Коллективные эффекты в столкновениях ультрарелятивистских ядер

Мартин Киракосян

Физический институт им. П.Н.Лебедева Российской академии наук

17 декабря 2014 г.

Содержание доклада

Содержание доклада

(I) Введение

Содержание доклада

(I) Введение

- Столкновения ултрарелятивистских ядер (общая информация)
- Колективные свойства (more is different)
- Стадии состояния вещества

Содержание доклада

(I) Введение
- Столкновения ултрарелятивистских ядер (общая информация)
- Колективные свойства (more is different)
- Стадии состояния вещества

(II) Излучение черенковских глюонов

Содержание доклада

(I) Введение

- Столкновения ултрарелятивистских ядер (общая информация)
- Колективные свойства (more is different)
- Стадии состояния вещества

(II) Излучение черенковских глюонов

- Экспериментальные данные
- Сведения о теории черенковском излучении
- Модель (черенковские глюоны)

Содержание доклада

(I) Введение

- Столкновения ултрарелятивистских ядер (общая информация)
- Колективные свойства (more is different)
- Стадии состояния вещества

(II) Излучение черенковских глюонов

- Экспериментальные данные
- Сведения о теории черенковском излучении
- Модель (черенковские глюоны)

(III) Турбулентная кварк-глюонная плазма

Содержание доклада

(I) Введение

- Столкновения ултрарелятивистских ядер (общая информация)
- Колективные свойства (more is different)
- Стадии состояния вещества

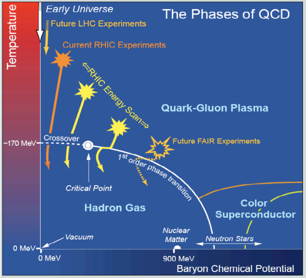
(II) Излучение черенковских глюонов

- Экспериментальные данные
- Сведения о теории черенковском излучении
- Модель (черенковские глюоны)

(III) Турбулентная кварк-глюонная плазма

- Основные сведения
- Аномальные транспортные свойства турбулентной плазмы
- Поляризационные свойства

Столкновения ядер. Мотивация



- Теоретическая

Как ведут себя калибровочные теория поля (КХД в частности) при больших числах заполнения?

- Космогоническая

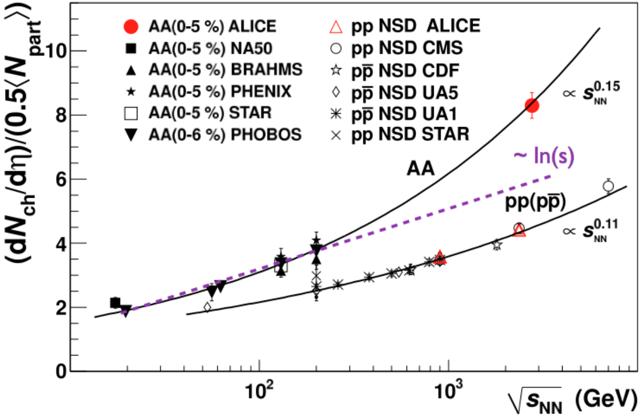
Состояние материи, образовывающейся в столкновениях ядер дает представление о материи, образующейся в первые мгновения после Большого Взрыва.

Основные эксперименты (кратко)

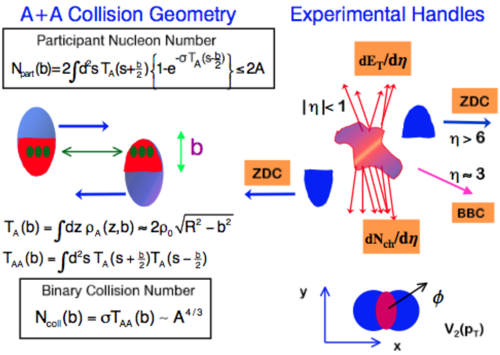
- История (80-е)
  - AGS (Alternating Gradient Synchrotron), BNL, Брукхевен, США
  - ядерная программа SPS (Super Proton Synchrotron), CERN, Женева, Швейцария
- Современность
  - с 2000-го года, RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider, в основном Au-Au, максимальная энергия: 200 ГэВ/нуклон), Брукхевен
  - с 2010 года, LHC (Large Hadron Collider, Pb-Pb, максимальная энергия: $2,76$ Тэв/нуклон), ЦЕРН
- Будущее
  - FAIR, NIKA ...??

Число зараяженных частиц на RHIC и LHC:

- RHIC (при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ): вплоть до 5500 заряженных частиц
- LHC (при $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ ТэВ): вплоть до 13000



Модель Глаубера



Предел раненных нуклонов в моделе Глаубера многократного рассеяния:

$$\bar{w}_{A,B,\mathbf{b}} = \int d^2 b T_A(s+b/2)\left(1-[1-T_B(s-b/2)\sigma_{in}]^B\right)$$

Модель Глаубера (продолжение)

Таким образом, множественность:

- Жестких наблюдаемых (маленькие сечения) $N_{ch.hard} \sim N_{coll} \sim A^{4/3}$
- Мягких наблюдаемых (большие сечения) $N_{ch.soft} \sim N_{part} \sim A$

N_{coll} - число бинарных столкновений при заданной центральности
N_{part} - число участников столкновения в обоих ядрах
Экспериментальный факт:

- $dN_{ch}/d\eta|_{\eta=0} \sim N_{coll}$
- $N_{ch} \sim N_{part}$

Определение

Гашение струй - эффект подавления адронов с большими поперечными импульсами в столкновениях ядер в сравнении со столкновениями протонов.

Сравнить адронные наблюдаемые с протонными наблюдаемыми можно посредством формулы:

$$R_{AB}(p_\perp) = \frac{1}{\bar{N}_{coll}} \frac{d^2 \bar{N}_{AB}}{dp_T d\eta} \Bigg/ \frac{1}{\sigma^{pp}_{tot}} \frac{d^2 \sigma^{pp}_{incl}}{dp_\perp d\eta}$$

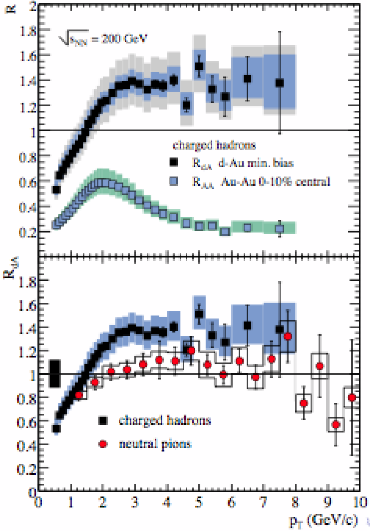
Если бы столкновения ядер представляли собой суперпозицию столкновений протонов, то можно было бы ожидать, что фактор ядерной модификации будет порядка:

$$R_{AB} \sim 1$$

На самом же деле ...

Характеристики эффекта:

- Подавление не наблюдается в столкновениях pA, dA...
- Наиболее сильно выражен в центральных столкновениях ядер.
- Не наблюдается в переферических столкновениях.
- Нет подавления лептонных проб.

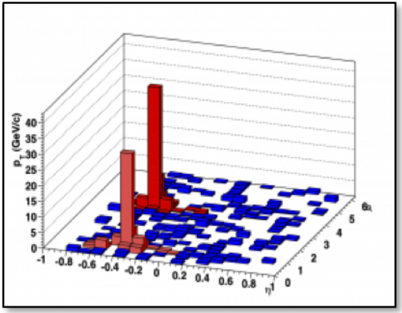


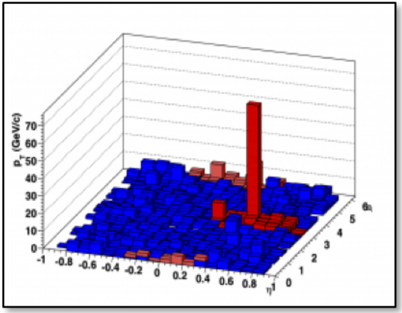
Гашение струй (объяснение)

- Жесткий партон проходит сквозь среду кварков и глюонов, образовавшейся в результате столкновения. Взаимодействие жесткого партона с кварками и глюонами среды приводит к потерям энергии.
- Энергия теряется на столкновения, поляризацию, радиацию.
- Расчет показывает, что в рамках пертурбативной КХД преобладающие потери – потери на радиационное излучение глюонов.

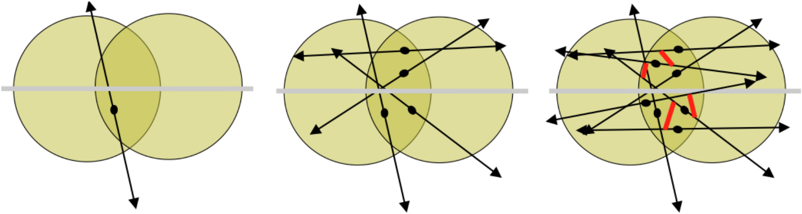
Гашение струй (LHC)

На LHC подавление струй можно наблюдать непосредственно в одном событии:





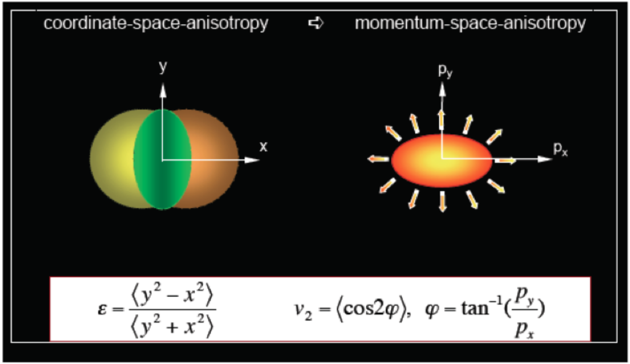
Коллективные потоки, v_2



$$E\frac{dN}{d^3p} = \frac{1}{2\pi}\frac{d^2N}{p_T dp_T d\eta}\left[1 + 2v_2(p_T)\cos(2(\phi - 2\psi_{r.p.}))\right]$$

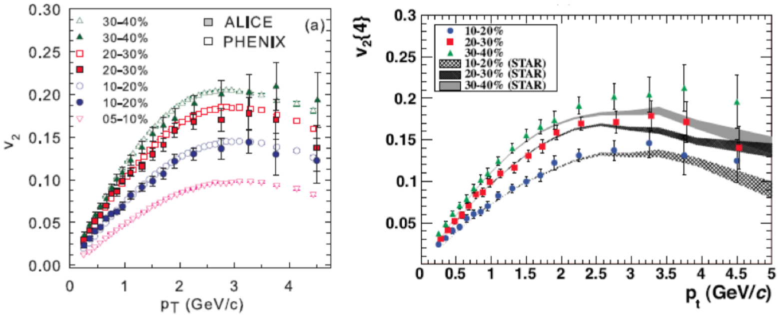
Существует некоторое количество методов выделения v_2. Можно выделить две группы методов:

- Использования n-частичных корреляций в центральной области псевдобыстрот для выделения эллиптического потока.
- Определение угла $\psi_{r.p.}$ плоскости реакции используя инфомацию о распределений частиц в области с большими псевдобыстротами.



1. Анизотропия поперечных импульсов наследует анизотропию давлений в распределении начального состояния.
2. Эволюция вещества описывается гидродинамика (вязкой).
3. Большая вязкость -> начальная анизотропия размажется -> коллективных потоков нет

Коллективные потоки, v_2 (эксперимент)



Результаты численного моделирования уравнений гидродинамики показывают, что вязкость практически нулевая. То есть в результате столкновения ядер образуется практически идеальная жидкость.

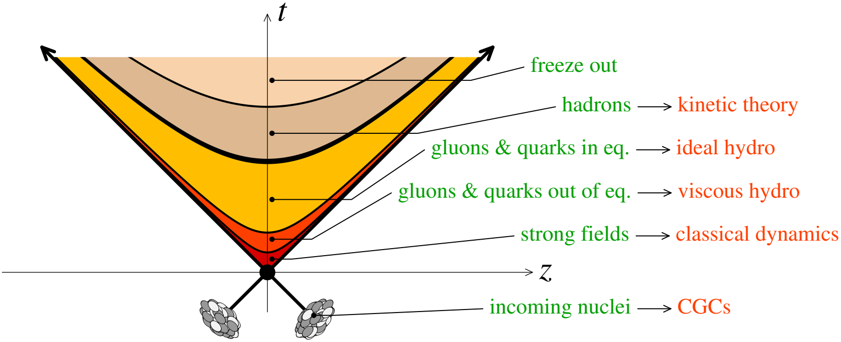
Коллективные эффекты (more)...

Ниже кратко перечислены коллективные эффекты не рассмотренные во введении:

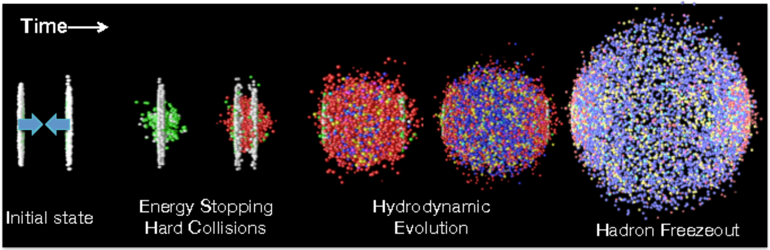
- Эффект хребта (ridge-эффект, AA, pp!)
- Потоки высших порядков
- Радиальный поток
- HBT (Hanbury, Brown, Twiss) интерферометрия

Стадии состояния вещества

На рисунке ниже представлены стадии которые проходит вещество, образовавшееся в результате столкновения ядер, в зависимости от собственного времени после столкновения согласно современным теоретическим представлениям:



Стадии состояния вещества (порядки времен)



- $\tau < 0$ - конденсат цветного стекла
- $\tau \sim 0 - 0.2$ fm/c - классическая динамика
- $\tau \sim 0.2 - 1$ fm/c - неравновесная материя кварков и глюонов
- $\tau \sim 1 - 10$ fm/c - плазма кварков и глюонов
- $\tau \sim 10 - 20$ fm/c - газ адронов
- $\tau \sim 20$ fm/c - freeze-out, частицы свободно летят в детектор

Черенковское излучение глюонов (история)

Идея возникла еще в 70-е годы у И. М. Дремина при исследовании кольцевых структур в событиях на космических лучах.

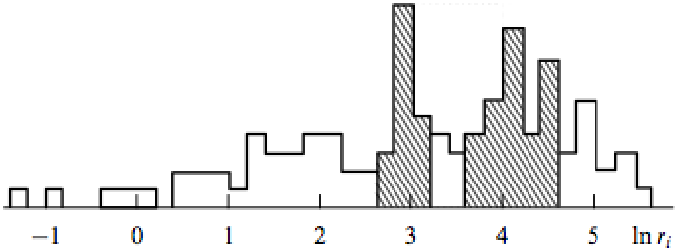
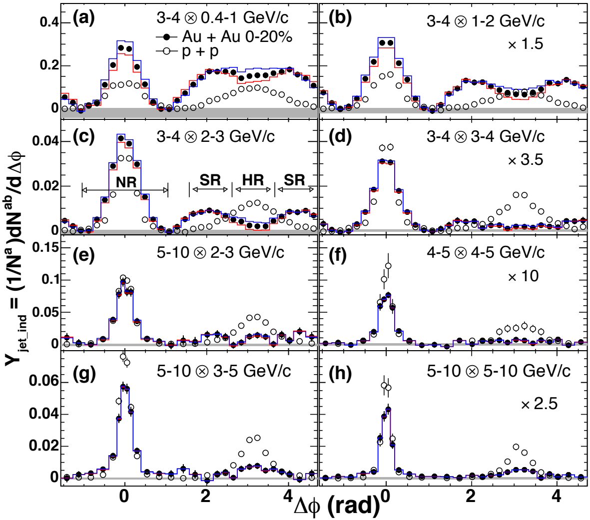


Рис. 5. Распределение числа рождённых частиц на разных расстояниях от оси события r в стратосферном событии при 10^{16} эВ [136], которое имеет два выраженных пика. Соответственно распределение по псевдобыстроте также имеет два таких пика.

Черенковское излучение глюонов (условия)

1. Излучение черенковских глюонов $\Leftrightarrow$ реальная часть хромоэлектрической проницаемости больше 1.
2. Реальная часть $Re\,\varepsilon > 1 \Rightarrow$ в веществе имеются связанные состояния. Для неплотной материи:
$$Re\Delta\varepsilon = Re\varepsilon - 1 = \frac{4\pi N_s ReF_0(\omega)}{\omega^2} = \frac{N_s\sigma(\omega)\rho(\omega)}{\omega}$$
3. Достаточным условием излучения черенковских глюонов будет наличие в среде резонансов на одной из стадий столкновения.
4. Вычисление поляризации сильновзаимодействующей среды из первых принципов представляется практически неразрешимой задачей.
5. Следует отметить, что цветная реальная часть проницаемости газооборазной кваркглюонной плазмы меньше 1:
$$Re\,\varepsilon(\omega) \sim 1 - \frac{m_D^2}{\omega^2}$$

Данные с RHIC, двугорбая структура структура



Описание посредством черенковских глюонов

1. Вычисление поляризации из первых принципов невозможно $\Leftrightarrow$ феноменологическая модель.
2. Можно попробовать ввести феноменологический параметр хромоэлектрической проницаемости и попытаться промоделировать излучение.
3. Сравнить с экспериментом.

Пусть проницаемость имеет реальную и мнимую часть:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_1(\omega, \mathbf{k}) + \imath\varepsilon_2(\omega, \mathbf{k})$$

Тогда формула для распределения черенковского излучения имеет вид:

$$\frac{1}{\omega}\frac{d^3W}{dzd\omega d\cos\theta} = \frac{2C_{V(A)}g^2}{\pi}\frac{\cos\theta(1-\cos^2\theta)\Gamma(\omega)}{(\cos^2\theta-\zeta(\omega))^2+\Gamma^2(\omega)}$$

где:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}$$
$$\Gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}$$

Кинематика, простая модель.

Модель для оценки зависимости распределений от параметров среды: Первичные частицы (как триггерная так и обратная) рассеиваются в направлении перпендикулярном оси столкновений.
Переход от координат связанных с частицей к координатам используемым в эксперменте:

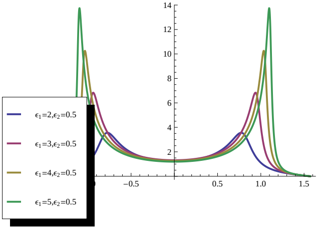
$$\cos\theta = \left|\sin\theta_L cos\phi_L\right|$$

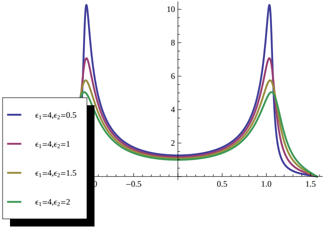
где ϕ_L - азимутальный угол в плоскости перпендикулярной оси столкновений, θ_L - угол с осью столкновений В этих координатах излучение глюонов имеет вид:

$$\frac{d^4N}{dld\omega d\phi_L d\cos\theta_L} = \frac{4\alpha_s C_{V(A)}}{\pi}\frac{\left|\sin\theta_L\cos\phi_L(1-\sin^2\theta_L\cos^2\phi_L)\right|\Gamma(\omega)}{(\sin^2\theta_L\cos^2 - \zeta(\omega))^2 + \Gamma^2(\omega)}$$

Зависимость распределений от параметров

Интегрирование удается провести аналитически.





- При $\varepsilon_2^2 << \varepsilon_1^2$ положение максимума определяется ε_1, а ширина ε_2
- Распределение 0 при $\phi_L > \dfrac{\pi}{2}$

Монте-Карло генерации спектра

Для генерации черенковского спектра необходимо:

1. Описать кинематику распределения пар начальных партонов
2. Осуществить процедуру генерации спектра черенковских глюонов с уче- том распределения источников
3. Описать адронизацию глюонов в адроны и учесть экспериментальные ограничение на псевдобыстроты, азимутальный угол и поперечные импульсы адронов
4. Нужно определиться с зависимостью $\varepsilon_{1,2}$ от ω
5. Попытаться учесть эффекты многократного рассеяния в среде

Монте-Карло генерация спектра

1. Модель среды: $\varepsilon_{12}(\omega) = \varepsilon_{12}\theta(\omega_{max} - \omega)$
2. Первичные партоны - PYTHIA (протоны 200 ГэВ)
3. Монте-Карло процедура генерации собственно черенковских глюонов
4. Фрагментация в легкие адроны:
   $$D_g^h(x, \mathbf{p}_\perp \mid Q^2) \propto D_g^h(x, \mid Q^2)\frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta_\perp^2}}\exp\left\{-\frac{\mathbf{p}_\perp{}^2}{2\Delta_\perp^2}\right\}$$
   $\Delta_\perp$ характеризует размытие за счет многократного рассеяния и при фрагментации в адроны.
5. Нормировка по левому максимуму.

Недостатки модели

- Не учитывается каскадное излучение глюонов и кварков в начальном и конечном состоянии
- Дисперсионные зависимости компонент хромопроницаемости
- Детальная геометрия среды
- Детальная картина многократного рассеяния

Таким образом, приведенные на следующих слайдах значения параметров среды представляют собой всего лишь оценку.

Модель содержит четыре параметра: $\varepsilon_{1,2}$, $\Delta_\perp$, ω_{max}. Подбирая параметры можно получить:

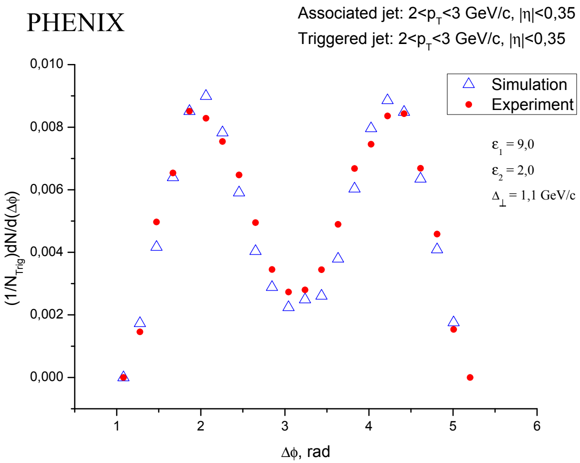
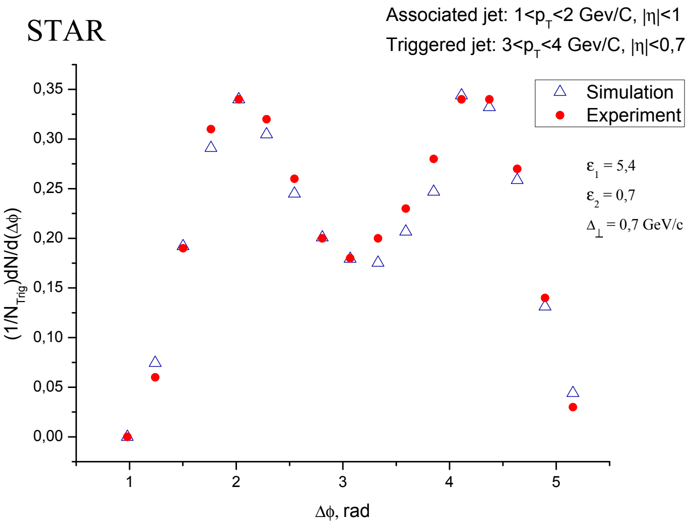


График II



STAR
Associated jet: 1<p_T<2 Gev/C, |η|<1
Triggered jet: 3<p_T<4 Gev/C, |η|<0,7
Simulation
Experiment
ε_1 = 5,4
ε_2 = 0,7
Δ_⊥ = 0,7 GeV/c
(1/N_Trig)dN/d(Δϕ)
Δϕ, rad
0,00
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
0,35
1
2
3
4
5

Альтернативные объяснения двухгорбой структуры

- Гидродинамика (конус Маха)
- Флуктуации плотности начального состояния

Потери энергии на черенковское излучение

Квазиклассическая оценка.

- Модель среды

$$\varepsilon(\omega) = \begin{cases} \varepsilon_0, & \text{если } \omega \leq \omega_0 \text{ ГэВ} \\ 0 & \text{если } \omega > \omega_0 \text{ ГэВ} \end{cases}$$

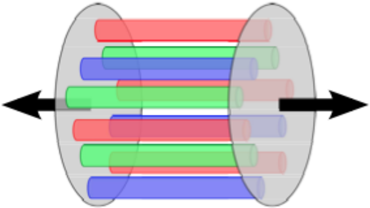
Формула потерь,

$$\frac{dE}{dz} = C_{F(V)} \frac{1}{0.1973} \alpha_s \int_0^{\omega_0} \omega(1 - 1/\varepsilon_0) d\omega$$

- Сильная зависимость от ω_0, большие величины потерь!

Определение

Глазма - продольная конфигурация цветных полей, образующаяся сразу после столкновения ядер.



- Было показано (Venugopalana и Romatschke), что глазменная конфигурация неустойчива относительно квантовых флуктуаций.
- Результат развития неустойчивостей (численное моделирование, K. Fukushima, F. Gelis) – турбулентная конфигурация, характеризующаяся колмогоровским спектром.

Неустойчивости в кварк-глюонной плазме

Источники неустойчивостей в плазме:

1. Кинетические неустойчивости - неоднородности в распределениях по импульсам
2. Гидродинамические неустойчивости - неоднородности промтранственного распределения частиц

Конфигурация среды на ранних стадиях столкновения существенно анизотропна $\Rightarrow$ неизбежно возникновение кинетической неустойчивости Вайбеля.

- Неустойчивости Вайбеля по всей видимости наиболее важны в столкновениях ядер.
- Динамика неустойчивости $\Rightarrow$ развитие турбулентности (Arnold, Moore).

Сдвиговая вязкость и турбулентность

- Малая вязкость $\Rightarrow$ сильное взаимодействие между частицами
- Частицы плазмы могут взаимодействовать посредством случайных турбулентных полей (вычисление, Asakawa, Bass, Muller)

Вязкость связана с длиной свободного пробега приближенным выражением:

$$\eta \sim 1/3\bar{N}\bar{p}\lambda_f$$

$\bar{p}$ -средний импульс, $\bar{N}$ - средняя плотность, λ_f - средняя длина свободного пробега Используя выражения для транспортного сечения в КГП:

$$\sigma_{tr} \approx \frac{5g^4}{4\bar{p}^2} \log \frac{4\pi}{g}$$

Можно получить оценку (обычная КГП):

$$\eta \approx \frac{T}{\sigma_{tr}} = \frac{18\pi s}{25g^4 \log 4\pi g}$$

Сдвиговая вязкость и турбулентность (оценка)

Определение

Длина свободного пробега - длина, на которой средней импульс частицы меняется на величину порядка импульса

Если длина корреляции турбулентных полей в плазме l, а Q_a цветной заряд частицы, то импульс изменяется на величину:

$$\Delta p \sim g Q^a F^a l$$

Длина свободного пробега:

$$\lambda = l \left\langle \frac{\bar{p}}{\Delta p} \right\rangle = \frac{\bar{p}^2}{g^2 Q^2 \langle F^2 \rangle l}$$

Турбулентная сдвиговая вязкость:

$$\eta \sim \frac{9 s T^3}{4 g^2 Q^2 \langle F^2 \rangle l}$$

- Большие значения полей $\Rightarrow$ маленькая вязкость

Кинетическая теория неабелевой плазмы

Одночастичная функция распределения $f(x,p,Q)$ зависит от координат, импульсов и цветных зарядов.
Удобно рассматривать заряды Q_a - динамические переменные. Скобки Пуассона:

$$\{Q_a, Q_b\}_{P.B.} = f_{abc} Q_c$$

Элемент фазового объема для Q:

$$dQ = c_r dQ^1 \dots dQ^m \delta\left(Q^a Q_a - q_2\right) \dots \delta\left(d_{a_1 \dots a_k} Q^{a_1} Q^{a_2} \dots Q^{a_k} - q_k\right)$$

Для импульсов - $dP = d^4 p 2\theta(p^0) \delta\left(p^2 - m^2\right)$
Динамические переменные подчиняются уравнениям Вонга:

$$m\frac{dx}{d\tau} = p^\mu$$
$$m\frac{dp^\mu}{d\tau} = gQ^a F_a^{\mu\nu}(x) p_\nu$$
$$m\frac{Q^a}{d\tau} = -gf^{abc} p^\mu A_\mu^b(x) Q^c$$

Кинетическая теория неабелевой плазмы

Зная функцию распределения $f(p, x, Q)$ можно вычислить:

- Цветной ток, генерируемый частицами плазмы:

$$j_\mu^a = g \int dPdQp_\mu Q^a f(x, p, Q)$$

- Тензор энергии-импульса частиц плазмы:

$$T^{\mu\nu} = \int dQdPp^\mu p^\nu f(x, p, Q,).$$

- Тензор поляризуемости плазмы:

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab} = \frac{\delta j_\mu^a}{\delta A_b^\nu},$$

Кинетическое уравнение неабелевой плазмы

Воспользовавшись уравнениями Вонга можно получить

$$\frac{\mathrm{d}f(p(\tau),x(\tau),Q(\tau))}{\mathrm{d}\tau} = p^\mu\left(\partial_\mu - gf^{abc}A^b_\mu Q^c\frac{\partial}{\partial Q^a} - gQ_aF^a_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial p_\nu}\right)f(x,p,Q) = C[f]$$

Самосогласованные поля плазмы выражаются через функцию распределения:

$$D^{ab}_\mu F^{\mu\nu}_b = j^{a\nu}(x)$$

Равновесная функция распределения (при нулевом химическом потенциале):

$$f_{BE} = \frac{1}{\exp\left(\frac{p_0}{k_BT}\right)-1}$$

$$f_{FD} = \frac{1}{\exp\left(\frac{p_0}{k_BT}\right)+1}$$

Статистическое описание турбулентности

- Турбулентность $\Rightarrow$ наличие случайных полей в плазме

Потенциал калибровочного поля, регулярная и турбулентная компоненты ($\langle A_\mu^{Ta} \rangle = 0$):

$$A_\mu^a = A_\mu^{Ra} + A_\mu^{Ta}$$

Функция распределения:

$$f(p, x, Q) = f^R(p, x, Q) + f^T(p, x, Q)$$
$$\langle f(x, p, Q) \rangle = f^R(x, p, Q), \quad \langle f^T(x, p, Q) \rangle = 0$$

При калибровочных преобразованиях:

$$\delta A_\mu^{Ra} = \partial_\mu \alpha^a + g f^{abc} A_\mu^{Rb} \alpha^c$$
$$\delta A_\mu^{Tb} = g f^{abc} A_\mu^{Tb} \alpha^c$$

Удобно ввести обозначения:

$$F^{a}_{\mu\nu} = F^{Ra}_{\mu\nu} + \mathbf{F}^{Ta}_{\mu\nu} + \mathfrak{F}^{Ta}_{\mu\nu}$$

где:

$$F^{Ra}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{Ra}_\nu - \partial_\nu A^{Ra}_\mu + g f^{abc} A^{Rb}_\mu A^{Rc}_\nu$$
$$\mathfrak{F}^{Ta}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{Ta}_\nu - \partial_\nu A^{Ta}_\mu + g f^{abc} A^{Tb}_\mu A^{Tc}_\nu$$
$$\mathbf{F}^{Ta}_{\mu\nu} = g f^{abc} \left(A^{Tb}_\mu A^{Rc}_\nu + A^{Rb}_\mu A^{Tc}_\nu \right)$$

Коррелятор калибровочного потенциала и калибровочно инвариантный коррелятор полей:

$$\left\langle A^{Ta}_\mu(x) A^{Tb}_\nu(y) \right\rangle = G^{ab}_{\mu\nu}(x,y)$$

$$\left\langle \mathfrak{F}^{Ta}_{\mu\nu}(x) U^b(x,y) \mathfrak{F}^{Tc}_{\mu'\nu'}(y) \right\rangle = K^{ab}_{\mu\nu\mu'\nu'}(x,y)$$

Статистическое описание турбулентности III

Статистически однородные корреляции:

$$K^{ab}_{\mu\nu\mu'\nu'}(x,y) = K^{ab}_{\mu\nu\mu'\nu'}(x-y)$$
$$G^{ab}_{\mu\nu}(x,y) = G^{ab}_{\mu\nu}(x-y)$$

Параметризация коррелятора турбулентных полей:

$$K^{ab}_{\mu\nu\mu'\nu'}(x) = \left\langle F^{a}_{0\mu\nu} F^{b}_{0\mu'\nu'} \right\rangle \exp\left[-\frac{\mathbf{r}^2}{a^2} - \frac{t^2}{\tau^2}\right]$$

Изотропный турбулентный сценарий:

$$\langle E^a_i E^b_j \rangle = \frac{1}{3}\delta^{ab}\delta_{ij}\langle E^2\rangle$$
$$\langle B^a_i B^b_j \rangle = \frac{1}{3}\delta^{ab}\delta_{ij}\langle B^2\rangle$$
$$\langle E_i B_j \rangle = 0$$

Поляризация кварк-глюонной пазмы

1. Ищется решение кинетического уравнения в виде:

$$f(p,x,Q) = f^{eq}(p) + \delta f(x,p,Q)$$

2. В лидирующем порядке по самосогласованному калибровочному полю плазмы:

$$\delta f(k,p,Q) = \frac{1}{\imath((pk)+\imath\varepsilon)} Q_a p^\mu \frac{\partial}{\partial p_\nu} F^a_{\mu\nu}(k) f^{eq}(p)$$

3. Используя определение поляризационного тензора:

$$\Pi^{\mu\nu}_{ab} = \frac{2}{(2\pi)^3} g^2 \int dQ Q_a Q_b \int d\Omega_{\mathbf{v}} \frac{-(vk)v^\mu g^{\nu 0} + k^0 v^\mu v^\nu}{(vk)+\imath\epsilon}$$
$$\times \left(- \int p^2 \frac{df^{eq}(p)}{dp} dp \right)$$

Поляризация кварк-глюонной пазмы (ответ)

- Вследствие калибровочной инвариантности и изотропии лишь две компоненты тензора независимы: Π_L и Π_T
- Цветных индексы факторизуются: $\int dQQ_aQ_b \sim \delta_{ab}$

$$\Pi^{00}_{ab}(k_0,\mathbf{k}) = \delta_{ab}\frac{|\mathbf{k}|^2}{k_0^2}\Pi_L(k_0,\mathbf{k})$$

$$\Pi^{0i}_{ab}(k_0\mathbf{k}) = \delta_{ab}\frac{k^i}{k_0}\Pi_T(k_0,\mathbf{k})$$

$$\Pi^{ij}_{ab} = \delta_{ab}\left[\left(\delta^{ij} - \frac{k^ik^j}{|\mathbf{k}|^2}\right)\Pi_T(k_0,\mathbf{k}) + \frac{k^ik^j}{|\mathbf{k}|^2}\Pi_L\right]$$

$$\Pi_L^{\mathrm{H}TL} = -m_g^2x^2\left[1 - \frac{x}{2}\,L(x)\right]$$

$$\Pi_T^{\mathrm{H}TL} = m_g^2\frac{x^2}{2}\left[1 + \frac{1}{2x}\,(1-x^2)\,L(x)\right]$$

где: $L(x) \equiv \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right| - \imath\pi\theta(1-x)$ а $m_D^2 = g^2/3(N+N_2)\,T^2$

Поляризация турбулентной плазмы (схема вычисления)

Для вычисления поляризации необходимо:

1. Начать с кинетического уравнения.
2. Раскладывать все поля, потенциалы и распределения по степеням регулярного поля и степеням турбулентного поля.
3. Замкнуть уравнения, воспользовавшись уравнениями движения
4. Усреднить и отбросить высшие корреляторы (предел слабой турбулентности)
5. Проинтегрировать по фазовуму объему для нахождения индуцированных токов
6. Получить выражение для поляризационного тензора из определения

Воспользовавшись этой схемой можно после длительного вычисления получить выражение для поляризации в длинноволновом ($|\mathbf{k}|l << 1$ ответ получен в первых двух порядках по градиентному разложению) пределе слабой турбулентности ($g^2\langle E^2\rangle l/|\mathbf{k}|T^2 << 1$)

Поляризация турбулентной плазмы (ответ)

Градиентное разложение:

$$\Pi^{\mathrm{turb}}_{L(T)}(\omega, |\mathbf{k}|\, l) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(|\mathbf{k}|\, l)^n}{\mathbf{k}^2} \left[\phi^{(n)}_{L(T)}\left(\frac{\omega}{|\mathbf{k}|}\right) \langle E^2 \rangle + \chi^{(n)}_{L(T)}\left(\frac{\omega}{|\mathbf{k}|}\right) \langle B^2 \rangle \right]$$

$$\begin{aligned}
\phi^{(1)}_{\mathrm{I\,T}}(x) &= \frac{\imath C_{q(g)}}{6\pi\sqrt{\pi}}\, 2x \left[\frac{4 + 10x^2 - 6x^4}{3(1-x^2)} + x(1-x^2)\, L(x) \right] \\
\phi^{(1)}_{\mathrm{I\,L}}(x) &= -\frac{\imath C_{q(g)}}{6\pi\sqrt{\pi}}\, \frac{8x^3}{3(1-x^2)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi^{(1)}_{\mathrm{I\,T}}(x) &= \frac{\imath C_{q(g)}}{6\pi\sqrt{\pi}}\, 4x \left[\frac{-2 + 6x^2}{3(1-x^2)} + x\, L(x) \right] \\
\chi^{(1)}_{\mathrm{I\,L}}(x) &= -\frac{\imath C_{q(g)}}{6\pi\sqrt{\pi}}\, \frac{8x^3}{3(1-x^2)^2}.
\end{aligned}$$

Поляризация турбулентной плазмы (ответ) II

$$\phi^{(2)}_{\mathrm{I\,T}}(x) = \frac{C_{q(g)}}{6\pi^2}\, x \left[\frac{22}{3}x + 4x^3 + (1+3x^2+2x^4)\; L(x)\right]$$

$$\phi^{(2)}_{\mathrm{I\,L}}(x) = \frac{C_{q(g)}}{6\pi^2}\, 2x^3 \left[\frac{2x}{1-x^2} + L(x)\right]$$

$$\chi^{(2)}_{\mathrm{I\,T}}(x) = \frac{C_{q(g)}}{6\pi^2}\, x \left[14x + (1-7x^2)\; L(x)\right]$$

$$\chi^{(2)}_{\mathrm{I\,L}}(x) = \frac{C_{q(g)}}{6\pi^2}\, 2x \left[\frac{6x-4x^3}{1-x^2} + (1-2x^2)\; L(x)\right]$$

$$\phi^{(2)}_{\mathrm{II\,T}}(x) = \frac{C_{q(g)}}{6\pi^2} \left[\frac{2}{3}x^2 - 4x^4 - x(1+x^2-2x^4)\; L(x)\right]$$

$$\phi^{(2)}_{\mathrm{II\,L}}(x) = \frac{C_{q(g)}}{6\pi^2} \left[4x^2 - 2x^3\; L(x)\right]$$

Поляризация турбулентной плазмы (ответ) III

Для кварков:

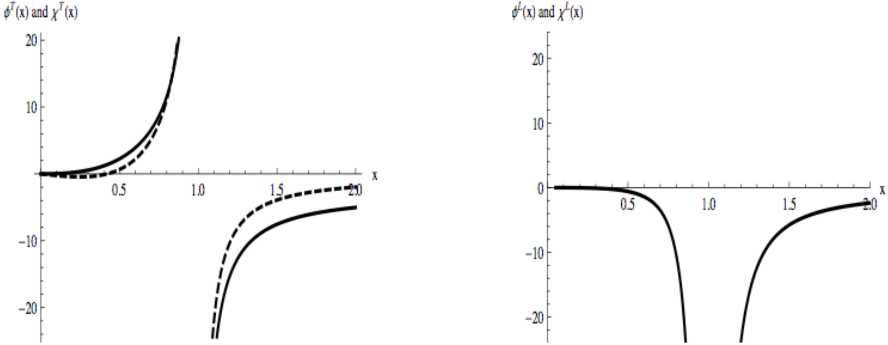
$$C_q = g^4 N_q \frac{N^2 - 1}{4N}$$

Для глюонов:

$$C_g = \frac{2g^3 N^2}{N + \frac{N_q}{2}}$$

Вклад от глюонов сильнее так как глюоны перенасыщены при малых энергиях (статистика Бозе-Эйнштейна), интеграл по импульсам регуляризуется на дебаевской массе. В электромагнитной плазме этого нет.

График для турбулентных поправок



Турбулентные поправки к плазмонам

Плазмоны - решения дисперсионных уравнений:

$$Re\left[\mathbf{k}^2\left(1-\frac{\Pi_{\mathrm{L}}(k^0,|\mathbf{k}|)}{\omega^2}\right)\Bigg|_{k^0=\omega_{\mathrm{L}}(|\mathbf{k}|)}\right]=0$$

$$Re\left[\mathbf{k}^2-(k^0)^2+\Pi_{\mathrm{T}}((k^0,|\mathbf{k}|)\,|_{k^0=\omega_{\mathrm{T}}(|\mathbf{k}|)}\right]=0,$$

Ширина размытия плазмонных мод:

$$\Gamma_{T(L)}=\sqrt{-Im(\Pi_{T(L)})}$$

Дисперсионные уравнения для плазмоннов в турбулентной плазме для $k/\omega_{pl} << 1$:

$$\omega_{\mathrm{L}}^2(|\mathbf{k}|)_{\mathrm{turb}}=(\omega_{\mathrm{pl\ L}}^{\mathrm{turb}})^2\left(1+\frac{3}{5}y_{\mathrm{L}}^2\right)-\frac{C_g l^2}{6\pi^2}\left(\frac{24}{5}\langle E^2\rangle+\frac{64}{15}\langle B^2\rangle\right)y_{\mathrm{L}}^2+O\left(y_{\mathrm{L}}^4\right)$$

$$\omega_{\mathrm{T}}^2(|\mathbf{k}|)_{\mathrm{turb}}=(\omega_{\mathrm{pl\ T}}^{\mathrm{turb}})^2\left(1+\frac{3}{5}y_{\mathrm{T}}^2\right)-\frac{C_g l^2}{6\pi^2}\left(\frac{24}{7}\langle E^2\rangle+\frac{32}{15}\langle B^2\rangle\right)y_{\mathrm{T}}^2+O\left(y_{\mathrm{T}}^4\right.$$

Турбулентные поправки к плазмонам II

На предыдущем слайде:

$$y_{\rm L} = \frac{|\mathbf{k}|}{\omega_{\rm pl\ L}^{\rm turb}}; \qquad y_{\rm T} = \frac{|\mathbf{k}|}{\omega_{\rm pl\ T}^{\rm turb}},$$

и

$$(\omega_{\rm pl\ L}^{\rm turb})^2 = \omega_{\rm pl\ L}^2 - \frac{C_g l^2}{6\pi^2}\left(\frac{16}{3}\langle E^2\rangle + \frac{8}{3}\langle B^2\rangle\right)$$
$$(\omega_{\rm pl\ T}^{\rm turb})^2 = \omega_{\rm pl\ T}^2 - \frac{C_g l^2}{6\pi^2}\left(\frac{128}{15}\langle E^2\rangle + \frac{8}{3}\langle B^2\rangle\right).$$