

Кварковые ансамбли с бесконечной корреляционной длиной

Г. М. Зиновьев, С.В. Молодцов

БИТФ, ОИЯИ, ИТЭФ

Дубна 23.14.2014

- Четырехфермионное взаимодействие
- Модель Келдыша
- Приближение бесконечной корреляционной длины. Интегрируемость (Тирринг, Латтинжер)
- Вакуумные глюонные поля
Поля, генерируемые при столкновении тяжелых ионов

Четырехфермионное взаимодействие

$$\mathcal{H} = -\bar{q} (i\gamma\nabla + im) q - \bar{q} t^a \gamma_\mu q \int d\mathbf{y} \bar{q}' t^b \gamma_\nu q' \langle A_\mu^a A_\nu^b \rangle$$

$$\langle A_\mu^a A_\nu^b \rangle = G \delta^{ab} \delta_{\mu\nu} F(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

$$F(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x}) \text{ (НИЛ)}, \quad F(\mathbf{p}) = \delta(\mathbf{p}) \text{ (ККБ)}$$

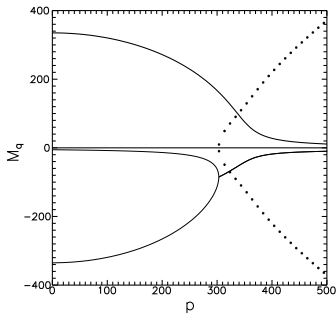
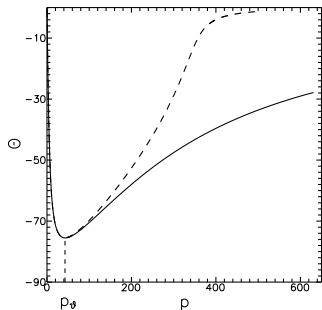
$$q(\mathbf{x}) = \int \frac{d\tilde{\mathbf{p}}}{(2E_p)^{1/2}} [a_{\mathbf{p},s} u_{\mathbf{p},s} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} + b_{\mathbf{p},s}^+ v_{\mathbf{p},s} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}}]$$

$$E_p = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}, \quad a|0\rangle = 0, \quad b|0\rangle = 0, \quad d\tilde{\mathbf{p}} = d\mathbf{p}/(2\pi)^3$$

$$\text{Преобразование Боголюбова } T = \prod_{\mathbf{p},s} \exp [\varphi_{\mathbf{p}} (a_{\mathbf{p},s}^+ b_{-\mathbf{p},s}^+ + a_{\mathbf{p},s} b_{-\mathbf{p},s})]$$

$$A = T a T^\dagger, \quad |\sigma\rangle = T|0\rangle, \quad E = \min_{\varphi_{\mathbf{p}}} \langle \sigma | H | \sigma \rangle$$

Четырехфермионное взаимодействие

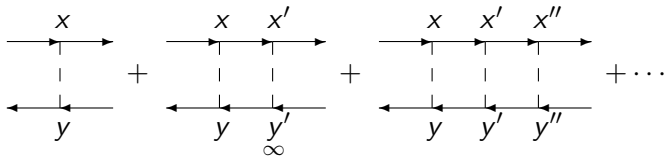


Равновесный угол $\theta = 2\varphi$ как функция импульса p в МэВ. Сплошная линия описывает модель НИЛ, штриховая линия соответствует модели ККБ.

Три ветви решений для динамической массы кварка в МэВ для модели ККБ, как функция импульса (МэВ). Точками показаны мнимые части решений.

Корреляции и связанные состояния

модель ККБ. $F(\mathbf{p}) = \delta(\mathbf{p})$



$$\tilde{\Gamma}(q; Q, p+q) = (2\pi)^4 2iv(Q+q) + \int_{-\infty}^{\infty} dk 2v(k+q) \pi^{\Gamma}(k, k+p+q) \tilde{\Gamma}(-k; Q, p+q)$$

где $\pi^{\Gamma}(k, k+p+q) = \text{Tr} \{S(k) \Gamma S(k+p+q) \Gamma\}$ поляр. оп. в канале $\Gamma(1, i\gamma_5, \gamma_{\mu}, \gamma_5 \gamma_{\mu})$, $S(k)$ —функ. Грина, штрих.—формф., q , Q —импульсы вход. и выход. кварков, p —импульс вход. анти-кварка, v —затр. верш. $v(p) = G \delta(\mathbf{p})$, решение в виде

$$\tilde{\Gamma}(q; Q, p+q) = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{Q} + \mathbf{q}) i \Gamma(p_0 + q_0; \mathbf{q}, \mathbf{p})$$

$$\Gamma(p_0 + q_0; \mathbf{q}, \mathbf{p}) = 2G + 2G \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_0}{2\pi} i \pi^{\Gamma}(k_0, -\mathbf{q}; k_0 + p_0 + q_0, \mathbf{p}) \Gamma(p_0 + q_0; \mathbf{q}, \mathbf{p})$$

Анализ итер. ряда пок., что зависимость от q_0 и Q_0 — формальная,

Корреляции и связанные состояния

Фактически в рассм. модели отсутст. рассеяние, импульсы вход. и выход. кварк. тождеств. одинаковы. Для псевдоск. ($\Gamma = i\gamma_5$) и ск. ($\Gamma = 1$) каналов поляр. оп.

$$\begin{aligned}\Pi^{\pi,\sigma} &= 4N_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} i \frac{k(k-q) + \mathbf{p}\mathbf{q} \mp M_p M_q}{(k^2 - E_q^2)((k-\varepsilon)^2 - E_p^2)} = \\ &= 2N_c \frac{E_p + E_q}{E_p E_q} \frac{\mathbf{p}\mathbf{q} - E_p E_q \mp M_p M_q}{\varepsilon^2 - (E_p + E_q)^2}\end{aligned}$$

$M_p = M_q(\mathbf{p})$, $E_p = E(\mathbf{p}) = [\mathbf{p}^2 + M_p^2]^{1/2}$, аналогично для имп. \mathbf{q} .
Энерг. связ. сост. $\Pi^{-1} - 2G = 0$,

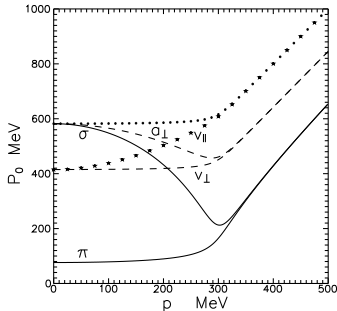
$$\varepsilon_{\pi,\sigma}^2 = (E_p + E_q)^2 - 2G \frac{E_p + E_q}{E_p E_q} (E_p E_q \pm M_p M_q - \mathbf{p}\mathbf{q})$$

Первое слаг.—энерг. своб. частиц. Второй член строго полож. при любых \mathbf{p} и \mathbf{q} , и игр. роль энергии связи в каналах π и σ . В случае ск. канала, при $\mathbf{q} = \mathbf{p}$, энергия связи обращается в ноль.

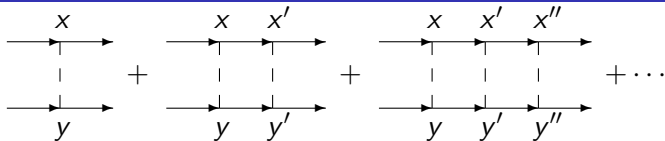
$$\Pi_{00}^{V,A} = 2N_c \frac{E_p + E_q}{E_p E_q} \frac{-E_p E_q - \mathbf{p}\mathbf{q} \pm M_p M_q}{\varepsilon^2 - (E_p + E_q)^2}$$

$$\Pi_{i0}^{V,A} = \Pi_{0i}^{V,A} = 2N_c \left(\frac{p_i}{E_p} + \frac{q_i}{E_q} \right) \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - (E_p + E_q)^2}$$

$$\Pi_{ij}^{V,A} = 2N_c \frac{E_p + E_q}{E_p E_q} \frac{(-E_p E_q + \mathbf{p}\mathbf{q} \mp M_p M_q) \delta_{ij} - p_i q_j - q_j p_i}{\varepsilon^2 - (E_p + E_q)^2}$$



Корреляции и связанные состояния. Дикварковый канал



$\pi^\Gamma(k, k+p+q) = \text{Tr} \{S(k) \Gamma S^T(k+p+q) C \Gamma\}$, где $C = i\gamma_0\gamma_2$, S^T — транспонированная матрица.

$$\tilde{\Pi}^{\pi,\sigma} = \frac{E_p + E_q}{E_p E_q} \frac{E_p E_q - \mathbf{p}\mathbf{q} \mp M_p M_q}{\varepsilon^2 - (E_p + E_q)^2}$$

По ср. с кварк анти-кварк. парой притяжение возн. в анти-трипл. ($\bar{3}$) канале¹, причем конст. связи эфф. вз. в N_c раз слабее по ср. с кварк анти-кварк. вз. Энергии π и σ -мез.

$$\varepsilon_{\pi,\sigma}^2 = (E_p + E_q)^2 - \frac{2G}{N_c} \frac{E_p + E_q}{E_p E_q} (E_p E_q \mp M_p M_q - \mathbf{p}\mathbf{q})$$

¹Поляр. оператор имеет знак, противоп. кварк-анти-кварк. каналу.

Проекция композиции цвет. генерат. на анти-трипл. канал входит с отрицательным знаком, в рез. чего возн. прит.

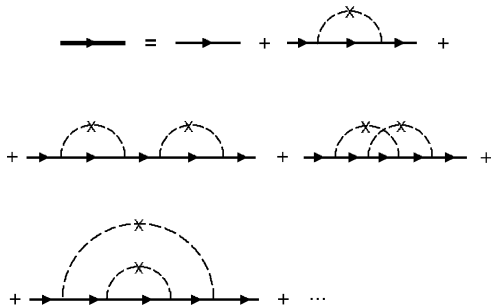
Модель Келдыша

Л. В. Келдыш, Докт. диссертация (ФИАН, 1965);

E. V. Kane, Phys. Rev. **131** (1963) 79;

В. Л. Бонч-Бруевич, сб. "Физ. тв. тела" М., Изд. ВИНТИ, 1965.

М. В. Садовский, Диаграмматика, М.-Ижевск, 2010



$$\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = \int d\mathbf{p} e^{i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} W^2 \delta(\mathbf{p}) = W^2$$

Модель Келдыша

$$\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = \int d\mathbf{p} e^{i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} W^2 \delta(\mathbf{p}) = W^2$$

$$G(\varepsilon, \mathbf{p}) = G_0(\varepsilon, \mathbf{p}) \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n W^{2n} G_0(\varepsilon, \mathbf{p}) \right\}$$

$$A_n = (2n-1)!! = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt t^{2n} e^{-t^2/2}$$

$$G(\varepsilon, \mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt t^{2n} e^{-t^2/2} \frac{G_0(\varepsilon, \mathbf{p})}{1 - tWG_0(\varepsilon, \mathbf{p})}$$

$$G(\varepsilon, \mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}W} \int_{-\infty}^{\infty} dV e^{-V^2/(2W^2)} \frac{1}{\varepsilon - \mathbf{p}^2/(2m) - V + i\delta}$$

отсутствие силового воздействия. Теория неупорядоченных систем

Четырехфермионное взаимодействие

$$\mathcal{H} = -\bar{q} (i\gamma\nabla + im) q - \bar{q} t^a \gamma_\mu q \int d\mathbf{y} \bar{q}' t^b \gamma_\nu q' \langle A_\mu^a A_\nu^b \rangle$$

$$\langle A_\mu^a A_\nu^b \rangle = G \delta^{ab} \delta_{\mu\nu} F(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

$$F(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x}) \text{ (НИЛ)}, \quad F(\mathbf{p}) = \delta(\mathbf{p}) \text{ (ККБ)}$$

- Преобразование Боголюбова
- (Одночастичное) Приближение среднего поля
- Альтернатива? Дополнительность? (применимость одночастичного приближения для ансамбля частиц, сила—корреляции)
- Фазовые переходы. Алгебра (доминирующих) корреляторов. Ренормгруппа. Универсальность
- Точная интегрируемость, 1 + 1 измерение (Тирринг, Латтинжер, Либ–Маттис ...)

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

$$S = \int dt d^D x \left[\bar{q} (i\hat{\partial} - m) q - \frac{g}{2} j_\mu^a \int d^D y j_\mu^a F(x, y) \right]$$

- Модель в двумерии (Тирринг (1958))

$$\mathcal{L} = \bar{q} (i\hat{\partial} - m) q - g (q_1^+ q_1 q_2'^+ q_2' + q_2^+ q_2 q_1'^+ q_1')$$

$$\mathcal{H} = q_1^+ p q_1 - q_2^+ p q_2 + m (q_1^+ q_2 + q_2^+ q_1) + \\ + g (q_1^+ q_1 q_2'^+ q_2' + q_2^+ q_2 q_1'^+ q_1'), \quad p = i\partial_x$$

Опорное вакуумное состояние $|0\rangle$, $q_{1x}|0\rangle = q_{2x}|0\rangle = 0$
(Осушенное море Дирака)

$$a_{ik} = \int dx e^{-ikx} q_{ix}, \quad q_{ix} = \int d\tilde{k} e^{ikx} a_{ik}, \quad \tilde{k} = k/(2\pi)$$

($m = 0$)

$$\mathcal{H}_0 = \sum_k k a_{1k}^+ a_{1k} - \sum_k k a_{2k}^+ a_{2k},$$

$$\mathcal{V} = 2g \sum_k a_{1k}^+ a_{1k} \sum_l a_{2l}^+ a_{2l},$$

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

$$H = \int dx \mathcal{H}, \quad H = H_0 + V, \quad H |0\rangle = 0, \quad H_0 |0\rangle = 0, \quad V |0\rangle = 0$$

"Заряд" системы $Q = \int dx (q_1^+ q_1 + q_2^+ q_2) = \sum_k (a_{1k}^+ a_{1k} + a_{2k}^+ a_{2k})$,
коммутирует с гамильтонианом H .

$$|0\rangle = \prod_{k \geq -\Lambda}^{-P} a_{1k}^+ \prod_{l \geq P}^{\Lambda} a_{2l}^+ |0\rangle$$

$$\mathcal{H}_0 |0\rangle = \left(\sum_{-\Lambda}^{-P} k - \sum_P^{\Lambda} k \right) |0\rangle, \quad \mathcal{V} |0\rangle = 2gL (\Lambda - P)^2 |0\rangle$$

$$\mathcal{E}_D = -\Lambda(\Lambda + \tilde{1}) + P(P + \tilde{1}) + 2gL (\Lambda - P)^2, \quad \tilde{1} = 2\pi/L, \quad 2gL > 1$$

$$\Lambda - P_{\min} = \frac{1}{2} \frac{2\Lambda + \tilde{1}}{2gL + \tilde{1}}, \quad \mathcal{E}_{\min} = -\frac{1}{4} \frac{2\Lambda + \tilde{1}}{2gL + \tilde{1}} (2\Lambda + \tilde{1})$$

вырожденность вакуумн. сост. Возб. вакуума. Добавл., удал. част.
с имп. $\sim \Lambda/2$ приводит к небольш. увел. энергии $\sim d\mathcal{E}/dP|_{P=P_{\min}}$

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

Симметричное (нейтральное) состояние.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_n &= -\Lambda(\Lambda + \tilde{1}) + P(P + \tilde{1}) + (\Lambda - P)(\Lambda - P + \tilde{1}) + \\ &+ 4gL (\Lambda - P)^2 = -(\Lambda - P) 2P + 4gL (\Lambda - P)^2\end{aligned}$$

- вне кирального предела

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 &= \sum_k k \left(a_{1k}^+ a_{1k} - a_{2k}^+ a_{2k} \right) + m \left(a_{1k}^+ a_{2k} + a_{2k}^+ a_{1k} \right) \\ \tilde{A}_{1k} &= \cos \varphi_m a_{1k} + \sin \varphi_m a_{2k}, \\ \tilde{A}_{2k} &= -\sin \varphi_m a_{1k} + \cos \varphi_m a_{2k}\end{aligned}$$

Здесь $\sin \theta_m = m/k$, $\cos \theta_m = k/k_0$, $k_0 = (k^2 + m^2)^{1/2}$, $\theta_m = 2\varphi_m$.

$$q_{jx} = \sum_k e^{ikx} \left[\tilde{U}_k(j) \tilde{A}_{1k} + \tilde{V}_k(j) \tilde{A}_{2k} \right], \quad j = 1, 2$$

$$\begin{aligned}Q &= \int dx \left(q_1^+ q_1 + q_2^+ q_2 \right) = \sum_k \left(\tilde{A}_{1k}^+ \tilde{A}_{1k} + \tilde{A}_{2k}^+ \tilde{A}_{2k} \right) \\ \mathcal{E}_D &= -2 \sum_{k=P}^{\Lambda} k_0 + 2gL (\Lambda - P)^2\end{aligned}$$

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

- БКШ состояние—Боголюбов, Намбу–Иона-Лизинио
- M. Faber and A. N. Ivanov, Eur. Phys. J. **C 20** (2001) 723; Phys. Lett. **B563** (2003) 231
- T. Fujita, M. Hiramoto, and H. Takahashi, Bosons after symmetry breaking in quantum field theory, New York, 2009.

$$q_{1x} = \sum_{k \geq 0}^{\Lambda} e^{ikx} a_k + \sum_{k \geq -\Lambda}^0 e^{ikx} b_{-k}^+ = \sum_k e^{ikx} \left(\tilde{\theta}_k a_k + \tilde{\theta}_{-k} b_{-k}^+ \right),$$
$$q_{2x} = \sum_{k \geq -\Lambda}^0 e^{ikx} a_k + \sum_{k \geq 0}^{\Lambda} e^{ikx} b_{-k}^+ = \sum_k e^{ikx} \left(\tilde{\theta}_{-k} a_k + \tilde{\theta}_k b_{-k}^+ \right)$$

Здесь a^+ , a и b^+ , b —операторы рождения и уничтожения кварков и антикварков, $a|0\rangle = 0$, $b|0\rangle = 0$.

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

$$|\sigma\rangle = T|0\rangle, \quad T = \prod_p \exp[\varphi_p (a_p^+ b_{-p}^+ + a_p b_{-p})]$$

$$A = T a T^\dagger, \quad B^+ = T b^+ T^\dagger$$

$$q_{1x} = \sum_k e^{ikx} (U_k A_k + U_{-k} B_{-k}^+),$$

$$q_{2x} = \sum_k e^{ikx} (V_k A_k + V_{-k} B_{-k}^+),$$

$$\langle \sigma | B_{-k} B_{-k}^+ | \sigma \rangle,$$

$$\langle \sigma | B_{-k} A_k A_l^+ B_{-l}^+ \tilde{F}(k-l) | \sigma \rangle,$$

$$\langle \sigma | B_{-k} B_{-k}^+ B_{-l} B_{-l}^+ \tilde{F}(k-l) \tilde{F}(0) | \sigma \rangle$$

$$U_{-k}^+ V_{-k} U_k V_k^+ = -\frac{\sin^2 \theta}{4} (\tilde{\theta}_k + \tilde{\theta}_{-k})$$

$$\langle \sigma | \mathcal{H} | \sigma \rangle = \sum_{k=0}^{\Lambda} (-2k \cos \theta - g \sin^2 \theta), \quad (m=0)$$

$$\sin \theta (-k + g \cos \theta) = 0$$

Нетривиальное решение получается для импульсов $k < g$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= k/g, \\ \langle \sigma | \mathcal{H} | \sigma \rangle &= -\frac{4}{3} g^2, \\ \langle \sigma | Q | \sigma \rangle &= 2gL\end{aligned}$$

- вне кирального предела

Можно показать, что в двумерии мы получим незначительные поправки $O(m)$, по сравнению с результатами, полученными в киральном пределе. Но уже в трехмерии ситуация разительно изменяется.

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

Сравн. модель Тирринга с точеч. форм. вз. $F(x) = \delta(x)$.

Гамильтониан модели можно диаг. при помощи подст. Бете (1931)

$$|k_1, \dots, k_N\rangle = \int \prod_{i=1}^{N_1} dx_i e^{ik_i x_i} \int \prod_{j=1}^{N_2} dy_j e^{ik_{N_1+j} y_j} \times \\ \times \prod_{i,j} [1 + \lambda_{ij} \epsilon(x_i - y_j)] \prod_{i=1}^{N_1} q_1^+(x_i) \prod_{j=1}^{N_2} q_2^+(y_j) |0\rangle ,$$

$\epsilon(x)$ —функ. ступеньки $\epsilon(x) = -1$, при $x < 0$, $\epsilon(x) = 1$, при $x > 0$,
 k_i —импульс i -ой частицы, фазовый фактор $\lambda_{ij} = -g/2S_{ij}$,
 $S_{ij} = (k_i E_j - k_j E_i)/(k_i k_j - E_i E_j - \varepsilon^2)$, ε —беск. малый инфракр. рег.,
 E_i —энергия частицы, ($m=0$, $E_i = |k_i|$).

$$H|k_1, \dots, k_N\rangle = \sum_{i=1}^N E_i |k_1, \dots, k_N\rangle , \quad N = N_1 + N_2$$

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

Период. гран. усл. приводят к импульс. частиц

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{L} + \frac{2}{L} \sum_{j \neq i}^N \arctan(gS_{ij}/2),$$

где $n_i = 0, \pm 1, \dots, \pm N_0$, $N_0 = (N - 1)/2$. Для "симм." вак. сост. эти условия вып. для следующей посл. импульсов частиц

$$k_0 = 0, \quad (n_0 = 0),$$

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{L} + \frac{2N_0}{L} \arctan(g/2), \quad (n_i = 1, 2, \dots, N_0),$$

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{L} - \frac{2N_0}{L} \arctan(g/2), \quad (n_i = -1, -2, \dots, -N_0).$$

Для энергии вакуума получают

$$E_0^{sym} = -\Lambda \left[N_0 + 1 - \frac{2N_0}{\pi} \arctan(g/2) \right], \quad N_0 = \frac{L}{2\pi} \Lambda$$

V. Mastropietro and D. C. Mattis, "Luttinger model. The First 50 Years and Some New Directions", Ser. on Direct. in Cond. Mat. Phys.—V. 20, 2014

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

$$3 + 1 (D + 1) q_x = \int d\tilde{\mathbf{p}} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} / (2p_0)^{1/2} [a_{\mathbf{p},s} u_{\mathbf{p},s} + b_{-\mathbf{p},s}^+ v_{-\mathbf{p},s}],$$

$$\bar{q}_x = \int d\tilde{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} / (2p_0)^{1/2} [a_{\mathbf{p},s}^+ \bar{u}_{\mathbf{p},s} + b_{-\mathbf{p},s} \bar{v}_{-\mathbf{p},s}]$$

одновременное перест. соотношение $\{q_{i\alpha\mathbf{x}}, \bar{q}_{j\beta\mathbf{y}}\} = \gamma_{\alpha\beta}^0 \delta_{ij} \delta_{\mathbf{x},\mathbf{y}}$

$$V = g v, \quad v = \int dx dy F(\mathbf{x}-\mathbf{y}) j_\mu^a(\mathbf{x}) j_\mu^a(\mathbf{y}), \quad j_\mu^a(\mathbf{x}) = \bar{q}_x \Gamma q_x, \quad \Gamma = \gamma_\mu t^a$$

$$[H, Q] = 0, \quad Q = \int dx \bar{q}_x \gamma_0 q_x, \quad q_x |0\rangle = 0$$

$$|N\rangle = \bar{q}_{z_1} \bar{q}_{z_2} \dots \bar{q}_{z_N} \chi_{z_1 z_2 \dots z_N} |0\rangle$$

$$\mathcal{H}_0 |N\rangle = \sum_{\mathbf{k}} k_0 (a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + b_{-\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^+) |N\rangle, \quad k_0 = (\mathbf{k}^2 + m^2)^{1/2}$$

$$[v, \bar{q}_1 \bar{q}_2 \dots \bar{q}_N] \chi = 2N \bar{q}_1 \bar{q}_2 \dots \bar{q}_N \Gamma \gamma^0 j \chi +$$

$$+ N(N-1) \bar{q}_1 \dots \bar{q}_{N-1} \Gamma \gamma^0 \bar{q}_N \Gamma \gamma^0 \chi + N \bar{q}_1 \dots \bar{q}_N \Gamma \gamma^0 \Gamma \gamma^0 \chi$$

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

$$\lambda \otimes \lambda = \frac{4}{3} \Lambda_s - \frac{8}{3} \Lambda_a, \quad \Lambda_s + \Lambda_a = E_\Lambda$$

$$\gamma\gamma^0 = \left\| \begin{array}{cc} \sigma & 0 \\ 0 & -\sigma \end{array} \right\|, \quad \gamma\gamma^0 = \left\| \begin{array}{cc} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{array} \right\|,$$

$$\sigma \otimes \sigma = \Sigma_s - 3\Sigma_a, \quad \Sigma_s + \Sigma_a = E_\Sigma$$

$$\gamma_\mu \gamma^0 \otimes \gamma^\mu \gamma^0 = \Sigma_s + \Sigma_a - (\Sigma_s - 3\Sigma_a) = 4 \Sigma_a$$

$$\lambda \otimes \lambda \quad \gamma\gamma^0 \otimes \gamma\gamma^0 = \frac{16}{3} \Lambda_s \Sigma_a$$

$$[v, \bar{q}_1 \dots \bar{q}_N] \chi |0\rangle = \frac{4}{3} N \left[\Lambda_s \Sigma_a (N-3) - 2\Lambda_a \Sigma_s \right] |N\rangle, \quad (\Lambda_s \Sigma_a \approx \Lambda_a \Sigma_s)$$

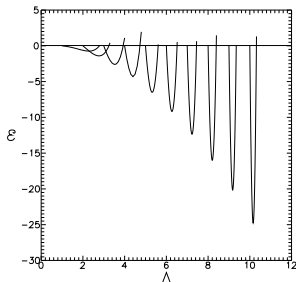
$$\mathcal{E}_0 = -2N_c \int_P^\Lambda \frac{k^2 dk}{(2\pi)^3} = -\frac{2N_c}{2\pi^2} \frac{1}{4} (\Lambda^4 - P^4),$$

$$N = \mathcal{N} L^3, \quad \mathcal{N} = 2N_c \int_P^\Lambda \frac{k^2 dk}{(2\pi)^3} = \frac{2N_c}{2\pi^2} \frac{1}{3} (\Lambda^3 - P^3),$$

$$\mathcal{E}_D = \mathcal{E}_0 + g \frac{4}{3} \mathcal{N} (N - 1) - g \frac{16}{3} \mathcal{N}$$

параметром взаимодействия служит $a = g L^3$ ($a = g L^D$)

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость



Пл. энер. моря Дирака как функ. обр. пар. Λ , при $a = 1.025$ для ряда зн. гран. имп. $P = 1, \dots, 10$.

$$\Lambda_1 = P, \quad \Lambda_2 = P + \Delta_\Lambda,$$

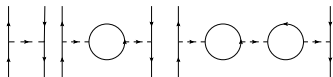
$$\Delta_\Lambda \approx \frac{(D+1)P}{D[aDP^{D-1} - (D+1)/2]} \approx \frac{D+1}{aD^2} P^{2-D},$$

$$\mathcal{E}_D(\Lambda') = -\frac{(D+1)^2 P^{D+1}}{4D \left[aDP^{D-1} - \frac{D+1}{2} \right]} \approx -\frac{(D+1)^2}{4aD^2} P^2, \quad \Lambda' \approx (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2$$

Точная (Тирринга, Латтинжера) интегрируемость

- $3 + 1 \quad \Lambda_c \approx 2/(9\pi g L) \quad , \quad g \sim 300 \text{ МэВ}$
- L определяется через Λ_{QCD}
- Λ_c не может быть большим числом
- Состояния, доставляющее относительный минимум дираковского моря, сильно вырождены.
- Спаривание частиц как механизм снятия вырождения. Выделены пары с нулевым полным импульсом.
- БКШ сост. Доминирующий вклад $w_0 = - \int d\tilde{\mathbf{p}} p_0$, кот. в случае $D + 1$ пропорц. $-\Lambda^{D+1}$. Для БКШ сост. определено можно получить заметно меньш. энер. $\sim -\Lambda^{D+1}$, ($D > 1$), чем вклад дирак. моря $\sim -\Lambda^2$. Корр. вклад, который приходит от членов, содерж. $\sin(\theta - \theta_m)$, существенно подавлен, по сравн. с вкладом Λ^6 , ($D = 3$), дирак. моря (Λ^{2D} в случае $D + 1$), и для них неактуальна проблема сужения распределения энергии.
- константа связи

Константа взаимодействия



Первые члены ряда теории возмущений для наблюдаемой константы связи.

$$\tilde{\Pi}^{\pi,\sigma} = 4N_c \int \frac{d\tilde{\mathbf{k}}}{E} \frac{-2E^2 + M^2 \mp M^2}{\varepsilon^2/4 - E^2}$$

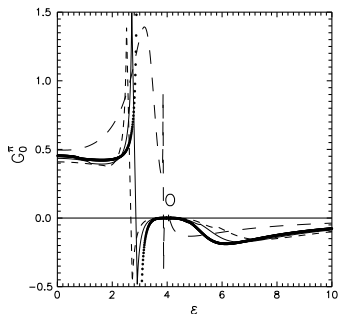
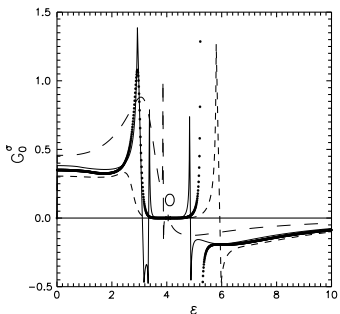
где ε —передаваемая энергия, $E = [\mathbf{k}^2 + M^2(\mathbf{k})]^{1/2}$ —энергия квазичастицы в петле. V —объем.

$$G_o = G + VG\tilde{\Pi} + (VG\tilde{\Pi})^2 + \dots$$

$$\Pi = \tilde{\Pi} - \Pi_0$$

$$G_o^{\pi,\sigma} = \frac{G}{1 - VG^3\Pi^{\pi,\sigma}}$$

Константа взаимодействия

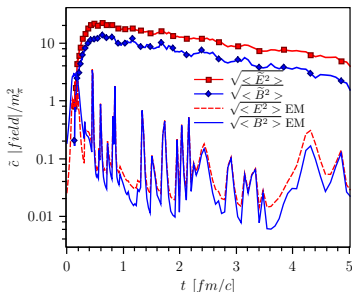


Наблюдаемая константа связи G_0^σ как функция передаваемой энергии ϵ (в безразмерных переменных). Штриховая кривая получена для $m = 0.9$. Точками показан случай $m = 0.6$. Сплошная линия отвечает случаю $m = 0.4$. Всюду параметр $V = 1$. Точка O показывает место, где $G_0^{\pi,\sigma} = 0$. Штриховая кривая с большим шагом отвечает $m = 0.01$.

Наблюдаемая константа связи G_0^π как функция передаваемой энергии ϵ . Обозн. аналогичны случаю скалярного мезона.

Поля Янга–Миллса релятивистских зарядов

- Релятивистские заряды (Поля Вайцзеккера–Вильямса, экранирование полей ЯМ в вакууме)



Врем. эвол. аб. и неаб. поля $\langle |\tilde{E}| \rangle$, $\langle |\tilde{B}| \rangle$ в центре области для Au+Au (200 ГэВ) столк. с **приц. параметром** $b = 6$ Фм. Для сравн. предст также соотв. комп. электромаг. поля. Усред. проведено по 70 событиям

$$\langle S \rangle = \int d^4x \frac{\tilde{\mathbf{E}}^2 + \tilde{\mathbf{H}}^2}{2} = N \beta, \quad \tilde{\mathbf{E}}^2 = \frac{N \beta}{L^4} = n \beta, \quad \beta = 8\pi^2/g^2 = 10-20$$

$$n = \bar{R}^{-4}, \quad \bar{R} \sim 3\bar{\rho}, \quad \bar{\rho} = 1 \text{ ГэВ}^{-1}, \quad |\tilde{\mathbf{E}}| \sim 25 m_\pi^2, \quad \mathcal{E} \sim 12 \text{ ГэВ/фм}^3$$