Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования Московской области
«Международный университет природы, общества и человека «Дубна»
(Университет «Дубна»)

Факультет естественных и инженерных наук

Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
проректор по учебной работе

____________ С.В. Моржухина

«_____»___________2011 г.

П Р О Г Р А М М А   Д И С Ц И П Л И Н Ы

Численные методы и математическое моделирование, Часть II

по направлению 010700.62 «ФИЗИКА»

(№, наименование направления, специальности)

Форма обучения: очная

Уровень подготовки: *бакалавр*

Курс 3 семестр 5

Дубна, 2011 г.

1. Требования ГОС ВПО

Дисциплина относится к региональному компоненту. Требования к содержанию определяются ВУЗом

2. Аннотация

Программа дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» составлена в соответствии с разделом **ЕН.Р.2** ГОС ВПО для подготовки бакалавров по направлению: 010700.62 «Физика». Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование, часть II» входит в региональный цикл общих математических и естественнонаучных дисциплин (**ЕН).**

Место курса в профессиональной подготовке бакалавров
Изучение дисциплины «Численные методы и математическое моделирование, часть II» является продолжением курса «Численные методы и математическое моделирование» предыдущего семестра и опирается на курсы линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, программирования. Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование, часть II» является вспомогательной для курсов «Теоретическая физика» и дает возможность численного решения задач следующих разделов теоретической физики: «Механика», «Электродинамика», «Квантовая механика», «Статистическая физика». Естественным продолжением курса «Численные методы и математическое моделирование» являются «Практикум по вычислительной физике», «Компьютерное моделирование физических процессов», «Численное решение уравнений математической физики».

Полученные знания необходимы студентам при подготовке, выполнении и защите выпускной квалификационной работы и при решении научно-исследовательских задач в будущей профессиональной деятельности.

Формы работы студентов в ходе изучения дисциплины предусмотрены семинарские занятия с выполнение расчетных работ на компьютере, домашние работы. Отдельные темы теоретического курса прорабатываются студентами самостоятельно в соответствии с планом самостоятельной работы и конкретными заданиями преподавателя с учетом индивидуальных особенностей студентов.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом, выполняется в ходе семестра в форме подготовки к семинарским занятиям с выполнением домашних работ.

Виды текущего контроля – проверка домашних заданий, контрольных работ. Текущий контроль проводится, чтобы установить степень усвоения студентами лекционного материала, а также проверить их навыки программирования при решении задач курса «Численные методы и математическое моделирование, часть II».

Форма промежуточного контроля
Зачеты по практическим работам, экзамен.

3. Цели и задачи дисциплины

Целью курса «Численные методы и математическое моделирование» является изучение наиболее распространенных методы приближенных вычислений и приобретение практических навыков использования численных методов. В большинстве случаев для решения задач обработки эксперимента и математического моделирования процессов уже существуют готовые программные комплексы. Однако, студенты должны иметь ясное представление об основных методах приближенных вычислений и границах их применимости. Это позволит, во-первых, выбирать подходящую для решения конкретной задачи программу, а во-вторых, правильно интерпретировать получаемые результаты. При изучении данного курса предполагается наличие у студента знаний в рамках стандартного курса математического анализа (производная, интеграл, дифференциальные уравнения), аналитической геометрии и линейной алгебры, основ теории функций комплексной переменной, программирования. Основные задачи курса – углубление математического образования и развитие практических навыков в области решения задач теоретической и математической физики, а также обработке экспериментальных данных. Студенты должны быть готовы использовать полученные в этой области знания, как при изучении смежных дисциплин, так и в профессиональной деятельности

4. Требования к уровню освоения содержания дисциплины (знания, умения, навыки)

В результате изучения курса «Численные методы и математическое моделирование» студент должен
знать основы теории погрешностей, суть различных численных методов решения конкретных задач, основные методы компьютерного моделирования физических систем;
уметь численно решать уравнения и системы уравнений, интерполировать функцию и оценивать возникающую погрешность, применять формулы численного дифференцирования и интегрирования, применять методы численного решения дифференциальных и интегральных уравнений, эффективно анализировать модели и зависимости, описывающие поведение систем различной природы;
владеть навыками составления алгоритмов/программ для решения различных физических задач конкретным методом, применения ЭВМ для решения задач численными методами.
Освоить

В результате решения задач на семинарах и выполнения домашних заданий и курсовой работы студент должен **научиться** применять методы численного решения в физических задачах (механики, электродинамики, квантовой механики, статистической физики, атомной и ядерной физики), применять аппарат математического анализа и статистики в вопросах требующих использования программных вычислительных средств, осуществлять постановку задач и их численную алгоритмизацию.

5. Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах)

Вид занятий	**Всего часов**	**5-й семестр**	
Общая трудоемкость	**68**	**68**	
Аудиторные занятия:	**36**	**36**	
Лекции	18	18	
Семинары	18	18	
Самостоятельная работа:	**32**	**32**	
Виды итогового контроля		Зачет, экзамен	

6. Разделы дисциплины

№	Раздел дисциплины	Лекции	Семинары	Сам.раб.
1.	Введение в математическое моделирование	2	2	2
2.	Численные методы решения ОДУ. Краевая задача	3	3	6
3.	Разностные схемы для уравнений с частными производными.	5	5	8
4.	Устойчивость разностных схем	4	4	8
5.	Интегральные уравнения и методы оптимизации	4	4	8

Содержание разделов дисциплины

Введение в математическое моделирование

Простейшие математические модели. Фундаментальные законы природы. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении моделей. О численных методах. Иерархический подход к построению моделей. О нелинейности математических моделей. Предварительные выводы о принципах построения математических моделей.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Краевая задача.

-
Численное решение краевых задач. Примеры аналитических решений разностных задач. Численные методы решения краевой задачи и задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений. Вычислительные методы решения краевых задач математической физики.

Разностные схемы для уравнений с частными производными.

-
Модельные уравнения (переноса, теплопроводности, Пуассона). Эволюционные задача, типичные формулировки задач для уравнений переноса и теплопроводности. Аппроксимация. Примеры разностных схем для модельных задач. Явные и неявные схемы. Интегро-интерполяционный метод построения разностных схем, аппроксимирующих законы сохранения.

Устойчивость разностных схем.

Устойчивость линейных разностных схем. Устойчивость по начальным данным, правым частям, краевым условиям. Примеры анализа устойчивости простейших схем. Метод гармоник. Принцип «замороженных коэффициентов». Конструирование явной схемы для системы гиперболических уравнений. Пример исследования устойчивости нелинейной схемы.

Интегральные уравнения и методы оптимизации.

Численные методы решения интегральных уравнений. Метод регуляризации решения линейных интегральных уравнений первого рода, алгоритм нахождения приближенных решений. Поиск экстремума, одномерная и многомерная оптимизация. Методы математического программирования.

Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)
1.	Введение в математическое моделирование	Простейшие математические модели. Использование фундаментальных законы природы, вариационных принципов, аналогий при построении моделей. Иерархический подход к построению моделей Упражнения и задачи
2.	Численные методы решения ОДУ. Краевая задача	Численное решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения 2-ого порядка. Методы минимизации невязки (коллокаций, наименьших квадратов, моментов, Галеркина). Метод конечных элементов. Метод дифференциальной прогонки. Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений.
3.	Разностные схемы для уравнений с частными производными.	Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных. Модельные уравнения (переноса, теплопроводности, Пуассона). Эволюционные задача, типичные формулировки задач для уравнений переноса и теплопроводности. Явные и неявные схемы. Интегро-интерполяционный метод.
4.	Устойчивость разностных схем	Устойчивость по начальным данным, правым частям, краевым условиям. Метод гармоник. Принцип «замороженных коэффициентов». Метод прямых и характеристик.
5.	Интегральные уравнения и методы оптимизации	Численные методы решения интегральных уравнений. Метод регуляризации решения линейных интегральных уравнений первого рода, алгоритм нахождения приближенных решений. Поиск экстремума, одномерная и многомерная оптимизация.

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Калиткин, *Численные методы* – С.-Пб.:БХВ-Петербург, 2011.
2. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков, *Численные методы* - М.:БИНОМ, 2008.
3. Д.В.Костомаров, А.Л.Фаворский *Вводные лекции по численным методам*, Москва 2004
4. А.А.Самарский, А.П.Михайлов, *Математическое моделирование*. - М.:Физматлит, 2002.
5. А.А.Самарский, А.В.Гулин. *Численные методы.* - М.:Наука, 1989.
6. В.С.Рябенький, *Введение в вычислительную математику.* - М.:Физматлит, 2000.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7. А.А.Самарский. *Теория разностных схем.* - М.,"Наука", 1983.
8. Ф.Р.Гантмахер, *Теория матриц.* М.: Физматлит, 2004, 533с.
9. А.В.Манжиров, А.Д.Полянин *Методы решения интегральных уравнений.* Справочник.М.:Наука, 1999, 272 стр.
10. В.А.Ильина, П.К.Силаев, *Численные методы для физиков-теоретиков*, Москва-Ижевск, 2003 (т.1 и т.2)
11. Д.В.Беклемишев, *Дополнительные главы линейной алгебры*. – М.:Наука, 1983.

8. Формы контроля и оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

8.1. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ:

1. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения 1 порядка с помощью одного из изученных способов решения
2. Численное решение краевой задачи для дифференциального уравнения 2 порядка
3. Численное решение линейного уравнения в частных производных с использованием разностных схем

8.2. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ:

1. Методы Рунге-Кутта для решения дифференциальных уравнений. Вывод формулы для q=1.
2. Метод Монте-Карло для вычисления интеграла функции
3. Решение краевой задачи для дифференциального уравнения 2 порядка методом прогонки
4. Численное решение линейного уравнения в частных производных с использованием разностных схем

8.3.ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Предмет теории математического моделирования. Простейшие математические модели. Фундаментальные законы природы. Вариационные принципы.
2. Особенности численного моделирования. О нелинейности математических моделей. Основные принципы построения математических моделей.
3. Применение аналогий при построении моделей. Особенности численного моделирования. Иерархический подход к построению моделей.
4. Приближенные числа и действия над ними. Дискретизация. Абсолютная и относительная погрешности. Обусловленность.
5. Приближение функций. Точечная аппроксимация. Понятие глобальной и кусочной аппроксимации. Приближение функций интерполяционными полиномами. Погрешность интерполяции.
6. Линейная и квадратичная интерполяция. Среднеквадратичное, наилучшее, равномерное приближения.
7. Быстрое преобразование Фурье. Ортогональные многочлены.
8. Метод сплайнов. Интерполяция функций двух переменных.
9. Численное решение нелинейных уравнений. Методы отделения корней, сканирования, деления отрезка пополам, хорд. Графическая интерпретация методов. Погрешности методов.
10. Численное решение нелинейных уравнений. Метод Ньютона. Графическая интерпретация метода. Погрешность.
11. Численное решение нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Графическая интерпретация метода. Погрешности методов.

12. Численное решение систем нелинейных уравнений. Формулировка задачи. Метод простых итераций, метод Ньютона. Погрешности методов.
13. Численное решение систем линейных уравнений. Прямые методы. Метод Гаусса. Методы главного элемента, прогонки.
14. Численное решение систем линейных уравнений. Методы Якоби, Зейделя и оптимизации параметра. Плохо обусловленные системы.
15. Псевдорешения систем линейных алгебраических уравнений и псевдообратные матрицы.
16. Задачи на собственные векторы и собственные значения. Формулировка задачи. Метод отражений.
17. Задачи на собственные векторы и собственные значения. Формулировка задачи. Итерационный метод вращений для эрмитовых матриц.
18. Задачи на собственные векторы и собственные значения. Формулировка задачи. Интерполяционный метод.
19. Задачи на собственные векторы и собственные значения. Формулировка задачи. Однопараметрический метод итераций.
20. Задачи на собственные векторы и собственные значения. Формулировка задачи. Прямой метод вращений.
21. Численное интегрирование. Квадратурные формулы (методы прямоугольников и трапеций, Симпсона). Погрешности квадратурных формул и их устойчивость.
22. Численное интегрирование. Алгоритм Ромберга. Процесс Эйткена. Экстраполяция по Ричардсону. Возможности переменного шага.
23. Численное интегрирование. Метод Гаусса. Несобственные интегралы.
24. Численное интегрирование. Многомерные интегралы. Метод Монте-Карло.
25. Численное дифференцирование. Построение формул для приближенного вычисления производных. Анализ погрешности. Неустойчивость численного дифференцирования.
26. Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
27. Задача Коши для системы уравнений первого порядка. Метод Рунге-Кутта.
28. Задача Коши для системы уравнений первого порядка. Метод Милна, метод Пикара, специальные методы.
29. Задача Коши для системы уравнений первого порядка. Представление о многошаговых методах, методы Адамса. Методы решения жестких систем.
30. Задача Коши для системы уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных. Методы Эйлера (явный и неявный). Разностные схемы. Анализ погрешности.
31. Задача Коши для системы уравнений первого порядка. Модифицированный метод Эйлера, предиктор-корректор.
32. Краевая задача. Линейный случай: непосредственная аппроксимация исходной задачи, сведение ее к последовательности задач Коши. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
33. Краевая задача. Нелинейные задачи: прогонка с итерациями (для уравнений второго порядка), метод «стрельбы». Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
34. Краевая задача. Методы минимизации невязки (коллокации, наименьших квадратов, моментов, Галеркина).
35. Краевая задача. Метод дифференциальной прогонки.
36. Краевая задача. Метод конечных элементов.
37. Краевая задача. Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
38. Разностные схемы для уравнений с частными производными. Модельные уравнения (переноса, теплопроводности, Пуассона). Аппроксимация.
39. Примеры разностных схем для модельных задач. Явные и неявные схемы.
40. Разностные схемы для уравнений с частными производными. Эволюционная задача, типичные формулировки задач для уравнений переноса и теплопроводности. Аппроксимация.

41. Интегро-интерполяционный метод построения разностных схем, аппроксимирующих законы сохранения.
42. Эволюционные задача, типичные формулировки задач для уравнений переноса и теплопроводности. Аппроксимация.
43. Численные методы решения интегральных уравнений. Поиск экстремума, одномерная и многомерная оптимизация.
44. Численные методы решения интегральных уравнений. Метод регуляризации решения линейных интегральных уравнений первого рода.