Министерство образования Российской Федерации

МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИРОДЫ, ОБЩЕСТВА И ЧЕЛОВЕКА «ДУБНА»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор С.В.Моржухина

«__»____________2008 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы и математическое моделирование

(наименование дисциплины)

по направлению, специальности

510400 «Физика»

(№, наименование направления, специальности)

Разработана:

Кафедрой теоретической физики

Заведующий кафедрой

____________________ **А.Н.Сисакян**

1. Требование к уровню усвоения содержания дисциплины

Целью курса «Численные методы и математическое моделирование» является изучение наиболее распространенных методы приближенных вычислений и приобретение практических навыков использования численных методов. В большинстве случаев для решения задач обработки эксперимента и математического моделирования процессов уже существуют готовые программные комплексы. Однако, студенты должны иметь ясное представление об основных методах приближенных вычислений и границах их применимости. Это позволит, во-первых, выбирать подходящую для решения конкретной задачи программу, а во-вторых, правильно интерпретировать получаемые результаты. При изучении данного курса предполагается наличие у студента знаний в рамках стандартного курса математического анализа (производная, интеграл, дифференциальные уравнения), аналитической геометрии и линейной алгебры, основ теории функций комплексной переменной, программирования.

Изучив материал данного курса, студент должен:

- Освоить основные методы компьютерного моделирования физических систем
- Осуществлять постановку задач и их численную алгоритмизацию
- Применять аппарат математического анализа и статистики в вопросах требующих использования программных вычислительных средств.
- Эффективно анализировать модели и зависимости, описывающие поведение систем различной природы
- Создавать программные приложения для решении конкретных прикладных задач, отвечающие современным требованиям к качеству интерфейса, документирования и представления информации

2. Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах)

Вид занятий	**Всего часов**	**5-й семестр**	**6-й семестр**
Общая трудоемкость	**178**	**60**	**118**
Аудиторные занятия:	**102**	**34**	**68**
Лекции	51	17	34
Семинары	51	17	34
Самостоятельная работа:	**76**	**26**	**50**
Виды итогового контроля		Зачет	Экзамен, курсовая работа

3. Содержание дисциплины

№	Раздел дисциплины	Лекции	Семинары
1.	Введение в математическое моделирование	**2**	**2**
2.	Приближенные числа и действия над ними	**1**	**1**
3.	Интерполяция функций.	**3**	**3**
4.	Численное решение нелинейных уравнений	**3**	**3**
5.	Численное решение систем линейных уравнений	**3**	**3**
6.	Численное решение систем нелинейных уравнений	**2**	**2**
7.	Численное интегрирование	**2**	**2**
8.	Численное дифференцирование	**1**	**1**
9.	Численные методы решения ОДУ. Задача Коши.	**3**	**3**
10.	Численные методы решения ОДУ. Краевая задача	**3**	**3**
11.	Разностные схемы для уравнений с частными производными. Устойчивость разностных схем	**2**	**2**
12.	Интегральные уравнения и методы оптимизации	**1.5**	**1.5**

4. Содержание разделов дисциплины

Введение в математическое моделирование

Простейшие математические модели. Фундаментальные законы природы. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении моделей. О численных методах. Иерархический подход к построению моделей. О нелинейности математических моделей. Предварительные выводы о принципах построения математических моделей.

Приближенные числа и действия над ними.

Дискретизация. Приближенные числа, погрешности (абсолютная и относительная). Обусловленность. Вычисление значений простейших функций. О методах вычислений.

Интерполяция функций.

Основные понятия. Приближение функций интерполяционными полиномами. Погрешность интерполяции. Возможные обобщения приближения функций. Кусочная интерполяция. Среднеквадратичное приближение. Метод сплайнов. Ортогональные многочлены. Интерполяция функций двух переменных.

Численное решение нелинейных уравнений.

Численное решение нелинейных уравнений. Методы отделения корней, сканирования, деления отрезка пополам, хорд, Ньютона, простых итераций, релаксаций. Графическая интерпретация рассмотренных методов. Погрешности методов.

Численное решение систем линейных уравнений.

Численное решение систем линейных уравнений. Вычислительные методы линейной алгебры. Прямые методы. Методы Гаусса, главного элемента, Жордана, прогонки, квадратного корня. Итерационные методы, Якоби, Зейделя, оптимизации параметра. Плохо обусловленные системы. Задачи на собственные векторы и собственные значения. Методы отражения, вращений для эрмитовых матриц. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности матрицы. Псевдорешения систем линейных алгебраических уравнений и псевдообратные матрицы. Сингулярное разложение.

Численное решение систем нелинейных уравнений.

Формулировка задачи. Метод Ньютона. Метод простых итераций. Варианты итерационных схем. Погрешности методов.

Численное интегрирование.

Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Погрешности квадратурных формул и их устойчивость. Алгоритм Ромберга. Возможности переменного шага. Метод Гаусса. Несобственные интегралы. Многомерные интегралы. Метод Монте-Карло.

Численное дифференцирование.

Построение формул для приближенного вычисления производных. Анализ погрешности. Неустойчивость численного дифференцирования.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши.

Задача Коши для системы уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных. Методы Эйлера (явный и неявный).Представление о методах, как о разностных схемах, аппроксимирующих исходную задачу. Анализ погрешности. Модифицированный метод Эйлера, предиктор-корректор, Метод Рунге-Кутта. Представление о многошаговых методах, методы Адамса. Метод Милна, метод Пикара, специальные методы. Интегрирование уравнений второго и высших порядков.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Краевая задача.

Численное решение краевых задач. Линейный случай: непосредственная аппроксимация исходной задачи, сведение ее к последовательности задач Коши. Нелинейные задачи: прогонка с итерациями (для уравнений второго порядка), метод «стрельбы». Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о сходимости численного решения к решению исходной задачи. Элементы теории разностных уравнений. Примеры аналитических решений разностных задач.

Разностные схемы для уравнений с частными производными.

Модельные уравнения (переноса, теприлопроводности, Пуассона). Эволюционные задача, типичные формулировки задач для уравнений переноса и теплопроводности. Аппроксимация. Примеры разностных схем для модельных задач. Явные и неявные схемы. Интегро-интерполяционный метод построения разностных схем, аппроксимирующих законы сохранения.

Устойчивость разностных схем.

Устойчивость линейных разностных схем. Устойчивость по начальным данным, правым частям, краевым условиям. Примеры анализа устойчивости простейших схем. Метод гармоник. Принцип «замороженных коэффициентов». Конструирование явной схемы для системы гиперболических уравнений. Пример исследования устойчивости нелинейной схемы.

Интегральные уравнения и методы оптимизации.

Численные методы решения интегральных уравнений. Метод регуляризации решения линейных интегральных уравнений первого рода, алгоритм нахождения приближенных решений. Поиск экстремума, одномерная и многомерная оптимизация.

Основная литература

1. Н.Н.Калиткин, Численные методы, М.,"Наука", 1978.
2. А.А.Самарский, А.П.Михайлов, Математическое моделирование.-М., "Наука", Физматлит, 1997.
3. А.А.Самарский. Введение в численные методы. - М.,"Наука", 1982.
4. В.А.Ильина, П.К.Силаев, Численные методы для физиков-теоретиков, Москва-Ижевск, 2003 (т.1 и т.2)
5. Д.В.Беклемишев, Дополнительные главы линейной алгебры. – МюЖНаука, 1983.
6. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков, Численные методы - М.,"Наука", 1987
7. Д.В.Костомаров, А.Л.Фаворский Вводные лекции по численным методам Москва 2004.

Дополнительная литература

1. В.С.Рябенький, Введение в вычислительную математику. - М.,"Наука", 1994.
2. А.А.Самарский. Теория разностных схем. - М.,"Наука", 1983.
3. Ф.Р.Гантмахер, Теория матриц. М.: Наука, 1966, 576 стр.
4. А.В.Манжиров, А.Д.Полянин Методы решения интегральных уравнений. Справочник.М.:Наука, 1999,272 стр.

5. Методические указания преподавателю

Данный курс предполагает наличие у студентов лишь основных знаний по ряду уже пройденных ими разделов высшей математики (математического анализи, линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных и интегральных уравнений). Основное внимание в данном курсе посвящено изложению методов численного решения уравнений математической физики. При этом упор желательно делать не на общие теоремы и утверждения (которые, как правило, даются без доказательств), а на их конкретные применения, явные формулы и тождества, необходимые при изложении основного материала в дальнейшем . Для того, чтобы научить студентов самостоятельным вычислениям и способствовать активному усвоению ими материала, некоторые технические детали лекций выносятся на семинарские занятия в виде упражнений. Кроме того, студентам предлагается на самостоятельных занятиях подробно воспроизвести выводы тех формул и уравнений, которые достаточно схематично выводятся на доске во время лекций. Желательно в начале каждой новой лекции кратко напоминать содержание предыдущей, при этом задавая студентам вопросы, призванные выяснить, насколько ими усвоен предыдущий материал. В случае необходимости полезно повторить мотивировку тех или иных утверждений. Семинарские занятия нацелены на освоение практического навыка решения задач с помощью компьтера. По каждому разделу необходимо написать программу решения задачи по данной теме. Всё это должно служить достижению основной цели данного курса: дать студентам-физикам прочные знания основ численных методов и математического моделирования.

6. Методические указания студентам

Студенты должны осознать, что техника любых вычислений возникает только в результате большой саимостоятельной работы, т.е. студенты должны самостоятельно решить как можно больше различных примеров. Многие примеры рассмотрены в рекомендуемой литературе. Перечень вопросов, выносимых на экзамен, примерно следует списку тем в пункте 4. В билет вносятся три вопроса. Первые два вопроса, как правило, относится к общим математическим методам рассмотенным в первом и втором семестрах соответственно. Третий вопрос – достаточно простая задача, которая служит тестом того, насколько хорошо студент усвоил методику решения задач рассмотренных в данном курсе.

Программа составлена в соответствии с Государственными требованиями к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы подготовки бакалавра по направлению 510400 и дипломированного специалиста по специальности 010400-физика

Программу составила

____________________ Колганова Е.А., доцент, к.ф.-м.н.