материи**

Коллапс и лямбда-член

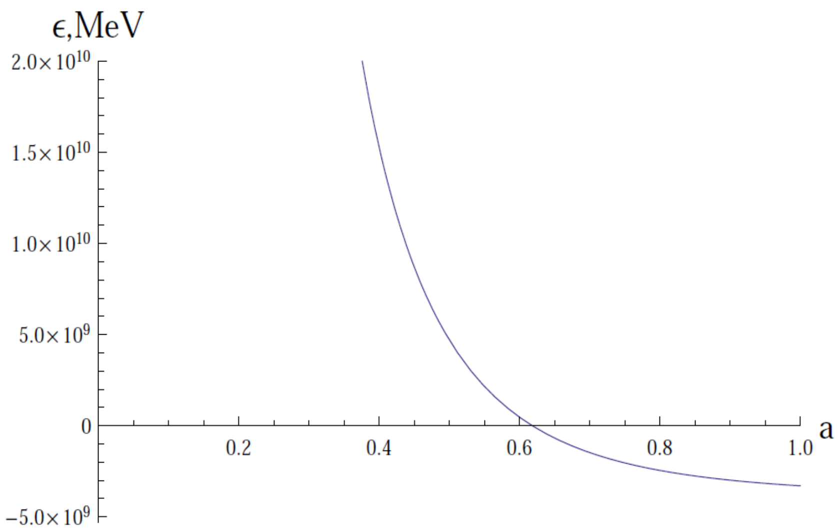
Уравнения Эйнштейна:

$$3\frac{(da/dt)^2}{a^2} = \kappa\epsilon_{full}$$

уравнение Фридмана

закон сохранения энергии

$$\frac{d}{dt}(\epsilon_{full}a^4) - \frac{da}{dt}a^3(\epsilon_{full} - 3p_{full}) = 0$$



плотность энергии как функция масштабного фактора

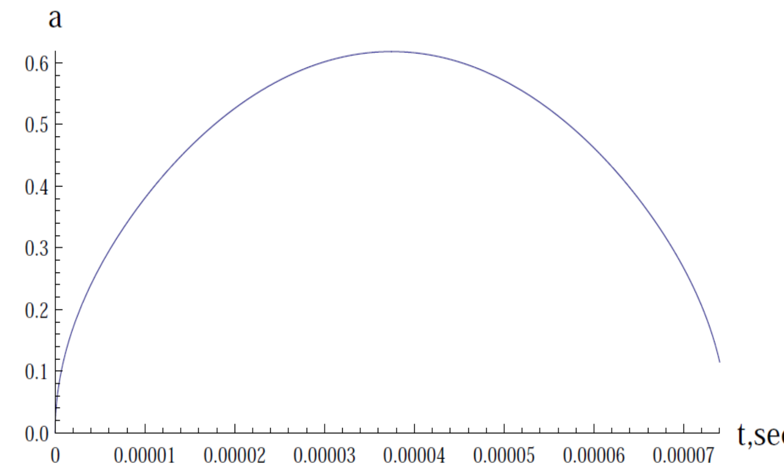
Вклад лямбда-члена:

$$\left.\begin{aligned}\epsilon_\Lambda &= B\\ p_\Lambda &= -B\end{aligned}\right\}$$

включен с целью компенсации энергии вакуума

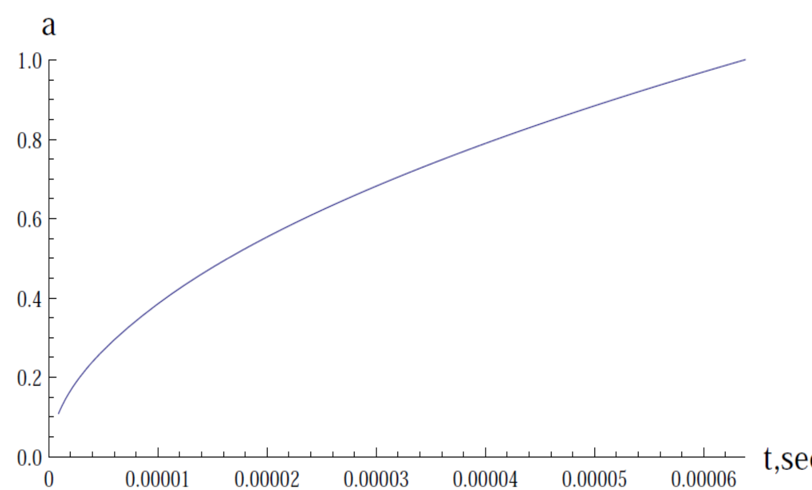
отрицательное давление

Без лямбда-члена



Происходит коллапс

С учётом лямбда-члена



Нет коллапса

Основные результаты

Динамика системы с ЯМ конденсатом:

- **Показано существование новых эффектов рождения частиц из ЯМ конденсата и возбуждения продольных колебаний в ЯМ плазме.**
- Начато построение квази-классической теории и проведено каноническое квантование всех волновых мод в суперсимметричной N=4 модели.
- Исследована система с нескольким непересекающимися конденсатами на примере SU(4) группы.
- Показано, что в случае SU(3) группы вакуум расслаивается на три конденсата полей Янга-Миллса, существующих в динамическом равновесии друг с другом.
- Проведено обобщение на случай фридмановской метрики.

Космологический КХД-переход:

- Теория, основанная на модели мешков, была приложена к описанию эволюции ранней вселенной в области КХД-перехода в рамках подхода с искусственно вводимым лямбда-членом.

Будущие задачи

- **Второе решение с большими волнами и маленьким конденсатом.**
- SU(3) модель с волнами, кварки и эффекты вакуумной поляризации – случай реалистичной КХД.
- Полная квантовая теория конденсата и волн.
- Термодинамическая теория КХД кроссовера.
- Космологическая эволюция с ранних времён, КХД кроссовер, компенсация вакуумных вкладов в ранней вселенной.
- Калибровочная инфляция.
- Вакуумная динамика и компенсация вакуумных вкладов на коротких расстояниях.

Спасибо за внимание

$$\widetilde{A}_{ik} = \psi_{ik} + e_{ikl}\chi_l$$

$$\chi_l^{\vec{p}} = s_l^\sigma \eta_\sigma^{\vec{p}} + n_l \lambda^{\vec{p}}$$

$$\psi_{ik}^{\vec{p}} = \psi_\lambda^{\vec{p}} Q_{ik}^\lambda + \varphi_\sigma^{\vec{p}}(n_i s_k^\sigma + n_k s_i^\sigma) + (\delta_{ik} - n_i n_k)\Phi^{\vec{p}} + n_i n_k \Lambda^{\vec{p}}$$

$$\partial_0\partial_0\psi_\lambda + p^2\,\psi_\lambda + igp\,U\,Q^{\lambda\gamma}\,\psi_\gamma = 0$$

$$\partial_0\partial_0\Lambda + 2igp\,\lambda\,U + 2g^2U^2\,(2\Phi + \Lambda) = 0\,,$$

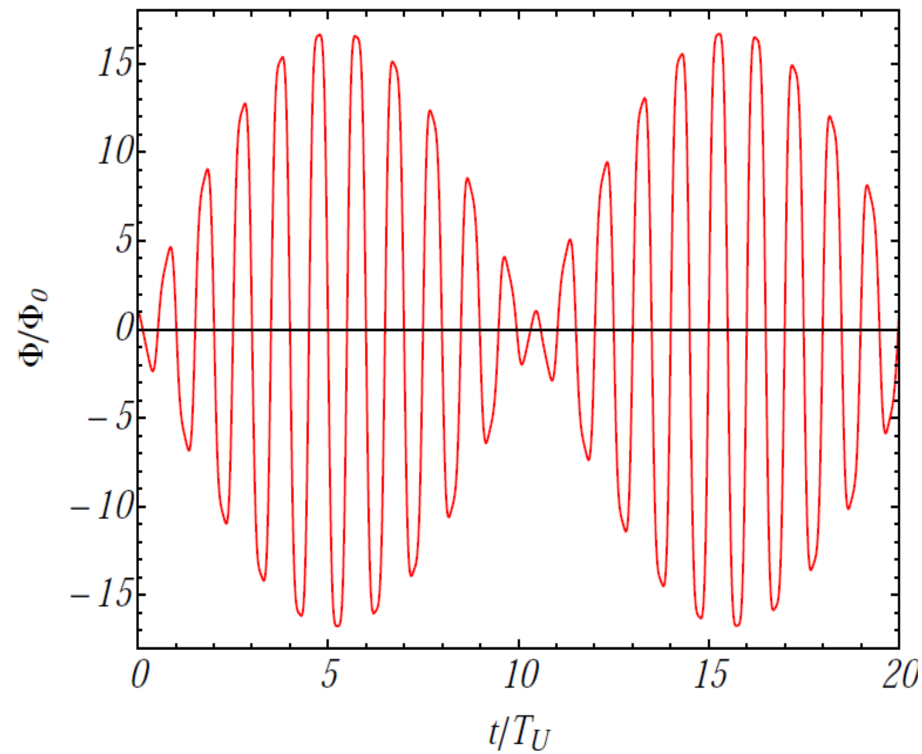
$$\partial_0\partial_0\Phi + p^2\,\Phi + 2igp\,\lambda\,U + 2g^2\,U^2\,(2\Phi + \Lambda) = 0\,,$$

$$\partial_0\partial_0\lambda + p^2\,\lambda - igp\,(2\Phi + \Lambda)\,U + 2g^2\,U^2\,\lambda = 0\,,$$

$$\partial_0\partial_0\phi_\sigma + \frac{p^2}{2}\,\phi_\sigma - \frac{p^2}{2}\,e^{\sigma\gamma}\,\eta_\gamma - igp\,U\,e^{\gamma\sigma}\,\phi_\gamma = 0\,,$$

$$\partial_0\partial_0\eta_\sigma + \frac{p^2}{2}\,\eta_\sigma - \frac{p^2}{2}\,e^{\gamma\sigma}\,\phi_\gamma + igp\,U\,e^{\gamma\sigma}\,\eta_\gamma + 2g^2\,U^2\,\eta_\sigma = 0$$

$$U \simeq U_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$
$$\omega = kgU_0$$
$$k = \frac{2\pi}{B(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})} \simeq 1.2$$
$$E_n = \widetilde{E}_n \, \frac{g^{2/3}}{3^{1/3}}$$
$$\psi_1 \equiv \psi_1' + \psi_2' \,, \qquad \psi_2 \equiv i(\psi_1' - \psi_2')$$



$$\mathcal{H}_{\mathrm{U}} = \frac{3}{2}\left(\partial_0 U \partial_0 U + g^2 U^4\right)$$
$$\mathcal{H}_{\mathrm{particles}} = \frac{1}{2}\sum_{\vec{p}} \Big(\partial_0\Phi\partial_0\Phi^+ + \frac{1}{2}\partial_0\Lambda\partial_0\Lambda^+ + \partial_0\lambda\partial_0\lambda^+ +$$
$$p^2\Phi\Phi^+ + p^2\lambda\lambda^+\Big)$$
$$\mathcal{H}_{\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\sum_{\vec{p}} \Big[g^2 U^2 \Big(\lambda\lambda^+ + 2\Phi\Phi^+ + \frac{1}{2}\Lambda\Lambda^+ + \Phi\Lambda^+ + \Lambda\Phi^+\Big) +$$
$$igp\,U \Big(\frac{1}{2}\lambda\Lambda^+ - \frac{1}{2}\Lambda\lambda^+ + \lambda\Phi^+ - \Phi\lambda^+\Big)\Big]$$

$$\langle \widetilde{A}_{lk}(x',t')\widetilde{Y}_{lk}(x,t)\rangle = 0$$

$$\langle\psi_1\psi_2\psi_3\psi_4\rangle = \langle\psi_1\psi_2\rangle\langle\psi_3\psi_4\rangle + \langle\psi_1\psi_3\rangle\langle\psi_2\psi_4\rangle + \langle\psi_1\psi_4\rangle\langle\psi_2\psi_3\rangle$$

$$\mathcal{L} \; = \; -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a + i\overline{q}_f\gamma^\mu\left(\partial_\mu q_f - \frac{i}{2}gA^a_\mu\lambda^a q_f\right) - m_f\overline{q}_f q_f$$

$$\partial_0\partial_0 A^a_i - \partial_k\partial_k A^a_i + \partial_i\partial_k A^a_k = 0$$

$$\partial_0\partial_0 A^a_{\vec{p}\lambda} + |\vec{p}|^2\, A^a_{\vec{p}\lambda} = 0$$

$$D_{ff'}(x-x') = \frac{\delta_{ff'}}{(2\pi)^4}\int(\gamma_\mu p^\mu + m_f)\,\frac{d^4p}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon}\,e^{-ip(x-x')}$$

$$\partial_0\partial_0\widetilde{A}^a_k + p^2\,\widetilde{A}^a_k - p^2\,n_k n_i\widetilde{A}^a_i + 2igp\,U_1\,f_{aic}n_i\widetilde{A}^c_k + 2igp\,U_2\,f_{a(i+3)c}n_i\widetilde{A}^c_k +$$
$$igp\,U_1\,f_{abk}n_i\widetilde{A}^b_i + igp\,U_2\,f_{ab(k+3)}n_i\widetilde{A}^b_i + igp\,U_1\,f_{abi}n_k\widetilde{A}^b_i + igp\,U_2\,f_{ab(i+3)}n_k\widetilde{A}^b_i = 0$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathrm{SUSY}} \;=\;& \frac{1}{2}\Big\{\partial_0\psi_\lambda\,\partial_0\psi_\lambda^+ + \partial_0\phi_\sigma\,\partial_0\phi_\sigma^+ + \partial_0\Phi\,\partial_0\Phi^+ + \frac{1}{2}\partial_0\Lambda\,\partial_0\Lambda^+ + \partial_0\eta_\sigma\,\partial_0\eta_\sigma^+ + \\
& \partial_0\lambda\,\partial_0\lambda^+ - p^2\,\psi_\lambda\,\psi_\lambda^+ - \frac{p^2}{2}\,\phi_\sigma\,\phi_\sigma^+ - p^2\,\Phi\,\Phi^+ - \frac{p^2}{2}\,\eta_\sigma\,\eta_\sigma^+ - p^2\lambda\,\lambda^+ + \\
& \frac{p^2}{2}\,e^{\gamma\sigma}(\eta_\sigma\phi_\gamma^+ + \phi_\gamma\eta_\sigma^+) - igp\,U\,e^{\sigma\gamma}\eta_\sigma\eta_\gamma^+ + igp\,U\,Q^{\lambda\gamma}\psi_\lambda\psi_\gamma^+ + \\
& igp\,U\,e^{\sigma\gamma}\phi_\sigma\phi_\gamma^+ + igp\,U\,(2\Phi\lambda^+ - 2\lambda\Phi^+ + \Lambda\lambda^+ - \lambda\Lambda^+) - \\
& 2g^2\,U^2\,\eta_\sigma\eta_\sigma^+ - 2g^2\,U^2\,\lambda\lambda^+ - g^2\,U^2\,(4\Phi\Phi^+ + 2\Phi\Lambda^+ + 2\Lambda\Phi^+ + \Lambda\Lambda^+) + \\
& \frac{1}{2}\partial_0K_{(i)}\partial_0K_{(i)}^+ + \frac{1}{2}\partial_0M_{(i)\alpha}\partial_0M_{(i)\alpha}^+ - \frac{1}{2}p^2K_{(i)}K_{(i)}^+ - \frac{1}{2}p^2M_{(i)\alpha}M_{(i)\alpha}^+ - \\
& igp\,U\,e^{\beta\alpha}M_{(i)\alpha}M_{(i)\beta}^+ - g^2\,U^2\,K_{(i)}K_{(i)}^+ - g^2\,U^2\,M_{(i)\alpha}M_{(i)\alpha}^+ + \\
& \frac{1}{2}\,\partial_0K'_{(i)}\,\partial_0K'^+_{(i)} + \frac{1}{2}\,\partial_0M'_{(i)\alpha}\,\partial_0M'^+_{(i)\alpha} - \frac{1}{2}\,p^2K'_{(i)}\,K'^+_{(i)} - \frac{1}{2}\,p^2M'_{(i)\alpha}\,M'^+_{(i)\alpha} - \\
& igp\,U e^{\beta\alpha}M'_{(i)\alpha}\,M'^+_{(i)\beta} - g^2\,U^2\,K'_{(i)}K'^+_{(i)} - g^2\,U^2\,M'_{(i)\alpha}M'^+_{(i)\alpha} + \\
& \frac{i}{2}\,\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_0\partial_0\vartheta^{k'} + \frac{i}{2}\,\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_0\partial_0\zeta_\alpha^{k'} - \frac{p}{2}\,n_k\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_k\vartheta^{k'} - \frac{p}{2}\,n_k\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_k\zeta_\alpha^{k'} - \\
& \frac{i}{2}\,gU e_{ilm}n_i s_m^\alpha\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_l\zeta_\alpha^{k'} - \frac{i}{2}\,gU e_{ilm}n_m s_i^\alpha\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_l\vartheta^{k'} - \frac{i}{2}\,gU e_{ilm}s_i^\alpha s_m^\beta\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_l\zeta_\beta^{k'}\Big\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\mathrm{SUSY}} \;=\; & \frac{1}{2}\Big\{\partial_0\psi_\lambda\,\partial_0\psi_\lambda^+ + \partial_0\phi_\sigma\,\partial_0\phi_\sigma^+ + \partial_0\Phi\,\partial_0\Phi^+ + \frac{1}{2}\,\partial_0\Lambda\,\partial_0\Lambda^+ + \partial_0\eta_\sigma\,\partial_0\eta_\sigma^+ + \\
& \partial_0\lambda\,\partial_0\lambda^+ + p^2\,\psi_\lambda\psi_\lambda^+ + \frac{p^2}{2}\,\phi_\sigma\phi_\sigma^+ + p^2\,\Phi\Phi^+ + \frac{p^2}{2}\,\eta_\sigma\eta_\sigma^+ + p^2\,\lambda\lambda^+ + \\
& \frac{p^2}{2}\,e^{\gamma\sigma}(\eta_\sigma\phi_\gamma^+ + \phi_\gamma\eta_\sigma^+) + igp\,U\,e^{\sigma\gamma}\eta_\sigma\eta_\gamma^+ - igp\,U\,Q^{\lambda\gamma}\psi_\lambda\psi_\gamma^+ - \\
& igp\,U\,e^{\sigma\gamma}\phi_\sigma\phi_\gamma^+ - igp\,U\,(2\Phi\lambda^+ - 2\lambda\Phi^+ + \Lambda\lambda^+ - \lambda\Lambda^+) + \\
& 2g^2\,U^2\,\eta_\sigma\eta_\sigma^+ + 2g^2\,U^2\,\lambda\lambda^+ + g^2\,U^2\,(4\Phi\Phi^+ + 2\Phi\Lambda^+ + 2\Lambda\Phi^+ + \Lambda\Lambda^+) + \\
& \frac{1}{2}\,\partial_0K_{(i)}\,\partial_0K_{(i)}^+ + \frac{1}{2}\,\partial_0M_{(i)\alpha}\,\partial_0M_{(i)\alpha}^+ + \frac{1}{2}\,p^2\,K_{(i)}K_{(i)}^+ + \frac{1}{2}\,p^2\,M_{(i)\alpha}M_{(i)\alpha}^+ + \\
& igp\,U\,e^{\beta\alpha}M_{(i)\alpha}M_{(i)\beta}^+ + g^2\,U^2\,K_{(i)}K_{(i)}^+ + g^2\,U^2\,M_{(i)\alpha}M_{(i)\alpha}^+ + \\
& \frac{1}{2}\,\partial_0K'_{(i)}\,\partial_0K'^+_{(i)} + \frac{1}{2}\,\partial_0M'_{(i)\alpha}\,\partial_0M'^+_{(i)\alpha} + \frac{1}{2}\,p^2\,K'_{(i)}K'^+_{(i)} + \frac{1}{2}\,p^2\,M'_{(i)\alpha}M'^+_{(i)\alpha} + \\
& igp\,U\,e^{\beta\alpha}M'_{(i)\alpha}M'^+_{(i)\beta} + g^2\,U^2\,K'_{(i)}K'^+_{(i)} + g^2\,U^2\,M'_{(i)\alpha}M'^+_{(i)\alpha} + \\
& \frac{p}{2}\,n_k\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_k\vartheta^{k'} + \frac{p}{2}\,n_k\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_k\zeta_\alpha^{k'} + \frac{i}{2}\,g\,U\,e_{ilm}n_i s_m^\alpha\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_l\zeta_\alpha^{k'} + \\
& \frac{i}{2}\,g\,U\,e_{ilm}n_m s_i^\alpha\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_l\vartheta^{k'} + \frac{i}{2}\,g\,U\,e_{ilm}s_i^\alpha s_m^\beta\bar{\zeta}_\alpha^{k'}\gamma_l\zeta_\beta^{k'}\Big\}\,.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\partial_0\partial_0 U + 2g^2\,U^3 + \frac{g^2}{6}\,U\,\sum_{\vec{p}}\Big\langle 2\eta_\sigma\eta_\sigma^+ + 2\lambda\lambda^+ + 4\Phi\Phi^+ + \Lambda\Lambda^+ + 2\Phi\Lambda^+ + \\
&2\Lambda\Phi^+ + 2\eta_\sigma^+\eta_\sigma + 2\lambda^+\lambda + 4\Phi^+\Phi + \Lambda^+\Lambda + 2\Phi^+\Lambda + 2\Lambda^+\Phi\Big\rangle + \\
&\frac{ig}{12}\sum_{\vec{p}} p\,\Big\langle 2\Lambda^+\lambda - 2\Lambda\lambda^+ + 2\Phi^+\lambda - 2\Phi\lambda^+ + 2\lambda\Phi^+ - 2\lambda^+\Phi - \\
&Q^{\lambda\sigma}(\psi_\lambda\psi_\sigma^+ - \psi_\lambda^+\psi_\sigma) - e^{\sigma\gamma}(\phi_\sigma\phi_\gamma^+ - \phi_\sigma^+\phi_\gamma) + \\
&\phi_\sigma^+\eta_\sigma - \phi_\sigma\eta_\sigma^+ + \eta_\sigma^+\phi_\sigma - \eta_\sigma\phi_\sigma^+ + e^{\sigma\gamma}(\eta_\sigma\eta_\gamma^+ - \eta_\sigma^+\eta_\gamma)\Big\rangle + \\
&\frac{g^2}{6}\,U\,\sum_{\vec{p}}\Big\langle K_{(i)}K_{(i)}^+ + K_{(i)}^+K_{(i)} + M_{(i)\alpha}^+M_{(i)\alpha} + M_{(i)\alpha}M_{(i)\alpha}^+\Big\rangle + \\
&\frac{ig}{12}\sum_{\vec{p}} p\,\Big\langle e^{\alpha\beta}(M_{(i)\alpha}^+M_{(i)\beta} - M_{(i)\alpha}M_{(i)\beta}^+)\Big\rangle + \frac{g^2}{6}\,U\,\sum_{\vec{p}}\Big\langle K'_{(i)}K'^+_{(i)} + \\
&K'^+_{(i)}K'_{(i)} + M'^+_{(i)\alpha}M'_{(i)\alpha} + M'_{(i)\alpha}M'^+_{(i)\alpha}\Big\rangle + \frac{ig}{12}\sum_{\vec{p}} p\,\Big\langle e^{\alpha\beta}(M'^+_{(i)\alpha}M'_{(i)\beta} - \\
&M'_{(i)\alpha}M'^+_{(i)\beta})\Big\rangle - \frac{ig}{6}\sum_{\vec{p}}\Big\langle e_{lmp}n_m s_p^\alpha\bar{\vartheta}^{k'}\gamma_l\zeta_\alpha^{k'} + \\
&e_{lmp}n_p s_m^\alpha\bar{\zeta}_\alpha^{\,k'}\gamma_l\vartheta^{k'} + e_{lmp}s_m^\alpha s_p^\beta\bar{\zeta}_\alpha^{\,k'}\gamma_l\zeta_\beta^{k'}\Big\rangle = 0\,.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&M^{\vec{q}}_{aic'i'}(t,t') \\
&= -\frac{1}{8}\sum_{\vec{p}}\Bigg[\Big(\hat{a}^{acb'c'i'k}_{\vec{q}-\vec{p}}(2q_{k'}-p_{k'})(q_k+p_k) \\
&\quad + \hat{a}^{acc'b'k'k}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{i'}-2p_{i'})(q_k+p_k)\Big)\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{ci}(t)\widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{b'k'}(t')\rangle \\
&\quad + \Big(\hat{a}^{acb'c'i'k}_{\vec{q}+\vec{p}}(2q_{k'}+p_{k'})(q_k-p_k) + \hat{a}^{acc'b'k'k}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{i'}+2p_{i'})(q_k-p_k)\Big)\langle \widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{ci}(t)\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'k'}(t')\rangle \\
&\quad + \hat{a}^{acc'b'k'k}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{k'}-p_{k'})(q_k+p_k)\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{ci}(t)\widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{b'i'}(t')\rangle \\
&\quad + \hat{a}^{acc'b'k'k}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{k'}+p_{k'})(q_k-p_k)\langle \widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{ci}(t)\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'i'}(t')\rangle \\
&\quad + \Big(\hat{a}^{abb'c'i'k}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{k'}-p_{k'})(q_i-2p_i) + \hat{a}^{abc'b'k'i}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{i'}-p_{i'})(2q_k-3p_k) \\
&\quad + \hat{a}^{abc'b'k'k}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{i'}-2p_{i'})(q_i-2p_i) + \hat{a}^{abc'b'i'i}_{\vec{q}-\vec{p}}(2q_{k'}-p_{k'})(2q_k-3p_k)\Big)\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{bk}(t)\widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{b'k'}(t')\rangle \\
&\quad + \Big(\hat{a}^{abb'c'i'k}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{k'}+p_{k'})(q_i+2p_i) + \hat{a}^{abc'b'k'i}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{i'}+p_{i'})(2q_k+3p_k) \\
&\quad + \hat{a}^{abc'b'k'k}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{i'}+2p_{i'})(q_i+2p_i) + \hat{a}^{abc'b'i'i}_{\vec{q}+\vec{p}}(2q_{k'}+p_{k'})(2q_k+3p_k)\Big)\langle \widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{bk}(t)\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'k'}(t')\rangle \\
&\quad + \Big(\hat{a}^{abc'b'k'i}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{k'}-p_{k'})(2q_k-3p_k) + \hat{a}^{abc'b'k'k}_{\vec{q}-\vec{p}}(q_{k'}-p_{k'})(q_i-2p_i)\Big)\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{bk}(t)\widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{b'i'}(t')\rangle \\
&\quad + \Big(\hat{a}^{abc'b'k'i}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{k'}+p_{k'})(2q_k+3p_k) \\
&\quad + \hat{a}^{abc'b'k'k}_{\vec{q}+\vec{p}}(q_{k'}+p_{k'})(q_i+2p_i)\Big)\langle \widetilde{A}^{\dagger r\vec{p}}_{bk}(t)\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'i'}(t')\rangle\Bigg].
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{a}^{acb'c'i'k}_{\vec{p}} &= \frac{1}{3}f_{abc}f_{bb'c'}\left(\frac{-g^2}{ip}e^{ip(t-t')}s^\alpha_{i'}s^\alpha_k + \frac{g^2}{ip}e^{ip(t'-t)}s^\alpha_{i'}s^\alpha_k + 2g^2 n_{i'}n_k(t'-t)\right) \\
\hat{a}^{acb'c'i'k}_{0} &= \frac{2}{3}f_{abc}f_{bb'c'}g^2\delta_{i'k}(t'-t)\,.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
N^{\vec{p}\vec{q}}_{aicl}(t,t') = {} & \frac{1}{8}(2q_i\hat{a}_0^{acb'c'i'l} - 2\delta_{li}q_k\hat{a}_0^{acb'c'i'k} + q_l\hat{a}_0^{acb'c'i'i})(2p_{k'}\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{c'i'}\widetilde{A}^{r\vec{p}\dagger}_{b'k'}\rangle \\
& -2p_{k'}\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}\dagger}_{c'i'}\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'k'}\rangle + p_{i'}\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'k'}\widetilde{A}^{r\vec{p}\dagger}_{c'k'}\rangle \\
& -p_{i'}\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}\dagger}_{b'k'}\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{c'k'}\rangle + p_{k'}\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}}_{b'k'}\widetilde{A}^{r\vec{p}\dagger}_{c'i'}\rangle - p_{k'}\langle \widetilde{A}^{r\vec{p}\dagger}_{b'k'}\widetilde{A}^{r\vec{p}}_{c'i'}\rangle)\,, \\
P^{\vec{q}}_{aib'k'}(t,t') = {} & 2q_l\delta_{k'i}\left(q_k\hat{a}_{\vec{q}}^{aklb'i'i} - \frac{1}{2}q_i\hat{a}_{\vec{q}}^{aklb'i'k} - \frac{1}{2}q_k\hat{a}_{\vec{q}}^{ailb'i'k}\right) \\
& +q_{i'}\left(q_k\hat{a}_{\vec{q}}^{akb'k'i'i} - \frac{1}{2}q_i\hat{a}_{\vec{q}}^{akb'k'i'k} - \frac{1}{2}q_k\hat{a}_{\vec{q}}^{aib'k'i'k}\right) \\
& +q_{k'}\left(q_k\hat{a}_{\vec{q}}^{akb'i'i'i} - \frac{1}{2}q_i\hat{a}_{\vec{q}}^{akb'i'i'k} - \frac{1}{2}q_k\hat{a}_{\vec{q}}^{aib'i'i'k}\right).
\end{aligned}
$$

$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau, e^+, e^-$ and γ

$$\epsilon_{\nu e\gamma} = \frac{43\pi^2}{120}T^4$$

$$p_{\nu e\gamma} = \frac{\epsilon_{\nu e\gamma}}{3}$$

$$\epsilon_{bag1}(t) = \begin{cases} \epsilon_{bag}, (t < t_0) \\ 0, (t > t_0) \end{cases}$$

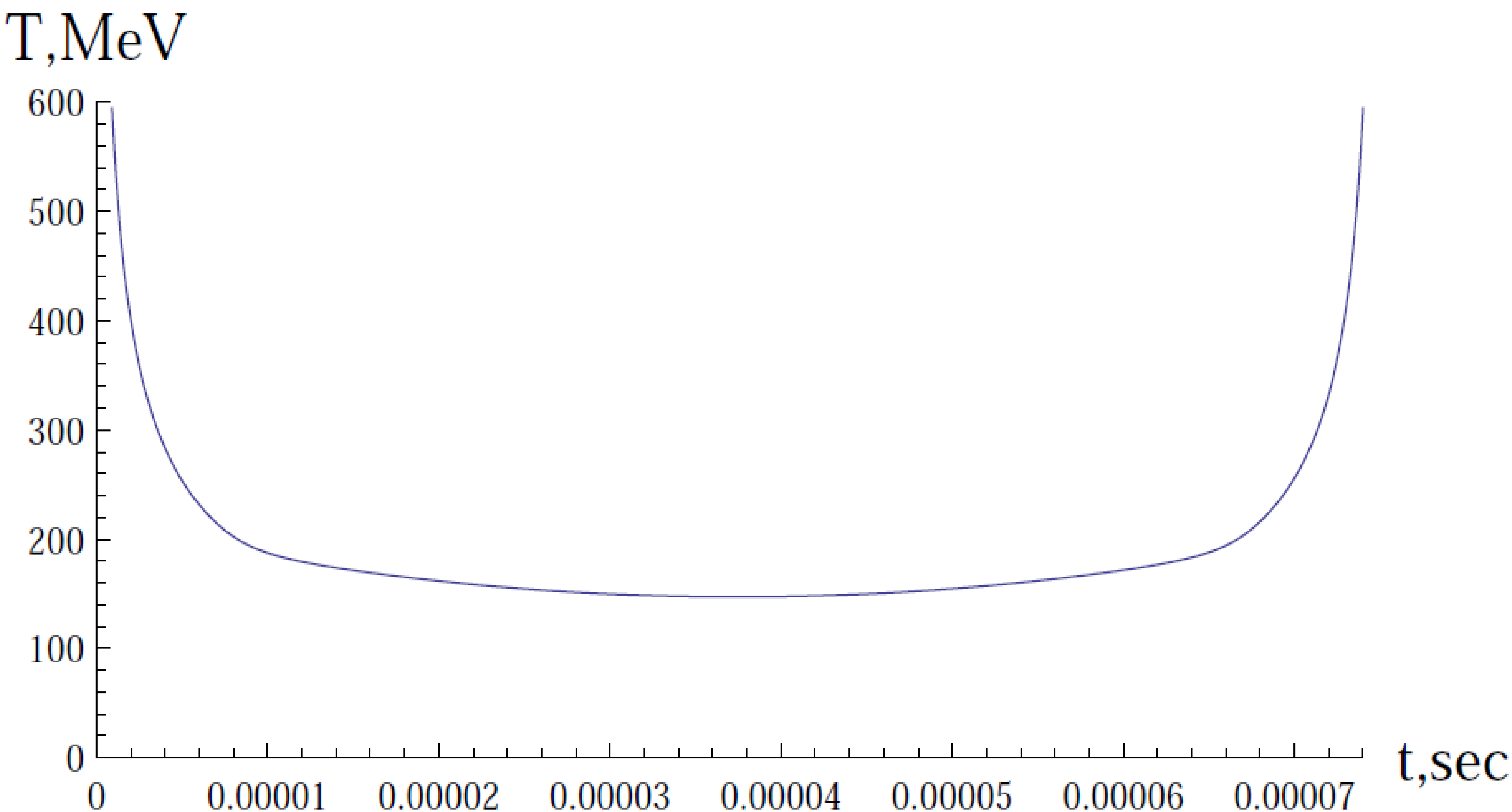
$$p_{bag1}(t) = \begin{cases} p_{bag}, (t < t_0) \\ 0, (t > t_0) \end{cases}$$

$$\epsilon_{e\nu\gamma1}(t) = \begin{cases} \epsilon_{e\nu\gamma}, (t < t_0) \\ \epsilon_{e\nu\gamma} + \epsilon_{bag}, (t > t_0) \end{cases}$$

$$p_{e\nu\gamma1}(t) = \frac{\epsilon_{e\nu\gamma1}}{3}$$

$$\epsilon_\mu = \frac{2}{\pi^2}\int_{m_\mu}^{\infty} \frac{\sqrt{\rho^2 - m_\mu^2}\rho^2 d\rho}{e^{\frac{\rho}{T}} + 1}$$

$$p_\mu = \frac{2}{3\pi^2}\int_{m_\mu}^{\infty} \frac{(\rho^2 - m_\mu^2)^{3/2} d\rho}{e^{\frac{\rho}{T}} + 1}$$



T,MeV
600
500
400
300
200
100
0
0
0.00001
0.00002
0.00003
0.00004
0.00005
0.00006
0.00007
t,sec

$$\lambda_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\lambda_2=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\lambda_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}\lambda_4=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

$$\lambda_5=\begin{pmatrix}0&0&-i\\0&0&0\\i&0&0\end{pmatrix}\lambda_6=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\lambda_7=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}\lambda_8=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}}&0&0\\0&\frac{1}{\sqrt{3}}&0\\0&0&-\frac{2}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$$

$$\delta_{(1)}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\delta_{(2)}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&\frac{1}{2}\\1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}\delta_{(3)}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&-\frac{1}{2}\\0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\\0&0&\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

$\lambda_1, \lambda_2, \frac{1}{2}(\sqrt{3}\lambda_8 + \lambda_3)$

$\lambda_1, \lambda_2, \frac{1}{2}(\sqrt{3}\lambda_8 - \lambda_3)$

$$H = \frac{3}{2}\mathrm{U1}'(t)^2 + \frac{3}{2}g^2\mathrm{U1}(t)^4 + \frac{3}{2}\mathrm{U2}'(t)^2 + \frac{3}{2}g^2\mathrm{U2}(t)^4 + \frac{3}{2}\mathrm{U3}'(t)^2 + \frac{3}{2}g^2\mathrm{U3}(t)^4 - \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t) - \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t)^2 + \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)^2\mathrm{U3}(t) + g^2\mathrm{U1}(t)^3\mathrm{U2}(t) + \frac{3}{2}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U2}(t)^2 + g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)^3 - g^2\mathrm{U1}(t)^3\mathrm{U3}(t) - g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U3}(t)^3 + g^2\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t)^3 + \frac{3}{2}g^2\mathrm{U2}(t)^2\mathrm{U3}(t)^2 + g^2\mathrm{U2}(t)^3\mathrm{U3}(t) + \frac{1}{2}\mathrm{U1}'(t)\mathrm{U2}'(t) - \frac{1}{2}\mathrm{U1}'(t)\mathrm{U3}'(t) + \frac{1}{2}\mathrm{U2}'(t)\mathrm{U3}'(t)$$

$$\mathrm{U1}''(t) + 2g^2\mathrm{U1}(t)^3 - \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t) + \frac{23}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U2}(t) + \frac{25}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)^2 - \frac{29}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U3}(t) - \frac{5}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U3}(t)^2 - \frac{5}{28}g^2\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t)^2 + \frac{5}{28}g^2\mathrm{U2}(t)^2\mathrm{U3}(t) = 0$$

$$\mathrm{U2}''(t) + 2g^2\mathrm{U2}(t)^3 + \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t) + \frac{23}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)^2 + \frac{25}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U2}(t) + \frac{1}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U3}(t)^2 + \frac{1}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U3}(t) + \frac{23}{28}g^2\mathrm{U2}(t)^2\mathrm{U3}(t) + \frac{25}{28}g^2\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t)^2 = 0$$

$$\mathrm{U3}''(t) + 2g^2\mathrm{U3}(t)^3 - \frac{1}{2}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t) + \frac{5}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U2}(t)^2 - \frac{5}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U2}(t) - \frac{29}{28}g^2\mathrm{U1}(t)\mathrm{U3}(t)^2 - \frac{5}{28}g^2\mathrm{U1}(t)^2\mathrm{U3}(t) + \frac{23}{28}g^2\mathrm{U2}(t)\mathrm{U3}(t)^2 + \frac{25}{28}g^2\mathrm{U2}(t)^2\mathrm{U3}(t) = 0$$

$$\partial_0\partial_0\widetilde{A}_{ai} - \partial_k\partial_k\widetilde{A}_{ai} + \partial_i\partial_k\widetilde{A}_{ak}$$
$$+ 2gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}_{ci}\widetilde{A}_{bk} + gf_{abc}\partial_i\widetilde{A}_{bk}\widetilde{A}_{ck} + gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}_{bk}\widetilde{A}_{ci}$$
$$+ g^2 f_{cba}f_{cb'c'}(\widetilde{A}_{bk}m^{b'k}_{c'i} + \widetilde{A}_{b'k}m^{bk}_{c'i} + \widetilde{A}_{c'i}m^{bk}_{b'k}) = 0$$

$$\widetilde{A}_{ai} = \widetilde{A}^r_{ai} + \widetilde{A}^v_{ai}$$

$$\partial_0\partial_0\widetilde{A}^r_{ai} - \partial_k\partial_k\widetilde{A}^r_{ai} + \partial_i\partial_k\widetilde{A}^r_{ak} = 0$$

$$\partial_0\partial_0\widetilde{A}^v_{ai} - \partial_k\partial_k\widetilde{A}^v_{ai} + \partial_i\partial_k\widetilde{A}^v_{ak}$$
$$+ 2gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^r_{ci}\widetilde{A}^r_{bk} + gf_{abc}\partial_i\widetilde{A}^r_{bk}\widetilde{A}^r_{ck} + gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^r_{bk}\widetilde{A}^r_{ci} = 0$$

$$\partial_0\partial_0\widetilde{A}^r_{ai} + \partial_0\partial_0\widetilde{A}^v_{ai} - \partial_k\partial_k\widetilde{A}^r_{ai} - \partial_k\partial_k\widetilde{A}^v_{ai} + \partial_i\partial_k\widetilde{A}^r_{ak} + \partial_i\partial_k\widetilde{A}^v_{ak}$$
$$+ 2gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^r_{ci}\widetilde{A}^r_{bk} + 2gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^r_{ci}\widetilde{A}^v_{bk} + 2gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^v_{ci}\widetilde{A}^r_{bk} + gf_{abc}\partial_i\widetilde{A}^r_{bk}\widetilde{A}^r_{ck}$$
$$+ gf_{abc}\partial_i\widetilde{A}^r_{bk}\widetilde{A}^v_{ck} + gf_{abc}\partial_i\widetilde{A}^v_{bk}\widetilde{A}^r_{ck} + gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^r_{bk}\widetilde{A}^r_{ci} + gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^r_{bk}\widetilde{A}^v_{ci}$$
$$+ gf_{abc}\partial_k\widetilde{A}^v_{bk}\widetilde{A}^r_{ci} + g^2 f_{cba}f_{cb'c'}(\widetilde{A}^r_{bk}m^{b'k}_{c'i} + \widetilde{A}^r_{b'k}m^{bk}_{c'i} + \widetilde{A}^r_{c'i}m^{bk}_{b'k}),$$