

**Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования Московской области
«Международный университет природы, общества и человека «Дубна»
(университет «Дубна»)
Факультет естественных и инженерных наук
Кафедра теоретической физики**

УТВЕРЖДАЮ

проректор по учебной работе

_____ С.В. Моржухина

« _____ » _____ 2011 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория групп. Часть 2

по направлению 010700.62 «ФИЗИКА»

(№, наименование направления, специальности)

Форма обучения: очная

Уровень подготовки: *бакалавр*

Курс 4, семестр 7

г. Дубна, 2011 г.

1. Требования ГОС ВПО

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору. Содержание дисциплины устанавливаются вузом.

2. Аннотация

Программа дисциплины «Теория групп. Часть 2» составлена в соответствии с ГОС ВПО для подготовки бакалавров по направлению 010700.62 «Физика». Дисциплина «Теория групп» входит в цикл специальных дисциплин и **предусматривает** изучение основ теории симметрий в физике и математике. Курс состоит из следующих трех частей: «Расслоенные пространства», «Гомотопические группы», «Группы Лоренца и Пуанкаре и их представления».

Место курса в профессиональной подготовке бакалавров

Курс опирается на знания студентов, приобретенные при изучении основ математического анализа, линейной алгебры, тензорного анализа и теоретической механики и обеспечивает теоретическую подготовку и практические навыки в области физики элементарных частиц и атомного ядра. Целью курса является ознакомление студентов с фундаментальными методами теории групп и симметрий. Кроме того, теория групп и симметрий является основой для изучения других математических курсов и таких важнейших курсов теоретической физики как квантовая механика, теория гравитации и теория квантовых и классических полей.

Формы работы студентов

Изучение дисциплины предусматривает выполнение домашних и контрольных работ. Кроме того, предусмотрен набор вопросов и заданий для самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов: изучения лекций и рекомендованной литературы, выполнение домашних работ, выполнение курсовой работы.

Виды текущего контроля – проверка домашних заданий и опросы во время семинарских занятий. Текущий контроль проводится, чтобы установить степень усвоения студентами лекционного материала, а также проверить их уровень овладения методами решения конкретных задач теории групп.

Форма промежуточного контроля

экзамен.

3. Цели и задачи дисциплины

Целью дисциплины является ознакомление студентов с фундаментальными методами теории групп и симметрий. Кроме того, теория групп и симметрий является основой для изучения других математических курсов и таких важнейших курсов теоретической физики как квантовая механика, теория гравитации и теория квантовых и классических полей.

Задачи дисциплины: развить новые навыки применения мощных методов теории симметрий и теории групп, необходимых для решения различных задач, возникающих как в математике, так и в теоретической физике.

4. Требования к уровню освоения содержания дисциплины (знания, умения, навыки)

Усвоив материал 2-ой части курса (конец 7-ого семестра), студент должен **получить базовую математическую подготовку** по теории симметрий, которая даст ему возможность приступить к изучению специальной монографической и журнальной литературы по теоретической и математической физике. Он должен **владеть** мощным аппаратом теории релятивистских симметрий, который основывается на теории групп Лоренца и Пуанкаре. Он должен **понимать**, что такое изоспин, спин, спиральность и другие квантовые характеристики элементарных частиц с точки зрения теории представлений унитарных групп и группы Пуанкаре.

5. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр	Семестр
			7
Общая трудоемкость дисциплины	102		102
Аудиторные занятия	68		68
Лекции (Л)	36		36
Семинары (С)	36		36
Самостоятельная работа (СР)	30		30
Промежуточная аттестация	экзамен	экзамен	экзамен

6. Разделы дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины, содержание	Л	С	СР
1	Расслоенные пространства	4	4	
2	Гомотопические группы	4	4	
3	Группы Лоренца и Пуанкаре и их представления	28	28	

Содержание разделов дисциплины

Семестр 7

1. Расслоенные пространства

Расслоенные пространства. Связности на расслоениях. Расслоения Хопфа. Примеры расслоенных пространств. Классы Черна.

Фундаментальная группа. Вычисления фундаментальных групп для некоторых многообразий.

2. Гомотопические группы.

Гомотопические группы. Элементы гомотопической топологии. Вычисления гомотопических групп для сфер.

3. Группы Лоренца и Пуанкаре и их представления

Пространство Минковского. Группы Лоренца и Пуанкаре. Бусты. Собственные и ортохронные преобразования Лоренца. Матричная реализация группы Пуанкаре

Алгебра Ли для группы Лоренца и группы Пуанкаре. Определяющие соотношения для алгебр Ли группы Лоренца и Пуанкаре. Операторы Казимира для алгебры Ли группы Пуанкаре.

Группа $SL(2, \mathbb{C})$ и группа Лоренца. Связь параметров группы Лоренца и группы $SL(2, \mathbb{C})$. Тензоры т'Хоофта.

Спинорные представления группы Лоренца. Эквивалентные и неэквивалентные представления $SL(2, \mathbb{C})$.

Матрицы Дирака. Дираковские биспиноры. Майорановские и вейлевские спиноры. Реализация алгебры Ли группы Лоренца в терминах матриц Дирака.

D- мерная алгебра Клиффорда и ее представления. Группы $Spin(D)$. Тожества Фирца в D измерениях.

Зарядово-сопряженные, вейлевские и майорановские спиноры в многомерии. Вычисление матриц зарядового сопряжения для D-мерного пространства-времени.

Уравнение Дирака и многомерные спиноры. Ковариантность уравнения Дирака.

Индукированные представления групп. Унитарные представления группы $SL(2)$.

Вектор Паули-Любанского и операторы Казимира АЛ группы Пуанкаре. Вычисление коммутационных соотношений для оператора вектора Паули-Любанского.

Малая группа Вигнера. Унитарные представления группы Пуанкаре. Подгруппа стабильности группы Лоренца в массивном и безмассовом случаях.

Массивные и безмассовые представления группы Пуанкаре. Спиральность. Спинорные и векторные безмассовые представления группы Пуанкаре.

Базис Картана-Вейля в АЛ. Разложение Картана элементов ГЛ. Корневые системы, диаграммы Дынкина. Классификация простых алгебр и групп Ли. Нахождение подалгебр Ли по диаграмме Дынкина.

Практические занятия (семинары)

7-ой семестр

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)
С1	1	Примеры расслоенных пространств. Классы Черна.
С2	1	Вычисления фундаментальных групп для некоторых многообразий.
С3	2	Вычисления гомотопических групп для сфер.
С4	3	Собственные и ортохронные преобразования Лоренца. Матричная реализация группы Пуанкаре
С5	3	Операторы Казимира для алгебры Ли группы Пуанкаре.
С6	3	Связь параметров группы Лоренца и группы $SL(2, \mathbb{C})$. Тензоры т'Хоофта.
С7	3	Эквивалентные и неэквивалентные представления $SL(2, \mathbb{C})$.
С8	3	Реализация алгебры Ли группы Лоренца в терминах матриц Дирака.

C9	3	Тождества Фирца в D измерениях.
C10	3	Вычисление матриц зарядового сопряжения для D-мерного пространства-времени.
C11	3	Ковариантность уравнения Дирака.
C12	3	Унитарные представления группы $SL(2)$.
C13	3	Вычисление коммутационных соотношений для оператора вектора Паули-Любанского
C14	3	Подгруппа стабильности группы Лоренца в массивном и безмассовом случаях.
C15	3	Спинорные и векторные безмассовые представления группы Пуанкаре.
C16 C17	3	Нахождение подалгебр Ли по диаграмме Дынкина.

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Хамермеш М.** Теория групп и ее применение к физическим проблемам - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 588с.
2. **Исаев А.П.** Теория групп и симметрий. Учебное пособие. УНЦ-2010-46 – Дубна, Издательство ОИЯИ 2010. – 113с.
3. **Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.** Современная геометрия. Методы и приложения: Учебное пособие для вузов - М.: Наука, 1979. - 759с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. **Понтрягин Л.С.** Избранные научные труды: В 3 т., Т.3 : Непрерывные группы - М.: Наука, 1988. - 342с.
5. **Боголюбов Н.Н.** Собрание научных трудов: В 12 т. Т.10 : Квантовая теория: Введение в теорию квантованных полей / Боголюбов Николай Николаевич, Ширков Дмитрий Васильевич; - М.: Наука, 2008. - 736с.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

оверхэд

мультимедийный проектор

9. Формы контроля и оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Экзаменационные вопросы по дисциплине

1. Понятие симметрии. Определение группы, подгруппы. Примеры (циклические группы и группы диэдра).
2. Смежные классы, инвариантные подгруппы, фактор- группа, центр и прямое произведение групп.
3. Линейные операторы в векторных пространствах. Матричные группы $GL(n)$ и $SL(n)$.

4. Билинейные и эрмитовы формы в векторных пространствах. Матричные группы $U(n,m)$, $SU(n,m)$, $O(n,m)$, $SO(n,m)$, $Sp(2n)$, $Usp(2n)$.
5. Отображения групп. Гомоморфизм, изоморфизм, ядро и образ гомоморфизма. Точные последовательности.
6. Многообразия. Группы Ли и алгебры Ли (общая теория и примеры). Алгебры Ли матричных групп.
7. Комплексные и вещественные алгебры Ли. Вещественные формы групп Ли. Компактные группы Ли и алгебры Ли. Простые и полупростые алгебры Ли. Универсальные накрывающие группы Ли.
8. Суммирование и интегрирование на группах. Метрика на группах Ли, мера Хаара.
9. Линейные (матричные) представления групп и алгебр Ли. Примеры представлений, присоединенные представления алгебр и групп Ли. Прямое произведение и прямая сумма представлений. Эквивалентные представления.
10. Приводимые и неприводимые представления. Характер представления. Леммы Шура.
11. Основные утверждения теории характеров.
12. Обертывающие алгебр Ли и операторы Казимира. Конечномерные неприводимые представления алгебры Ли $su(2)$ и группы Ли $SU(2)$ (представления со старшим весом).
13. Ряд Клебша-Гордана.
14. Группа перестановок (симметрическая группа) S_n .
15. Определяющее (фундаментальное) и тензорные представления $SU(n)$. Дуальность Шура - Вейля. Диаграммы Юнга.
16. Однородные и симметрические пространства. Расслоенные пространства. Связности на расслоениях. Примеры.
17. Гомотопические группы. Элементы гомотопической топологии.
18. Пространство Минковского. Группы Лоренца и Пуанкаре. Бусты.
19. Алгебра Ли для группы Пуанкаре. Группа $SL(2,C)$ и группа Лоренца.
20. Спинорные представления группы Лоренца. Матрицы Дирака. Дираковские биспиноры. Майорановские и вейлевские спиноры.
21. D- мерная алгебра Клиффорда и ее представления.
22. Группы $Spin(D)$ и $Spin(1,D-1)$. Уравнение Дирака и многомерные спиноры.
23. Зарядово-сопряженные, вейлевские и майорановские спиноры в многомерии. Ковариантность уравнения Дирака.
24. Индуцированные представления. Вектор Паули-Любанского и операторы Казимира группы Пуанкаре. Малая группа Вигнера.
25. Унитарные представления группы Пуанкаре. Массивные и безмассовые представления группы Пуанкаре.
26. Базис Картана-Вейля в алгебре Ли. Разложение Картана элементов группы Ли. Корневые системы, диаграммы Дынкина. Классификация простых алгебр и групп Ли.