

Абелевы монополи и свойства кварк-глюонной плазмы

В.В. Брагута

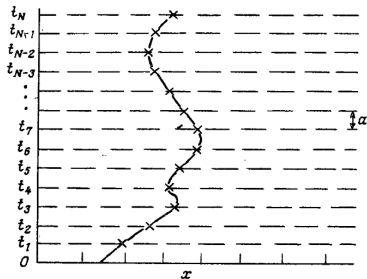
ОИЯИ

11 января, 2012

Континуальный интеграл в квантовой механике

$$\langle x', t' | x, t = 0 \rangle \sim \int \prod_{\mathbf{t}} dx_{\mathbf{t}} \exp \left(i \int_0^{t'} dt \left\{ \frac{m\dot{x}^2}{2} - V(x) \right\} \right)$$

- Разделяем отрезок $t \in [0, t']$ на $N_{\mathbf{t}}$ частей $t_i = \frac{i}{N_{\mathbf{t}}} t'$
- Траектория $t_i \leftrightarrow x_i$ с гран. условиями $x_0 = x, x_{N_{\mathbf{t}}} = x'$
- Устремляем $N_{\mathbf{t}} \rightarrow \infty$

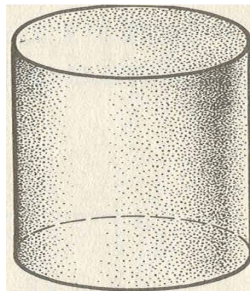
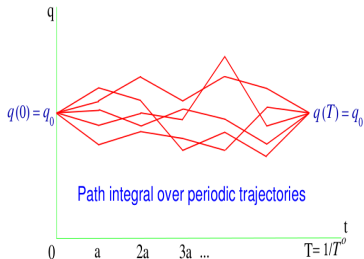


М. Кройц, "Кварки, глюоны и решетки"

Статистическая сумма

$$Z = Sp[e^{-\beta \hat{H}}] \sim \int dx \langle x, t' | x, t = 0 \rangle_{t=-it}$$

- Осцилляций нет, $\beta = t' = \frac{1}{T}$
- Граничные условия: $x_0 = x_{N_t} = x$, (геометрия цилиндра)



D. Diakonov, arXiv:0906:2456

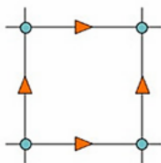
Вычисления на решетке

- Создаются N траекторий $\{x_i\}$ с весом

$$\exp\left(-\int_0^{1/T} dt \left\{ \frac{m\dot{x}^2}{2} + V(x) \right\}\right)$$

- Физическая величина f вычисляется как среднее

$$\langle f \rangle = \frac{Sp[e^{-\beta \hat{H}} f]}{Sp[e^{-\beta \hat{H}}]} = \frac{1}{N} \sum_{traj} f(\{x_i\})$$



КХД на решетке

- Степени свободы: $U_{x,\mu} \in SU(N)$, $U_P = U_1 \cdot U_2 \cdot U_3^+ \cdot U_4^+$
- Параметры решетки: шаг решетки a , $\beta = \frac{2N}{g^2}$, размер решетки $N_t \times N_s^3$
- Континуальный интеграл

$$Z_{latt} \sim \int \prod_{x,\mu} DU \exp(-S_E(\{U_P\}))$$

Непрерывный предел $a \rightarrow 0$

- $U_\mu \rightarrow \exp(iga\hat{A}_\mu)$, $U_P \rightarrow \exp(iga^2\hat{F}_{\mu\nu})$
- $Z_{latt} \rightarrow Z_{QCD}$

Петля Вильсона

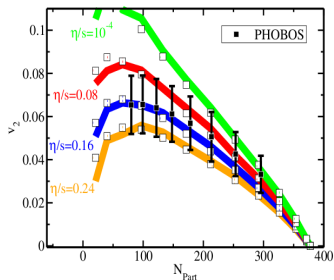
Параметр порядка $W(C) = \text{Tr} \left[P \exp \left(-ig \int_C \hat{A} dx \right) \right]$

Конфайнмент $T < T_c$ ($T_c \simeq 300 \text{ MeV}$)

- $W \sim e^{-\sigma S}$
- $V(r) = -\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \log W(C = r \times T), \quad V(r) \sim \sigma r$
- Кварки и глюоны не существуют в свободном состоянии

Деконфайнмент $T > T_c$

- $\sigma = 0$
- Кварки и глюоны существуют в свободном состоянии (кварк-глюонная плазма)



M. Luzum, P. Romatschke, Phys. Rev. C 78, (2008)

Вязкость кварк-глюонной плазмы

$$\frac{\eta}{s} = (1 - 3) \frac{1}{4\pi}$$

Кварк-глюонная плазма – среда с малой вязкостью

Компактная электродинамика (Banks et al., Nucl. Phys. B129, 1977)

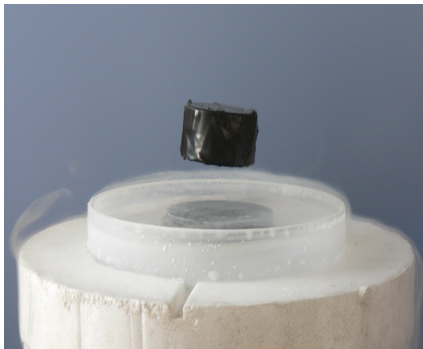
- $U = e^{i\theta} \in U(1)$, $\theta \in (0, 2\pi)$, $U_P = e^{i\theta_{\mu\nu}}$
- Стат. сумма $Z(J) = \langle \exp \left(ig \int_C dx^\mu A_\mu \right) \rangle =$

$$\int_0^{2\pi} \prod_{x,\mu} d\theta_\mu(x) \exp \left[-\beta \sum_{x,\mu,\nu} (1 - \cos\theta_{\mu\nu}) + i \sum_{x,\mu} \theta_\mu J_\mu \right]$$
- Связь с электродинамикой $\beta = \frac{1}{2g^2} \gg 1$, $\theta_\mu = agA_\mu$, $\theta_{\mu\nu} = a^2 gF_{\mu\nu}$
- Стат. сумма может быть переписана в следующем виде:

$$Z(J) = \exp \left[-\frac{1}{2\beta} \sum_{x,y} J_\mu(x) \Delta^{-1} J_\mu(y) \right] \times$$

$$\sum_{\delta m=0} \exp \left[-2\pi^2 \beta \sum_{x,y} m_\mu(x) \Delta^{-1} m_\mu(y) + 2\pi i \sum_{x,y} m_\mu(x) A_{\mu\nu}(x,y) J_\nu \right]$$
- При $\beta \ll 1$ происходит конденсация токов монополей (замкнутых петель $\delta m = 0$), что приводит к конфайнменту
- $g_e^2 = \frac{1}{2\beta}$, $g_m^2 = 2\pi^2 \beta$, $g_e g_m = \pi$

Модель дуального сверхпроводника



Требование модели

- Наличие магнитных зарядов
- Конденсация магнитных зарядов

Максимально-абелева калибровка

- работаем с $SU(2)$ КХД
 $\hat{A} = A_1 \hat{\sigma}_1 + A_2 \hat{\sigma}_2 + A_3 \hat{\sigma}_3$, $\sigma_{1,2,3}$ – матрицы Паули
- выбираем \hat{A} максимально диагональной:
 $\max_{\Omega} R(A^{\Omega})$, $R(A) = - \int d^4x (A_1^2 + A_2^2)$
- $\Omega_0 = \text{diag}(e^{-i\alpha(x)}, e^{i\alpha(x)})$ не меняется $R(A)$
- \hat{A} преобразуется $A_{\pm} \rightarrow e^{\pm 2i\alpha} A_{\pm}$ ($A_{\pm} = A_1 \pm iA_2$),
 $A_3 \rightarrow A_3 - \frac{1}{g} \partial\alpha$

Абелева доминантность

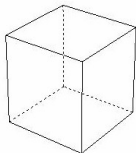
Отображение $SU(2) \rightarrow U(1)$

Если в петле Вильсона заменить $\hat{A} \rightarrow A_3$, то конфайнмент сохраняется и воспроизводится значение натяжения струны

Исследование свойств
абелевых монополей
важно для понимания КХД

Детали вычислений

- $SU(2)$ глюодинамика
- Фаза деконфайнмента (диапазон температур $T/T_c \in (1, 7)$)



Определение траекторий монополей

- $Q_m \sim \int_S \vec{B} d\vec{S}$
- Токи монополей на решетке видны как замкнутые линии (траектории монополей)
- Траектории замкнутые (wrapped) и незамкнутые (unwrapped) через ось x_4
- Unwrapped-монополи соответствуют виртуальным парам
- Wrapped-монополи соответствуют реальным частицам
- В докладе изучаются свойства wrapped-монополей

В докладе будут представлены результаты работ:

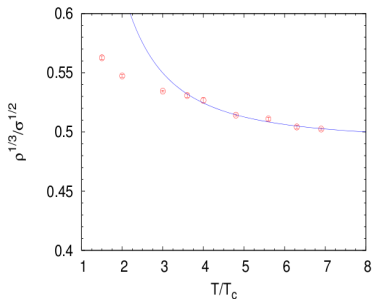
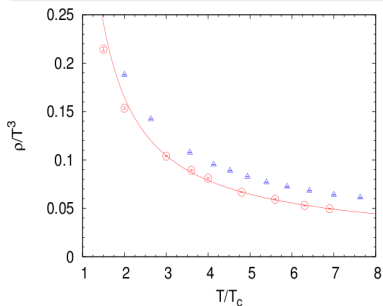
- *"Thermal Abelian monopoles as selfdual dyons."*,
V.G. Bornyakov, V.V. Braguta, arXiv:1104.1063 [hep-lat]
- *"Study of the thermal abelian monopoles with proper gauge fixing."*,
V.G. Bornyakov, V.V. Braguta, arXiv:1110.6308 [hep-lat]
- *"First study of the abelian monopoles in finite temperature lattice SU(2) gluodynamics with improved action."*, V.G. Bornyakov, A.G. Kononenko, arXiv:1111.0169 [hep-lat]
- V.G. Bornyakov, V.V. Braguta, A. Kotov, to be published

СТАТИСТИКА

β	$a[\text{fm}]$	L_t	L_s	T/T_c	N_{meas}
2.43	0.108	4	32	1.5	1000
2.5115	0.081	4	28	2.0	400
2.635	0.054	4	36	3.0	500
2.635	0.054	8	48	1.5	1000
2.70	0.046	4	36	3.6	200
2.74	0.041	4	36	4.0	100
2.80	0.034	4	48	4.8	1000
2.85	0.029	4	48	5.7	100
2.90	0.025	4	48	6.3	100
2.93	0.023	4	48	6.9	1000

β	u_0	L_t	L_s	T/T_c	N_{meas}
3.640	0.92172	4	48	3.00	200
3.544	0.91877	4	48	2.50	200
3.480	0.91681	4	48	2.26	200
3.410	0.91438	4	48	2.00	200
3.400	0.91402	6	48	1.31	200
3.300	0.91015	6	48	1.10	203
3.285	0.90954	6	48	1.07	206
3.265	0.90867	6	48	1.03	200
3.230	0.90714	6	48	0.97	237
3.215	0.90646	6	48	0.94	300
3.200	0.90578	6	48	0.91	201
3.100	0.90069	6	48	0.76	100

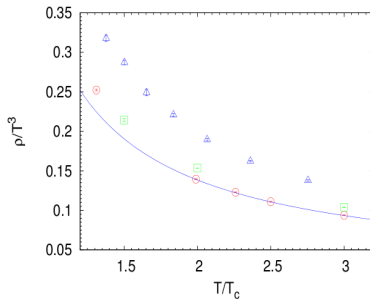
Плотность монополей



Результаты фитирования

- Dimensional reduction: $\rho \sim (g^2(T)T)^3$
- $g^2(T)$ берем в двух петлях
- $\chi^2/dof \sim 1.4$, $T/T_c \geq 3$, $\Lambda/T_c = 0.397(9)$
- хороший непрерывный предел ($a \rightarrow 0$) плотности

Плотность монополей (улучшенное действие)



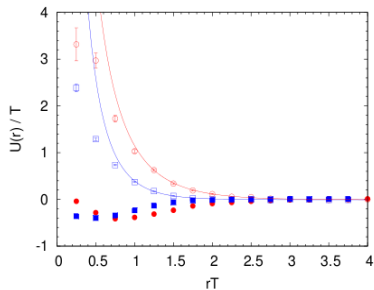
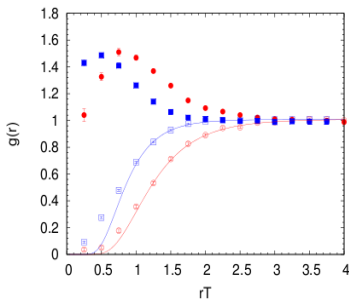
Результаты фитирования

- $\rho \sim (g^2(T)T)^3$
- $\chi^2/dof \sim 0.28, \quad T/T_c \geq 2, \quad \Lambda/T_c = 0.144(3)$

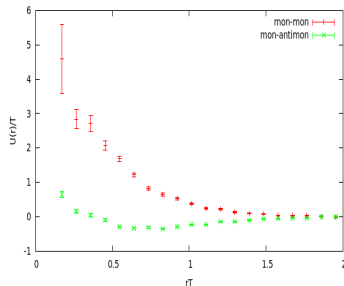
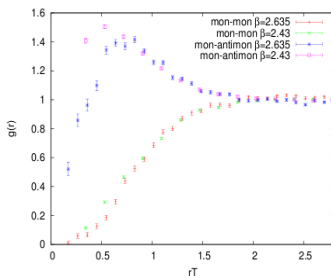
Двухчастичные корреляционные функции

$$g_{MM}(r) = \frac{\langle \rho_M(0) \rho_M(r) \rangle}{\rho^2} = \frac{dN_M(r)}{\rho \, 4\pi r^2 dr}, \quad g_{MA}(r) = \frac{\langle \rho_M(0) \rho_A(r) \rangle}{\rho^2} = \frac{dN_A(r)}{\rho \, 4\pi r^2 dr}$$

$$g_{MM}(r) = \exp\left(-\frac{U_{MM}(r)}{T}\right), \quad g_{MA}(r) = \exp\left(-\frac{U_{MA}(r)}{T}\right)$$

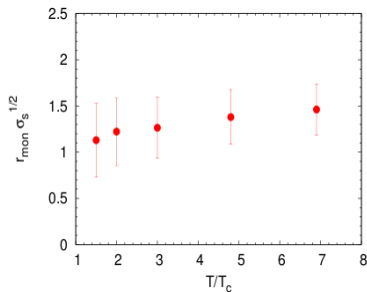


Корреляционные функции (непрерывный предел)



Результаты вычислений

- $\beta = 2.43, N_L = 4, a = 0.1 fm, \beta = 2.635, N_L = 8, a = 0.05 fm$
- Структура взаимодействия видна лучше на мелкой решетке
- Монополь-монополь отталкиваются
- Монополь-антимонополь отталкиваются на малых и притягиваются на больших расстояниях
- Монополь имеет размер



Размер монополя

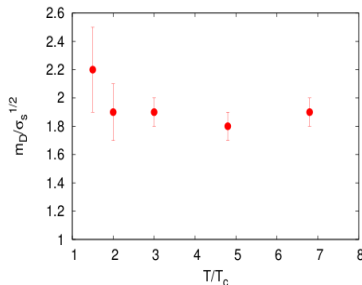
- $2 \times r_{\text{mon}} = r_0$, r_0 – положение минимума в потенциале
- При расчете на мелкой решетке r_{mon} увеличивается на $\sim 20\%$
- Не является решеточным артефактом
- В пределах ошибки $r_{\text{mon}} \sigma^{1/2}$ не зависит от температуры

Фитируем данные

$$g(r) = \exp\left(-\frac{\alpha}{rT} e^{-mDr}\right) + c$$

- константа c учитывает эффект конечного объема ($c \sim 0.01$)

T/T_c	M_D/T	α	χ^2/N_{dof}
1.5	2.2 ± 0.3	3.6 ± 1.3	1.2
2.0	1.9 ± 0.2	4.0 ± 1.0	1.5
3.0	1.7 ± 0.1	4.3 ± 0.5	0.5
4.8	1.4 ± 0.1	4.7 ± 0.7	1.3
6.9	1.4 ± 0.1	6.6 ± 1.5	0.6



Результаты

- $m_D/\sigma_s^{1/2}$ не зависит от температуры
- α растет с температурой (*Shuryak, Liao, Phys.Rev.Lett.*101(2008)) (магнитная константа)
- в пределах ошибки $M_D/T \times \alpha \sim const$ $\alpha \sim 1/g^2(T)$
- непрерывный предел: $\alpha = 3.0 \pm 0.8$ $m_D/T = 1.9 \pm 0.2$ для $T/T_c = 1.5$

Улучшенное действие

T/T_c	M_D/T	α	χ^2/N_{dof}
1.5	2.2 ± 0.3	3.6 ± 1.3	1.2
2.0	1.9 ± 0.2	4.0 ± 1.0	1.5
3.0	1.7 ± 0.1	4.3 ± 0.5	0.5
4.8	1.4 ± 0.1	4.7 ± 0.7	1.3
6.9	1.4 ± 0.1	6.6 ± 1.5	0.6

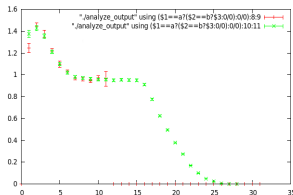
T/T_c	α	m_D/T	χ^2
3.00	2.9(2)	1.48(5)	0.51
2.50	3.0(2)	1.66(6)	0.53
2.26	3.2(3)	1.79(7)	0.68
2.00	2.5(2)	1.72(6)	0.38
1.31	2.3(2)	2.2(1)	0.66
1.10	1.4(1)	1.82(9)	0.99
1.07	1.5(1)	1.99(8)	0.59
1.03	1.8(2)	2.3(1)	0.82

Трехчастичные корреляционные функции

$$g_{MMM} = \frac{\langle \rho_M(r_1) \rho_M(r_2) \rho_M(r_3) \rangle}{\rho^3}, \quad g_{MMA} = \frac{\langle \rho_M(r_1) \rho_M(r_2) \rho_A(r_3) \rangle}{\rho^3}$$

Приближение парного взаимодействия:

$$g_{MMM} = g_{MM}(r_1 - r_2) g_{MM}(r_1 - r_3) g_{MM}(r_2 - r_3), \quad g_{MMA} = g_{MM}(r_1 - r_2) g_{MA}(r_1 - r_3) g_{MA}(r_2 - r_3)$$



Выводы

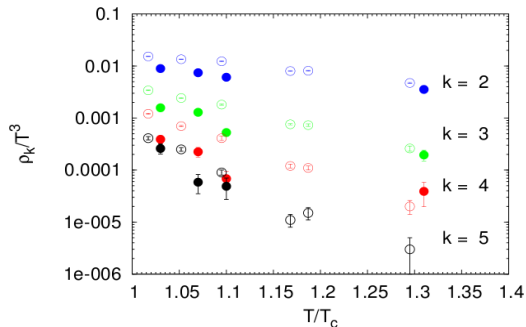
Отклонений от парного взаимодействия не обнаружено.



Учет тождественности



Тожественные частицы (V.G. Bornyakov, A.G. Kononenko, arXiv:1111.0169)



Вывод

При приближении к T_c увеличивается число траектории с квантовой статистикой

Тождественные частицы

$$\rho_k = A \frac{e^{-\mu k}}{k^\alpha}$$

A. D'Alessandro, M. D'Elia, E. V. Shuryak, arXiv: 1002.4161

В случае свободных частиц $\alpha = 2.5$

	1.03Tc	1.07Tc	1.1Tc	1.31Tc
$A(\alpha = 0)$	0.03(1)	0.23(2)	0.72(3)	1.0(6)
$A(\alpha = 2)$	0.06(2)	0.28(2)	0.6(2)	0.7(4)
$A(\alpha = 2.5)$	0.07(2)	0.22(2)	0.5(2)	0.7(4)
$A(\alpha = 3)$	0.09(2)	0.22(2)	0.5(5)	0.7(3)
$\mu(\alpha = 0)$	1.0(1)	1.72(5)	2.4(2)	2.8(3)
$\mu(\alpha = 2)$	0.50(9)	0.99(3)	1.6(1)	2.0(3)
$\mu(\alpha = 2.5)$	0.37(8)	0.82(4)	1.4(1)	1.8(2)
$\mu(\alpha = 3)$	0.26(7)	0.65(5)	1.2(1)	1.6(2)
$\chi^2(\alpha = 0)$	2.09	0.46	2.27	1.99
$\chi^2(\alpha = 2)$	1.35	0.27	1.84	1.54
$\chi^2(\alpha = 2.5)$	1.22	0.41	1.73	1.42
$\chi^2(\alpha = 3)$	1.14	0.64	1.61	1.30

Конденсация монополей

При приближении к T_c химический потенциал $\mu \rightarrow 0$, что является сигналом конденсации монополей

Конденсат монополей или перколирующий кластер

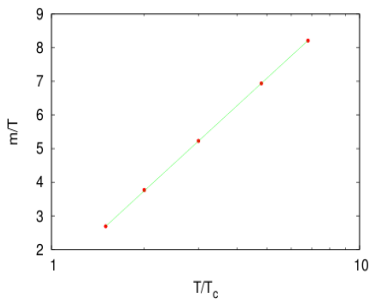


Масса монополя

$$\Delta r^2 = T \int_0^{1/T} dt \langle (\vec{r}(t) - \vec{r}(0))^2 \rangle, \quad m = \frac{1}{2T\Delta r^2}$$

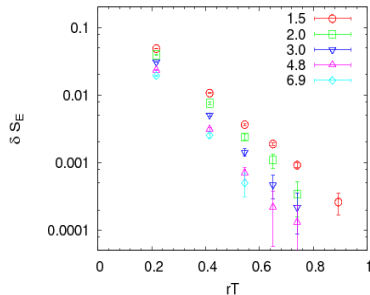
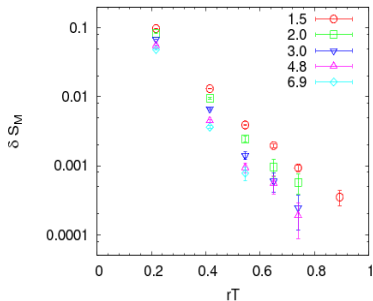
$$\Delta r^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \langle (\vec{r}_i - \vec{r}_1)^2 \rangle$$

T/T_c	$a^{-2}\Delta r^2$	m/T
1.5	2.97 ± 0.01	2.69 ± 0.01
2.0	2.12 ± 0.02	3.77 ± 0.04
3.0	1.53 ± 0.01	5.23 ± 0.03
4.8	1.152 ± 0.003	6.94 ± 0.02
6.9	0.975 ± 0.003	8.21 ± 0.03



Результаты расчета

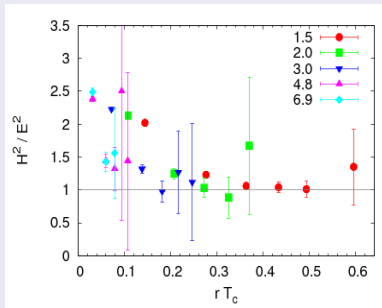
- $m/T = a \text{Log}(T/\Lambda) \quad \chi^2/dof \sim 0.2, a = 3.653(6), \Lambda/T_c = 0.718(2)$
- непрерывный предел: $m/T = 3.96 \pm 0.20$

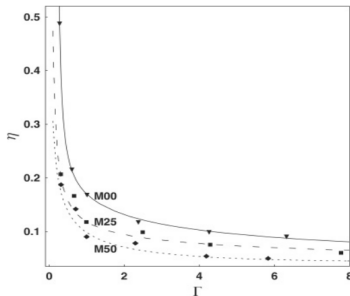


Результаты расчета

- Дебаевское экранирование зарядов: $H^2(r), E^2(r) \sim \exp(-Mr)$
- $H^2(r) \sim E^2(r)$, т.е. монополю имеет как электрический так и магнитный заряды
- Подтверждается ротационная инвариантность

Дуальность





J.Liao, E.Shuryak, Phys. Rev. C75, (2007)

Дуальность

- Дуальные поля минимизируют действие
- Дионы с $q_m^2 = q_e^2$ дают среду с минимальной вязкостью?

Характерные масштабы в кварк-глюонной плазме

$$T/T_c \in (1.5, 6.9), \quad \frac{r_{cor}}{\langle r \rangle} \sim 0.5 - 0.6, \quad \frac{r_s}{\langle r \rangle} \sim 0.16 - 0.18, \quad \frac{r_f}{\langle r \rangle} \sim 0.16 - 0.10$$

Выводы

- Взаимодействие между монополями сильное $r_{cor} \sim \langle r \rangle$ во всем диапазоне температур $T/T_c \in (1.5, 6.9)$
- $r_f \sim r_s$ монополи шарики с хромомангнитным и хромозлектрическим полями?
- $r_{cor} \gg r_f$ как взаимодействуют монополи (коллективные явления?)

Некоторые свойства системы монополей сходны со свойствами
жидкости

Выводы

- Абелевы монополи не являются решеточным артефактом
- Проявляют свойства частиц в плазме
- Определены масса монополя, размер монополя, химический потенциал, параметры взаимодействия монополей
- Монополи конденсируются при $T = T_c$
- Абелевы монополи являются дионами с $q_m^2 = q_e^2$
- Взаимодействие в системе монополей сильное
- Среда монополей проявляет свойства жидкости (J.Liao, E. Shuryak, Phys. Rev. Lett. 101, (2008))

Выводы

- Абелевы монополи имеют хромомагнитный заряд
- Взаимодействие характеризуется магнитным зарядом $\alpha \sim 1/g^2(T)$
- При температурах $T < T_c$ появляется конденсат монополей или перколирующий кластер
- Дуальность полей $tr(E^2) = tr(H^2)$ минимизирует действие

**Подтверждается
модель дуального сверхпроводника**

**Абелевы монополи квазиклассические решения,
ответственные за конфайнмент?**

Выводы

- Взаимодействие монополей парное
- На малых расстояниях монополи отталкиваются
- Эффективная теория (V.I. Zakharov)

$$\hat{H} = \sum_p \frac{p^2}{2m} a_p^+ a_p + \sum_{p_1, p_2, p'_1, p'_2} U_{p_1, p_2, p'_1, p'_2} a_{p'_1}^+ a_{p'_2}^+ a_{p_1} a_{p_2}$$

- При $T < T_c$ появляется конденсат монополей и среда становится сверхтекучей
- Среда дионов с $q_e^2 = q_m^2$ имеет малую вязкость?

Монополи создают среду (жидкость) с малой вязкостью?

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!