

**Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования Московской области  
«Международный университет природы, общества и человека «Дубна»  
(Университет «Дубна»)  
Факультет естественных и инженерных наук**

**Кафедра Ядерной физики**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ»**

**Для направления 010700.62 Физика**

Дубна, 2011

УМК разработан к.ф.-м.н., доцентом А. С. Деникиным

Протокол заседания кафедры «Ядерная физика»

№ \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ /Ю.Ц. Оганесян/

СОГЛАСОВАНО:

ДЕКАН факультета \_\_\_\_\_ / А.С. Деникин /

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Проректор по учебной работе \_\_\_\_\_ /Моржухина С.В. /  
(подпись)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

# Содержание

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.

Целью курса «Теория рассеяния» является освоение студентами основных понятий и методов классического и квантового описания процессов рассеяния волн и частиц на атомарном и ядерном уровне. Процессы упругих и неупругих столкновений частиц являются основным инструментом исследования свойств микромира, т.е. структуры молекул, атомов, атомных ядер и самих нуклонов.

В ходе данного курса студент должен получить представление об экспериментальной методике измерения сечений различных процессов, усвоить такие понятия как S-матрица, амплитуда и фаза рассеяния, познакомиться с нестационарным и стационарным описанием процесса рассеяния, освоить методы численного решения уравнения Шредингера для нахождения состояний рассеяния, а также освоить приближенные методы для расчета дифференциальных сечений рассеяния.

При разработке программы особое внимание уделялось тому, чтобы ее содержание было ориентировано на изложение материала (1) с учетом современного состояния теории рассеяния атомных ядер, а также (2) с использованием современных компьютерных и Интернет технологий в научно-исследовательской работе студентов.

Курс «Теория рассеяния» является необходимой вводной частью последующих курсов «Ядерные реакции с тяжелыми ионами», «Ядерные реакции под действием нейтронов и гамма-квантов» и «Нуклеосинтез», в которых студенты должны интенсивно использовать приобретенные навыки для понимания методов описания и анализа сложных ядерно-физических процессов.

**УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ (КАЛЕНДАРНЫЙ) ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ГОУ ВПО Московской области «Международный университет ПРИРОДЫ, ОБЩЕСТВА И ЧЕЛОВЕКА «ДУБНА»**  
**Календарный план (РАБОЧАЯ ПРОГРАММА)**

Курс 4 семестр 7 2010/2011 учебного года

Номер и дата недели	Виды и содержание учебных занятий											Самостоятельная работа студентов			
	Лекции (.....1.....час. в неделю)*				Исп. ТСО	Содержание и раздел учебника (глава, параграф)	Форма контроля	Практические занятия (.....1..... час в неделю)	Лабораторные работы (час. в неделю)		Вид задания	Содержание	часы	форма контроля	
	Дата лекции	час	Содержание	В аудитории					Самостоятельное изучение	№					название
1 нед	06.09	2	Законы сохранения, переход в систему центра масс, сведение к задаче о рассеянии силовым центром.	КП	Ландау, Механика, гл. 2, пар. 6–8. Материалы лекций	КО	Компьютерное моделирование процессов столкновения ядерных частиц при низких энергиях в рамках классической механики. Классические уравнения движения частиц в системе центра масс.			А	Повторение лекционного материала.	2	К		
2 нед	13.09	2	Траектории частиц в сферическом поле, угол отклонения. Дифференциальное сечение рассеяния.	КП	Ландау, Механика, гл. 3, пар. 11–15. Материалы лекций	КО	Компьютерное моделирование процессов столкновения ядерных частиц при низких энергиях в рамках классической механики. Расчет траекторий движения в центральном потенциале (потенциал Кулона, потенциал Вудса-Саксона)			А	Повторение лекционного материала. Доработка компьютерного кода	2	К		
3 нед	20.09	2	Кинематика ядерных реакций с участием атомных ядер низкой энергии.	КП	Ландау, Механика, гл. 4, пар. 17–18. Материалы лекций	КО	Построение функции угла отклонения. Численное моделирование процессов обитирования и радужного рассеяния при столкновении атомных ядер.			А	Повторение лекционного материала. Доработка компьютерного кода	2	К		
4 нед	27.09	2	Рассеяние кулоновским полем, формула Резерфорда. Радужное рассеяние, закручивание, глория.	КП	Ландау, Механика, гл. 4, пар. 19. Фрэнбрих, Теория ядерных реакций, гл. 2, пар. 2.2.3 Материалы лекций	КО	Вычисление дифференциального сечения упругого рассеяния на основе классической функции угла отклонения.			А	Повторение лекционного материала. Доработка компьютерного кода	2	К		
5 нед	04.10	2					Расчет кинематики двухчастичной ядерной реакции.			А	Повторение лекционного материала. Доработка компьютерного кода	2	К		
		2	Гильбертово пространство векторов состояний, волновые пакеты.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 2, пар. 1–3. Материалы лекций	КО	Решение индивидуальных заданий по расчету загрузки детекторов от событий упругого рассеяния.								
7 нед	18.10	2	Эволюция векторов состояния, асимптотические состояния. Ортогональность и асимптотическая полнота. Требования и ограничения, накладываемые на потенциал взаимодействия.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 2, пар. 4–5. Материалы лекций	КО				А	Повторение лекционного материала.	2	К		
8 нед	25.10	2	Волновые операторы, оператор рассеяния. Унитарность.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 2, пар. 6. Материалы лекций	КО				А	Повторение лекционного материала.	2	К		
9 нед	01.11	2	T–оператор и амплитуда рассеяния. Дифференциальное сечение в квантовой механике. Оптическая теорема.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 3, пар. 2–4. Материалы лекций	КО				А	Повторение лекционного материала. Работа над курсовой работой: Постановка задачи и определение входных данных.	2	К		
10 нед	08.11	2	Стационарные состояния рассеяния. Оператор Грина. Уравнение Липпмана-Швингера для стационарных волновых функций и их асимптотика.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 5, пар. 1–3. Материалы лекций	КО				А	Повторение лекционного материала. Работа над курсовой работой: Создание компьютерной программы.	2	К		
11 нед	15.11	2	Разложение по парциальным волнам. Свойства полиномов Лежандра и сферических функций Бесселя.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 7, пар. 1–3. Материалы лекций	КО	Численные алгоритмы вычисления полиномов Лежандра. (на основе лекционных материалов)			А	Повторение лекционного материала. Работа над курсовой работой: Создание компьютерной программы.	2	К		

12 нед	22.11	2	Разложение плоской волны, функции Грина свободной частицы, S матрицы и амплитуды рассеяния по парциальным волнам. Уравнение Липпмана-Швингера для парциальных волн.	КП	Тейлор, Теория столкновений, гл. 7, пар. 3–5. Материалы лекций	КО	Численные алгоритмы вычисления сферических функций Бесселя. (на основе лекционных материалов)			А	Работа над курсовой работой: Создание компьютерной программы.	2	К
13 нед	29.11	2	Численное решение уравнения Шрёдингера (метод Нумерова, метод прогонки).	КП	Материалы лекций	КО	Изучение алгоритмов численного решения радиального уравнения Шрёдингера (метод Нумерова).			А	Повторение лекционного материала. Работа над курсовой работой: Создание компьютерной программы и получение результатов.	2	К
14 нед	06.12	2					Нахождение фаз рассеяния и вычисление дифф. сечения упругого рассеяния на основе численного решения уравнения Шрёдингера.			АП	Повторение лекционного материала. Работа над курсовой работой: Проведение расчетов и оформление результатов.	2	К
15 нед	13.12	2	Метод фазовых функций. Фазовое уравнение.	КП	Бабиков, Метод фазовых функций. Материалы лекций	КО	Численное решение фазового уравнения.			АП	Повторение лекционного материала. Работа над курсовой работой: Проведение расчетов и оформление результатов.	2	К
16 нед	20.12	2					Нахождение фаз рассеяния и вычисление дифф. сечения упругого рассеяния на основе численного решения фазового уравнения.			АП	Доработка компьютерного кода Работа над курсовой работой: Предварительная защита.	2	К
										А П	Всего	16	
										К Т Р	Всего	0	

- Числитель - аудиторные занятия, знаменатель - самостоятельное изучение

А - задание к практическим занятиям  
Л - задание к лабораторным занятиям  
К - контрольные задания  
Т - типовой расчет  
П - курсовой проект  
КО – контрольный опрос  
КП – компьютерная презентация

• Учебная литература

№	Название, автор, год издания	Примечания
1	Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Курс теоретической физики. Механика. 5-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2004.	
2	Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Курс теоретической физики. Квантовая механика (нерелятивистская теория). 6-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2004.	
3	Дж.Тейлор, Теория рассеяния, М., Мир, 1975.	
4	В.В. Бабиков, Метод фазовых функций в квантовой механике. УФН, 1967, т. 92, вып. 1, стр. 3	

**УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ (КАЛЕНДАРНЫЙ) ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ГОУ ВПО Московской области «Международный университет ПРИРОДЫ, ОБЩЕСТВА И ЧЕЛОВЕКА «ДУБНА»**  
**Календарный план (РАБОЧАЯ ПРОГРАММА)**

Курс 4 семестр 8 2010/2011 учебного года

Виды и содержание учебных занятий												Самостоятельная работа студентов		
Номер и дата недели	Лекции (.....2..... час. в неделю)*						Практические занятия (.....1..... час в неделю)	Лабораторные работы (час. в неделю)		Вид задания	Содержание	часы	форма контроля	
	В аудитории			Самостоятельное изучение				№	название					
Дата лекции	час	Содержание	Исп. ТСО	Содержание и раздел учебника (глава, параграф)	Форма контроля									
1 нед		2	Рассеяние чисто кулоновским потенциалом. Потенциал с кулоновской асимптотикой.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Вывод формул для амплитуды рассеяния на кулоновском потенциале в борновском приближении.	2	К		
2 нед		2	Приближенные методы теории рассеяния: низкие энергии и длина рассеяния.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Физический смысл длины рассеяния.	2	К		
3 нед		2	Борновский ряд, борновское приближение для высоких энергий столкновения. Борновское приближение в методе искаженных волн в одноканальном случае.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Расчет сечения в рамках борновского приближения для реакций рассеяния протонов высоких энергий на ядрах.	2	К		
4 нед		2	Одномерное ВКВ-приближение для парциальных волн и фазовых сдвигов.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала.	2	К		
5 нед		2	Квазиклассическое приближение в трехмерном пространстве, волновые катастрофы и каустические поверхности.		Материалы лекций				А	Повторение лекционного материала.	2	К		
		2	Вычисление фаз и амплитуды рассеяния в эйкональном приближении.	КП	Материалы лекций	КО				Повторение лекционного материала.				
7 нед		2	Процессы столкновения сложных частиц. Каналы реакции, каналные гамильтонианы, каналные состояния, пороги каналов. Эволюция векторов состояния и многоканальный оператор рассеяния.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Определение порога реакции по заданию преподавателя.	2	К		
8 нед		2	Стационарные состояния и многоканальные уравнения Липмана-Швингера. Амплитуда в многоканальном случае.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Выражение для T оператора в многоканальном случае.	2	К		
9 нед		2	Упругое рассеяние на составной мишени, неупругое возбуждение мишени.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Разбор понятия упругого и неупругого форм-фактора.	2	К		
10 нед		2	Разложение по состояниям мишени: метод сильной связи каналов. Оптическая модель.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Метод сильной связи каналов на примере модельной одномерной задачи.	2	К		
11 нед		2	Реакции с перестройкой сталкивающихся частиц: реакции передач, реакции развала.	КП	Материалы лекций	КО			А	Повторение лекционного материала. Расчет сечения упругого рассеяния тяжелых ионов по индивидуальному заданию преподавателя в рамках оптической модели с помощью базы знаний NR.V.	2	К		

12 нед		2	Борновское приближение в методе искаженных волн в многоканальном случае: возбуждение одночастичных и коллективных состояний	КП	Материалы лекций	КО				А	Повторение лекционного материала. Расчет сечения неупругого возбуждения по индивидуальному заданию преподавателя с помощью компьютерного кода DWUCK5.	2	К	
13 нед		2	Борновское приближение в методе искаженных волн в многоканальном случае: реакции передач на примере реакции дейтронного срыва.	КП	Материалы лекций	КО				А	Расчет сечения реакции дейтронного срыва по индивидуальному заданию преподавателя с помощью компьютерного кода DWUCK5.	2	К	
14 нед		2	Зачетная неделя							АП	Подготовка к зачету по теоретической части.	2	К	
											А П	Всего	16	
											К Т Р	Всего	0	

- Числитель - аудиторные занятия, знаменатель - самостоятельное изучение

А - задание к практическим занятиям  
Л - задание к лабораторным занятиям  
К - контрольные задания  
Т - типовой расчет  
П - курсовой проект  
КО – контрольный опрос  
КП – компьютерная презентация

• Учебная литература

№	Название, автор, год издания	Примечания
1	Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Курс теоретической физики. Механика. 5-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2004.	
2	Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Курс теоретической физики. Квантовая механика (нерелятивистская теория). 6-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2004.	
3	Дж.Тейлор, Теория рассеяния, М., Мир, 1975.	

**Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Московской области «Международный университет природы, общества и человека «Дубна»  
(Университет «Дубна»)  
Факультет естественных и инженерных наук  
Кафедра «Ядерная физика»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
проректор по учебной работе  
\_\_\_\_\_ С.В. Моржухина  
«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г.

**ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ»**

**по направления 011200.62 Физика**

Форма обучения: очная

Уровень подготовки: \_\_\_\_\_ *бакалавр* \_\_\_\_\_

Курс (семестр): 4 курс, 7,8 семестр

г. Дубна, 2010 г.

Автор программы:

Деникин А.С.,

кандидат физико-математических наук,

доцент кафедры «Ядерная физика» \_\_\_\_\_

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования и учебным планом по направлению подготовки 011200.62 Физика

Программа рассмотрена на заседании кафедры «Ядерная физика»

Протокол заседания № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / Оганесян Ю.Ц. /

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета естественных и инженерных наук \_\_\_\_\_ / Деникин А.С. /

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рецензент: \_\_\_\_\_  
(ученая степень, ученое звание, Ф.И.О., место работы, должность)

Руководитель библиотечной системы \_\_\_\_\_ / Черепанова В.Г. /  
(подпись) (ФИО)

#### Выписка из образовательного стандарта

Индекс	Наименование дисциплин и их основные разделы	Всего часов
СД.00	Специальные дисциплины Устанавливаются вузом, включая дисциплины по выбору студента	776

#### 1. Аннотация

Тип курса – СДМ (специальные дисциплины)

Год обучения – 4

Семестр – 7, 8

##### *Место курса в профессиональной подготовке бакалавров*

Курс опирается на знания бакалавров, приобретенные ранее при изучении курсов «Квантовая механика», «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Численные методы и математическое моделирование», а также ряда специальных дисциплин. Курс обеспечивает студентов теоретическими знаниями и практическими навыками, необходимыми для описания процессов столкновения атомных ядер при нерелятивистских энергиях. Курс является необходимой вводной частью последующих курсов «Ядерные реакции с тяжелыми ионами», «Ядерные реакции под действием нейтронов и гамма-квантов» и «Нуклеосинтез», в которых студенты должны интенсивно использовать приобретенные навыки для понимания методов описания и анализа сложных ядерно-физических процессов.

##### *Формы работы студентов*

Форма работы студентов в ходе изучения дисциплины предусмотрена в виде семинарских занятий, работы над текущими заданиями и подготовки курсовой работы.

##### *Самостоятельная работа студентов*

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме **34 часов**, выполняется в ходе семестра в виде выполнения текущих заданий, а также в форме курсовой работы по индивидуальному заданию.

##### *Виды текущего контроля*

Контроль выполнения текущих заданий.

##### *Форма итогового контроля*

**Зачет по практическим работам, защита результатов курсовой работы, экзамен.**

#### 2. Цель и задачи дисциплины

Целью курса «Теория рассеяния» является освоение студентами основных понятий и методов классического и квантового описания процессов рассеяния волн и частиц на атомарном и ядерном уровне. Предметом изучения являются процессы упругих и неупругих столкновений частиц являются основным инструментом исследования свойств микромира, т.е. структуры молекул, атомов, атомных ядер и самих нуклонов.

В ходе данного курса решаются следующие задачи: дать студенту представление об экспериментальной методике измерения сечений различных процессов; сформировать у студентов систему знаний, необходимых для понимания процессов происходящих при столкновениях атомов и атомных ядер; изложить такие понятия как S-матрица, амплитуда и фаза рассеяния, показать их связь с дифференциальным сечением рассеяния; познакомить студента с нестационарным и стационарным описанием процесса рассеяния и многоканальной теорией рассеяния; изложить методы решения уравнения Шрёдингера для нахождения состояний рассеяния, а также приближенные методы для расчета дифференциальных сечений процессов рассеяния; сформировать у студентов систему навыков, необходимых для применения теоретических знаний на практике, в частности, навыков и

умений использования уже разработанных компьютерных пакетов и программ расчета дифференциальных сечений прямых ядерных процессов.

### 3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины.

*В ходе изучения дисциплины студенты получают:*

- знания основ теории столкновения атомов и атомных ядер; основные знания об экспериментальной методике измерения сечений различных процессов; основ классической модели столкновений, понятия функции угла отклонения, процессов радужного рассеяния и орбитирования, методов расчета сечений реакций; основ квантовой теории столкновений, понятия о векторах состояний, операторе эволюции, операторе рассеяния, уравнениях Липпмана-Швингера, уравнении Шрёдингера; многоканальной теории столкновений, обобщенной оптической модели, методе сильной связи каналов; приближенных методов: борновского приближения, квазиклассического приближения, метода искаженных волн, метода эйконала.

- умение применять полученные знания на практике для расчета в рамках общеизвестных методов и моделей теории столкновений атомных ядерных величин, измеряемых экспериментально при изучении ядерных реакций с участием тяжелых ионов.

- навыки эффективного использования существующих компьютерных кодов и программ для решения практических задач описания характеристик процессов столкновения атомных ядер при нерелятивистских энергиях;

*Обеспечиваемые компетенции:*

В результате освоения материала курса бакалавр должен компетентно ориентироваться в понятиях и методах классической и квантовой теории столкновения атомных ядер; бакалавр должен уметь эффективно использовать существующие компьютерные программы, реализующие общеизвестные и признанные подходы в теории столкновений, для анализа процессов, происходящих при столкновении атомных ядер нерелятивистских энергий; бакалавр должен знать общие и частные ограничения, налагаемые на методы теории столкновений, и компетентно обосновывать применимость приближенных методов расчета;

### 4. Объём дисциплины и виды учебной работы:

Вид занятий	Всего часов	Семестры	
		7	8
<b>Общая трудоемкость</b>	120	68	52
<b>Аудиторные занятия:</b>	60	34	26
Лекции	43	17	26
Практические занятия (ПЗ)	17	17	
Семинары (С)			
Лабораторные работы (ЛР)			
<b>Самостоятельная работа:</b>	60	34	26
Курсовой проект (работа)	34	34	
Расчетно-графические работы			26
Реферат			
<b>Вид итогового контроля</b> (зачет, экзамен)	курсовая, зачет	курсовая работа	экзамен

### 5. Разделы (темы) дисциплины, содержание и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Лекции	ПЗ	ЛР	Сам. работа
1	Столкновения частиц в классической механике	4	2		6
2	Квантовое описание процесса рассеяния	6	6		8
3	Стационарный формализм теории рассеяния	4	4		10
4	Разложение по парциальным волнам	6	5		10
5	Рассеяние частиц кулоновским полем	3			6

6	Приближенные методы теории упругого рассеяния	10			10
7	Процессы столкновений сложных частиц	10			10
	Итого	43	17		60

*Содержание разделов дисциплины:*

### **1. Столкновения частиц в классической механике**

- 1.1 Законы сохранения, переход в систему центра масс. Сведение задачи о столкновении двух частиц к одночастичной задаче о рассеянии силовым центром
- 1.2 Кинематика ядерных реакций при низких энергиях столкновения.
- 1.3 Дифференциальное сечение рассеяния.
- 1.4 Преобразование сечения при переходе из системы центра масс в лабораторную систему
- 1.5 Траектории частиц в сферическом поле, угол отклонения, сечение рассеяния
- 1.6 Рассеяние кулоновским полем, формула Резерфорда
- 1.7 Радужное рассеяние, орбитирование, глория

### **2. Квантовое описание процесса рассеяния**

- 2.1 Гильбертово пространство векторов состояний, волновые пакеты. Сходимость векторов состояний. Ортогональность и асимптотическая полнота.
- 2.2 Требования и ограничения, накладываемые на потенциал взаимодействия.
- 2.3 Эволюция векторов состояния, асимптотические состояния, волновые операторы.
- 2.4 Оператор рассеяния, унитарность.
- 2.5 Дифференциальное сечение в квантовой механике.
- 2.6 Оптическая теорема.

### **3. Стационарный формализм теории рассеяния**

- 3.1 Стационарные состояния рассеяния
- 3.2 Функция Грина и Т-оператор, уравнения Липпмана-Швингера
- 3.3 Стационарные волновые функции рассеяния и их асимптотика

### **4. Разложение по парциальным волнам**

- 4.1 Полиномы Лежандра и их свойства. Шаровые функции.
- 4.2 Сферические функции Бесселя и их свойства.
- 4.3 Разложение по парциальным волнам плоской волны
- 4.4 Разложение по парциальным волнам функции Грина свободной частицы
- 4.5 Разложение по парциальным волнам S-матрицы и амплитуды рассеяния
- 4.3 Парциальные волновые функции, парциальные фазы рассеяния
- 4.4 Методы численного интегрирования уравнения Шрёдингера. Расчет парциальных фаз рассеяния и дифференциального сечения рассеяния.
- 4.5 Метод фазовых функций. Фазовое уравнение.

### **5. Рассеяние частиц кулоновским полем**

- 5.1 Рассеяние чисто кулоновским потенциалом
- 5.2 Потенциал с кулоновской асимптотикой

### **6. Приближенные методы теории упругого рассеяния**

- 6.1 Низкие энергии и длина рассеяния
- 6.2 Борновский ряд, борновское приближение для высоких энергий столкновения
- 6.3 Борновское приближение в методе искаженных волн
- 6.4 Одномерное WKV-приближение для парциальных волн и фазовых сдвигов
- 6.5 Квазиклассическое приближение в трехмерном пространстве, волновые катастрофы и каустические поверхности.
- 6.6 Эйкональное приближение

### **7. Процессы столкновений сложных частиц**

- 7.1 Каналы, каналные гамильтонианы и состояния
- 7.2 Эволюция векторов состояния и многоканальный оператор рассеяния
- 7.3 Стационарные состояния и многоканальные уравнения Липпмана-Швингера

- 7.4 Упругое рассеяние на составной мишени, неупругое возбуждение мишени
- 7.5 Разложение по состояниям мишени и оптическая модель
- 7.6 Реакции с перестройкой сталкивающихся частиц
- 7.7 Борновское приближение в методе искаженных волн в многоканальном случае

*Практические занятия (семинары)*

№ п/п	Раздел дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)
1	Раздел 1: Столкновения частиц в классической механике	Компьютерное моделирование процессов столкновения ядерных частиц при низких энергиях в рамках классической механики. Вывод классических уравнений движения частиц в системе центра масс.
2	Раздел 1: Столкновения частиц в классической механике	Компьютерное моделирование процессов столкновения ядерных частиц при низких энергиях в рамках классической механики. Расчет траекторий движения в центральном потенциале (потенциал Кулона, потенциал Вудса-Саксона)
3	Раздел 1: Столкновения частиц в классической механике	Построение функции угла отклонения. Численное моделирование процессов орбитирования и радужного рассеяния при столкновении атомных ядер.
4	Раздел 1: Столкновения частиц в классической механике	Вычисление дифференциального сечения упругого рассеяния на основе классической функции угла отклонения.
5	Раздел 1: Столкновения частиц в классической механике	Расчет кинематики двухчастичной ядерной реакции. Разрешенные угловые и энергетические интервалы для фрагментов ядерных реакций.
6	Раздел 1: Столкновения частиц в классической механике	Решение индивидуальных заданий по расчету загрузки детекторов от событий упругого рассеяния.
7	Раздел 4: Разложение по парциальным волнам	Численные алгоритмы вычисления полиномов Лежандра и сферических гармоник.
8	Раздел 4: Разложение по парциальным волнам	Численные алгоритмы вычисления сферических функций Бесселя.
9	Раздел 4: Разложение по парциальным волнам	Изучение алгоритмов численного решения радиального уравнения Шрёдингера (метод Нумерова).
10	Раздел 4: Разложение по парциальным волнам	Нахождение фаз рассеяния и вычисление дифф. сечения упругого рассеяния на основе численного решения уравнения Шрёдингера.
12	Раздел 4: Разложение по парциальным волнам	Численное решение фазового уравнения.
13	Раздел 4: Разложение по парциальным волнам	Нахождение фаз рассеяния и вычисление дифф. сечения упругого рассеяния на основе численного решения фазового уравнения.

**6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

*Основная литература:*

1. Ландау Л.Д. Механика: Учебное пособие для вузов. 5-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2004.
2. Ландау Л.Д. Квантовая механика (нерелятивистская теория): Учебное пособие для вузов. 6-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2004.
3. Тейлор Дж. Теория рассеяния. Квантовая теория нерелятивистских столкновений. М.: Мир, 1975.

*Дополнительная литература:*

1. Бом Д. Квантовая теория. 2-е изд., испр. - М.: Госиздат физико-математической литературы, 1965.
2. Гольдбергер М., Ватсон К., Теория столкновений. М.: Мир, 1967.
3. Шмид Э., Цигельман Х. Проблема трех тел в квантовой механике. М.: Наука, 1979.

*Периодические издания:*

1. Успехи физических наук/ Учредитель: РАН; Гл.ред. Л.В.Келдыш. - М.: Успехи физических наук. - Журнал, выходит 1 раз в месяц. - Основан в 1918 году. - См. электронные версии статей: <http://ufn.ru/ru/articles/>.

2. Ядерная физика / Учредитель: РАН; Гл.ред. Ю.Г. Абов. - М. : Наука. - Журнал, выходит 1 раз в месяц. - Основан в 1965 году.

*Справочные ресурсы и материалы в Интернет:*

1. <http://nrv.jinr.ru/nrv>
2. <http://nuclphys.sinp.msu.ru/>
3. <http://www.chem.msu.su/rus/teaching/phys.html>
4. <http://alglib.sources.ru/>
5. [http://www.srcc.msu.su/num\\_anal/](http://www.srcc.msu.su/num_anal/)
6. <http://algotlist.manual.ru/>
7. <http://www.poiskknig.ru/cgi-bin/poisk.cgi?>

## **7. Технические и электронные средства обучения**

В ходе изучения курса предусмотрено использование компьютера для выполнения расчетов и визуализации данных в сети Интернет с помощью средств базы знаний по базы-знаний по низкоэнергетической ядерной физике NRV.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

(указываются специализированные лаборатории и классы, основные приборы, установки)

Практические задания выполняются в аудиториях оборудованных персональными компьютерами с доступом в Интернет, а также отдельным компьютером для преподавателя снабженным проектором для мультимедийных презентаций. На рабочих компьютерах должно быть установлено следующее программное обеспечение: компилятор C++, веб-браузер с Java плагином.

## **9. Формы контроля**

*Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы:*

### **1. Столкновения частиц в классической механике**

1. Получить формулы преобразования координат и скоростей сталкивающихся частиц при переходе от системы центра масс к лабораторной системе координат.
2. Для заданных параметров ядерной реакции (массы и заряды ядер, энергия столкновения) рассчитать предельные значения углов вылета продуктов реакции.
3. Для заданных параметров ядерной реакции (массы и заряды ядер, энергия столкновения) рассчитать предельные значения энергий продуктов реакции.
4. Вычислить величину дифференциального сечения рассеяния в системе центра масс для реакции упругого рассеяния  $^{12}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$  если известно, что при плотности падающего пучка 1 нА и плотности вещества мишени 100 мкг/см<sup>2</sup> число рассеянных под углом 45° частиц  $^{12}\text{C}$  составляет 1000 штук в секунду. Детектор отстоит от мишени на расстояние 1 м, а площадь его детектирующей части составляет 1 см<sup>2</sup>.
5. Преобразовать значение сечения, полученное в предыдущем задании, в дифференциальное сечение в лабораторной системе координат.
6. Оценить (приближенно) величину кулоновского барьера для следующих систем:  $^{12}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$ ,  $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ ,  $^{40}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ .
7. Используя классическую модель упругого рассеяния (см. сервер <http://nrv.jinr.ru/nrv/>) выяснить влияние параметров ядерного потенциала (в форме потенциала Вудса-Саксона) на характер функции угла отклонения при фиксированной энергии столкновения.
8. На примере экспериментальных данных по упругому рассеянию ядер продемонстрировать явление радужного рассеяния.

### **2. «Квантовое описание процесса рассеяния» и 3. «Стационарный формализм теории рассеяния»**

1. Разобрать понятие вектора-состояния в пространстве состояний рассеяния.
2. Объяснить требования и ограничения, накладываемые на потенциал взаимодействия при построении теории столкновений.
3. Что значит координатное представление? Что значит импульсное представление?
4. Показать связь оператора рассеяния с дифференциальным сечением.
5. Дать математическое определение плоской волны. Дать ее физическую интерпретацию. Изобразить плоскую волну.

6. Дать определение стационарных состояний рассеяния. Определить их связь с уравнением Шрёдингера.
7. Записать уравнение Липпмана-Швингера для стационарной волновой функции в координатном представлении.
8. Привести и пояснить выражение для асимптотики стационарной волновой функции.

#### **4. Разложение по парциальным волнам**

1. Записать в явном виде шаровую функцию степени  $l$  и порядка  $m$ . Перечислить их основные свойства.
2. Дать определение и основные свойства сферических функций Бесселя 1-ого и 2-ого рода.
3. Записать разложение по парциальным волнам плоской волны.
4. Записать разложение по парциальным волнам функции Грина свободной частицы
5. Дать определение связи фазы рассеяния, матричных элементов  $S$ -оператора и амплитуды рассеяния.
6. Изложить алгоритмы численного интегрирования парциального уравнения Шрёдингера. Расчет парци
7. Изложить метод фазовых функций.
8. Рассмотрите задачу о рассеянии на прямоугольной потенциальной яме единичного радиуса и глубины  $V_0$ . Найдите явный вид для  $s$ -волновой парциальной волновой функции и амплитуды.

#### **5. Рассеяние частиц кулоновским полем**

1. В чем состоит особенность рассеяние кулоновским потенциалом? Применима ли теория рассеяния для такого потенциала и почему.
2. Изложить существующие подходы к устранению трудностей рассмотрения задачи рассеяния с чисто кулоновским потенциалом.
3. Процесс рассеяния на потенциале с кулоновской асимптотикой.
4. Решит задачу о кулоновском рассеянии в борновском приближении.

#### **6. Приближенные методы теории упругого рассеяния**

1. Дать определение длины рассеяния. Рассмотрите задачу о рассеянии на твердой сфере радиуса  $R$ , т.к.  $V(r > R) = 0$  и  $V(r < R) = V_0$ . Определить  $s$ -волновую длину рассеяния на таком потенциале.
2. Рассчитать дифференциальное сечение упругого рассеяния в рамках борновского приближения для реакций рассеяния протонов высоких энергий. Провести сравнение с экспериментальными данными. Сделать выводы.
3. Рассчитать  $s$ -волновую длину рассеяния для прямоугольного потенциала единичного радиуса в первом и втором борновском приближении.
4. Рассчитать дифференциальное сечение упругого рассеяния в рамках эйконального приближения для реакций рассеяния протонов высоких энергий. Провести сравнение с экспериментальными данными. Сделать выводы.
5. Одномерное WKB-приближение для парциальных волн и фазовых сдвигов
6. Квазиклассическое приближение в трехмерном пространстве, волновые катастрофы и каустические поверхности.

#### **7. Процессы столкновений сложных частиц**

1. Приведите примеры возможных каналов реакции для системы сталкивающихся атомных ядер  $p + {}^{12}\text{C}$  при энергиях столкновения в системе центра масс 1 кэВ, 1 МэВ, 10 МэВ.
2. Ответьте на вопрос: Смог бы Резерфорд сделать фундаментальные выводы о строении атома в ходе своих экспериментов, если в качестве мишени вместо золотой фольги использовалась углеродная мишень.
3. Изложите основные положения оптической модели упругого рассеяния атомных ядер.
4. Каков физический смысл мнимой части оптического потенциала.
5. Приведите характерные значения параметров оптического потенциала на примере реакций рассеяния нуклонов на атомных ядрах.
6. Изложите основы борновского приближения в методе искаженных волн.
7. Изложите основы метода сильной связи каналов.

---

### **Темы курсовых работ по курсу «Теория рассеяния»:**

#### **Курсовая работа 1.** Классическое рассеяние центральным потенциалом.

Создать компьютерную программу, которая позволяет для произвольного центрального потенциала (с кулоновской асимптотикой) рассчитать и построить на экране компьютера (1) поле классических траекторий, т.е. набор траектории рассеяния при различных прицельных параметрах столкновений в системе центра масс; (2) угол отклонения как функцию прицельного параметра; (3) дифференциальное сечение рассеяния в зависимости от угла рассеяния в системе центра масс. Выполнение задания основано на численном решении классических уравнений движения методом Эйлера, Рунге-Кутты или др.

В компьютерной программе предусмотреть возможность ввода следующих величин:

1. массы сталкивающихся частиц;
2. энергия столкновения в системе центра масс;

3. диапазон прицельных параметров столкновения;

4. максимальное расстояние удаления частиц;

Предусмотреть режим анимации движения частиц вдоль траектории с выбранным прицельным параметром.

Литература:

1. Ландау Л.Д. Механика: Учебное пособие для вузов. 5-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2004.

## Курсовая работа 2. Численное интегрирование уравнения Шредингера.

### Теоретическое введение:

Движение частиц в нерелятивистской квантовой механике описывается уравнением Шредингера [1,2]

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V(r) \Psi = E \Psi,$$

где  $m$  – приведенная масса,  $V(r)$  – потенциальная энергия взаимодействия частиц,  $\Psi(r)$  – волновая функция, описывающая относительное движение частиц. Рассмотрим случай столкновения незаряженных ядерных частиц, взаимодействующих посредством короткодействующих центральных сил.

Волновая функция может быть представлена в виде разложения по парциальным волнам, т.е. состояниям с фиксированным угловым моментом

$$\Psi(r) = \frac{1}{kr} \sum_{lm} e^{i l \varphi} Y_l(k, r) Y_{lm}(\theta) Y_{lm}^*(\theta'),$$

где вектор  $k = \{k, \theta\}$  – волновой вектор,  $Y_l(k, r)$  – парциальная волновая функция, функция

$$Y_{lm}(\theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} e^{i m \varphi} P_{lm}(\cos \theta)$$

есть сферическая гармоника, выражаемая через присоединенный полином Лагранжа и зависящая от сферических углов  $\theta = \{\theta, \varphi\}$ . Функция  $Y_{lm}(\theta)$  является собственной функцией угловой части оператора Лапласа в

$$\nabla_{\theta}^2 Y_{lm}(\theta) = -l(l+1) Y_{lm}(\theta).$$

Выберем систему координат так, чтобы вектор  $k$  был направлен вдоль оси  $\theta = 0$ . Парциальное разложение позволяет разделить угловые  $\theta = \{\theta, \varphi\}$  и радиальную координату  $r$ , и получить систему ОДУ для парциальных волновых функций

$$r^2 \frac{d^2 Y_l}{dr^2} + \frac{\hbar^2 k^2 r^2}{2m} \frac{d Y_l}{dr} - l(l+1) Y_l - V(r) Y_l = 0, \quad l = 0, 1, \dots, \Gamma.$$

Для нахождения решения системы необходимо дополнить ее граничными условиями.

Асимптотика парциальной волновой функции вблизи начала координат имеет вид

$$Y_l(k, r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \frac{(kr)^{l+1}}{(2l+1)!!},$$

а при  $r \rightarrow \Gamma$  волновая функция ведет себя как

$$Y_l(k, r) \underset{r \rightarrow \Gamma}{\sim} \sin \left( kr - \frac{l\pi}{2} + \delta \right),$$

где  $\delta$  – фазовый сдвиг, обусловленный влиянием потенциала взаимодействия  $V(r)$ . Таким образом, граничные условия для системы уравнений принимают вид

$$Y_l(k, 0) = 0, \quad Y_l(k, r_{\text{max}}) = f_l(k r_{\text{max}}) + \frac{S_l - 1}{2i} (f_l(k r_{\text{max}}) + i f_l'(k r_{\text{max}})),$$

где  $r_{\text{max}}$  – некоторое относительное расстояние, при котором влияние потенциала  $V(r)$  пренебрежимо мало,  $S_l = e^{2i\delta}$  – элементы S-матрицы,  $f_l(x)$  и  $f_l'(x)$  – функции Риккати–Бесселя [3]. В свою очередь амплитуда рассеяния в направлении вектора  $k \rightarrow$  может быть выражена через парциальные амплитуды

$$f(k \rightarrow k) = \sum_{l=0}^{\Gamma} (2l+1) f_l(k \rightarrow) P_l(\cos \theta),$$

где парциальные амплитуды

$$f_l(k \rightarrow) = \frac{S_l - 1}{2ik}.$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния определяется как квадрат модуля амплитуды

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k \rightarrow k)|^2.$$

### Задание:

Применяя разностный метод Нумерова, решить численно систему уравнений с граничными условиями для потенциала взаимодействия в виде

$$V(r) = - \frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)}$$

Определить фазы  $d$  и рассчитать дифференциальное сечение рассеяния. На экране компьютера отобразить следующие величины:

1. Парциальную волновую функцию  $Y_l(k, r)$  для заданного  $l$  углового момента в зависимости от расстояния  $r$ .
2. Элементы S-матрицы  $e^{2id}$  в зависимости от  $l$  углового момента.
3. Дифференциальное сечение рассеяния на угол  $q$  в системе центра масс.

Предусмотреть возможность (i) ввода параметров потенциала взаимодействия, энергии столкновения и масс сталкивающихся частиц, и (ii) сохранения результатов.

**Дополнение:** метод Нумерова

Метод Нумерова применяется для решения дифференциальных уравнений второго порядка вида

$$y'' = f(r, y(r)),$$

которое заменяется разностным уравнением

$$y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1} = \frac{h^2}{12}(f_{n+1} + 10f_n + f_{n-1}) + O(h^4),$$

где  $h$  – шаг интегрирования (шаг разностной сетки),  $f_n = f(r_n, y(r_n))$ .

В применении метода Нумерова к радиальному уравнению Шредингера необходимо выбрать интервал интегрирования  $r \in [0, r_{max}]$  и разбить его на  $N$  равных частей длиной  $h = r_{max} / N$ . На границах этого интервала волновая функция определяется граничными условиями.

Фазовые сдвиги  $d$  можно определить, сшивая численное решение  $Y_l(k, r)$  и  $Y_l^{\text{анал}}(r)$  в точке  $r_{max}$  с граничным условием.

**Рекомендуемая литература:**

1. Дж. Тейлор, Теория рассеяния, «Мир», М. 1975
2. М. Гольдбергер, К. Ватсон, Теория столкновений, М., «Мир», 1967
3. G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions, Clarendon Press, 1983.
4. N.K. Glendenning, Direct Nuclear Reactions, Academic Press, 1983.
5. М. Абрамовиц, И.А. Стеган, Справочник по математическим функциям с формулами, графиками и таблицами

**Курсовая работа 3.** Нахождение фаз рассеяния из решения фазового уравнения.

**Теоретическое введение:**

Движение частиц в нерелятивистской квантовой механике описывается уравнением Шредингера [1,2]

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(r) \psi = E \psi,$$

где  $m$  – приведенная масса,  $V(r)$  – потенциальная энергия взаимодействия частиц,  $\psi(r)$  – волновая функция, описывающая относительное движение частиц. Рассмотрим случай столкновения незаряженных ядерных частиц, взаимодействующих посредством короткодействующих центральных сил.

Волновая функция может быть представлена в виде разложения по парциальным волнам, т.е. состояниям с фиксированным угловым моментом

$$\psi(r) = \frac{1}{kr} \sum_{lm} e^{i\delta_{lm}} \sqrt{\frac{2}{p}} Y_l(k, r) Y_{lm}(\theta) Y_{lm}^*(\hat{k}),$$

где вектор  $\mathbf{k} = \{k, \hat{k}\}$  – волновой вектор,  $Y_l(k, r)$  – парциальная волновая функция, функция

$$Y_{lm}(\theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} e^{im\phi} P_{lm}(\cos\theta)$$

есть сферическая гармоника, выражаемая через присоединенный полином Лагранжа и зависящая от сферических углов  $\theta = \{q, j\}$ . Функция  $Y_{lm}(\theta)$  является собственной функцией угловой части оператора Лапласа в

$$\nabla_{\theta}^2 Y_{lm}(\theta) = -l(l+1) Y_{lm}(\theta).$$

Выберем систему координат так, чтобы вектор  $\mathbf{k}$  был направлен вдоль оси  $z$ . Парциальное разложение позволяет разделить угловые  $\theta = \{q, j\}$  и радиальную координату  $r$ , и получить систему ОДУ для парциальных волновых функций

$$r^2 \psi'' + \left[ k^2 r^2 - l(l+1) \right] \psi = 0, \quad l = 0, 1, \dots, \Gamma.$$

Для нахождения решения системы необходимо дополнить ее граничными условиями.

Асимптотика парциальной волновой функции вблизи начала координат имеет вид

$$Y_l(k, r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \frac{(kr)^{l+1}}{(2l+1)!},$$

а при  $r \rightarrow \infty$  волновая функция ведет себя как

$$Y_l(k, r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \sin \left( kr - \frac{l\pi}{2} + d \right),$$

где  $d$  – фазовый сдвиг, обусловленный влиянием потенциала взаимодействия  $V(r)$ . Таким образом, граничные условия для системы уравнений принимают вид

$$Y_l(k, 0) = 0, \quad Y_l(k, r_{max}) = f_l(kr_{max}) + \frac{S_l - 1}{2i} (h_l(kr_{max}) + i f_l(kr_{max})),$$

где  $r_{max}$  – некоторое относительное расстояние, при котором влияние потенциала  $V(r)$  пренебрежимо мало,  $S_l = e^{2id}$  – элементы S-матрицы,  $f_l(x)$  и  $h_l(x)$  – функции Риккати–Бесселя [3]. Воспользовавшись видом граничного условия, представим решение радиального уравнения в виде

$$Y_l(k, r) = A_l(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \cos d(r) \mathcal{C}f_l(kr) - \sin d(r) \mathcal{C}h_l(kr) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim},$$

и потребуем дополнительно

$$Y_l(k, r) = A_l(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \cos d(r) \mathcal{C}f_l(kr) - \sin d(r) \mathcal{C}h_l(kr) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim}.$$

Последние два выражения эквивалентны соотношению

$$A_l \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \cos d \mathcal{C}f_l(kr) - \sin d \mathcal{C}h_l(kr) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \mathcal{C}f_l(kr) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \cos d \mathcal{C}f_l(kr) + \cos d \mathcal{C}h_l(kr) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} = 0.$$

Можно показать, что фаза рассеяния  $d(r)$  удовлетворяет дифференциальному уравнению первого порядка

$$d'(r) = - \frac{1}{k} V(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} \cos d(r) \mathcal{C}f_l(kr) - \sin d(r) \mathcal{C}h_l(kr) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim},$$

которое называется фазовым уравнением. Уравнение может быть решено любым подходящим методом решения ОДУ, например, методом Рунге–Кутты. Начальные условия, необходимые для старта численного решения, могут быть получены из следующего соотношения [4]

$$d(e^{\infty}) = - \frac{1}{k} \int_0^{\infty} V(r) r^{2l+2} dr, \quad e^{\infty} = 0,$$

которое справедливо для потенциалов удовлетворяющих условию  $r^{2l} V(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} 0$ , и непосредственно следуют из уравнения и свойств функций Риккати. Очевидно, что фаза рассеяния  $d(r)$  при  $r \rightarrow \infty$  стремится к некоторому предельному значению  $d(\infty)$ , поэтому интегрирование уравнений надо продолжать до тех пор, пока этот предел не достигнут.

Амплитуда рассеяния в направлении вектора  $\check{r}$  может быть выражена через разложение

$$f(k \check{r} \rightarrow k) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l(k \check{r}) P_l(\check{r}),$$

где парциальные амплитуды

$$f_l(k \check{r}) = \frac{S_l - 1}{2ik \check{r}}.$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния определяется как квадрат модуля амплитуды рассеяния

$$\frac{dS}{dW} q = |f(k \check{r} \rightarrow k)|^2.$$

### Задание:

Численно вычислить фазы рассеяния для потенциала взаимодействия заданного в виде

$$V(r) = - \frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)}.$$

Рассчитать дифференциальное сечение рассеяния. На экране компьютера отобразить следующие величины:

1. Элементы S-матрицы  $e^{2id}$  в зависимости от  $l$  углового момента.
2. Дифференциальное сечение рассеяния на угол  $q$  в системе центра масс.

Предусмотреть возможность (i) ввода параметров потенциала взаимодействия, энергии столкновения и масс сталкивающихся частиц, и (ii) сохранения результатов.

### Список литературы:

1. Дж. Тейлор, Теория рассеяния, «Мир», М. 1975
2. М. Гольдбергер, К. Ватсон, Теория столкновений, М., «Мир», 1967
3. М. Абрамовиц, И.А. Стеган, Справочник по математическим функциям с формулами, графиками и таблицами

4. В.В. Бабилов, Метод фазовых функций в квантовой механике, Успехи физических наук, том 92, вып. 1, (1967), стр. 3.

**Курсовая работа 4. Борновское приближение.**

**Задание:** Вычислить амплитуду и дифференциальное сечение упругого рассеяния в рамках борновского приближения. Провести расчеты для реакций рассеяния протонов на различных атомных ядрах при энергиях порядка 1 ГэВ. Сравнить полученные результаты с экспериментальными данными. Данные найти самостоятельно, воспользовавшись базой данных размещенной на сервере ЦФЯД. На основании полученных результатов сделать выводы о величине радиуса атомного ядра.

**Теоретическое введение:** Для вычисления амплитуды и дифференциального сечения рассеяния на кулоновском потенциале используем борновское приближение для  $\hat{T}$  оператора

$$f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) \approx -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^{\infty} \langle \mathbf{p}' | \hat{V} | \mathbf{p} \rangle r^2 dr = -\frac{m}{2\hbar^2} \int_0^{\infty} V(r) r^2 dr \int d\Omega' W_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} e^{i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r}} =$$

$$= -\frac{m}{2\hbar^2} \int_0^{\infty} V(r) r^2 dr \int d\Omega' W_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} e^{-iqr \cos \theta},$$

где  $q = |\mathbf{p}' - \mathbf{p}|$  переданный импульс. Выполнив интегрирование по угловым переменным, приходим к следующему выражению для амплитуды рассеяния на кулоновском потенциале

$$f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) \approx -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^{\infty} V(r) \frac{\sin(qr)}{qr} r^2 dr.$$

Здесь потенциал представляет собой сумму кулоновского и ядерного взаимодействия  $V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + V_N(r)$  ( $Z_i$  – заряд  $i$ -ого ядра). Интеграл не сходится для кулоновского потенциала. Для преодоления этой трудности рассмотрим экспоненциальную экранировку кулоновского потенциала

$$V(r) = \frac{a}{r} e^{-r/a}.$$

Кулоновская амплитуда рассеяния в этом случае равна

$$f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) \approx -\frac{2m}{\hbar^2} \frac{a}{q^2}.$$

Вклад ядерного взаимодействия в амплитуду рассеяния вычислить численно.

**Список литературы:**

1. Дж. Тейлор, Теория рассеяния, «Мир», М. 1975
2. М. Гольдбергер, К. Ватсон, Теория столкновений, М., «Мир», 1967

**Курсовая работа 5. Эйкональное приближение**

**Задание:** Вычислить амплитуду и дифференциальное сечение упругого рассеяния. Провести расчеты для реакций рассеяния протонов на различных атомных ядрах при энергиях порядка 10 – 100 МэВ. Сравнить полученные результаты с экспериментальными данными. Данные найти самостоятельно, воспользовавшись базой данных размещенной на сервере ЦФЯД.

**Теоретическое введение:** Используя уравнение Липманна-Швингера для волновой функции, введем волновую функцию  $j_p(r) = (2\hbar^2 p)^{-1/2} e^{-ipr} \chi_p(r)$ , удовлетворяющую уравнению

$$j_p(r) = 1 - \frac{m}{2\hbar^2 p} \int_0^{\infty} \int d\Omega' \frac{e^{-ip(r-r')} e^{ip|r-r'|}}{|r-r'|} V(r') j_p(r-r')$$

$$= 1 - \frac{m}{2\hbar^2 p} \int_0^{\infty} \int d\Omega' \frac{e^{i(p r' - p r \cos \theta)}}{r'} V(r') j_p(r-r')$$

Рассмотрим поведение этой функции при больших значениях  $p$ , т.е. когда длина волны налетающей частицы много больше характерных размеров рассеивающего центра. Подынтегральное выражение оказывается быстро осциллирующим во всей области аргумента кроме тех точек, где фаза экспоненты стационарна, т.е. при  $p r' \cos \theta = p r$ . Поскольку область больших углов  $\theta$  не дает вклада в интеграл, то функции  $V(r-r')$  и  $j_p(r-r')$  можно приближенно заменить на их значения при  $\theta=0$  и затем выполнить интегрирование по  $\theta$

$$j_p(r) \approx 1 - \frac{im}{\hbar^2 p} \int_0^{\infty} dr' \int d\Omega' V(r-r') j_p(r-r') (1 - e^{2ipr \cos \theta}),$$

где вектор  $\mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ . Второе слагаемое в подынтегральном выражении быстро осциллирует и потому может быть отброшено.

Представим вектор  $\mathbf{r}$  в виде  $b + n_p z$ , где  $n_p$  – единичный вектор в направлении  $\mathbf{p}$ ,  $b$  – вектор прицельного параметра. Тогда разность  $\mathbf{r} - \mathbf{r}' = b + n_p(z - z') = b + n_p z \tilde{y}$ , где введена новая переменная  $z \tilde{y} = z - z'$ . Выражение в этом случае принимает следующий вид

$$j_p(b + n_p z) \approx 1 - \frac{im}{h^2 p} \int_{-\Gamma}^z dz \tilde{y} V(b + n_p z \tilde{y}) j_p(b + n_p z \tilde{y}).$$

Решение уравнения имеет следующий вид

$$j_p(b + n_p z) \approx \exp\left\{ \frac{im}{h^2 p} \int_{-\Gamma}^z dz \tilde{y} V(b + n_p z \tilde{y}) \right\}$$

таким образом, для исходной волновой функции получим выражение

$$Y_p(b + n_p z) \approx \frac{1}{(2\rho)^{3/2}} \exp\left\{ \frac{im}{h^2 p} \int_{-\Gamma}^z dz \tilde{y} V(b + n_p z \tilde{y}) \right\}$$

где учтено, что  $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{b}) = 0$ . Очевидно, что интеграл в показателе экспоненты выражения является фазовым сдвигом, рассчитываемым вдоль прямой, идущей из  $\Gamma$  в точку  $\mathbf{r}$  (см. рис. 1). При  $b \gg \Gamma$  это фазовый сдвиг стремится к нулю.

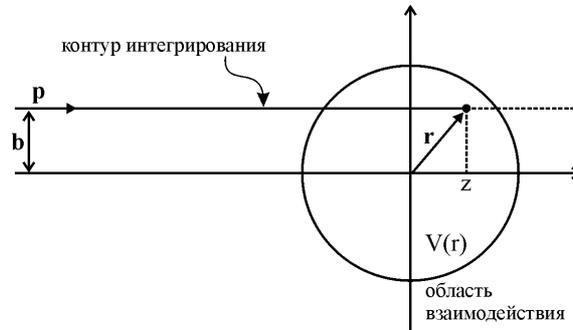


Рис. 1. Контур интегрирования в приближении эйконала.

Полученное приближение может быть улучшено. Если нам интересно рассеяние в направлении вектора  $\mathbf{p} \tilde{y}$ , то в качестве вектора интегрирования можно взять прямую, проходящую между векторами  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p} \tilde{y}$ , направленную вдоль вектора

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{p} \tilde{y}}{|\mathbf{p} + \mathbf{p} \tilde{y}|}.$$

Вектор  $b$  можно выбрать перпендикулярным к  $\mathbf{K}$ . Тогда волновая функция примет вид

$$Y_p(b + \mathbf{K} z) \approx \frac{1}{(2\rho)^{3/2}} \exp\left\{ \frac{im}{h^2 p} \int_{-\Gamma}^z dz \tilde{y} V(b + \mathbf{K} z \tilde{y}) \right\}$$

Определим амплитуду рассеяния, используя,

$$f(\mathbf{p} \tilde{y} \rightarrow \mathbf{p}) = -\frac{m}{2\rho^2} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p} \tilde{y} \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) Y_p(\mathbf{r}) \approx -\frac{m}{2\rho^2} \int d\mathbf{r} V(b + \mathbf{K} z) \exp\left\{ \frac{im}{h^2 p} \int_{-\Gamma}^z dz \tilde{y} V(b + \mathbf{K} z \tilde{y}) \right\}$$

Так как мы рассматриваем упругое рассеяние, то скалярное произведение  $(\mathbf{p} - \mathbf{p} \tilde{y}) \cdot \mathbf{K} = 0$ , что позволяет выполнить интегрирование по  $z$

$$f(\mathbf{p} \tilde{y} \rightarrow \mathbf{p}) \approx -\frac{ip}{2\rho} \int d\mathbf{b} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} \int_{-\Gamma}^{\Gamma} dz V(b + \mathbf{K} z) \exp\left\{ \frac{im}{h^2 p} \int_{-\Gamma}^z dz \tilde{y} V(b + \mathbf{K} z \tilde{y}) \right\}$$

где вектор  $\mathbf{q} = \mathbf{p} \tilde{y} - \mathbf{p}$  – переданный импульс, лежащий в плоскости вектора  $b$ .

Если потенциал сферически симметричен, т.е. зависит от  $\sqrt{b^2 + z^2}$ , то в интеграле  $\int d\mathbf{b} = \int b db d\Omega$  можно выполнить интегрирование по углу, используя формулу

$$\int_0^\pi \sin^2 \theta e^{-iqb \cos \theta} d\theta = J_0(qb) = J_0\left(2pb \sin \frac{q}{2}\right),$$

где  $J_0(x)$  – функция Бесселя. Амплитуда рассеяния в этом случае примет вид

$$f(p, \check{y} \rightarrow p) \approx -ip \int_0^r T_{bb} J_0 \left( 2pb \sin \frac{q}{2} \right) \check{y}^{2i\alpha(b)} - 1 \frac{\check{y}}{b} db$$

где

$$\alpha(b) = -\frac{p}{2E} \int_0^r dz V \left( \sqrt{z^2 + b^2} \right) = -\frac{p}{2E} \int_0^r \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - b^2}} V(r).$$

В приближении малых аргументов функцию Бесселя  $J_0(x)$  можно выразить через полином Лежандра

$$P_l(\cos q) \approx \cos^l q \left[ \left( l + \frac{1}{2} \right) \sin q \right].$$

Выражение справедливо при  $\sin q = l/l$ . Заменяя интеграл  $\int_0^r T_{bb} db \approx \frac{1}{2p} e^{(2l+1)\alpha(b)}$ , где использовано квазиклассическое выражение для углового момента  $pb = l + \frac{1}{2}$ , для амплитуды рассеяния получим

$$f(p, \check{y} \rightarrow p) \approx \frac{1}{2ip} e^{(2l+1)\alpha(b)} \check{y}^{2i\alpha(b)} - 1 \frac{\check{y}}{b} (\cos q).$$

Отсюда видно, что функция  $\alpha(b)$  является приближенным выражением для фазового сдвига, соответствующего угловому моменту  $l$ .

#### Список литературы:

1. Дж. Тейлор, Теория рассеяния, «Мир», М. 1975
2. М. Гольдбергер, К. Ватсон, Теория столкновений, М., «Мир», 1967
3. М. Абрамовиц, И.А. Стеган, Справочник по математическим функциям с формулами, графиками и таблицами

### **Курсовая работа 6.** Численное решение уравнения Липпмана-Швингера для парциальной волновой функции

**Задание:** Вычислить амплитуду и дифференциальное сечение упругого рассеяния. Провести расчеты для реакций рассеяния протонов на различных атомных ядрах при энергиях порядка 10 – 100 МэВ. Сравнить полученные результаты с экспериментальными данными. Данные найти самостоятельно, воспользовавшись базой данных размещенной на сервере ЦФЯД.

**Теоретическое введение:** Не сложно показать, что уравнение Липпмана-Швингера справедливо также и для стационарных волновых функций

$$|E, l, m, \pm\rangle = |E, l, m\rangle + \mathcal{G}_0 \check{V} |E, l, m, \pm\rangle.$$

Тогда в координатном представлении для парциальной волновой функции можно записать следующее уравнение

$$Y_l^{(\pm)}(p, r) = j_l(pr) + \int_0^r g_l^{(\pm)}(E; p; r, r') \check{V}(r') Y_l^{(\pm)}(p, r') \check{Y}_d r' \check{Y}_d r'$$

где использованы разложение по парциальным волнам оператора Грина и свойства сферических гармоник.

Парциальная функция Грина  $g_l^{(\pm)}(E; p; r, r')$  определяется выражением

$$g_l^{(\pm)}(E; p; r, r') = \frac{2}{p} \int_0^r \frac{j_l(pr) \check{Y}_l(p, r')}{E - E_p \pm i\epsilon} p'^2 dp' = -i \frac{2m}{\hbar^2} p j_l(p, r <) h_l^{(1,2)}(p, r >),$$

где  $r >$  и  $r <$  - наибольший и наименьший аргумент из  $r$  и  $r'$ .

Уравнение необходимо заменить системой алгебраических уравнений, используя метод Симпсона или метод квадратур Гаусса для приближенной записи интеграла. Потенциал взаимодействия выбрать в виде функции Вудса-Саксона.

#### Список литературы:

1. Дж. Тейлор, Теория рассеяния, «Мир», М. 1975
2. М. Гольдбергер, К. Ватсон, Теория столкновений, М., «Мир», 1967
3. М. Абрамовиц, И.А. Стеган, Справочник по математическим функциям с формулами, графиками и таблицами

### *Методические указания по выполнению курсовой работы*

Цель курсовой работы – закрепление теоретических знаний, умения практических расчетов амплитуды и фаз рассеяния, сечений реакции с использованием собственных и общепринятых компьютерных алгоритмов расчета ядерной динамики.

Выполнение курсовой работы по дисциплине «Теория рассеяния» – один из важных этапов учебного процесса в системе подготовки физиков ядерщиков. Они должны

владеть основными понятиями и понимать методы теории рассеяния в приложении к задачам описания процессов столкновения атомных ядер при низких и промежуточных энергиях.

#### Предъявляемые требования:

Курсовая работа должна содержать теоретический и практический материал по заданной тематике. Основное требование при выполнении курсовой работы – умение связать теоретические результаты вычислений характеристик рассеяния с имеющимися экспериментальными данными. Курсовая работа должна выполняться на конкретных экспериментальных материалах и содержать элементы самостоятельных исследований.

По результатам курсовой работы студент может выступать на конференциях и семинарах по рассматриваемой проблеме.

#### Написание курсовой работы:

Курсовая работа должна включать: введение, основную часть, заключение и приложения, при необходимости.

*Во введении* даются краткая характеристика и современное состояние рассматриваемого вопроса. Указываются цели и задачи работы, конкретизируется объект исследования, анализируется актуальность темы.

*Основная часть* работы должна содержать результаты, получение которых ставится целью в задании к курсовой работе. Вначале подробно описываются теоретические положения, раскрывающие сущность рассматриваемой проблемы, анализируются имеющиеся материалы по тематике исследования. Этот раздел работы следует сопроводить иллюстрациями, таблицами, схемами, графиками и другими материалами. Далее излагаются математические методы решения поставленной задачи, анализируется применимость, устойчивость и сходимость этих методов. Затем приводятся результаты проведенных расчетов и, по возможности, их сравнение с имеющимися экспериментальными данными или расчетами других авторов в рамках альтернативных моделей и подходов. При использовании материалов из других источников следует делать сноски с указанием автора, названия и год издания книги или других материалов. В конце раздела подводятся итоги по основной части работы.

*Заключение* должно состоять из перечисления основных результатов и сделанных на их основе выводов. Их следует формулировать четко и по пунктам.

Литература содержит список учебной, научной литературы, научных статей, баз экспериментальных данных, использованных источников при выполнении курсовой работы.

Курсовая работа выполняется с использованием фактического материала подобранного самостоятельно и предложенного преподавателем.

Курсовая работа должна содержать титульный лист, план работы, список используемой литературы и приложения. Объем работы должен составлять 10-15 страниц компьютерного текста, шрифт № 12 через 1.5 интервала. Форма и содержание титульного листа, а также стилевые параметры отчета по курсовой работе определяются рекомендациями кафедры «Ядерная физика».

Страницы должны иметь поля и пронумерованы. В приложениях страницы не нумеруются. Иллюстрации, рисунки, чертежи, графики, фотографии, которые приводятся по тексту работы, следует нумеровать.

Представленная курсовая работа проверяется преподавателем, а результаты проверки отражаются в рецензии.

При положительном заключении работа допускается к защите, о чем делаются записи на титульном листе работы и в рецензии.

При отрицательной рецензии работа возвращается на доработку с последующим представлением на повторную проверку с приложением рецензии.

---

### Экзаменационные вопросы по курсу «Теория рассеяния»

1. Законы сохранения, переход в систему центра масс, сведение к задаче о рассеянии силовым центром. Траектории частиц в сферическом поле, угол отклонения, сечение рассеяния.
2. Преобразование сечения при переходе из системы центра масс в лабораторную систему координат.
3. Рассеяние кулоновским полем, формула Резерфорда.
4. Радужное рассеяние, аналогия с атмосферной радугой. Закручивание (орбитирование). Глория.
5. Понятие о векторах состояния. Асимптотические состояния. Оператор эволюции. Меллеровские операторы.
6. Ограничения, налагаемые на потенциал взаимодействия. Виды ядро-ядерных потенциалов взаимодействия и их характерные особенности.
7. Оператор рассеяния. Неограниченные состояния  $|p\rangle$ . Амплитуда рассеяния. Сечение рассеяния в квантовой теории рассеяния.
8. Стационарные состояния рассеяния. Уравнение Липпмана-Швингера для стационарных состояний. Асимптотика волновых функций стационарных состояний.
9. Разложение плоской волны по парциальным волнам. Свойства сферических функций Бесселя и присоединенных полиномов Лежандра.
10. Разложение волновой функции по парциальным волнам. Неограниченные состояния  $|E l m\rangle$ . Уравнение Шрёдингера для парциальной волновой функции. Парциальные амплитуды и фазы рассеяния. Методы численного решения уравнения Шрёдингера.
11. Разложение волновой функции по парциальным волнам. Неограниченные состояния  $|E l m\rangle$ . Фазовое уравнение.
12. Рассеяние чисто кулоновским потенциалом. Потенциал с кулоновской асимптотикой.
13. Низкие энергии и длина рассеяния.
14. Борновский ряд. Борновское приближение в методе искаженных волн для одноканального случая.
15. Эйкональное приближение.
16. Каналы, каналные гамильтонианы и каналные асимптотические состояния.
17. Эволюция векторов состояния и многоканальный оператор рассеяния. Вычисление сечений в многоканальном случае.
18. Борновское приближение в многоканальном случае. Борновское приближение в методе искаженных волн.
19. Понятие об обобщенном оптическом потенциале. Оптическая модель упругого рассеяния. Комплексный потенциал ядро-ядерного взаимодействия.
20. Метод сильной связи каналов. Разложение волновой функции по состояниям мишени. Система уравнений метода сильной связи. Матрица связи.

### **10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.**

#### *Методические рекомендации для преподавателей*

Курс лекций рассчитан на студентов кафедры экспериментально ядерной физики. В связи с этим необходимо сделать упор на изложении материала в приложении к задачам исследования реакций с ядерными частицами. Лекции должны сопровождаться наглядным иллюстративным материалом, в частности, с использованием компьютерных презентаций. Следует уделить особое внимание практическим расчетам, выполняемым самими студентами при работе над текущими заданиями и курсовыми работами. Допускается использование студентами уже существующих пакетов расчета характеристик ядерных реакций, однако в этом случае задание должно быть расширено. Следует поощрять самостоятельное программирование.

В силу ограниченности доступной литературы по данному предмету формулировку практических заданий следует выполнять подробно, а так же допускать использование интернет-ресурсов при работе над заданиями.

Контроль работы студента проводить в виде опроса по выполненному заданию и в виде защиты им курсовой работы.

Дополнительная литература для разработки и переработки лекционных материалов:

1. Н. Мотт, Г. Месси, Теория атомных столкновений, М., Мир, 1969.
2. Р. Ньютон, Теория рассеяния волн и частиц, М., Мир, 1969.
3. А.И. Базь и др., Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике, М., Наука, 1971.
4. В.В. Балашов, Квантовая теория столкновений, М., МГУ, 1985.
5. А.Г. Ситенко, Теория ядерных реакций, М., Энергоатомиздат, 1983.
6. N.K. Glendenning, Direct Nuclear Reactions, Academic Press, 1983.
7. G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions, Clarendon Press, 1983.
8. D.M. Brink, Semi-Classical Methods for Nucleus-Nucleus Scattering, Cambridge University Press, 1985.

*Методические рекомендации для студентов.*

В силу большого объема изучаемого материала и ограниченного количества занятий работа студента над расчетными заданиями во многом должна быть самостоятельной. Допускается использование любой литературы и Интернет-ресурсов. Одобряется обращаться к преподавателю за консультациями.

Рабочей программой дисциплины «Теория рассеяния» предусмотрена самостоятельная работа студентов **в объеме 60 часов, из них 34 часа** отводится на выполнение курсовой работы по индивидуальному заданию.

Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

- изучение отдельных разделов тем дисциплины по материалам лекции и рекомендованной литературе;
- подготовку к практическим занятиям;
- работу с Интернет-источниками;
- подготовку к различным формам контроля.

Программой дисциплины предусмотрено выполнение курсовых работ по индивидуальным заданиям, которые выполняются с использованием компьютера. В конце семестра проходит защита курсовой работы. Последовательность всех контрольных мероприятий изложена в календарном плане, который доводится до сведения каждого студента в начале семестра, а также размещен на сайте кафедры.

Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение настоящей дисциплины, студентам лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе.

По каждой из тем для самостоятельного изучения, приведенных в рабочей программе данной дисциплины следует сначала прочитать рекомендованную литературу и при необходимости составить краткий конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме и для освоения последующих разделов курса.

Для расширения знаний по дисциплине рекомендуется использовать Интернет-ресурсы: проводить поиск в различных системах и использовать материалы сайтов, рекомендованных преподавателем на лекционных занятиях.

*Материалы, используемые при контроле знаний студентов*

1. Индивидуальные задания на курсовые работы по курсу «Теории рассеяния».
2. Проверка и приём практических заданий.
3. Устный опрос на семинаре.