

ФИЗИКА

Элементарных частиц

Часть II

Дмитрий Казаков

Стандартная Модель



УДК 517.511.01

Three Generations of Matter (Fermions)

	I	II	III		
mass→	3 MeV	1.24 GeV	172.5 GeV	0	125.7 GeV
charge→	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
spin→	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
name→	u up	c charm	t top	γ photon	H Higgs
Quarks	6 MeV	95 MeV	4.2 GeV	0	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
	d down	s strange	b bottom	g gluon	G Graviton
Leptons	<2 eV	<0.19 MeV	<18.2 MeV	90.2 GeV	
	0	0	0	0	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	Z⁰ weak force	
	0.511 MeV	106 MeV	1.78 GeV	80.4 GeV	
	-1	-1	-1	±1	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	e electron	μ muon	τ tau	W[±] weak force	

Bosons (Forces)

Силы

Электромагнитные

Сильные

Слабые

Симметрии

Согласно Специальной Теории Относительности (СТО) мы существуем в четырёх-мерном (3+1) пространстве-времени (плоском)

Описание физической реальности должно быть:

1. Инвариантным относительно сдвигов в пространстве-времени
-> закон сохранения энергии-импульса
2. Инвариантным относительно вращений в пространстве-времени
-> закон сохранения момента количества движения (углового момента)

Пространственные симметрии

1. Инвариантным относительно сдвига фазы волновой функции частицы -> закон электрического заряда (Эл Маг В3) $U(1)$
2. Инвариантным относительно вращений в пространстве «цветов» кварков -> закон сохранения «цветов» заряда (Сильн В3) $SU(3)$
3. Инвариантность относительно вращений в пространстве изоспина -> закон сохранения изоспина (Слаб В3) $SU(2)$

Внутренние симметрии

Quantum Numbers of Matter

➤ Quarks

$$Q_L = \begin{pmatrix} up \\ down \end{pmatrix}_L$$

$$U_R = up_R$$

$$D_R = down_R$$

triplets

V-A currents
in weak
interactions

	SU(3) _c	SU(2) _L	U _Y (1)	
Q_L	3	2	1/3	doublets
U_R	3	1	4/3	
D_R	3	1	-2/3	

➤ Leptons

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$$

$$N_R = \nu_R ?$$

$$E_R = e_R$$

$\frac{1}{2}$	↘	T_3
$-\frac{1}{2}$	↙	
0	↘	T_3
0	↙	

1	2	-1
1	1	0
1	1	-2

singlets

Electric charge

$$Q = T_3 + Y/2$$

Электромагнитные взаимодействия

1. Осуществляются путём обмена квантом электромагнитного поля - фотоном
2. Электромагнитное поле описывается уравнением Максвелла

$$\partial_\mu F_{\mu\nu} + j_\mu = 0$$

$$\partial_\mu \tilde{F}_{\mu\nu} = 0$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\partial_t \vec{E} - \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho$$

$$\partial_t \vec{B} + \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

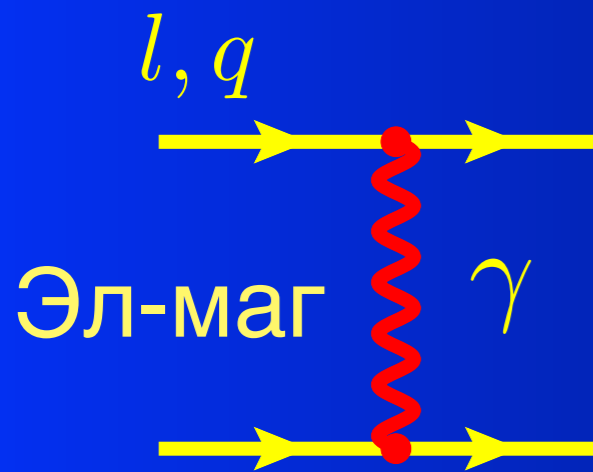
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

1. Заряженные частицы (кварки и лептоны) описываются уравнением Дирака

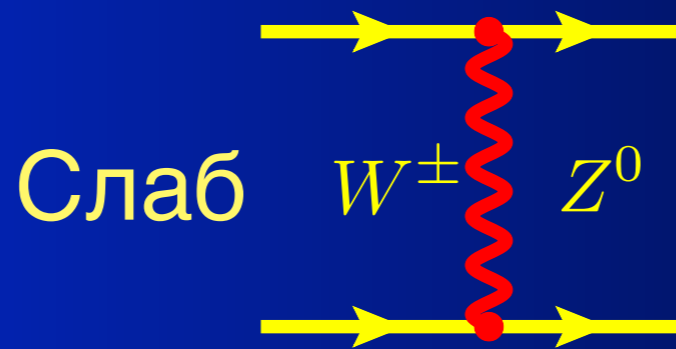
$$(\hat{\partial} - m - e\hat{A})\psi = 0$$

$$\hat{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$$

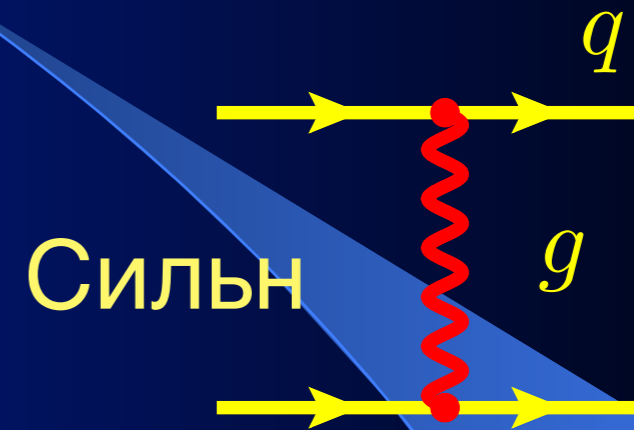
Пять фундаментальных сил Природы



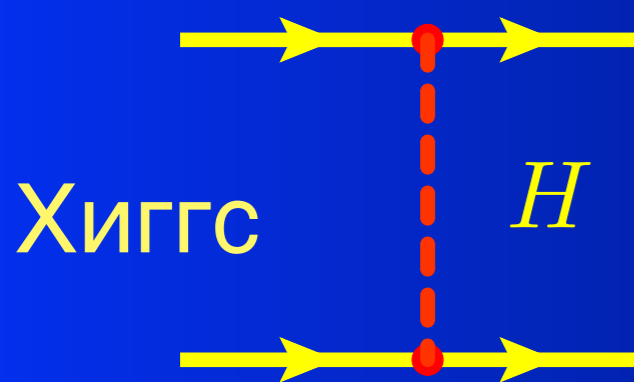
$$V(r) = -\frac{e_1 e_2}{r}$$



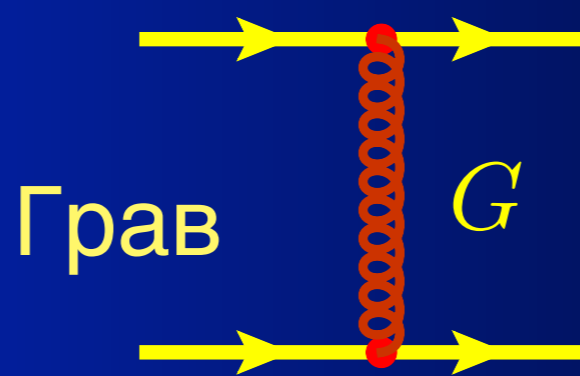
$$V(r) = -\frac{g^2}{r} e^{-M_W r}$$



$$V(r) = -\frac{g_s^2}{r} + br$$



$$V(r) = -\frac{m_1 m_2}{v_H^2 r} e^{-M_H r}$$



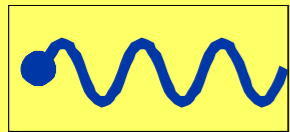
$$V(r) = -\frac{m_1 m_2}{M_{PL}^2 r}$$

СПИН

γ	W^\pm	Z^0	g	=1
	H			=0
	G			=2

Feynman Rules

Emitted photon



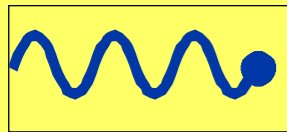
$$\varepsilon^\mu$$

Emitted electron (absorbed positron)



$$\bar{\nu}_\alpha$$

Absorbed photon



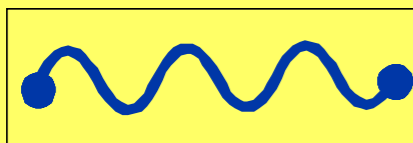
$$\varepsilon^\mu$$

Absorbed electron (emitted positron)



$$\nu_\alpha$$

Flying photon



$$-i \frac{g^{\mu\nu}}{p^2}$$

Flying Electron



$$i \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}$$

Flying Positron

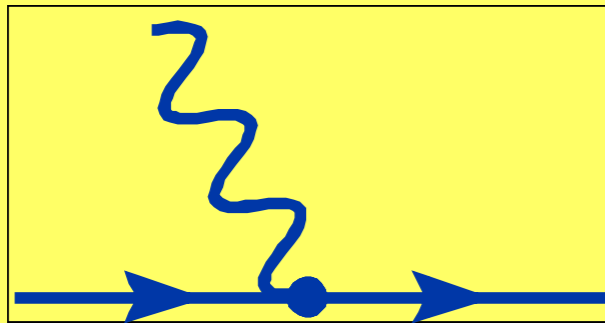


$$i \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}$$

Feynman Rules

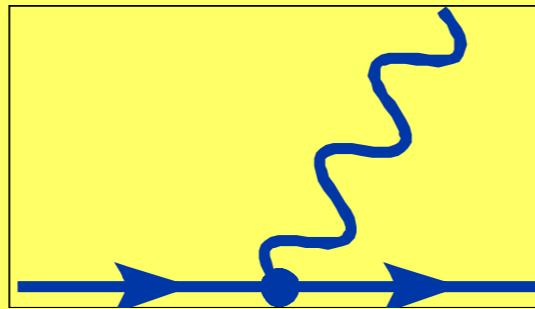
Interaction between electron, positrons and photons

Absorption of a photon
by an electron



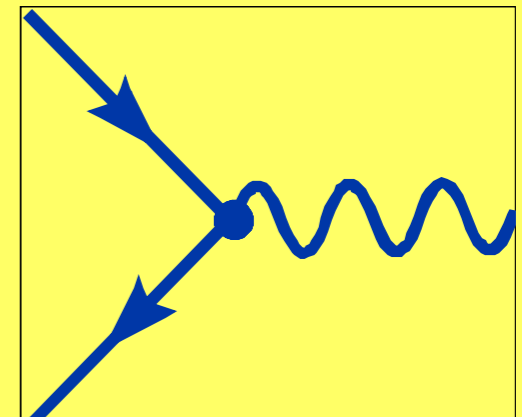
$$e\gamma^\mu$$

Emission of a photon
by an electron



$$e\gamma^\mu$$

e^+e^- Annihilation



$$e\gamma^\mu$$

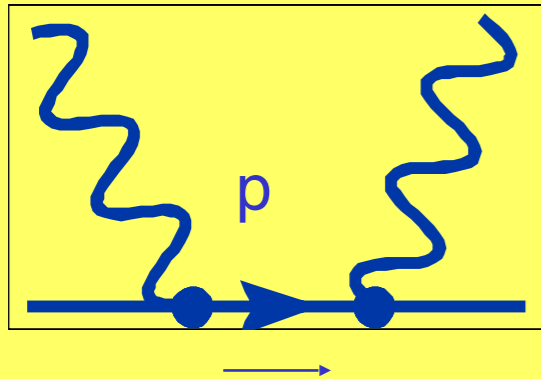
All physical processes in Quantum Electrodynamics can be constructed from these elements like LEGO structures

Feynman Diagrams

Amplitudes of probability = M

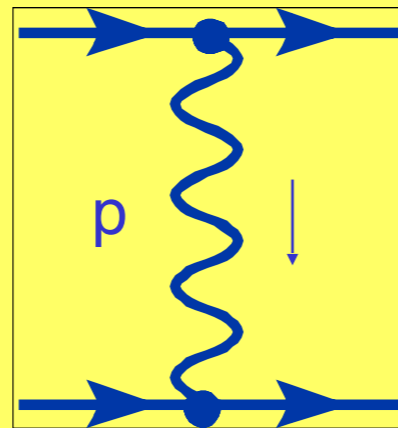
Probability = |M|²

Compton Scattering



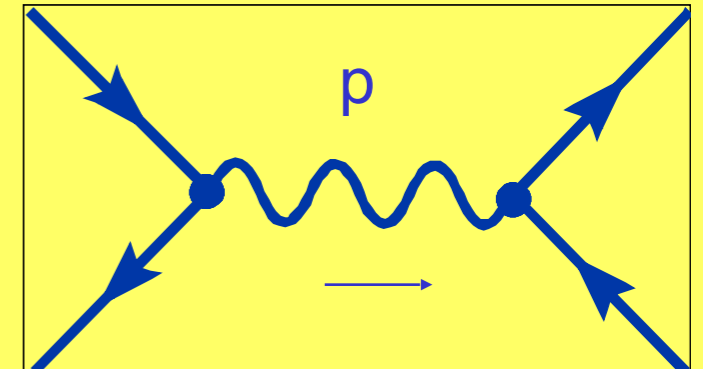
$$\frac{\bar{v}_\alpha \gamma_{\alpha\beta}^\mu (\hat{p} + m)_{\beta\rho} \gamma_{\rho\sigma}^\nu v_\sigma \epsilon^\mu \epsilon^\nu}{p^2 - m^2}$$

Mueller Scattering

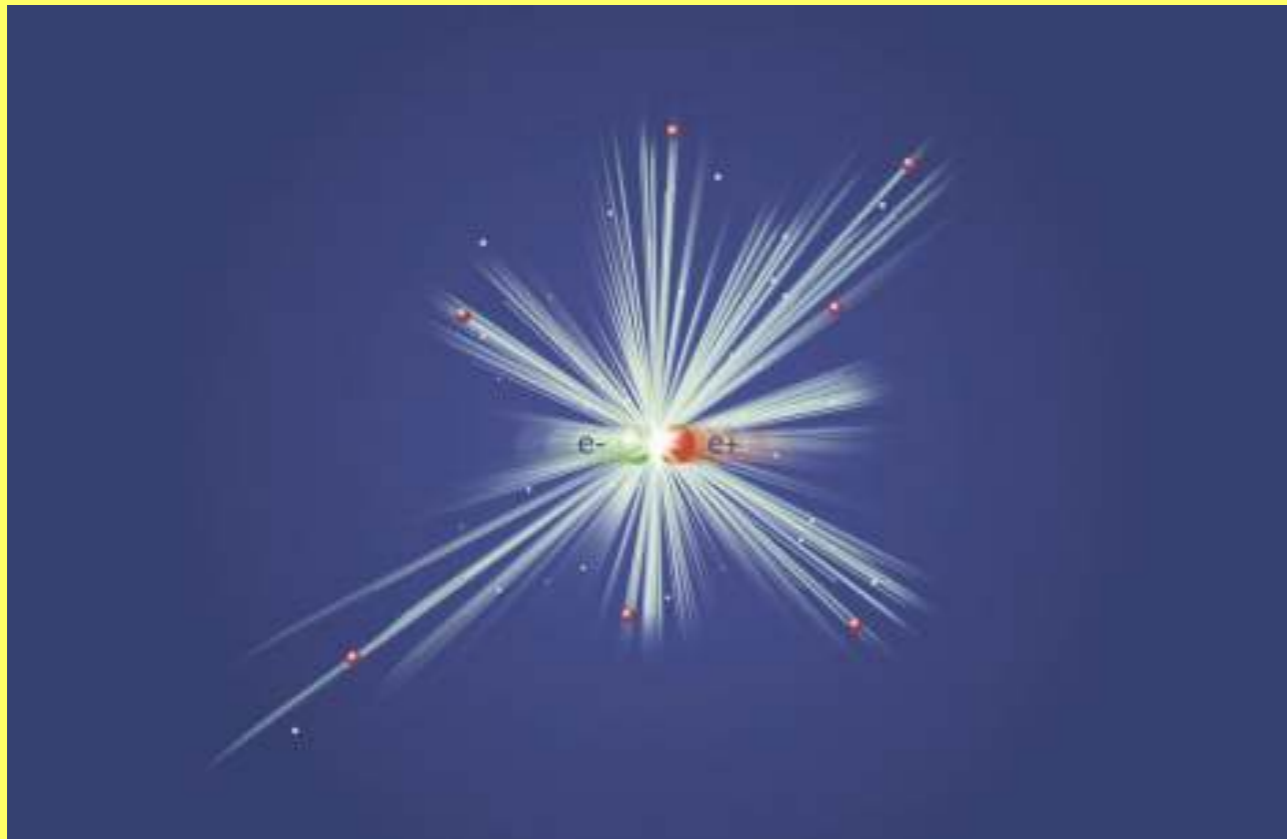


$$\bar{v}_\alpha \gamma_{\alpha\beta}^\mu v_\beta \left(-i \frac{g^{\mu\nu}}{p^2}\right) \bar{v}_\rho \gamma_{\rho\sigma}^\nu v_\sigma$$

Annihilation



From Feynman Rules to Formulas



Electrons (e^-) and positrons (e^+) collide at accelerators at very high energy and produce a pair of muons ($\mu^+ \mu^-$)

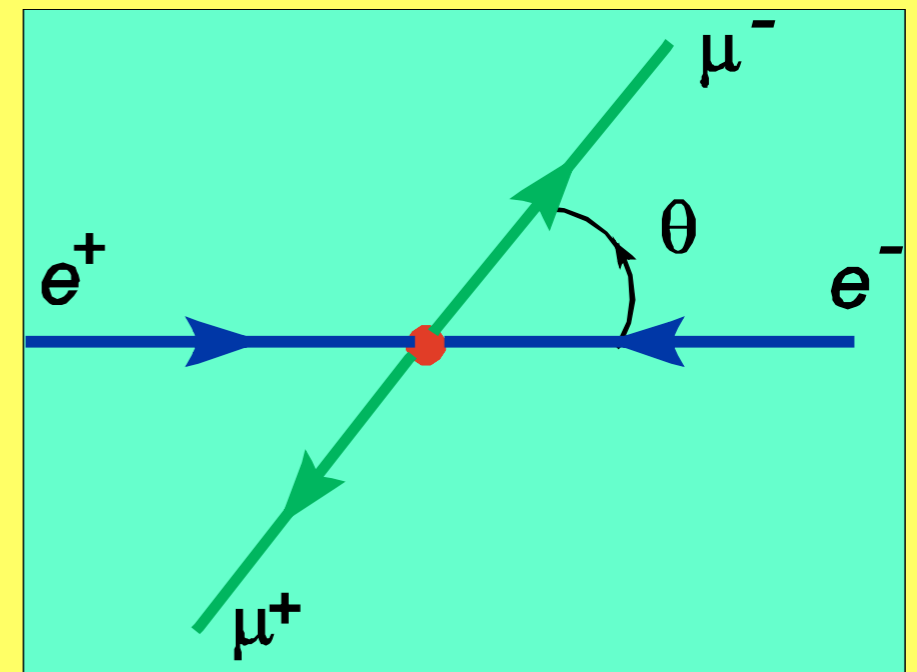
LEP Accelerator

$v=0.999\,999\,999\,987\,c$

$$N = Flux \otimes \sigma$$

↑
Number of events

↑
Cross-section



Calculation of the cross-section by Feynman rules

Cross-section

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2E^2} \frac{|\vec{k}|}{16\pi^2 E} \frac{1}{4} \sum_{spin} |M|^2$$

E=Energy
Ω = Angle

Matrix element

Angular Deps

$$|M|^2 = \left| \bar{v}_\alpha \gamma_{\alpha\beta}^\mu v_\beta \left(-i \frac{g^{\mu\nu}}{p^2} \right) \bar{v}_\rho \gamma_{\rho\sigma}^\nu v_\sigma \right|^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2} \sqrt{1 - \frac{m_\mu^2}{E^2}} \left[\left(1 + \frac{m_\mu^2}{E^2}\right) + \left(1 - \frac{m_\mu^2}{E^2}\right) \cos^2 \theta \right]$$

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3E^2} \sqrt{1 - \frac{m_\mu^2}{E^2}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{m_\mu^2}{E^2} \right]$$

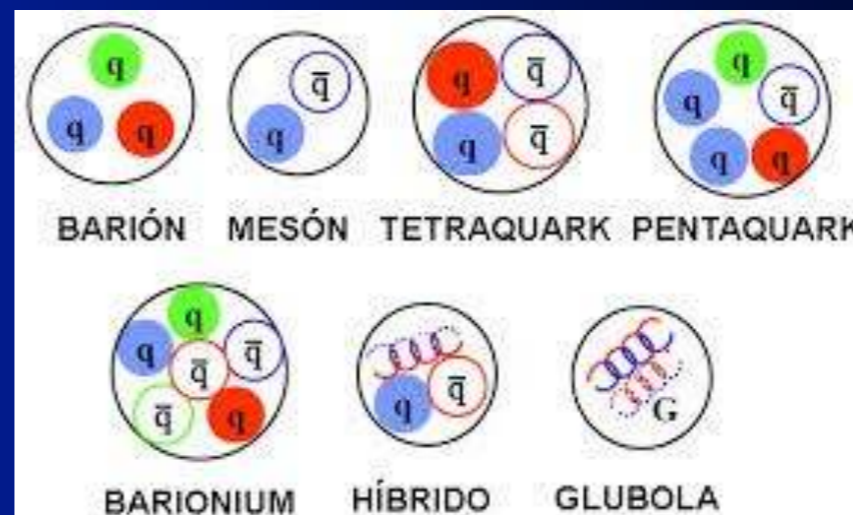
Total x-section

Сильные взаимодействия

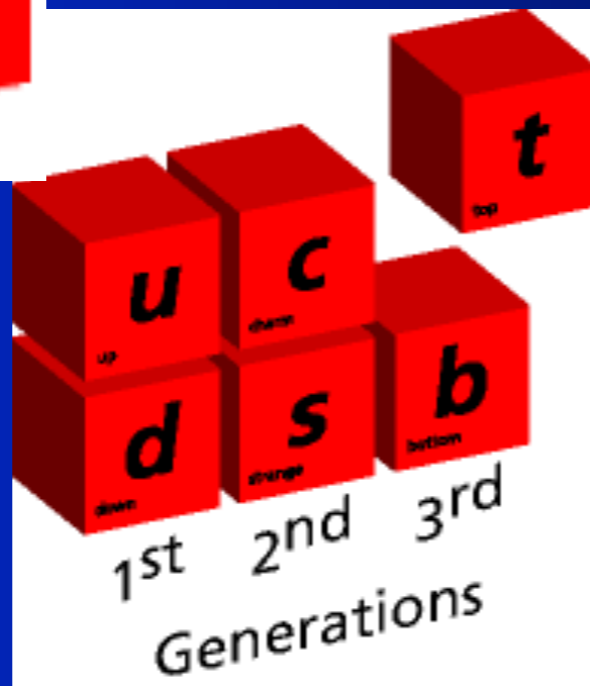
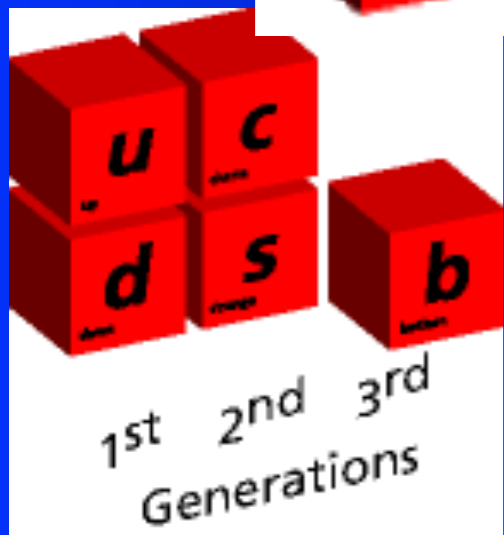
1. Осуществляются путём обмена квантом глюонного (цветного) поля -глюоном
2. Глюонное поле описывается уравнением Янга-Миллса (обобщение уравнений Максвелла)
3. Главное отличие от электродинамики в том, что глюоны тоже несут цветной заряд и взаимодействуют друг с другом
4. Постулат конфайнмента: кварки и глюоны не могут наблюдаться в свободном состоянии, наблюдаются только «бесцветные» объекты
5. Бесцветные объекты бывают следующих типов:

мезоны : $M = \bar{q}q$ барионы $B = qqq$

экзотические адроны



Кварки – “кирпичики”

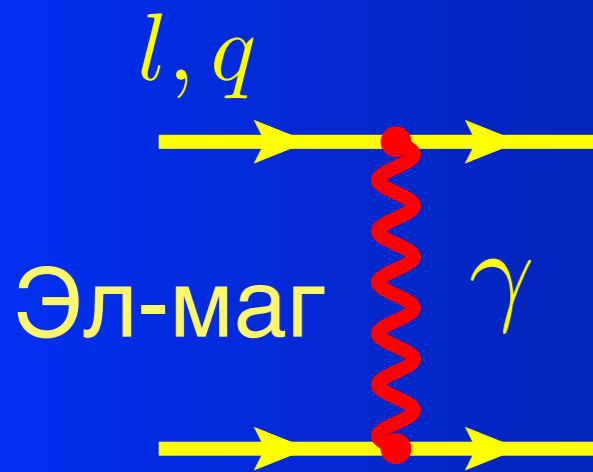


- Кварки “заперты” внутри адронов
- Электрический заряд кварков кратен $1/3$
- Каждый кварк несёт новое квантовое число - цвет, принимающее три значения
- Число сортов кварков росло с открытием новых частиц и достигло **шести**

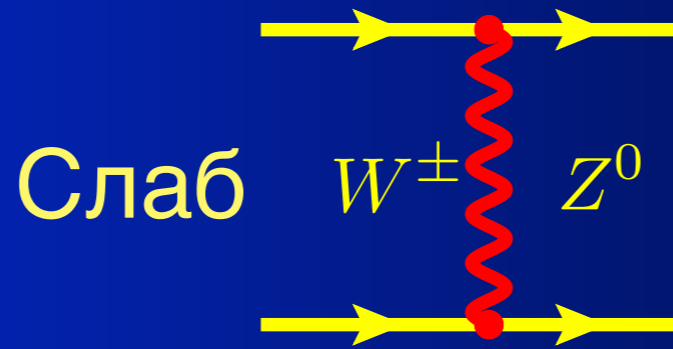
По непонятной причине природа создала 3 копии (поколения) кварков и лептонов

$(\frac{2}{3})$ up 	$(\frac{2}{3})$ charm 	$(\frac{2}{3})$ top 
$(-\frac{1}{3})$ down 	$(-\frac{1}{3})$ strange 	$(-\frac{1}{3})$ bottom 

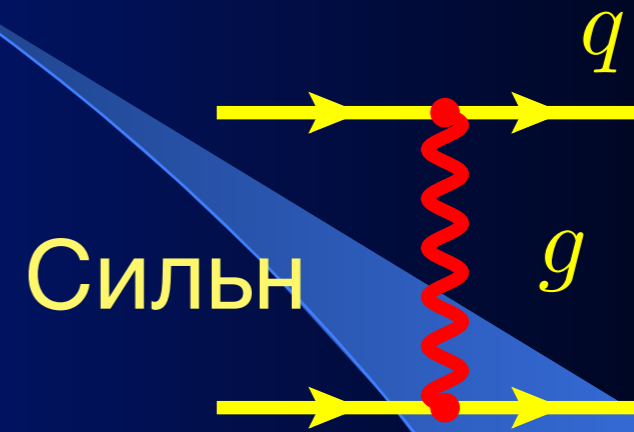
Пять фундаментальных сил Природы



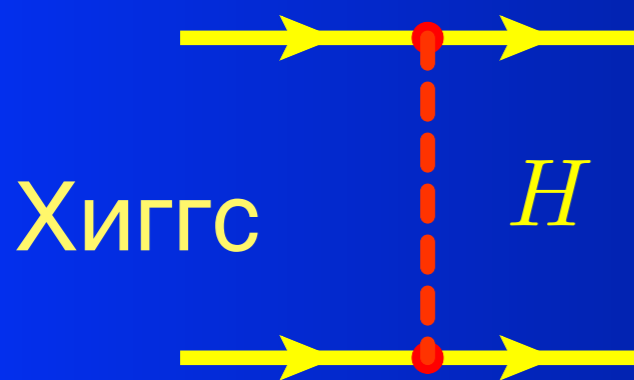
$$V(r) = -\frac{e_1 e_2}{r}$$



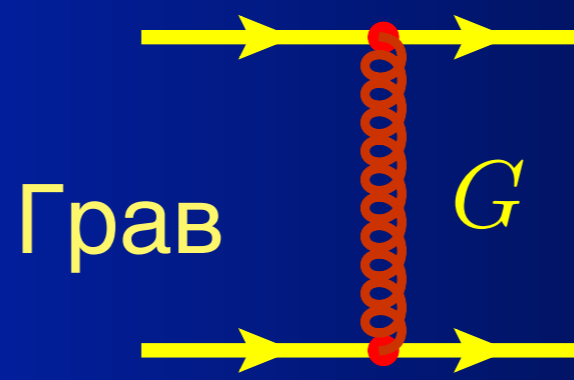
$$V(r) = -\frac{g^2}{r} e^{-M_W r}$$



$$V(r) = -\frac{g_s^2}{r} + br$$



$$V(r) = -\frac{m_1 m_2}{v_H^2 r} e^{-M_H r}$$

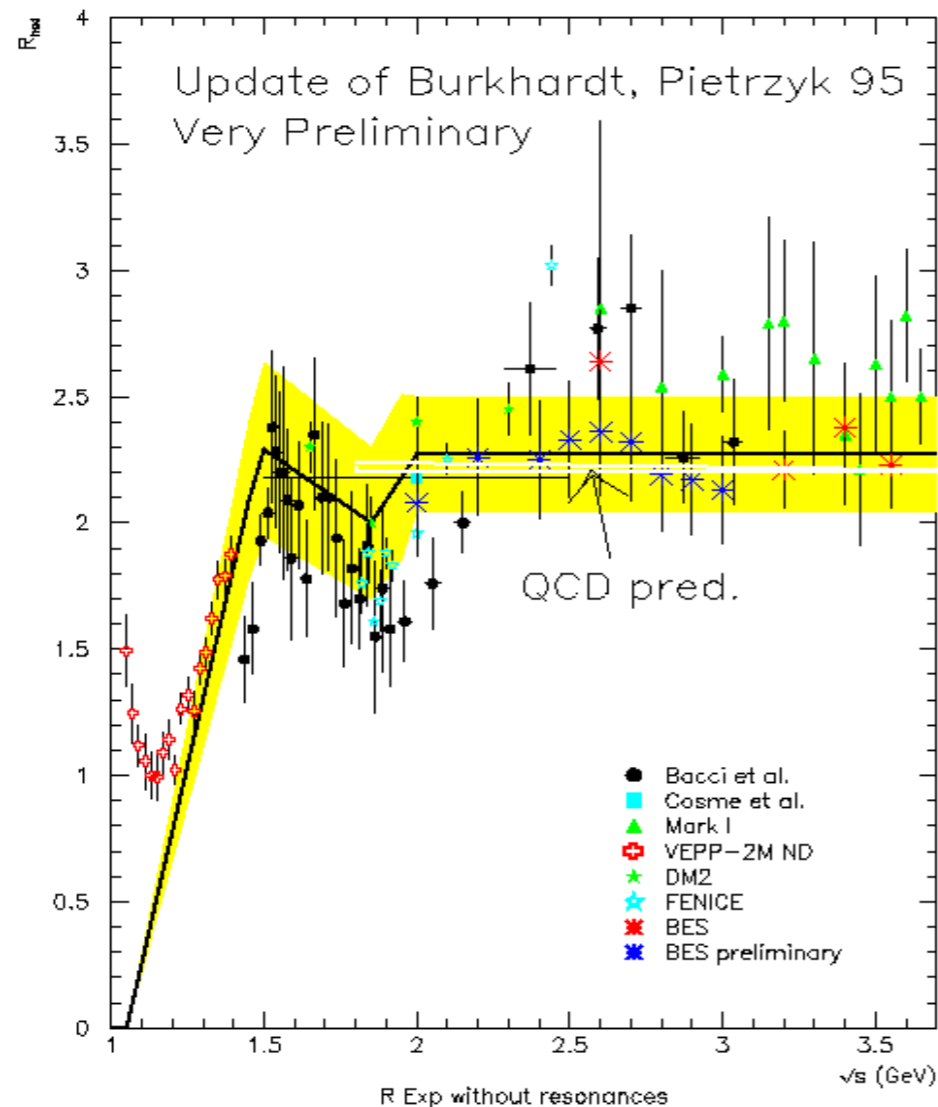


$$V(r) = -\frac{m_1 m_2}{M_{PL}^2 r}$$

СПИН

γ	W^\pm	Z^0	g	=1
H				=0
G				=2

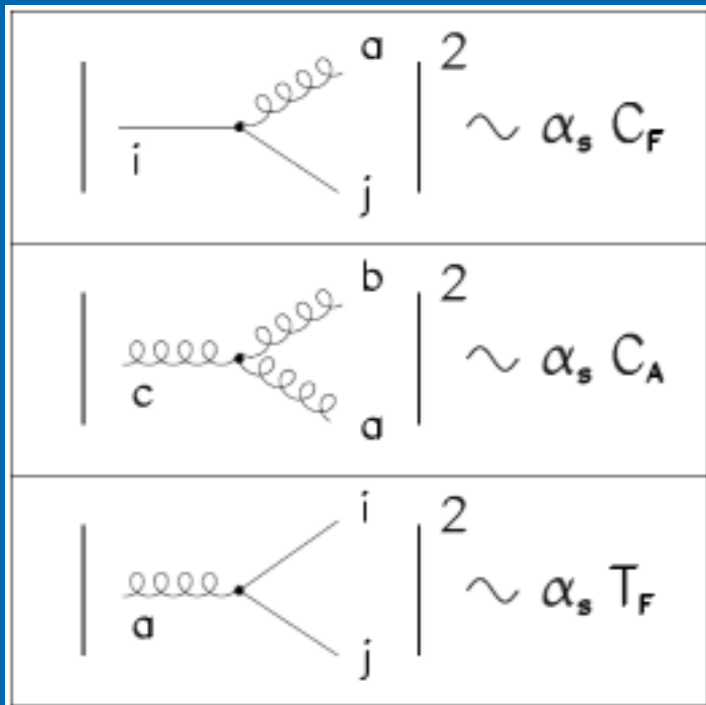
The Number of Colours



- The x-section of electron-positron annihilation into hadrons is proportional to the number of quark colours. The fit to experimental data at various colliders at different energies gives

$$N_c = 3.06 \pm 0.10$$

The group structure of the SM



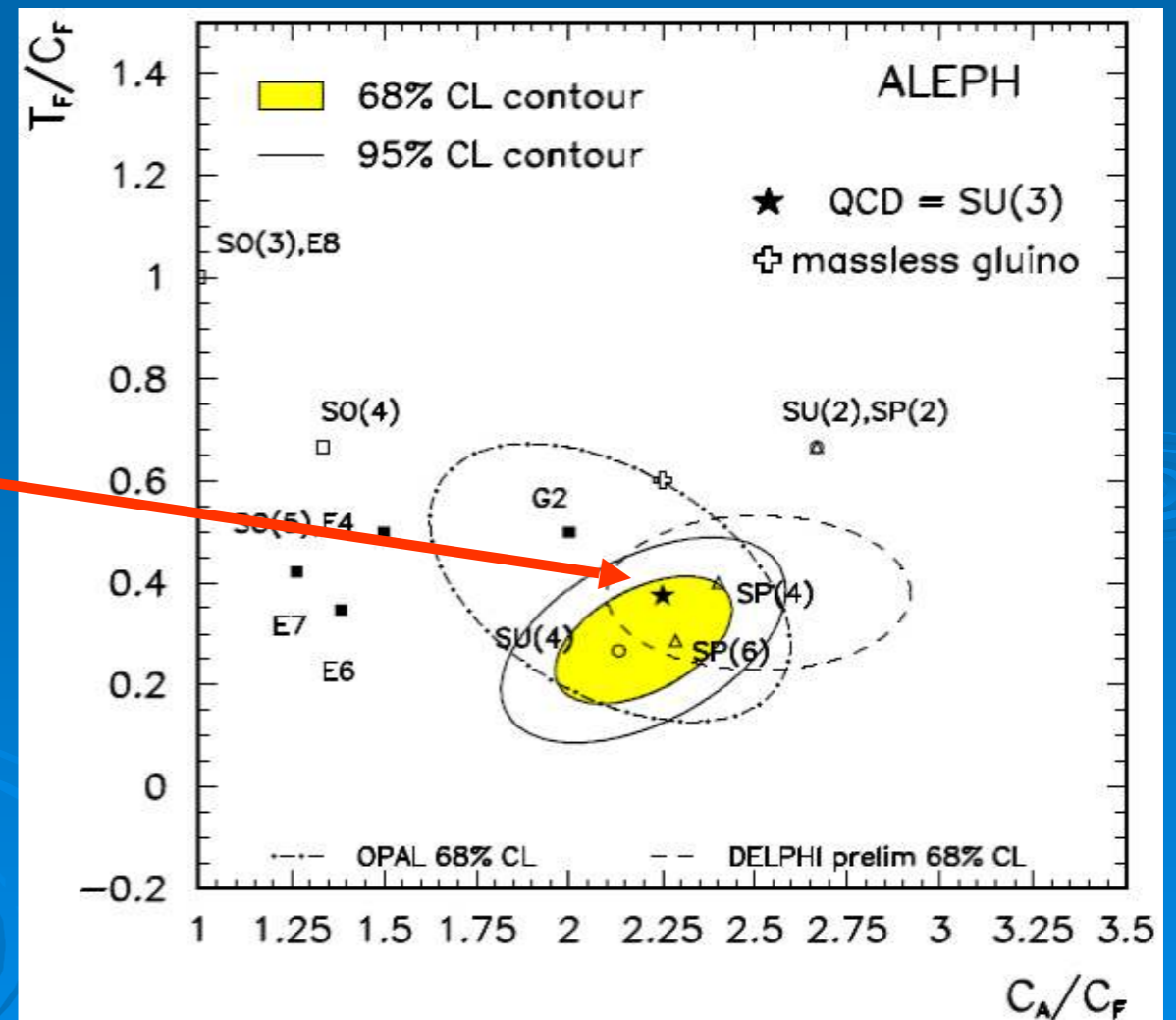
$$\sum_{a=1}^{N_A} (T^a T^{\dagger a})_{ij} = \delta_{ij} C_F, \quad \sum_{i,j=1}^{N_F} T_{ij}^a T_{ji}^{\dagger b} = \delta^{ab} T_F, \quad \sum_{a,b=1}^{N_A} f^{abc} f^{*abd} = \delta^{cd} C_A$$

Casimir Operators

For SU(N)

$$C_A = N_C, \quad C_F = \frac{N_C^2 - 1}{2N_C}, \quad T_F = 1/2$$

QCD analysis definitely singles out the SU(3) group as the symmetry group of strong interactions

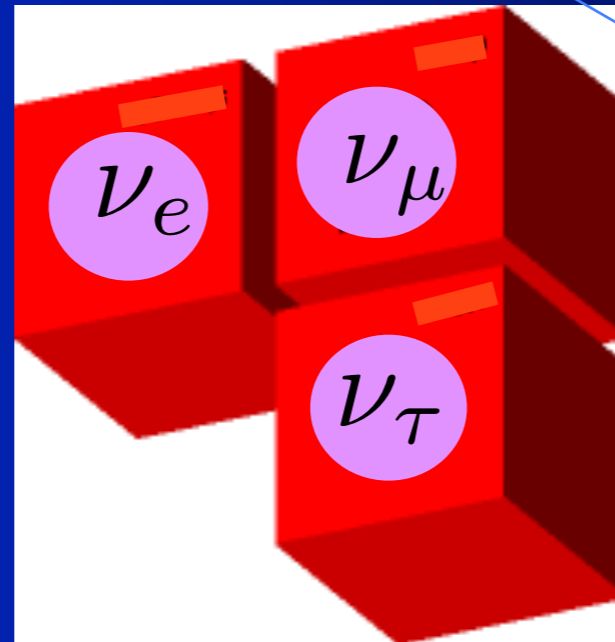
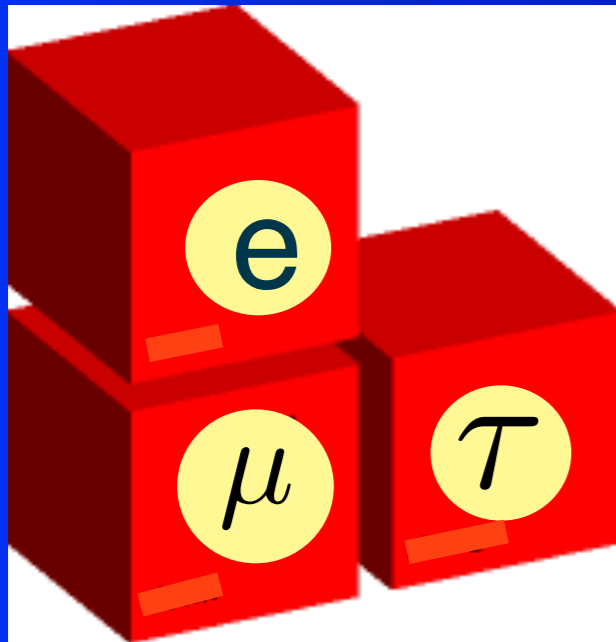


Слабые взаимодействия

1. Осуществляются путём обмена промежуточными векторными бозонами W, Z
2. Поля W и Z описывается уравнением Янга-Миллса (обобщение уравнений Максвелла)
3. Поля W, Z тоже несут слабый заряд (изоспин) и взаимодействуют друг с другом
4. Поля W, Z могут наблюдаться в свободном состоянии и обладают массой
5. В слабых взаимодействиях участвуют лептоны и кварки
6. Слабые взаимодействия - короткодействующие

$$R \sim 1/M_W$$

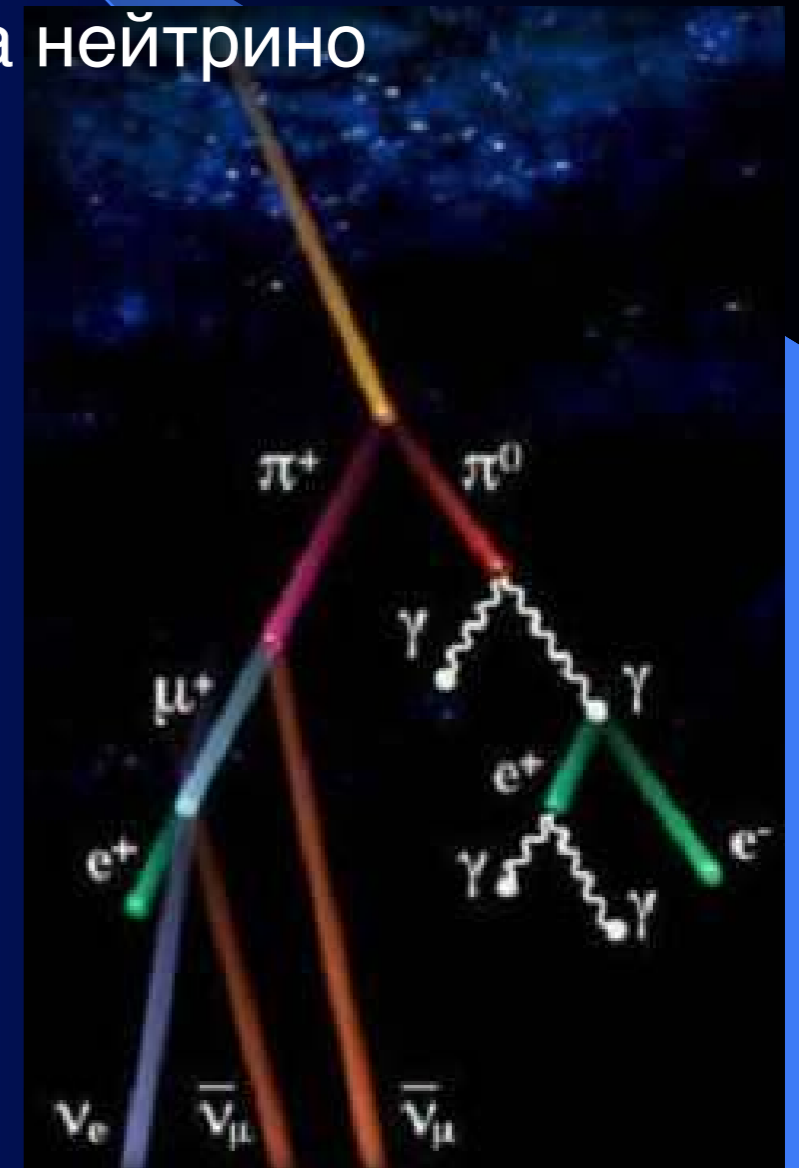
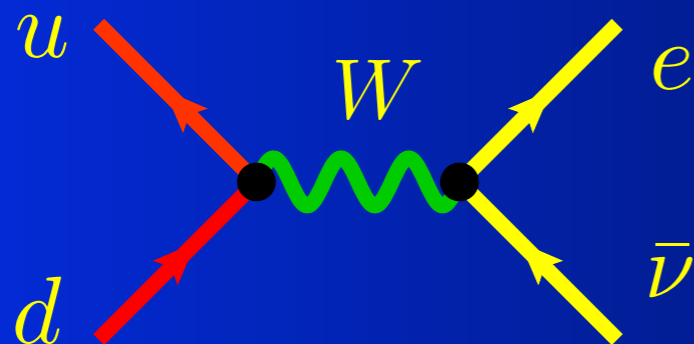
Лептоны от слова λεπτός



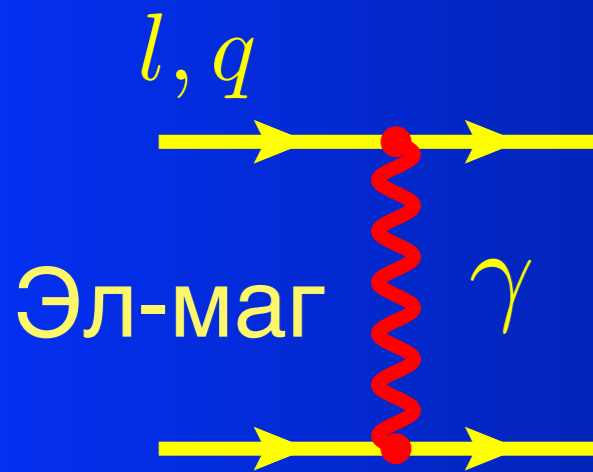
Мюоны рождаются от распада П-мезонов в космических лучах и распадаются на электроны и два нейтрино

Электроны образуют оболочки атомов и определяют всю химию неживой и живой природы

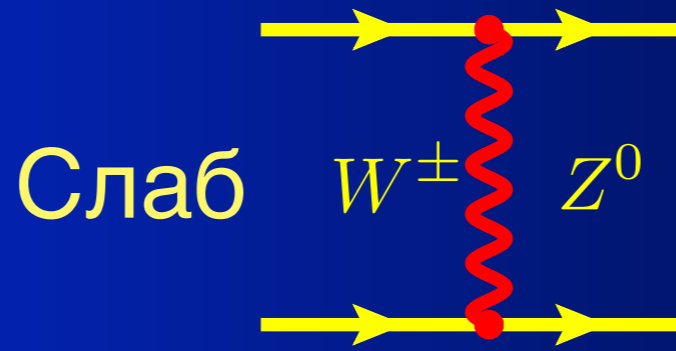
Нейтрино рождаются в процессах распада адронов $n(udd) \rightarrow p(uud) + e + \bar{\nu}$



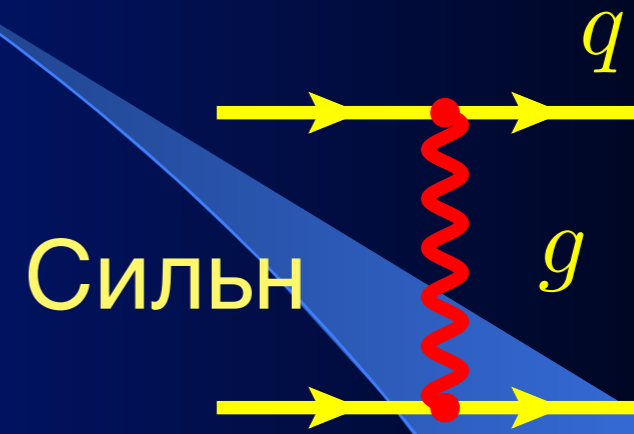
Пять фундаментальных сил Природы



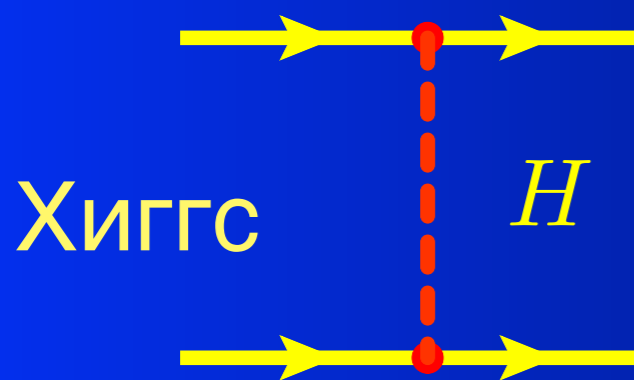
$$V(r) = -\frac{e_1 e_2}{r}$$



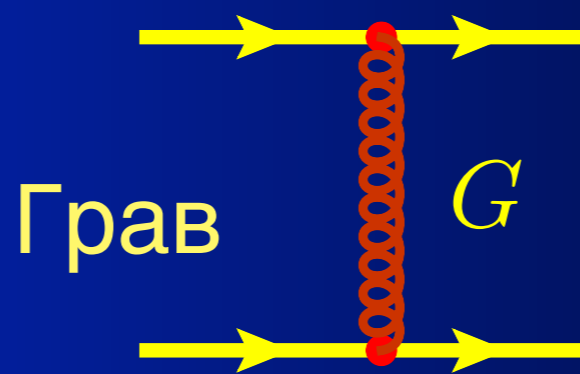
$$V(r) = -\frac{g^2}{r} e^{-M_W r}$$



$$V(r) = -\frac{g_s^2}{r} + br$$



$$V(r) = -\frac{m_1 m_2}{v_H^2 r} e^{-M_H r}$$

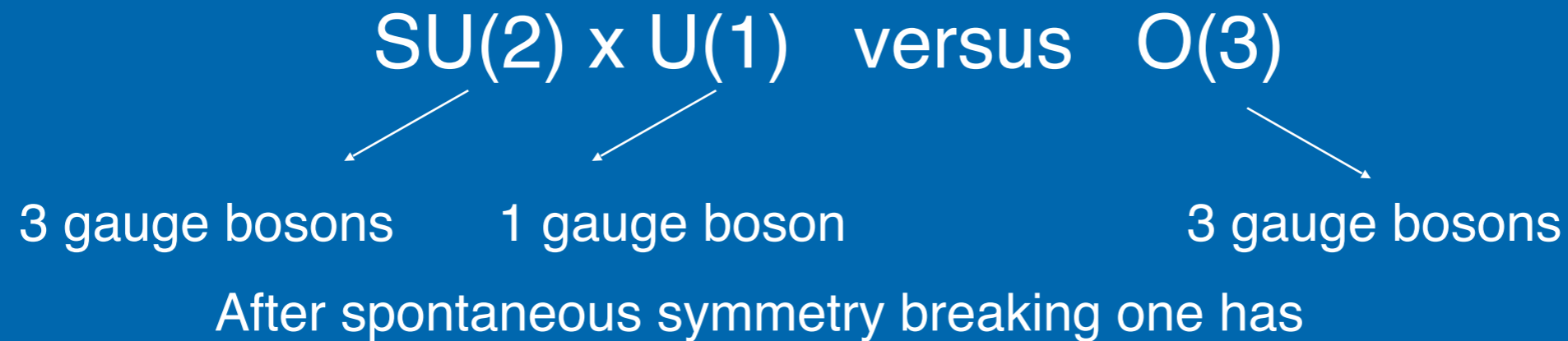


$$V(r) = -\frac{m_1 m_2}{M_{PL}^2 r}$$

СПИН

γ	$W^\pm Z^0$	g	=1
H			=0
G			=2

Electro-weak sector of the SM



3 massive gauge bosons
(W^+ , W^- , Z^0) and 1 massless (γ)

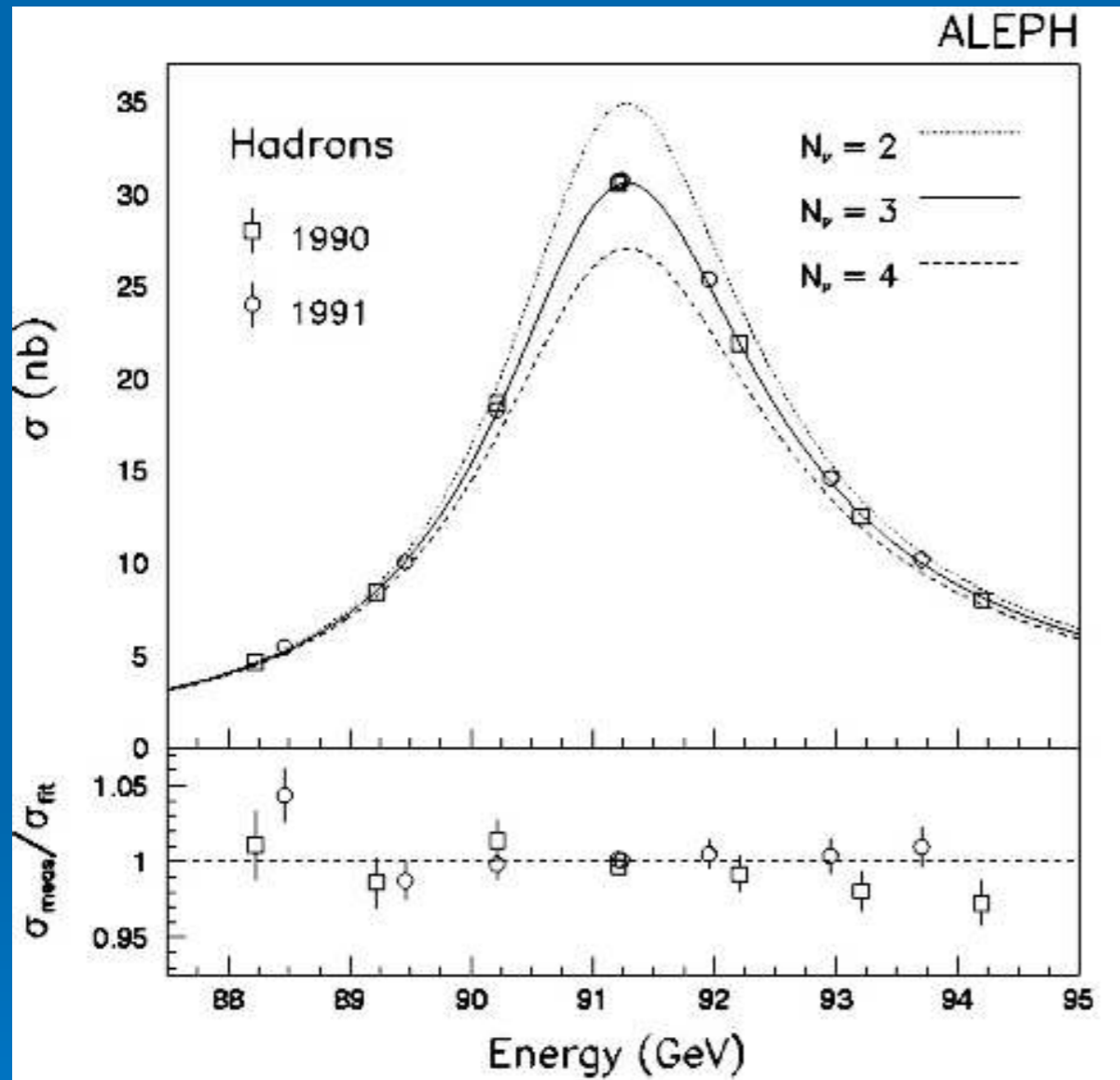


2 massive gauge bosons
(W^+ , W^-) and 1 massless (γ)



- Discovery of neutral currents was a crucial test of the gauge model of weak interactions at CERN in 1973
- The heavy photon gives the neutral current without flavour violation

The Number of Generations



- Z-line shape obtained at LEP depends on the number of flavours and gives the number of (light) neutrinos or (generations) of the Standard Model

$$N_g = 2.982 \pm 0.013$$

Хиггсовский Бозон

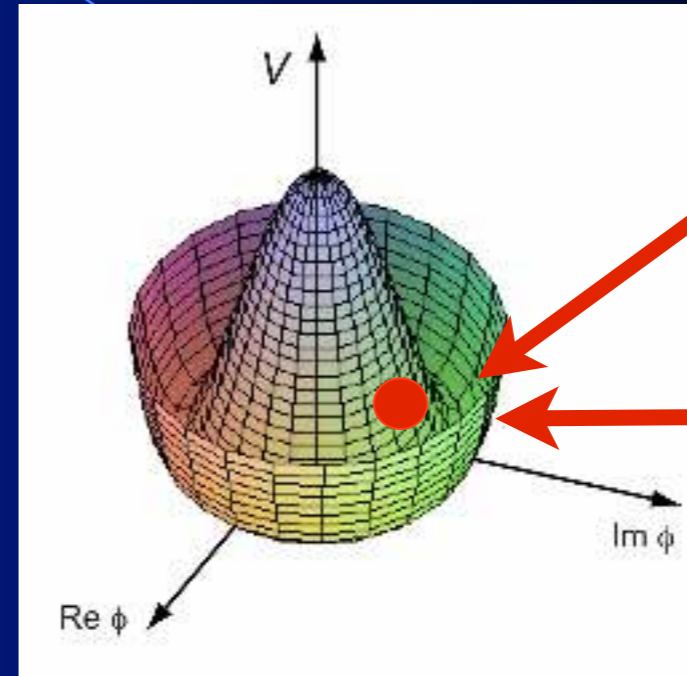


Поле Браута-Энглера-Хиггса

$$\langle H(x) \rangle = v$$

среднее значение поля

Потенциал



Основное состояние

Спонтанное нарушение симметрии

Массы элементарных частиц в Стандартной Модели

$$m_{quark} = Y_{quark} \cdot v$$

$$m_{lepton} = Y_{lepton} \cdot v$$

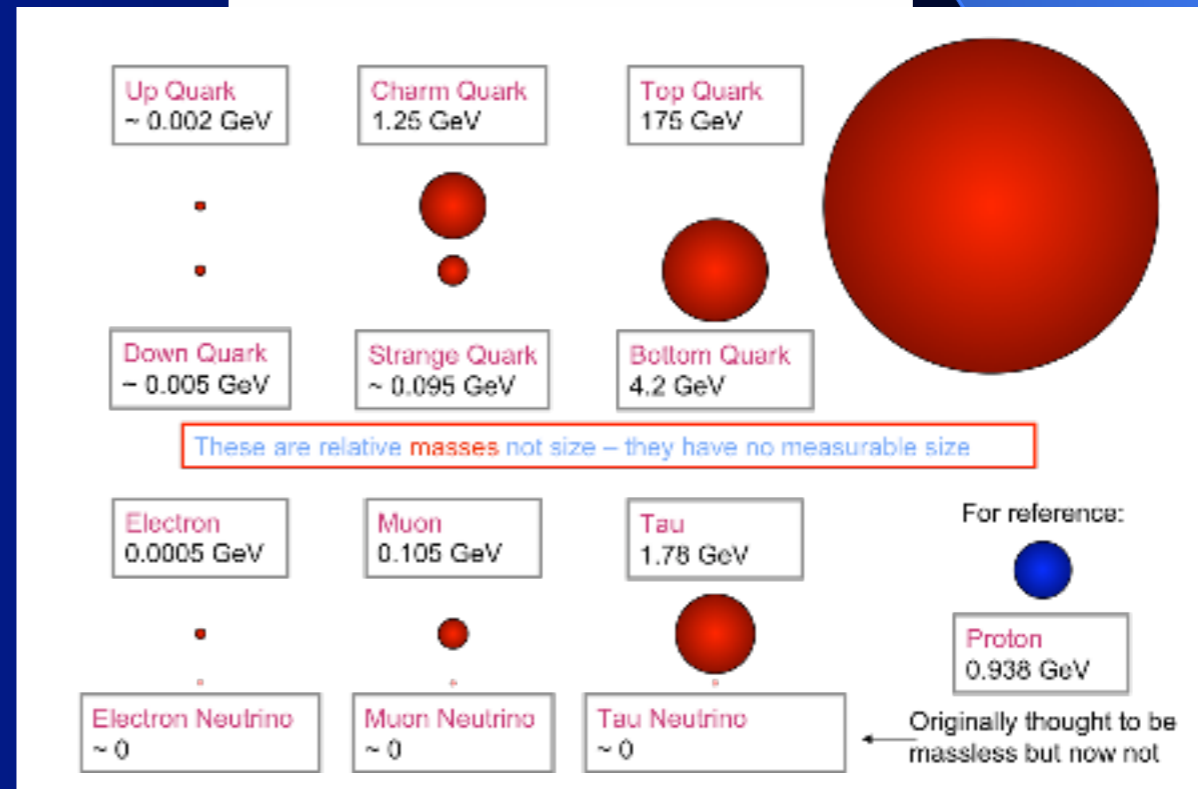
$$m_W = g \cdot v$$

$$m_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \cdot v$$

$$m_H = \sqrt{\lambda} \cdot v$$

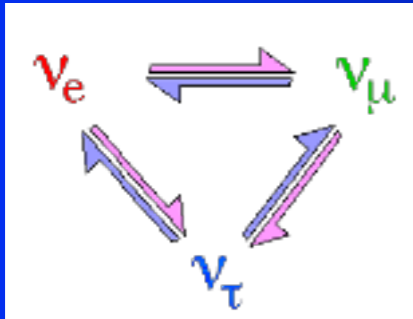
$$m_\gamma = 0$$

$$m_{gluon} = 0$$

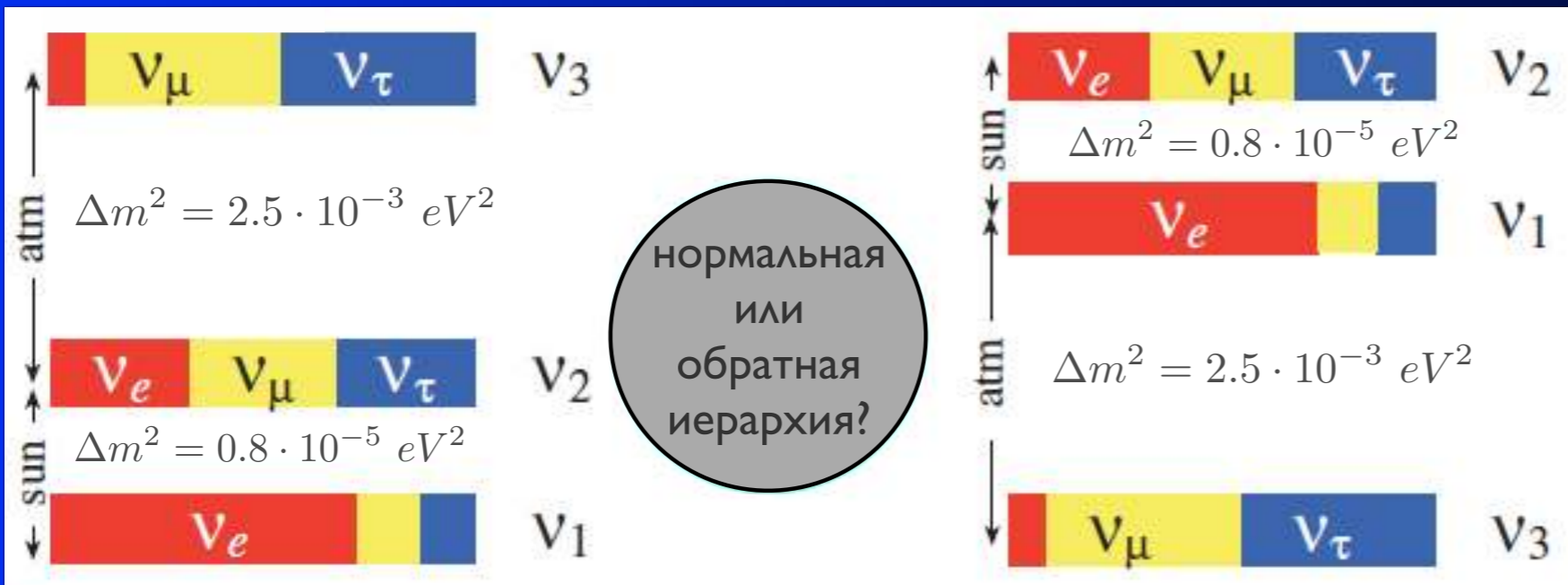
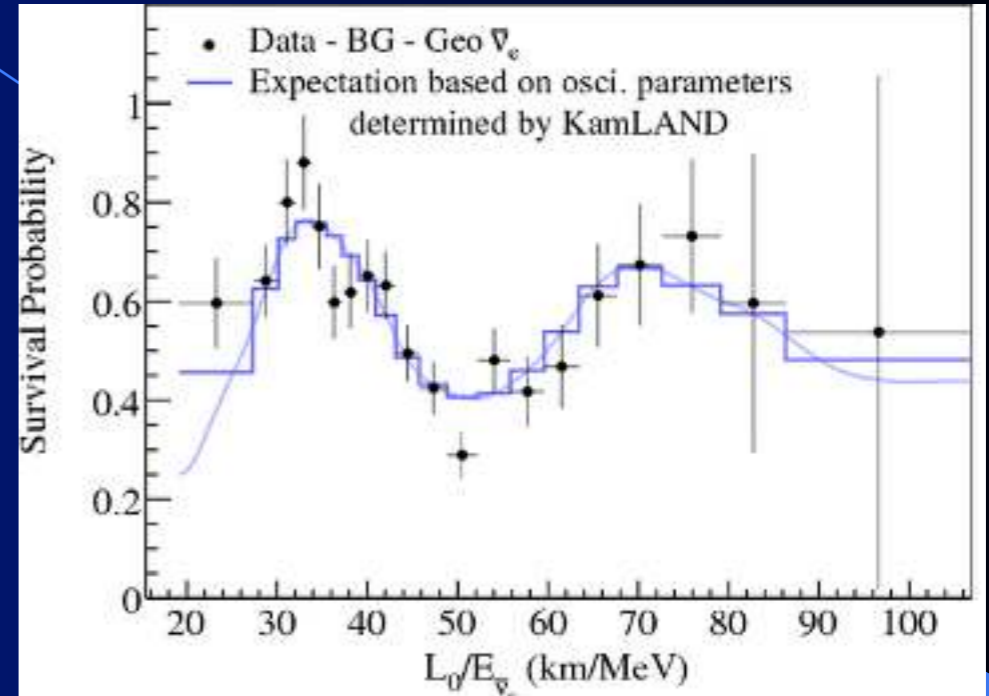


Нейтрино

Осцилляции нейтрино



$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e, L) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}$$



Массы нейтрино