



Лукашов Михаил Сергеевич

НЕПЕРТУРБАТИВНАЯ КВАРК-ГЛЮОННАЯ
ТЕРМОДИНАМИКА ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

по материалам кандидатской диссертации по спец-ти 1.3.3. – Теоретическая физика

Научный руководитель: д.ф.-м.н., в.н.с. ФИАН Кербиков Борис Олегович

Семинар: «Теория адронной материи при экстремальных условиях»

29 января 2025 г., ЛТФ ОИЯИ, гор. Дубна

Цели и задачи 1/2

Основной целью являлось получение новых результатов в исследовании непертурбативных свойств квантовой хромодинамики методом полевых корреляторов по следующим направлениям:

- Определение основных динамических принципов фазового перехода в глюодинамике и применение их для конкретных расчетов в $SU(3)$ теории с помощью метода вакуумных полевых корреляторов.
- Определение основных динамических принципов фазового перехода в квантовой хромодинамике с произвольным числом флейворов. Описание возникающего в квантовой хромодинамике при температурах выше температуры кроссовера непертурбативного цветомагнитного взаимодействия (цветомагнитного конфайнмента).

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ 2/2

- Расчет вкладов кварков и глюонов в термодинамические потенциалы в области $150 \text{ МэВ} < T < 1 \text{ ГэВ}$ и исследование роли цветомагнитного конфайнмента, а также описание влияния цветоэлектрического взаимодействия на термодинамику в этой области температур.
- Теоретическое исследование механизмов конфайнмента и возникающих в квантовой хромодинамике и глюодинамике потенциалов на примере трубки конфайнмента (т.н. «флакс-тьюба» от англ. flux tube).

ВСТУПИТЕЛЬНЫЕ СЛОВА

- Конфайнмент – явление, при котором в физическом спектре отсутствуют частицы (поля), входящие в фундаментальный лагранжиан. В КХД все цветные объекты не могут существовать как отдельные асимптотические состояния (исключение: экранировка в плазме или вакууме КХД выше температуры деконфайнмента).
- В фазе деконфайнмента q и g могут эволюционировать по евклидову (или минковскому) времени по отдельности, не соединенные струнами, их считают свободными. Тогда свободная энергия при больших температурах T пропорциональна T^4 , как газа фотонов. Назовем эту фазу «кварк-глюонной плазмой» (КГП). Она далека по свойствам от идеального газа q и g – в ней возникает «магнитный конфайнмент».

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Вопрос: есть ли какие-то более тонкие, чем кварковые или глюонные конденсаты [SVZ], структуры непертурбативного вакуума КХД?

Рассмотрим особый вид нелокальных объектов [Wegner-1971; Wilson-1974].

Для начала, определим инфинитезимальный параллельный переносчик калибровочного поля из точки x в точку $x + \delta x$:

$$\Phi(x, x + \delta x) = 1 + igA_\mu(x)\delta x^\mu + \mathcal{O}(\delta x^2) \quad (1)$$

ОПЕРАТОР ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

Предел произведения факторов (1) вдоль кривой C_{xy} определяет оператор параллельного переноса (его также называют *транспортером* или *швингеровской линией*) на конечное расстояние из точки x в точку y :

$$\Phi(x, y) = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n \Phi(x_{i-1}, x_i), \quad (2)$$

где $x_i \in C_{xy}$, $x_0 = x$, $x_n = y$. Выражение (2) можно переписать следующим образом:

$$\Phi(x, y) = \text{P exp} \left[ig \int_y^x A_\mu(z) dz^\mu \right], \quad (3)$$

где g – константа связи, векторное калибровочное поле $A_\mu(z) = A_\mu^a(z)t^a$ ($a = 1 \dots N_c^2 - 1$) является элементом алгебры Ли группы $SU(N_c)$ (в КХД группа $SU(3)$), t^a генератор в соответствующем представлении ($\text{Tr } t^a t^b = \frac{1}{2} \delta^{ab}$). При калибровочных преобразованиях вектор-потенциал изменяется как $A_\mu \Rightarrow A_\mu^U = U^{-1} A_\mu U + \frac{i}{g} U^{-1} \partial_\mu U$, где $U \in SU(3)$.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Напряженность поля $G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$ ($G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$, $[t^a, t^b] = if_{abc}t^c$ с вещественными полностью антисимметричными f_{abc}) преобразуется однородно $G_{\mu\nu} \Rightarrow U^{-1}G_{\mu\nu}U$.

Упорядочение (оператор P) экспоненты вдоль траектории:

$$\Phi(x, y) = 1 + ig \int_y^x dz^\mu A_\mu(z) + i^2 g^2 \int_y^x dz^\mu \int_z^x d\alpha^\beta A_\beta(\alpha) A_\mu(z) + \dots \quad (4)$$

При калибровочном преобразовании осуществляется перенос калибровочного преобразования вдоль выбранного пути из точки x в y :

$$\Phi(x, y) \rightarrow \Phi^U(x, y) = U^\dagger(x)\Phi(x, y)U(y).$$

Его след по замкнутому контуру C не зависит от выбора x на этом контуре – это калибровочный инвариант:

$$W(C) = \text{Tr} \{ \Phi(x, x) \}. \quad (5)$$

ЗАКОН ПЛОЩАДИ

Этот объект – среднее от петли Вильсона. В евклидовой неабелевой теории (напомним, что мы пока рассматриваем чистую глюодинамику $SU(N_c)$):

$$\langle W(C) \rangle = \left\langle \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \text{P exp} \left[ig \oint_C A_\mu^a(z) t^a dz^\mu \right] \right\} \right\rangle. \quad (6)$$

Угловые скобки являются стандартным вакуумным средним:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int d\mu(A) e^{-S(A)} \mathcal{O}(A),$$

где $S(A) = 1/(2g^2) \int d^4x \text{Tr} (G_{\mu\nu})^2$ – стандартное действие Янга–Миллса, множитель $1/2$ вместо $1/4$, т.к. $\text{Tr} t^a t^b = 1/2 \delta^{ab}$, выбор \mathcal{Z} определяет нормировку $\langle 1 \rangle = 1$, $\text{Tr} \mathbf{1} = 1$, где $\mathbf{1}$ – единичная матрица размером $N_c \times N_c$. Из этой формулы следует закон площади [Wilson-1974] (в общем виде): $\langle W(C) \rangle \propto \exp \{-\sigma S_C - \gamma P_C\}$, где S_C – «площадь» минимальной поверхности. Параметр σ – струнное натяжение, в фазе конфайнмента он отличен от нуля.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Для достаточно больших (по сравнению с масштабом КХД) контуров член, пропорциональный площади, преобладает, поэтому он определяет всю непертурбативную асимптотику петли Вильсона: $\langle W(C) \rangle \cong \exp[-\sigma S_C]$.

В (6) петля Вильсона задает внешний ток J , который соответствует точечной частице, заряженной по выбранному представлению и описывающей в пространстве замкнутую кривую C .

В (6) генераторы t^a соответствуют представлению калибровочной цветовой группы (кварки – фундаментальное представление, глюоны – присоединенное).

Определим напряженность глюонного поля [УФН-1996; PhysRept-2002; УФН-2004]:

$$G_{\mu\nu}(x, x_0) = \Phi(x_0, x) G_{\mu\nu}(x) \Phi(x, x_0), \quad \Phi^\dagger(x, y) = \Phi(y, x). \quad (7)$$

В абелевом случае (поля коммутируют) фазовые факторы $\Phi(x_0, x)$ и $\Phi(x, x_0)$ сокращаются и получается обычная теорема Стокса $G_{\mu\nu}(x, x_0) \equiv G_{\mu\nu}(x)$.

ВВЕДЕНИЕ КОРРЕЛЯТОРОВ

Из выражения (7) явно следует, что след от произведения тензоров $G_{\mu\nu}(x, x_0)$ ($\text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) \cdot \dots \cdot G_{\alpha\beta}(z, x_0)\}$) калибровочно-инвариантен. Из усреднения по вакууму этого выражения можно построить полилинейные корреляторы (тоже калибровочно-инвариантные – из (7)):

$$\mathcal{D}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(x, y; x_0) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) G_{\rho\sigma}(y, x_0)\} \rangle, \quad (8)$$

$$\mathcal{D}_{\mu\nu\rho\sigma\alpha\beta}^{(3)}(x, y, z; x_0) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) G_{\rho\sigma}(y, x_0) G_{\alpha\beta}(z, x_0)\} \rangle, \quad (9)$$

и, аналогично, для средних более высоких порядков:

$$\mathcal{D}_{\mu\nu, \dots, \alpha\beta}(x, \dots, z; x_0) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) \cdot \dots \cdot G_{\alpha\beta}(z, x_0)\} \rangle. \quad (10)$$

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Для достижения лоренц-инвариантности воспользуемся неабелевой теоремой Стокса и выразим [Dosch-1988; Shevchenko-PLB-1998] петлю Вильсона через калибровочно-инвариантные корреляторы полей

$$\text{Tr} \left\{ \mathcal{P} \exp \left[ig \oint_C A_\mu^a(z) t^a dz^\mu \right] \right\} = \text{Tr} \left\{ \mathcal{P} \exp \left[ig \int_S G_{\mu\nu}(x, x_0) d\sigma_{\mu\nu}(x) \right] \right\} \quad (11)$$

Интегрирование в (11) осуществляется по поверхности S , натянутой на контур C , где x_0 – произвольная точка на S , от выбора которой $\langle W(C) \rangle$ не зависит.

КЛАСТЕРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ПО КУМУЛЯНТАМ 1/2

Упорядочение \mathcal{P} индуцируется упорядочением интегрирования вдоль контура C в левой части. Для среднего от петли Вильсона получаем итоговое выражение:

$$\langle W(C) \rangle = \left\langle \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \mathcal{P} \exp \left[ig \int_S G_{\mu\nu}(x, x_0) d\sigma_{\mu\nu}(x) \right] \right\} \right\rangle, \quad (12)$$

Оно играет центральную роль в используемом формализме.

Теперь разложим $\langle W(C) \rangle$ по кумулянтам. Представим характеристическую функцию в виде производящей функции моментов :

$$\langle e^{ikx} \rangle = \sum_n \frac{(ik)^n}{n!} \langle x_1 \dots x_n \rangle.$$

Полуинварианты (или кумулянты) – это коэффициенты в разложении логарифма характеристической функции случайной величины в ряд Маклорена:

$$\ln \langle e^{ikx} \rangle = \sum_n \frac{(ik)^n}{n!} \langle\langle x_1 \dots x_n \rangle\rangle.$$

КЛАСТЕРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ПО КУМУЛЯНТАМ 2/2

Это представление через связанные корреляторы полей, или по *кумулянтам* [VanKampen-1974; Симонов-ЯФ-1988; Симонов-ЯФ-1989], иначе называется *кластерным разложением* $\langle W(C) \rangle$. Получаем новое выражение для петли Вильсона, используя формализм МВПК [Dosch-1987; Dosch-1988; Simonov-1988; Симонов-ЯФ-1991]:

$$\langle W(C) \rangle = \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ig)^n}{n!} \int_S d\sigma_1 \dots d\sigma_n \langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle \right] \right\}, \quad (13)$$

где мы опустили нижние индексы в $d\sigma_{\mu\nu}$ и $G_{\mu\nu}$ и ввели вспомогательные обозначения $G_i \equiv G_{\mu_i\nu_i}(x_i, x_0)$. Заметим также, что неприводимые средние $\langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle$ в цветонейтральном вакууме пропорциональны единичной цветовой матрице, и поэтому оператор порядка \mathcal{P} больше не требуется.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Как мы уже сказали ранее, уравнение (13) выражает петлю Вильсона через связанные корреляторы полей (кумулянты), которые могут быть выражены следующим образом:

$$\langle\langle G_1 \rangle\rangle = \langle G_1 \rangle, \quad \langle G_k \rangle \equiv 0 \quad (\text{в силу Лоренц-инвариантности}),$$
$$\langle\langle G_1 G_2 \rangle\rangle = \langle G_1 G_2 \rangle - \langle G_1 \rangle \langle G_2 \rangle, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle G_1 G_2 G_3 \rangle\rangle &= \langle G_1 G_2 G_3 \rangle - \langle\langle G_1 G_2 \rangle\rangle \langle G_3 \rangle - \\ &- \langle\langle G_1 G_3 \rangle\rangle \langle G_2 \rangle - \langle\langle G_2 G_3 \rangle\rangle \langle G_1 \rangle - \langle G_1 \rangle \langle G_2 \rangle \langle G_3 \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Важно отметить цветовую нейтральность и Лоренц-инвариантность вакуума Янга-Миллса:

- (1) все рассматриваемые средние пропорциональны единичной матрице (можно опустить операцию взятия следа),
- (2) низшее среднее зануляется $\langle G_{\mu\nu}(x, x_0) \rangle = 0$ (второй член в правой части (14) занулится).

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Согласно (7) и (14) простейший ненулевой кумулянт является парным коррелятором и имеет вид ($x_1 = x$, $x_2 = y$)

$$\begin{aligned}\langle G_1 G_2 \rangle &= \langle G_{\mu\nu}(x_1, x_0) G_{\rho\sigma}(x_2, x_0) \rangle = \\ &= \langle \Phi(x_0, x_1) G_{\mu\nu}(x_1) \Phi^\dagger(x_0, x_1) \Phi(x_0, x_2) G_{\rho\sigma}(x_2) \Phi^\dagger(x_0, x_2) \rangle.\end{aligned}\quad (16)$$

Такой кумулянт называют *гауссовым* или *билокальным* $D_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(x, y; x_0)$ в (8). Его доминантная роль обусловлена малостью корреляционной длины T_g глюонного поля (она тесно связана с массой самого легкого глюампа) [Simonov-1988, Simonov-Dosch-ZPC-1989]. В дальнейшем именно этот объект будет нам интересен наибольшим образом.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Тогда, качественно, пропорциональный площади поверхности S вклад может иметь следующую структуру

$$\int_S d\sigma_1 \dots d\sigma_n \langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle \propto G^n T_g^{2(n-1)} \cdot S. \quad (17)$$

Тогда из (17) можно оценить ряд (13):

$$\langle W(C) \rangle \approx \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ig)^n}{n!} G^n T_g^{2(n-1)} \cdot S \right] \right\}, \quad (18)$$

где S – площадь поверхности внутри контура C .

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Зависимостью от x_0 можно пренебречь

$$\langle\langle G(x_1, x_0) G(x_2, x_0) \dots G(x_n, x_0) \rangle\rangle. \quad (19)$$

Физической причиной исключения точки x_0 является то, что раздвижка $G_{\mu\nu}(x_1)$ и $G_{\rho\sigma}(x_2)$ за счет удлинения расстояний (x_1, x_0) и (x_2, x_0) приводит к убыванию коррелятора. То есть, если x_1 и x_2 достаточно близкие:

$$|x_1 - x_2| \ll |x_1 - x_0|, |x_2 - x_0|.$$

Тогда, если взять расстояния такими, что

$$|x_i - x_j| \propto T_g \ll |x_i - x_0|, |x_j - z_0|,$$

можно опустить зависимость от x_0 с точностью до n -членов $\mathcal{O}(GT_g^2)$.

БИЛОКАЛЬНЫЙ КУМУЛЯНТ

Вернемся к ряду (18) – он идет по степеням безразмерного параметра (GT_g^2) , и когда этот параметр мал $GT_g^2 \ll 1$, мы получаем предел *гауссова стохастического ансамбля*, где доминирует самый низший кумулянт.

Тогда в приложении $T_g \rightarrow 0$ (при фиксированном $\langle G_{\mu\nu}^2 \rangle$) перепишем билокальный кумулянт (16) в эквивалентной форме:

$$\mathcal{D}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)} \equiv \langle G_1 G_2 \rangle = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr} \left\{ \Phi(x_1, x_2) G_{\mu\nu}(x_1) \Phi^\dagger(x_1, x_2) G_{\rho\sigma}(x_2) \right\} \right\rangle. \quad (20)$$

Будем работать в калибровке Швингера в координатном пространстве $x_\mu A_\mu = 0$. Далее перейдем в Евклидово пространство с $O(4)$ симметрией.

Модификация [PhysRept-2002]: каждой паре точек x_1 и x_2 контур в (8) заменяется на прямолинейный $(x_1 - x_2)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)} \equiv \langle G_1 G_2 \rangle &= (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) D(x_1 - x_2) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} (x_\rho \delta_{\nu\sigma} - x_\sigma \delta_{\nu\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_\nu} (x_\sigma \delta_{\mu\rho} - x_\rho \delta_{\mu\sigma}) \right] D_1(x_1 - x_2). \end{aligned} \quad (21)$$

ВЫДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ ЦЭ И ЦМ ПОЛЕЙ

В корреляторе (21) можно разделить вклады ЦЭ и ЦМ полей. Первый из них обеспечивает конфайнмент, а второй осуществляет конфайнмент на пространственных поверхностях. Перепишем ($u = x_1 - x_2$, $\Phi = \Phi(x_1, x_2)$)

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{N_c} \left\langle \text{Tr} \left\{ E_i(x_1) \Phi E_j(x_2) \Phi^\dagger \right\} \right\rangle = \\ & = \delta_{ij} \left(D^E(u) + D_1^E(u) + [u_4]^2 \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2} \right) + u_i u_j \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2}, \quad \text{и} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{N_c} \left\langle \text{Tr} \left\{ B_i(x_1) \Phi B_j(x_2) \Phi^\dagger \right\} \right\rangle = \\ & = \delta_{ij} \left(D^B(u) + D_1^B(u) + [\vec{u}]^2 \frac{\partial D_1^B}{\partial u^2} \right) - u_i u_j \frac{\partial D_1^B}{\partial u^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

$D(x_1 - x_2) = D(u)$, $D_1(x_1 - x_2) = D_1(u)$ – специальные скалярные функции: функция D отвечает за скалярное взаимодействие, а функция D_1 – за векторное. Вклады ЦЭ- и ЦМ- полей явно разделяются в силу $\langle\langle EB \rangle\rangle \approx 0$.

НАТЯЖЕНИЕ СТРУНЫ ЧЕРЕЗ $D(z)$

Благодаря $O(4)$ инвариантности $\langle EE \rangle = \langle BB \rangle$ при $T < T_C$. Заметим, что непертурбативная динамика заключена в корреляторах D_1^E , D_1^B и D^E , D^B .

Вернемся к закону площадей для петли Вильсона [Wilson-1974; Dosch-1988]

$$\langle W(C) \rangle \sim e^{-V(r)T} \sim e^{-\sigma r T} \sim e^{-\sigma S_{\min}}. \quad (24)$$

С другой стороны, подставляя (21) в (13), мы получаем закон площади в петле Вильсона с натяжением струны, выраженной через $D(z)$

$$\begin{aligned} \langle W(C) \rangle &= \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\frac{ig^2}{2} \iint \langle\langle G_1 G_2 \rangle\rangle d\sigma_1 d\sigma_2 \right] \right\} \sim \\ &\sim \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\frac{ig^2}{2} \langle G^2(0) \rangle T_g^2 \cdot S \right] \right\} \sim e^{-\sigma S_{\min}}. \end{aligned} \quad (25)$$

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Здесь величина $\langle G^2(0) \rangle$ представляет собой глюонный конденсат, а $\sigma = 0.18 \text{ ГэВ}^2$ – натяжение струны КХД:

$$\begin{aligned}\sigma^E &= \frac{1}{2} \int D^E(z) (d^2 z)_{i4} (1 + \mathcal{O}(GT_g^2)), \\ \sigma^B &= \frac{1}{2} \int D^B(z) (d^2 z)_{ik} (1 + \mathcal{O}(GT_g^2)),\end{aligned}\quad (26)$$

где $\mathcal{O}(GT_g^2)$ – вклад высших кумулянтов, S_{min} – минимальная площадь внутри контура C .

При $T > 0$ у $\sigma_E(T)$ и $\sigma_B(T) = \sigma_s(T)$ разные поведения: $\sigma_E(T)$ резко уменьшается при приближении к области перехода и совсем исчезает при T выше некоторой температуры, в то время как $\sigma_s(T)$, напротив, растет почти квадратичным образом при больших T , – наблюдаются существенные различия в поведении ЦМ и ЦЭ конденсатов.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

С помощью корреляторов D^E и D_1^E можно явно выразить потенциалы скалярного ограничивающего взаимодействия $V_D(r)$ и векторного взаимодействия $V_{D1}(r)$ ($c_{\text{fund}} = 1$, $c_{\text{adj}} = 9/4$)

$$V_D(r) = 2c_a \int_0^r (r - \lambda) d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu) = V_D^{\text{lin}}(r) + V_D^{\text{sat}}(r), \quad (27)$$

$$V_{D1}(r) = c_a \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu) = V_{D1}^{\text{sat}}(r) + V_{\text{OGE}}(r). \quad (28)$$

Общая структура взаимодействия $q\bar{q}$ или gg в области $T < T_c$ тогда:

$$V(r, T < T_c) = \left(V_D^{\text{lin}}(r) + V_D^{\text{sat}}(r) \right) + \left(V_{D1}^{\text{sat}}(r) + V_{\text{OGE}}(r) \right). \quad (29)$$

Обе части, $V_D^{\text{sat}} + V_{D1}^{\text{sat}}$, насыщаясь при больших r , компенсируют друг друга при малых T – и сохраняется только часть для линейного взаимодействия и *one gluon exchange* взаимодействия (отвечающее за пертурбативный глюонный обмен).

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Однако при $T \geq T_c$, когда D^E исчезает, получаются два члена, V_1^{sat} и V_{OGE} , которые вместе с σ определяют всю динамику.

Непертурбативная термодинамика, основанная на вакуумных полевых корреляторах, рассматривает низкотемпературную фазу $SU(3)$, как и КХД, в целом, как фазу конфайнмента, где тепловыми степенями свободы являются белые адроны, а именно глюболы в случае $SU(3)$, когда все полевые корреляторы (D^E, D_1^E, D^H, D_1^H) ненулевые и следовательно, присутствуют как ЦЭ-конфайнмент, так и ЦМ-(т.н. пространственный) конфайнмент.

Поскольку D_1^E ненулевой при температуре выше T_c , то можно связать с ним, с D^H и с D_1^H фазу деконфайнмента (фазу II), тогда как фаза конфайнмента (фаза I) содержит все четыре коррелятора D^E, D_1^E, D^H, D_1^H , так что фазовый переход можно найти из пересечения двух кривых $P_I(T)$ и $P_{II}(T)$.

$P(T)/T^4$ в области T_c

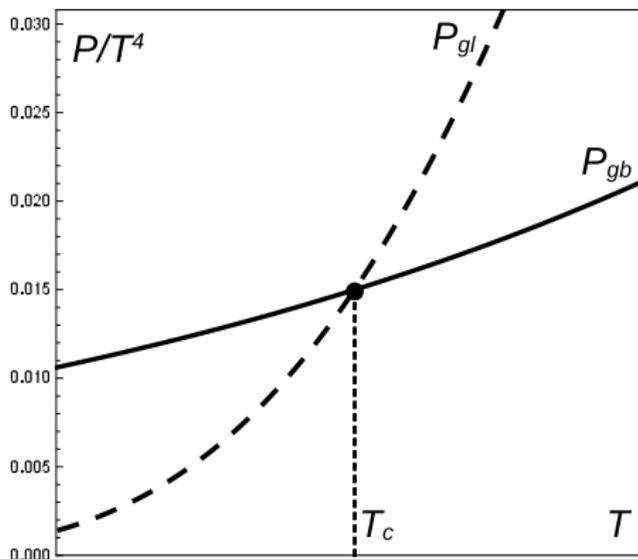


Рис. 1: Давление $P(T)$ в зависимости от температуры T для фазы конфайнмента (фаза глобулов) – сплошная линия, и для фазы деконфайнмента – пунктирная линия. Точка пересечения находится при критической температуре T_c .

ФАЗА КОНФАЙНМЕНТА

В фазе I особую роль играет коррелятор $D^E(\sigma^E)$, который обеспечивают не только конфайнмент в обычном смысле, но и отвечает за нарушение киральной симметрии.

Ненулевая непертурбативная часть D_1^E почти полностью компенсируется D^E для $T < T_c$, а пертурбативная часть дает свой вклад в глюонный обмен. ЦМ-корреляторы D^H , D_1^H обеспечивают наибольший вклад в силы, зависящие от спина, и в ЦМ-конфайнмент.

ФАЗА ДЕКОНФАЙНМЕНТА

С ростом T для $T < T_c$ ничего особенного не происходит, за исключением того, что в разбиении участвует все больше возбужденных состояний (глюболов в $SU(3)$), что обеспечивает устойчивый, но медленный рост давления $P_{\text{conf}} \equiv P_I(T)$ с ростом T . Это соответствует вакууму, в котором все корреляторы ненулевые.

Фаза деконфайнмента (фаза II) соответствует нулевым значениям D^E и σ^E , а также ненулевым значениям D_1^E, D^H, D_1^H . В этом случае физическими степенями свободы являются глюоны, взаимодействующие через эти корреляторы. При $T = T_c$ быстро растущее P_{dec} успевает за P_{conf} , и происходит фазовый переход, как было показано на Рис. выше.

ЗАМЕЧАНИЕ ПО HRG

Стандартный подход на основе газа адронных резонансов (Hadron Resonance Gas) не может обеспечить рост давления глюболов P_{conf} вблизи T_c , и для этого используется механизм Хагедорна вместе с HRG для соответствия решеточным данным.

В работах [1; 2] мы показываем, что вместо коэффициентов Хагедорна можно использовать эффект затухания натяжения струны с ростом температуры вблизи T_c , наблюдаемого на решетке, который сильно увеличивает P_{conf} при $T \lesssim T_c$ и приводит его значение в согласие с решеточными данными [Borsanyi-JHEP-2012].

ЗАМЕЧАНИЕ ПРО ПЕТЛЮ ПОЛЯКОВА

Отметим важную роль V_{D1}^{sat} , который компенсируется V_D^{sat} при $T < T_c$, но создает собственное парное взаимодействие $V_{D1}(r, T)$ при $T > T_c$, с ненулевым значением при $V_{D1}(r \rightarrow \infty, T) = V_{D1}(\infty, T)$. Этот член образует петлю Полякова глюона $L_{\text{adj}}(T) = \exp\left[-\frac{9}{4} \frac{V_{D1}(\infty, T)}{2T}\right]$, и член, отвечающий присоединенному представлению, $L_{\text{adj}} = (L_{\text{fund}})^{9/4}$ увеличивается с ростом T и стремится к постоянному значению для $T \lesssim 2T_c$.

$L_{\text{adj}}(T) \equiv L_{\text{adj}}$ остается ненулевым в фазе конфайнмента при $T < T_c$, где петля Полякова выражается через массу глюампа $m_{glp} \approx 1$ ГэВ, $L_{\text{adj}}^<(T) \cong \exp\left[-\frac{m_{glp}}{T}\right]$, и таким образом $L_{\text{adj}}(T < T_c)$ значительно меньше, чем $L_{\text{adj}}(T > T_c)$. Однако величина $L_{\text{adj}}^<(T)$ не входит в термодинамический потенциал фазы конфайнмента.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Целью нашего анализа в [1; 2] является исследование термодинамики $SU(3)$ в низшем непертурбативном приближении (в, т.н., однопетлевом подходе – Single-Loop Approach), но с учетом непертурбативных корреляторов D_1^E и D^H для $T > T_c$, которые определяют петли Полякова и σ_s , соответственно.

Мы вычисляем из σ_s эффективную массу глюона, находим $P(T)$, $I(T) = \varepsilon - 3P$ и другие характеристики – сравниваем наши результаты с измерениями на решетке в [Borsanyi-JHEP-2012].

ВВЕДЕНИЕ В ТЕРМОДИНАМИКУ 1/3

Мы используем теорию возмущений на тепловом фоне для глюонов в фазе деконфайнмента (II), где вакуумные фоновые поля обозначаются через B_μ , а пертурбативная часть через a_μ . С наименьшим порядком по $g a_\mu$ запишем следующее выражение для свободной энергии, зависящей от B :

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} F_0^{gl}(B) &= \frac{1}{2} \ln \det G^{-1} - \ln \det(-D^2(B)) = \\ &= Sp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^\infty \xi(s) \frac{ds}{s} e^{-sG^{-1}} + \int_0^\infty \xi(s) \frac{ds}{s} e^{sD^2(B)} \right\}, \end{aligned} \quad (30)$$

где вакуумное среднее свободной энергии выражается через

$$-\frac{\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B}{T} = \ln \left\langle \exp \left(-\frac{\langle F_0^{gl}(B) \rangle}{T} \right) \right\rangle_B. \quad (31)$$

ВВЕДЕНИЕ В ТЕРМОДИНАМИКУ 2/3

Далее снова воспользуемся кластерным экспоненциальным разложением

$$\begin{aligned}\langle \exp f \rangle_B &= \exp \left(\sum_{n=1}^{\infty} \langle \langle f^n \rangle \rangle \frac{1}{n!} \right) = \\ &= \exp \left(\langle f \rangle_B + \frac{1}{2} [\langle f^2 \rangle_B - \langle f \rangle_B^2] + \mathcal{O}(f^3) \right),\end{aligned}\quad (32)$$

мы получаем однопетлевое выражение наименьшего порядка для $\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B$:

$$\begin{aligned}\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B &= -T \int \frac{ds}{s} \xi(s) d^4x (Dz)_{xx}^w e^{-K} \times \\ &\times \left[\frac{1}{2} \text{Tr} \langle \tilde{\Phi}_F(x, x) \rangle_B - \langle \text{Tr} \tilde{\Phi}(x, x) \rangle_B \right].\end{aligned}\quad (33)$$

ВВЕДЕНИЕ В ТЕРМОДИНАМИКУ 3/3

$\tilde{\Phi}(x, x)$ – параллельный транспортер в присоединенном представлении

$$\tilde{\Phi}(x, y) = P \exp \left(ig \int_y^x \tilde{B}_\mu dz_\mu \right), \quad (34)$$

а $\tilde{\Phi}_F$ содержит дополнительный глюонный спиновый множитель

$$P_F \exp \left(2ig \int_0^s \tilde{F} d\tau \right)$$

, который мы можем заменить единицей в наименьшем приближении, P и P_F являются операторами порядка для полей \tilde{B}_μ и $\tilde{F}_{\mu\nu}$. В результате глюонное давление $P_{gl}V_3 = -\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B$ можно записать в виде

$$P_{gl} = (N_c^2 - 1) \int_0^\infty \frac{ds}{s} \sum_{n=0, \pm 1, \pm 2, \dots} G^{(n)}(s). \quad (35)$$

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Запишем результирующее непертурбативное и пертурбативное взаимодействия между цветовыми объектами в представлении $a = \text{adj}$ или fund в виде:

$$\begin{aligned} V_a(r) &= c_a \left(2 \int_0^r (r - \lambda) d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu) + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu) \right) = \\ &= c_a (V_{\text{conf}}(r) + V_{D1}(r)), \quad c_3 = 1, \quad c_8 = \frac{9}{4}, \quad \text{etc.} \end{aligned} \quad (36)$$

В фазе ($V_{\text{conf}} = 0$) деконфайнмента $V_{D1}(r)$ обладает важным свойством – $V_{D1}(\infty) = \text{const}$, из которого следует, что каждый деконфинированный глюон (или кварк) забирает с собой часть энергии $\frac{c_a}{2} V_{D1}(\infty)$.

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Этот член появляется в глюонном давлении P_{gl} , см. (35), в выражении для экспоненты, $\exp\left[-\frac{c_a}{2} \frac{V_1(\infty)}{T}\right]$.

Запишем $G^{(n)}(s)$ как континуальный интеграл по C_n , где вся зависимость от калибровочных полей будет входить следующим образом:

$$G^{(n)}(s) \sim \left\langle \exp \left[ig \int_{C_n} A_\mu dz^\mu \right] \right\rangle = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{S_n} d\sigma_{\mu\nu}(u) \times \right. \\ \left. \times \int_{S_n} d\sigma_{\lambda\sigma}(u) \langle F_{\mu\nu} \Phi F_{\lambda\sigma} \Phi \rangle + \mathcal{O}(F^4) \right]. \quad (37)$$

В итоге, получаем интеграл

$$J(T, r) = \exp \left[-\frac{c_a}{2} \int_0^{\beta=1/T} dt_E V_{D1}(r, T) \right] = \exp \left[-\frac{c_a}{2} \frac{V_{D1}(r, T)}{T} \right]. \quad (38)$$

ОБЗОР ФОРМАЛИЗМА

Из $V_{D1}(r, T)$ выделяем предел больших расстояний $V_{D1}(\infty, T)$, – в результате, в ведущем приближении функция $J(T, r)$ в (38) переходит в $J(T, \infty)$. Напомним определения для петли Полякова и для функций $G^{(n)}(s)$ (для $S^{(n)}(s)$ всё аналогично)

$$L_a(T) = \exp \left[-\frac{c_a}{2} \frac{V_{D1}(\infty, T)}{T} \right], \quad (39)$$

$$G^{(n)}(s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi s}} e^{-\frac{n^2}{4sT^2}} G_3(s) L_8^n(T), \quad (40)$$

и $G_3(s)$ – 3d интеграл по траекториям по 3d части петли C_n

$$G_3(s) = \int (D^3 z)_{xx} e^{-K_{3d} \langle \text{Tr} W_3^{\text{adj}} \rangle} \left(S_3(s) = \int (Dz)_{xx} e^{-K_{3d} \langle \text{Tr} W_3^{\text{fund}} \rangle} \right). \quad (41)$$

Здесь 3d спроектированная петля Вильсона $\langle \text{Tr} W_3^a \rangle = \exp[-\sigma_a A_3]$ ($a = \text{adj}$ или fund) удовлетворяет закону площадей с σ_a и 3d площадкой A_3 .

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ [1; 2; 3]

Давление для глюонов:

$$P_g = \frac{N_c^2 - 1}{\sqrt{4\pi}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} G_3(s) \times \sum_{n=\pm 1, \pm 2, \dots} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} L_{\text{adj}}^{(n)}. \quad (42)$$

В модифицированной осцилляторной форме:

$$P_{gl}^{\text{OSC}} = \frac{2(N_c^2 - 1)}{(4\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_8^n \int \frac{ds}{s^2} e^{-\frac{n^2}{4sT^2}} \frac{M_0^2}{\text{sh } M_0^2 s}. \quad (43)$$

Заметим, что в пределе $M_0^2 \rightarrow \infty$ мы переходим к свободному случаю (без магнитного конфинмента).

Кварковое давление (с массой кварка m_q) для одного аромата:

$$P_q = \frac{4N_c}{\sqrt{4\pi}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} e^{-m_q^2 s} S_3(s) \times \sum_{n=1, 2, \dots} (-)^{n+1} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} L_{\text{fund}}^{(n)}. \quad (44)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ [1; 2]

Теперь можно рассчитать аномалию следа $\frac{I(T)}{T^4} = \frac{\varepsilon - 3P}{T^4}$ и плотность энтропии

$$s(T) = \left(\frac{dP(T)}{dT} \right) \frac{1}{T^3}.$$

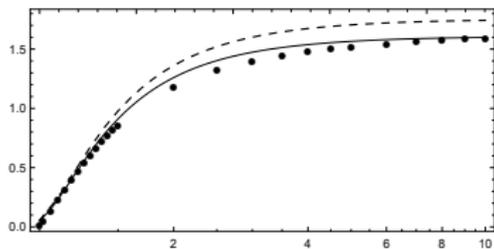


Рис. 2: Давление $\frac{P(T)}{T^4}$ в теории SU(3). Пунктирная линия соответствует давлению без магнитного конфайнмента. Сплошная линия – для модифицированного осцилляторного конфайнмента, а черные точки – для решеточных данных [Borsanyi, et al. JHEP 2012].

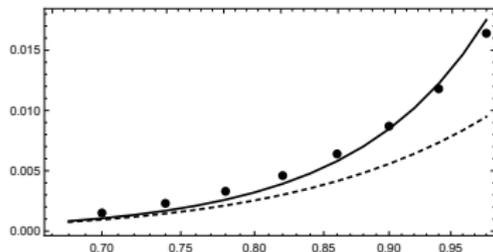


Рис. 3: Давление в фазе конфайнмента. Пунктирная линия – для двух самых низших глюолов (0^{++} и 2^{++}), сплошная линия – для 12 глюолов, соответственно. Черные точки соответствуют решеточным данным из [Borsanyi, et al. JHEP 2012].

РЕЗУЛЬТАТЫ [2]

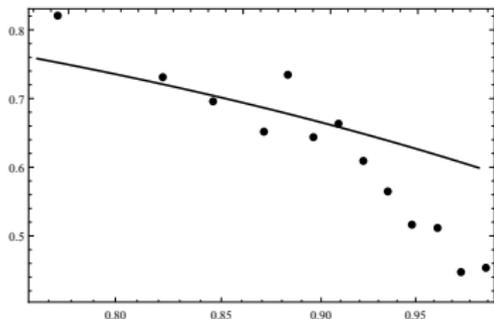


Рис. 4: Сплошная линия – для натяжения струны $\sigma(T)/\sigma(0)$, а черные точки соответствуют решеточным данным [Cardoso and Bicudo, PRD 2012].

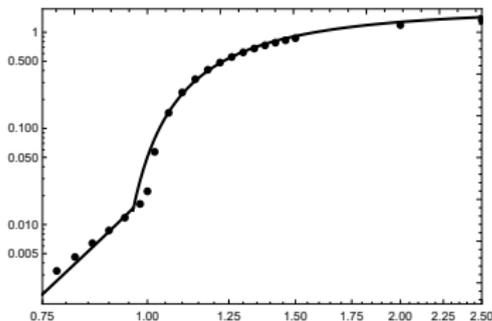


Рис. 5: Давление в фазах деконфайнмента и конфайнмента в теории $SU(3)$. Черные точки соответствуют решеточным данным [Borsanyi, et al. JHEP 2012].

РЕЗУЛЬТАТЫ [1; 2]

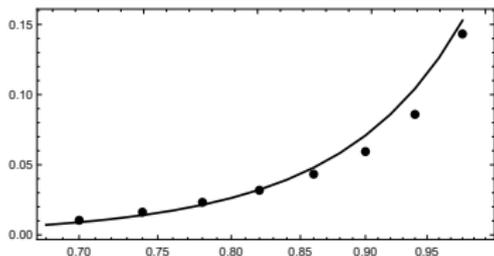


Рис. 6: Аномалия следа в фазе кон-
файнмента – черные точки соответствую-
ют решеточным данным [Borsanyi, et al.
JHEP 2012].

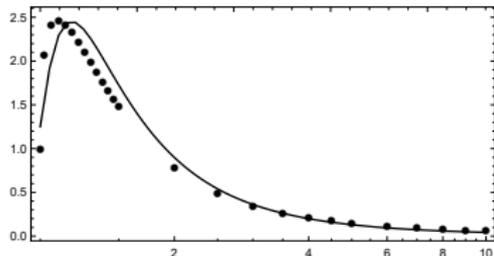


Рис. 7: Аномалия следа в фазе декон-
файнмента – черные точки соответствую-
ют решеточным данным [Borsanyi, et al.
JHEP 2012].

РЕЗУЛЬТАТЫ [1]

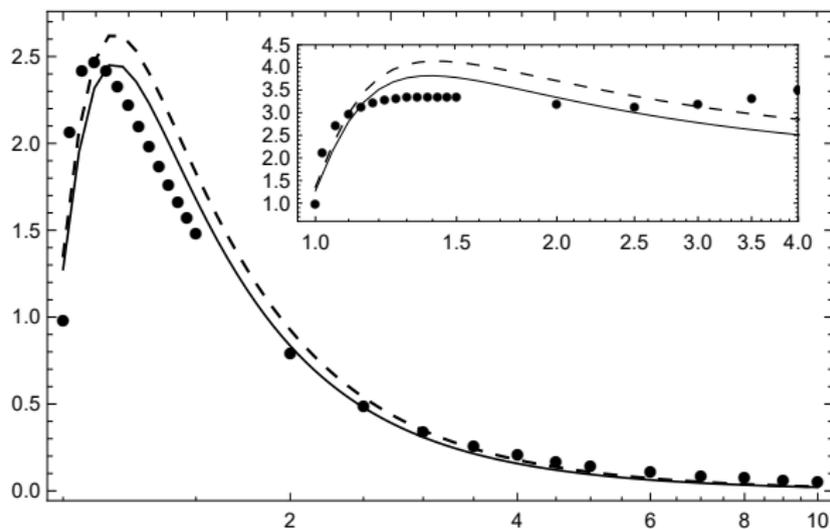


Рис. 8: Аномалия следа $\frac{I(T)}{T^4}$ в теории $SU(3)$. Пунктирная линия соответствует давлению без магнитного конфайнмента. Сплошная линия – для модифицированного осцилляторного конфайнмента, а черные точки – для решеточных данных [Borsanyi, et al. JHEP 2012]. В правом верхнем углу приведен график для $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2$.

РЕЗУЛЬТАТЫ [3]

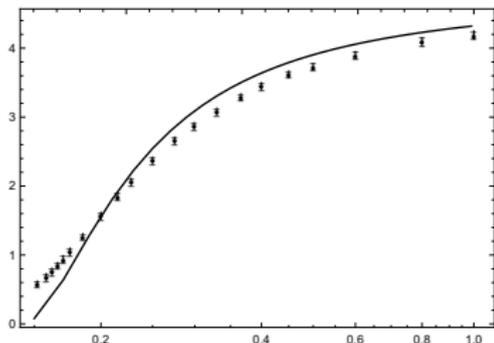


Рис. 9: Сравниваем давление $\frac{p(T)}{T^4}$ (сплошная линия) с решеточными данными из [Borsanyi, et al. JHEP 2010], черные точки.

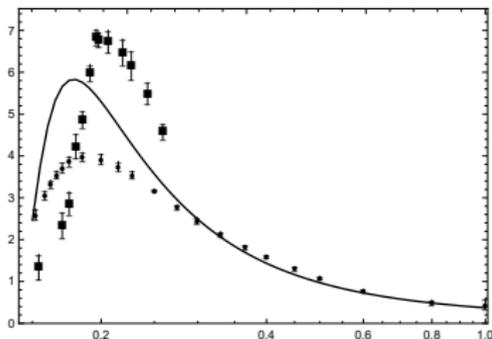


Рис. 10: Аномалия следа $\frac{I(T)}{T^4}$ для давления из Рис. 9 – сплошная линия, решеточные данные группы [Borsanyi, et al. JHEP 2010] соответствуют черным точкам, а решеточные данные группы [Cheng, et al. PRD 2010] обозначены черными квадратам.

ФЛАКС-ТЬЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МПК [4]

Флакс-тьюбы – трубки тока между тяжелыми кварками и антикварками, которые являются необходимым следствием механизма цветового удержания. Понимание структуры этого физического явления может прояснить ключевые различия между разными моделями конфайнмента.

Одной из наиболее популярных моделей, однако не следующей напрямую из КХД, является Model of Dual Superconductor (MDS) [Hooft-1975; Mandelstam-1976], в которой вакуум КХД может быть представлен как когерентное состояние цветомагнитных монополей. Но цветомагнитные монополи отсутствуют как реальные физические объекты (или евклидовы решения КХД), поэтому их необходимо рассматривать как эффективные степени свободы в реальном физическом вакууме КХД.

ФЛАКС-ТЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МВПК [4]

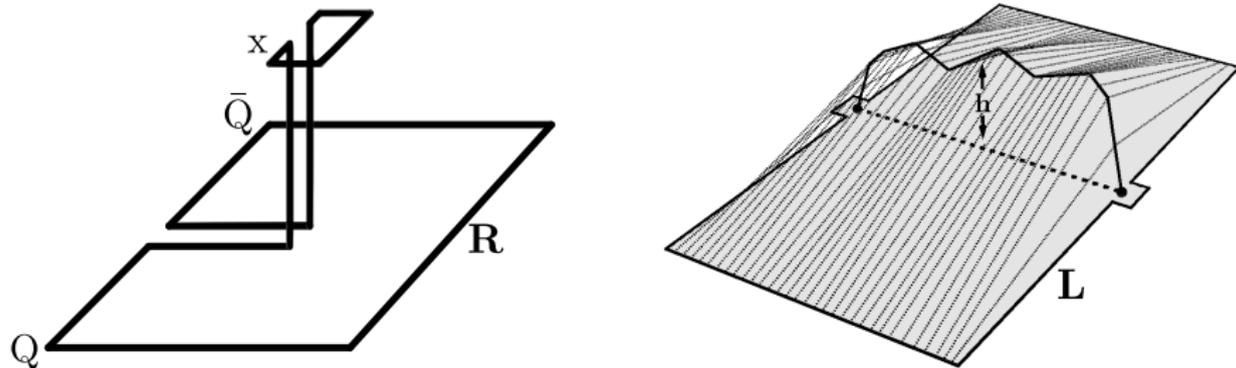


Рис. 11: Слева – положение пробного плакета в точке x над петлей Вильсона $Q\bar{Q}$. Справа – минимальная площадь поверхности для взаимодействия глюонного обмена.

ФЛАКС-ТЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МВПК [4]

Измеряем поля флакс-тюба (ср. на решетке) через вычисление среднего значения контура, состоящего из небольшого плакета в точке x , соединенной двумя фундаментальными линиями с петлей Вильсона тяжелых кварков Q и \bar{Q} .

Измеряя обмен глюонами в горизонтальной плоскости без транспортеров, ограничивающих размер удерживающей пленки, получаем, что искомая минимальная поверхность представляет собой слегка деформированную поверхность внутри большего контура. Энергия деформации равна $\varepsilon_{\text{plane}} = \sigma \Delta S_{\text{min}} = \sigma \frac{h^2}{L}$, где h – среднее отклонение траектории глюона от плоскости, а L – характерная длина самой плоскости. Далее $\varepsilon_{\text{glp}} \cong \sigma h$ vs $\varepsilon_{\text{plane}} \ll \varepsilon_{\text{glp}}$ – сильное затухание кулоновского экранирования $M_{\text{scr}}^{\text{Coul}} \ll M_{\text{glp}}$.

ФЛАКС-ТЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МВПК [4]

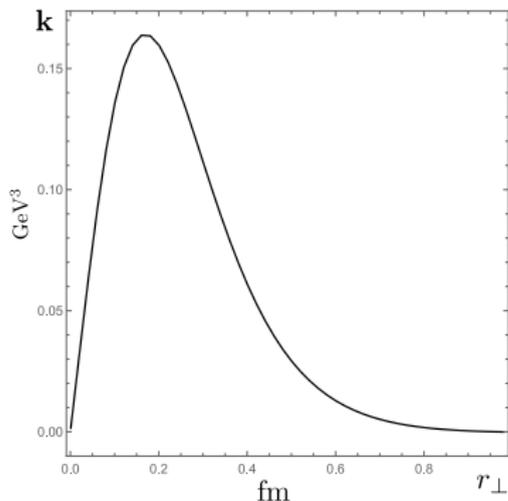
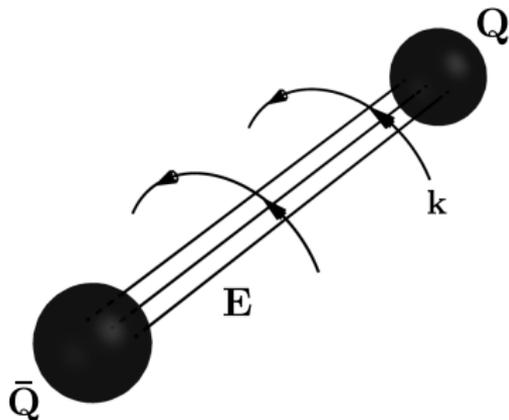


Рис. 12: Слева – цветоманнитный ток k вокруг флакс-т्यूба. Справа – зависимость поперечного радиуса от цветоманнитного тока $|k(r_{\perp})|$ при $R = 0.76 \text{ fm}$.

ФЛАКС-ТЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МВПК [4]

В работах [Sea-PRD-2017; Vicudo-PRD-2012] был проведен ряд измерений структуры флакс-тубов, и были получены первые точные результаты как для $SU(3)$, так и для $2 + 1$ КХД.

Следствие – распределение цветоэлектрического поля \mathbf{E} , которое порождается цветными зарядами и экранируется в поперечном, но не в продольном направлении, что описывается коррелятором D_1^E и не имеет аналога в MDS. В работе [УФН-2004] проблема экранирования пертурбативных полей за счет конфайнмента намечена, было выдвинуто требование такого экранирования на больших расстояниях, $r \gg T_g$, где $T_g \approx 0.2$ фм – вакуумная корреляционная длина. Мы смогли в полной мере решить эту проблему экранирования в рамках нашего формализма.

ФЛАКС-ТЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МВПК [4]

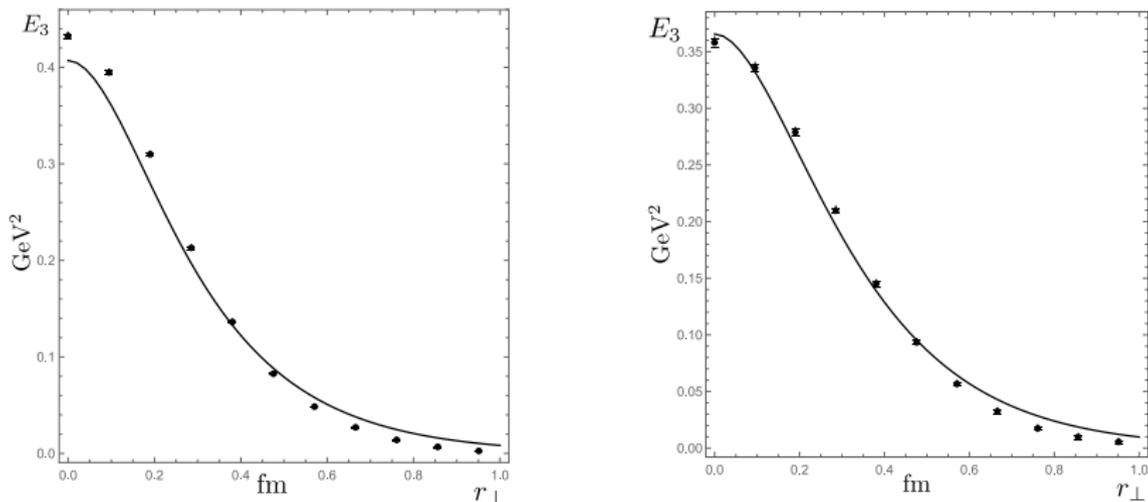


Рис. 13: Слева представлена $E_3 = E_3(r_{\perp}, R = 0.76 \text{ fm})$ зависимость поперечного радиуса от цветозлектрического поля при фиксированной длине флакс-т्यूба $R = 0.76 \text{ fm}$. Справа – аналогичная зависимость при $R = 0.95 \text{ fm}$. Черные точки с погрешностями соответствуют решеточным измерениям из [Cea, et al. PRD 2017].

ФЛАКС-ТЮБЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МВПК [4]

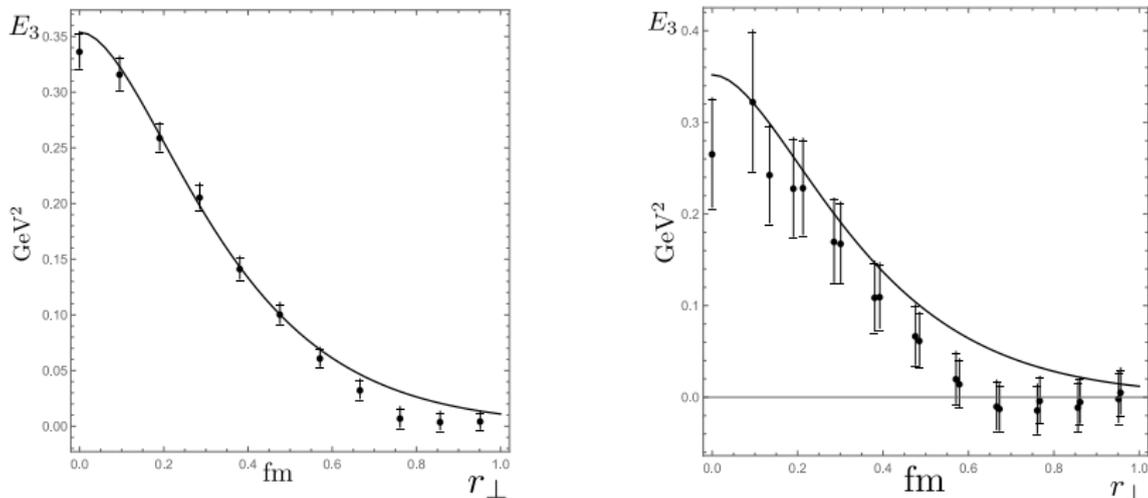


Рис. 14: Слева представлена $E_3 = E_3(r_{\perp}, R = 1.14 \text{ fm})$ зависимость поперечного радиуса от цветоэлектрического поля при фиксированной длине флакс-тьюба $R = 1.14 \text{ fm}$. Справа – аналогичная зависимость при $R = 1.33 \text{ fm}$. Черные точки с погрешностями соответствуют решеточным измерениям из [Cea, et al. PRD 2017].

ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ 1/2

- В терминах метода вакуумных полевых корреляторов удалось переформулировать основные динамические принципы фазового перехода в квантовой хромодинамике и применить их для конкретных расчетов в $SU(3)$ теории: показано, что непертурбативные взаимодействия могут быть получены из корреляторов стохастических вакуумных цветоэлектрических и цветомагнитных полей при помощи использования скалярных функций $D(z)$ и $D_1(z)$. Корреляторы также позволяют получить непертурбативные потенциалы $V_E(r, T)$ и $V_E^1(r, T)$, ответственные за возникновение конфайнмента и линий Полякова.
- Показано, что при нулевой температуре действуют в равной мере и цветомагнитный (ЦМ), и цветоэлектрический (ЦЭ) конфайнмент, но с увеличением температуры соотношение их вкладов меняется таким образом, чтобы удовлетворить принципу минимума свободной энергии F (максимума давления P).

ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ 2/2

- Показано также, что метод вакуумных полевых корреляторов позволяет рассчитывать параметры глюолов с хорошей точностью и дает возможность вычислять для них сечения взаимодействия. Продемонстрировано, что в фазе деконфайнмента глюоны имеют не только пертурбативные взаимодействия (глюонные обмены), но и непертурбативные.
- Вычислены термодинамические потенциалы как в КХД, так и в глюодинамике в области $150 \text{ МэВ} < T < 1 \text{ ГэВ}$. Вклады кварков и глюонов были учтены с учетом непертурбативного взаимодействия. Показано, что главную динамическую роль играют линии Полякова (явно входящие в расчетные формулы) и цветомагнитный конфайнмент. Показан резкий рост давления в области перехода, что хорошо согласуется с решеточными результатами.
- Впервые аккуратно описана структура трубки конфайнмента (флакс-тьюба) в подходе метода вакуумных полевых корреляторов. Произведены сравнения вычисленных с помощью потенциалов V_D и V_1 значений цветоэлектрического поля $E(R, d)$ (где R обозначает расстояние между источниками, а d – расстояние до центра трубки), отвечающих этой трубке, с решеточными данными.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- [1] *N. O. Agasian, M. S. Lukashov, and Yu. A. Simonov.* Dynamical role of Polyakov loops in the QCD thermodynamics // *Mod. Phys. Lett. A.* – 2016. – Vol. 31. – P. 1650222. – arXiv:1610.01472 [hep-lat].
- [2] *N. O. Agasian, M. S. Lukashov, and Yu. A. Simonov.* Nonperturbative SU(3) thermodynamics and the phase transition // *Eur. Phys. J. A.* – 2017. – Vol. 53. – P. 138. – arXiv:1701.07959 [hep-ph].
- [3] *М. С. Лукашов, Ю. А. Симонов.* Цветомагнитный конфайнмент в кварк-глюонной термодинамике // *Письма в ЖЭТФ.* – 2017. – Т. 105. – С. 659. – arXiv:1703.06666 [hep-ph].
- [4] *M. S. Lukashov and Yu. A. Simonov.* Color screening in flux tubes and in the color Coulomb potential from QCD field correlators // *Phys. Rev. D.* – 2017. – Vol. 96. – P. 076019. – arXiv:1706.05712 [hep-ph].



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

БЛАГОДАРИЮ ЗА ВНИМАНИЕ!