

Всероссийское совещание по прецизионной физике и фундаментальным физическим КОНСТАНТАМ

Дубна, 5-9 декабря, 2011

В.М. Шахпаронов.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет,
кафедра физики колебаний, 119991, ГСП-1, Москва,
e-mail: shah@phys.msu.ru

В.П. Измайлов, О.В. Карагиоз.

Национальный институт авиационных технологий,
119285, Москва, ул. Пырьева, д.5, стр.12,
e-mail: info@tribotech.ru

Измерения гравитационной постоянной при наличии неравновесных потоков разреженного газа

Материалы доклада

на Всероссийском совещании по прецизионной физике
и фундаментальным физическим константам

7 декабря 2011 г., Дубна, ОИЯИ, ЛТФ имени Н.Н. Боголюбова

Дубна – 2011

Рассмотрены основные дестабилизирующие факторы при измерении гравитационной постоянной G крутильными весами. Показана перспектива расширения функциональных возможностей методик для расчёта G при простой форме взаимодействующих тел. Осуществлён анализ измерений G в работе Phys.Rev. D., 82, 022001 (2010). Обнаружен дестабилизирующий фактор. Он обусловлен наличием жёсткости, вносимой в крутильную систему потоками разреженного газа.

Фундаментальные физические постоянные – скорость света, гравитационная постоянная G и постоянная Планка – играют важную роль в современной физике. Многие эксперименты посвящены как можно более точному измерению значений этих констант. При измерении G применяются, в частности, крутильные весы, которые по чувствительности значительно превосходят все остальные механические датчики. Известны два метода определения G крутильными весами – статический и динамический. В ранних работах использовался только статический режим, в котором измеряемой величиной является смещение положения равновесия весов. Уже в конце 18 века Г.Кавендиш использовал весы для определения массы и средней плотности Земли. Прибор размещался в изолированном помещении. Наблюдения за отклонениями весов проводились с помощью оптической трубы. На смену более простому статическому методу пришёл динамический, основанный на измерении периодов колебаний весов при различных положениях притягивающих масс. Он привёл к существенному усложнению расчётов. При использовании тел сложной геометрической формы они стали ещё более проблематичными.

Измерения осложняются рядом дестабилизирующих факторов. Наиболее опасным является воздействие конвекционных потоков газа. Приходится защищать весы многослойными экранами. Такая защита предусмотрена в гравитационном вариометре Этвеша, что позволяет при благоприятных условиях регистрировать градиенты поля на уровне нескольких единиц этвеш ($1E=10^{-9}/c^2$). Размещение весов в вакууме изменяет ситуацию радикально. На смену конвективным приходят неравновесные потоки, влияние которых несоизмеримо слабее. Стабильность работы весов повышается более чем на порядок.

Микросейсмы, непрерывно воздействующие на верхнюю точку подвеса весов, повышают дисперсию, но не смещают измеренное значение G . Эффективно работающий демпфер качаний ослабляет их влияние. Более весомый вклад может внести трудно контролируемое магнитное взаимодействие. Отсутствие в ряде экспериментов магнитных экранов, разделяющих взаимодействующие массы, создаёт реальные предпосылки для такого дестабилизирующего фактора.

При измерении G мы использовали коромысло с двумя шаровыми грузами на его концах и шаровые притягивающие массы [1]. Это позволило разработать математическое и программное обеспечение для проведения оперативных расчётов двумя независимыми методиками. В методике 1 периоды ангармонических колебаний определяют методом Рунге-Кутты интегрированием уравнений:

$$\begin{aligned} d^2\varphi_1/dt^2 + (2\pi/T_0)^2\varphi_1 + K_1/J &= 0, \\ d^2\varphi_3/dt^2 + (2\pi/T_0)^2\varphi_3 + K_3/J &= 0, \end{aligned}$$

где K_1 , K_3 – моменты притяжения при размещении притягивающих масс в позициях 1 и 3, J – момент инерции рабочего тела весов, T_0 – период колебаний при отсутствии притягивающих масс, φ – угол отклонения весов от положения равновесия. Численные интегрирования проводят при двух значениях $G = G_0(1 \pm k)$, где G_0 – стандартное значение G . При этом вычисляют разность обратных квадратов периодов колебаний τ_1 и τ_3 . Гравитационную постоянную определяют по формуле:

$$G = G_0(1 - k) + 2G_0k(\tau_{\text{exp}} - \tau_3) / (\tau_1 - \tau_3).$$

Методика 2 предусматривает расчёты по аналитическим формулам. Моменты сил притяжения раскладывают в ряд по степеням угла отклонения весов φ . Линейные члены моментов притяжения суммируют с основными линейными членами, нелинейные дают свой вклад с весом $3\varphi_0^2/4$ и $5\varphi_0^4/8$, где φ_0 – амплитуда колебаний.

В экспериментах многих авторов использовались сложные модели взаимодействующих тел. В этих случаях невозможно в аналитическом виде представить моменты притяжения. Возник вопрос, как использовать имеющиеся методики для обработки таких экспериментов.

Рассмотрим случай, когда притягивающие тела со средней массой $M = 778.17785$ г имеют шаровую форму, а рабочее тело весов выполнено в виде блока из кварца массой $m = 63.38388$ г, покрытого двухслойной металлической плёнкой массой 49.863 мг [2-4]. В модельной системе блок с покрытием заменён на тонкий стержень массой $m = 63.433743$ г. При $L_1 = 7.858075$ см и размерах сторон ячеек порядка 50 мкм рассчитаны моменты притяжения K_1 и K_3 блока без металлического покрытия. При расчётах устранена допущенная в [5] ошибка вычислений моментов притяжения кварцевого блока. Это позволило более чётко и достоверно выявить ряд проблем, с которыми столкнулись авторы [3]. Согласно [4] с учётом покрытия и некоторых элементов конструкции весов они увеличиваются соответственно на 974 и 846 ppm. Далее определяют значения L_{1m} и L_{3m} , при которых на малой амплитуде выполняются условия $K_{1m} = K_1$, $K_{3m} = K_3$. Для уменьшения K_{1m} и K_{3m} до уровня K_1 и K_3 вводится коррекция в положение притягивающих масс. В позиции 1 на линии равновесия блока находим, что $L_{1m} = 8.0436221$ см, в позиции 2 расстояние $L_{3m} = 7.929161$ см.

Для обеспечения работоспособности методики 1 в диапазоне φ до 80 мрад введём в уравнения движения дополнительные коэффициенты, уравнивающие моменты притяжения реальных и модельных тел. Тогда уравнения движения весов представим в виде:

$$d^2\varphi_1/dt^2 + (2\pi/T_0)^2\varphi_1 + K_{1m}(1 + k_{11}\varphi_1^2 - k_{12}\varphi_1^4)/J = 0,$$

$$d^2\varphi_3/dt^2 + (2\pi/T_0)^2\varphi_3 + K_{3m}(1 + k_{31}\varphi_3^2 - k_{32}\varphi_3^4)/J = 0,$$

$$K_{1m} = GMm(a_{1a} + a_{1b})/\sin\varphi,$$

$$a_{1a} = (L_{1m} + L\cos\varphi_1) / [(L(L^2 + L_{1m}^2 + 2LL_{1m}\cos\varphi_1)^{1/2})],$$

$$a_{1b} = -(L_{1m} - L\cos\varphi_1) / [(L(L^2 + L_{1m}^2 - 2LL_{1m}\cos\varphi_1)^{1/2})],$$

$$K_{3m} = GMmL_{3m}(b_{2a} + b_{2b}),$$

$$b_{2a} = (L_{3m}^2 - LL_{3m}\sin\varphi_3) / [LL_{3m}^2(L^2 + L_{3m}^2 - 2LL_{3m}\sin\varphi_3)^{1/2}\cos\varphi_3],$$

$$b_{2b} = -(L_{3m}^2 + LL_{3m}\sin\varphi_3) / [LL_{3m}^2(L^2 + L_{3m}^2 + 2LL_{3m}\sin\varphi_3)^{1/2}\cos\varphi_3].$$

В первом эксперименте $k_{11} = 0.250144$, $k_{12} = 1.10626$, $k_{31} = -0.009565$, $k_{32} = 0.01218$.

При разложении в ряд по степеням φ

$$K_{1m} = GMm\varphi[2L^2L_{1m}/a_3 - a_1\varphi_1^2/a_3^2 + a_2\varphi_1^4/a_3^3],$$

$$a_1 = (4L^2L_{1m}^5 + 13L^4L_{1m}^3 + L^6L_{1m})/3,$$

$$a_2 = (16L^2L_{1m}^9 + 356L^4L_{1m}^7 + 681L^6L_{1m}^5 + 146L^8L_{1m}^3 + L^{10}L_{1m})/60, \quad a_3 = (L_{1m}^2 - L^2)^2,$$

$$K_{3m} = 2GMmL_{3m}\varphi_3(b_1 + \varphi_3^2b_3 + \varphi_3^4b_5)/La_4, \quad a_4 = (L^2 + L_{3m}^2)^{1/2}, \quad b_0 = -(L/L_{3m}), \quad b_2 = 2LL_{3m}/a_4^2,$$

$$b_4 = -0.5b_2, \quad b_6 = 0.375b_2^2, \quad b_7 = -0.3125b_2^3, \quad b_8 = 0.2734375b_2^4, \quad b_9 = -0.24609375b_2^5,$$

$$b_1 = b_0 - b_4, \quad b_3 = b_0/3 + b_0b_6 - b_4/3 - b_7, \quad b_5 = 2b_0/15 + b_0b_8 - 2b_4/15 - b_9.$$

При расчётах по методике 2

$$G_{13} = 4\pi^2 J(T_1^{-2} - T_3^{-2}) / (d_1 - d_3),$$

$$d_1 = Mmd_2[2L^2L_{1m}/d_5 - (3/4)a_1\varphi_{01}^2/d_5^2 + (5/8)a_2\varphi_{01}^4/d_5^3],$$

$$d_3 = 2mL_{3m}d_4(b_1 + 3\varphi_{03}^2b_3/4 + 5\varphi_{03}^4b_5/8)/La_4,$$

$$d_2 = 1 + 3k_{11}\varphi_{01}^2/4 - 5(k_{12} + k_{11})\varphi_{01}^4/8, \quad d_4 = 1 + 3k_{31}\varphi_{03}^2/4 - 5(k_{32} + k_{31})\varphi_{03}^4/8, \quad d_5 = (L_{1m}^2 - L^2)^2.$$

В методике 3 расчёты гравитационной постоянной G_{13} проводятся по приближённой формуле [2, 3]:

$$G = 4\pi^2 JG_0\varphi(T_3^{-2} - T_1^{-2}) / (K_3 - K_1).$$

В табл.1 при значении $L_1 = 7,858075$ см приведены моменты притяжения K_1 и K_3 . В них также содержатся моменты притяжения K_{1m} и K_{3m} кварцевого блока после уменьшения его поперечного сечения до диаметра порядка 50 мкм. Такое преобразование геометрии блока ведёт к росту момента притяжения. Для уменьшения K_{1m} и K_{3m} до уровня K_1 и K_3 , проведём коррекцию размещением шаровых масс на более далёких расстояниях. При положении масс в первой позиции на линии равновесия блока находим, что $L_{1m} = 8.0436221$ см. При положении масс в третьей позиции $L_{3m} = 7.929161$ см. Задача сводится к тому, чтобы сравнить результаты наших расчётов с методикой 3. А её физическая сущность сводится к тому, чтобы избавиться от нелинейности, присутствующей в моментах K_1 и K_3 .

По опубликованным экспериментальным данным проведём расчёты гравитационной постоянной как по методике 2, так и по методике 3. Результаты даны в табл.2. Обе методики дают практически неразличимые результаты. Использование методики 3 при амплитуде колебаний 2 мрад занижает G_{13} на 6 ppm, а G_{12} на 8 ppm. Это обусловлено тем, что методика 3 не учитывает оставшуюся нелинейность. В первом эксперименте получены значения

$$G_{13} = 6.67138(40) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, \quad G_{31} = 6.67816(25) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Среднее значение $G = 6.67477 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Положительная разность G_{31} и G_{13} , составившая 1017 ppm (рис.1), при строгом чередовании более высоких значений G_{31} и более низких G_{13} связана с дрейфом периода колебаний.

Для более детального анализа проведенных экспериментов следует использовать периоды колебаний весов T_0 при отсутствии притягивающих масс. Они приведены в [3] и тщательно измерены в течение длительного времени. Используя T_0 в качестве T_2 , преобразуем двухпозиционную схему в трёхпозиционную и рассмотрим приведенные в табл.3 три комбинации гравитационной постоянной G_{12} , G_{23} и G_{13} . При отсутствии дестабилизирующих факторов они не должны существенно отличаться. Выяснилось, что значения G_{12} и G_{21} завышены.

$$G_{12} = 7.05358 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, \quad G_{21} = 7.05686 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Напротив, значения G_{23} и G_{32} существенно занижены.

$$G_{23} = 5.43704 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, \quad G_{32} = 5.46264 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Во втором эксперименте использовались шары со средней массой $M=778.17776$ г. Их центры удалены на расстоянии $L=7.8685055$ см от оси вращения блока. При положении масс в позиции 1 расстояние $L_{1m}=8.0537799$ см. При положении масс в позиции 3 расстояние $L_{3m}=7.9395794$ см. Корректирующие коэффициенты имеют такие значения: $k_{11}=0.247985$, $k_{12}=1.08015$, $k_{31}=-0.009555$, $k_{32}=0.00987$. В табл.4 приведены моменты притяжения K_1 , K_3 , K_{1m} , K_{3m} . Расчёты G двумя методиками в двухпозиционной схеме даны в табл. 5. Получено

$$G_{13}=6.66896(332) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, G_{31}=6.67526(351) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{31} и G_{13} составила 944 ppm при среднем значении $6.67211 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$ (рис.2). Она отличается от результата первого эксперимента.

Заметим, что первые пять результатов второго эксперимента дают

$$G_{13}=6.66174(561) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, G_{31}=6.67029(212) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Различие G_{13} и G_{31} составило 1282 ppm при среднем значении $6,6660165 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Последние восемь дают другой более достоверный результат.

$$G_{13}=6.67438(20) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, G_{31}=6.67775(36) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{13} и G_{31} составила 505 ppm при среднем значении $6.67606 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Разница двух полученных средних значений достигла 1505 ppm. Следовательно, первые пять результатов рассматривать не следует. Однако если уменьшить третье значение периода T_1 на 10.5 мс, все противоречия исчезнут. При этом будут получены такие результаты:

$$G_{13}=6.67194(146) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, G_{31}=6.67873(80) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{31} и G_{13} составила 1017 ppm при среднем значении $6.67533 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$, что почти повторяет результаты первого эксперимента. Восстановлено строгое чередование более высоких значений G_{31} и более низких G_{13} (рис.3). Причина единственного сбоя может быть вызвана как флуктуацией потоков, так и колебанием верхней точки подвеса весов.

Расчёты G двумя методиками в трёхпозиционной схеме даны в табл. 6. В дополнительных комбинациях

$$G_{12}=6.54357 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, G_{21}=6.54623 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Значения G_{23} и G_{32} заметно завышены.

$$G_{23}=7.07114 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2, G_{32}=7.08914 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

По сравнению с первым экспериментом комбинации с позицией 2 поменялись ролями. Это объясняется тем, что в первом эксперименте T_0 завышено, а во втором занижено. Для выполнения условия $G_{32}=G_{21}=G_{31}$ в первых трёх строках табл.3 требуется $T_0=535.033989$ с, что на 138 мс ниже экспериментального значения. При выполнении аналогичного условия $G_{12}=G_{23}=G_{13}$ в табл.6 период T_0 составит величину 535.298063 с, что на 47 мс больше экспериментального.

Наши две методики вычислений G позволяют рассчитать практически любые системы, реализующие динамический способ. При этом для упрощения расчётов не нужно ограничиваться предельно низкими амплитудами, увеличивая погрешность измерений вследствие усиления дестабилизирующего влияния микросейсм и неравновесных потоков разреженного газа. Оптимальные амплитуды колебаний лежат в пределах от 50 до 80 мрад. Дальнейшее увеличение амплитуды колебаний ведёт к уменьшению величины полезного сигнала.

В приведенных расчётах исключалась поправка на наличие вязкости в нити подвеса. По оценке авторов [2, 3] она имеет величину порядка 212-ppm.

Аналогичные оценки трактуются в [6-22]. Однако исследования показали [23-36], что внутреннее трение в твёрдых телах на низких частотах носит частотно-независимый характер. Оно обусловлено гистерезисными потерями. Непрогнозируемое по величине рассеяние энергии происходит вследствие различных несовершенств атомно-кристаллического строения материала. Они ответственны за небольшую остаточную микропластическую деформацию, происходящую в объёмах отдельных зёрен структуры металлических материалов. Неупругие эффекты в материале и, соответственно, диссипативные процессы тем меньше по величине, чем больше его механическая прочность [29]. Увеличение сил межатомных связей представляет важнейшую задачу физики твёрдого тела и одного из её технических приложений – металлостроения. Научной базой решения этой проблемы в металлостроении является теория дислокаций [30], представляющих собой несовершенства атомно-кристаллического строения металлических материалов. Под действием механических напряжений они могут генерироваться, взаимодействовать между собой и атомами примесей. Для уменьшения величины неупругих эффектов материала необходимо затормозить передвижение внутри кристаллов абсолютного большинства дислокаций. Диссипативные неупругие эффекты представляют собой переход части упругой деформации в микропластическую, происходящую вследствие перемещения дислокаций. Для улучшения характеристик упругих материалов следует проводить специальную термомеханическую обработку в ограниченном интервале температур, приводящую без роста зёрен материалов к образованию устойчивой дислокационной структуры.

Внутреннее трение в металлических нитях, характеризуемое коэффициентом гистерезисных потерь, не зависит от частоты деформации, по крайней мере, до сотен кГц. Крутильные весы работают на низких частотах. При колебаниях крутильных весов затухание амплитуд происходит по экспоненциальному закону, что не связано с наличием вязкого трения. При этом логарифмический декремент затухания равен коэффициенту гистерезисных потерь материала нити подвеса. Частотно-зависимые потери можно внести в крутильную систему через систему демпфирования качаний. Их следует исключить увеличением жёсткости дополнительной верхней нити подвеса.

Графики рис.1-10 демонстрируют влияние ослабевающих со временем неравновесных потоков. Они увеличивают период колебаний, внося в систему отрицательную жёсткость. Со временем потоки ослабевают, что приводит к постепенному уменьшению периода. Скорость такого дрейфа периода уменьшается со временем. В связи с дрейфом обратные циклы, начинающиеся с удаленной позиции 3, дают более высокие значения G по сравнению с прямыми (рис. 1 и 3). В начале эксперимента 2 данная картина временно нарушена (рис.2) вследствие наличия заметных сбоев в дрейфе периода T_1 . На рис. 4-10 в единицах мс за сутки приводятся две характеристики дрейфа. Усреднённая характеристика учитывает первое и текущее значение периода, текущая использует только два смежных измерения. Первая характеристика более гладкая, вторая иногда испытывает существенные флуктуации (рис. 8), но в некоторых случаях они отсутствуют (рис. 10). На рис.9 после уменьшения периода

$T_1=532.83818$ с на 10.5 мс получились такие же гладкие кривые, как на рис.10. Поворот платформы на 90 градусов обычно приводит к изменению периода колебаний весов (рис. 4-7). После удаления притягивающих масс и вторичного получения вакуума потоки приобретают другие параметры. Поэтому в данном эксперименте измерение периода T_0 не позволило преобразовать двухпозиционную схему измерений в трёхпозиционную.

Для измерения гравитационной постоянной в принципе достаточно двух позиций притягивающих масс. Одна из них совершенно очевидна. Это позиция 1, при которой достигается максимальное уменьшение периода колебаний. В качестве второй чаще всего используется позиция 2, когда массы удаляются, а уравнения движения предельно упрощаются. В данном эксперименте вместо позиции 2 использовалась позиция 3, которая усложнила расчёты, но позволила проводить длительные циклические измерения. Наличие любой дополнительной позиции обогащает эксперимент и позволяет более тщательно проанализировать дестабилизирующие факторы. Данный эксперимент это убедительно продемонстрировал. Автору уделили измерению периода в позиции 2 много времени. И именно эта позиция наиболее наглядно выделила основной дестабилизирующий фактор. После восстановления вакуума изменялся угол между положением равновесия блока и направлением неравновесных потоков. Максимальная отрицательная жёсткость вносится при нулевом угле. При увеличении данного угла на угол $\pi/2$ жёсткость изменяет знак и существенно уменьшается по величине. Авторы не контролировали данный угол. В установке после получения вакуума настройка положения блока не предусматривалась. Следовало добиваться внесения максимальной жёсткости по максимуму периода колебаний весов. Это позволило бы более эффективно использовать и позицию 2.

Измерения в дополнительной позиции 2 не следует рассматривать как бесполезные, не имеющие прямого отношения к вычислению G . При реализации нашей методики 1 период в позиции 2 непосредственно входит в уравнения движений. В методике 2 он исключается. В наших измерениях в основном использовалась трёх позиционная схема, при этом период колебаний весов при отсутствии притягивающих масс не измерялся. Однако при реализации методики 1 он предварительно определялся по стандартному значению гравитационной постоянной, после чего с высокой точностью проводились основные вычисления.

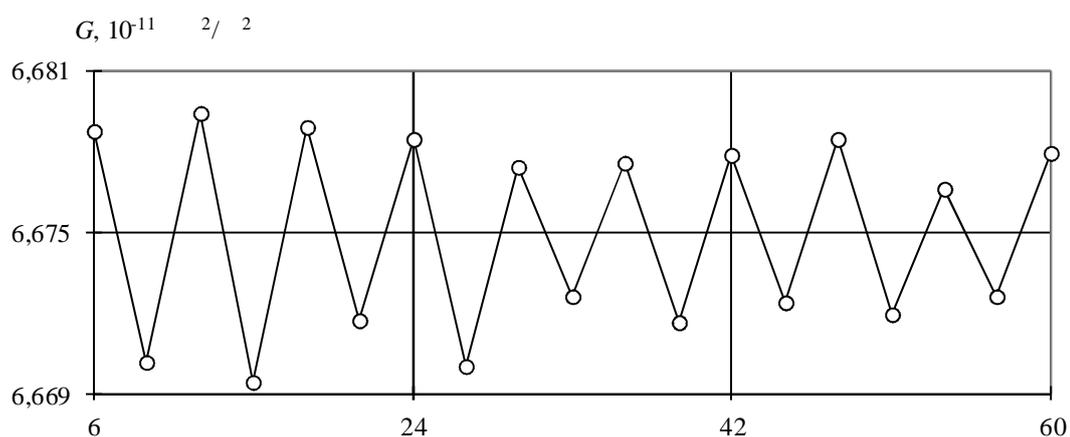
В [37] измерения проводились по четырёхпозиционной схеме, при этом в расчётах использовались только две. Измерялся период колебаний в отсутствие притягивающих масс при различных положениях тележки, с помощью которой цилиндрические массы перемещались на новую позицию и фиксировались на ней. Это позволило провести вычисления как по четырёхпозиционной, так и пятипозиционной схемах. При этом удалось выделить основной дестабилизирующий фактор, обусловленный наличием магнитного взаимодействия притягивающих масс с титановым коромыслом весов, и внести коррекцию в полученные результаты. Методику 3 использовать в данном случае уже нельзя, так как измерения проводились при амплитудах в диапазоне от 16 до 18 мрад. Тем не менее авторы [37] пренебрегли уже достаточно существенной нелинейностью, что привело к получению заниженного результата значения гравитационной постоянной.

Т а б л и ц а 1. Моменты притяжения блока K_1 , K_3 и модельного тела K_{1m} , K_{3m} шаровыми массами в первой и третьей позициях в первом эксперименте

φ , рад	$10^{13}K_1$, Н·м	$10^{13}K_{1m}$, Н·м	$10^{13}K_3$, Н·м	$10^{13}K_{3m}$, Н·м
1E-4	0.0577539314	0.0577539278	-0.0179505194	-0.0179505207
1E-3	0.5775377288	0.5775375499	-0.1795052014	-0.1795052165
2E-3	1.1550658503	1.1550646256	-0.3590104475	-0.3590104881
3E-3	1.7325747580	1.7325707536	-0.5385157833	-0.5385158700
4E-3	2.3100548459	2.3100454615	-0.7180212536	-0.7180214173
5E-3	2.8874965096	2.8874782786	-0.8975269033	-0.8975271853
6E-3	3.4648901461	3.4648587364	-1.0770327770	-1.0770332290
7E-3	4.0422261549	4.0421763694	-1.2565389197	-1.2565396035
8E-3	4.6194949381	4.6194207153	-1.4360453761	-1.4360463640
9E-3	5.1966869008	5.1965813162	-1.6155521911	-1.6155535655
0,01	5.7737924516	5.7736477182	-1.7950594092	-1.7950612632
0,02	11.537988581	11.536835403	-3.5901636038	-3.5901776340
0,04	22.999468693	22.990330745	-7.1806843328	-7.1807950642
0,06	34.309319588	34.278942825	-10.771913130	-10.772286396
0,08	45.395147585	45.324639210	-14.364188519	-14.365074304

Т а б л и ц а 2. Расчёт G_{ij} в первом эксперименте при двухпозиционной схеме

N	i	j	T_i , с	T_j , с	$10^{11}G_{ij}$, Нм ² /кг ² (2 методика)	$10^{11}G_{ij}$, Нм ² /кг ² (3 методика)
1	3	1	535.809800	532.56028	6.67875	6.67870
2	1	3	532.560280	535.80557	6.67013	6.67009
3	3	1	535.805570	532.55578	6.67944	6.67940
4	1	3	532.555790	535.80066	6.66944	6.66940
5	3	1	535.800660	532.55122	6.67892	6.67888
6	1	3	532.551220	535.79711	6.67169	6.67165
7	3	1	535.797110	532.54797	6.67843	6.67839
8	1	3	532.547970	535.79296	6.66998	6.66994
9	3	1	535.792960	532.54438	6.67743	6.67739
10	1	3	532.544380	535.79059	6.67260	6.67256
11	3	1	535.790590	532.54198	6.67758	6.67754
12	1	3	532.541980	535.78766	6.67161	6.67157
13	3	1	535.787660	532.53898	6.67783	6.67779
14	1	3	532.538980	535.78497	6.67235	6.67231
15	3	1	535.784970	532.53606	6.67841	6.67837
16	1	3	532.536060	535.78180	6.67195	6.67191
17	3	1	535.781800	532.53382	6.67660	6.67656
18	1	3	532.533820	535.77985	6.67263	6.67259
19	3	1	535.779850	532.53128	6.67790	6.67786

Рис.1. Вариации G в первом экспериментеТ а б л и ц а 3. Расчёт G_{ij} в первом эксперименте при трёхпозиционной схеме

N	i	j	$T_i, \text{ с}$	$T_j, \text{ с}$	$10^{11}G_{ij}, \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$ (2 методика)	$10^{11}G_{ij}, \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$ (3 методика)
1	3	2	535.80980	535.17246	5.48456	5.48456
2	2	1	535.17246	532.56028	7.04987	7.04981
3	3	1	535.80980	532.56028	6.67875	6.67870
4	1	2	532.56028	535.17048	7.04456	7.04450
5	2	3	535.17048	535.80557	5.46529	5.46529
6	1	3	532.56028	535.80557	6.67013	6.67009
7	3	2	535.80557	535.16933	5.47520	5.47520
8	2	1	535.16933	532.55579	7.05369	7.05363
9	3	1	535.80557	532.55579	6.67944	6.67940
10	1	2	532.55579	535.16830	7.05093	7.05087
11	2	3	535.16830	535.80066	5.44191	5.44191
12	1	3	532.55579	535.80066	6.66944	6.66940
13	3	2	535.80066	535.16716	5.45173	5.45173
14	2	1	535.16716	532.55122	7.06030	7.06024
15	3	1	535.80066	532.55122	6.67892	6.67888
16	1	2	532.55122	535.16616	7.05762	7.05756
17	2	3	535.16616	535.79711	5.42986	5.42986
18	1	3	532.55122	535.79711	6.67169	6.67157
19	3	2	535.79711	535.16509	5.43908	5.43908
20	2	1	535.16509	532.54797	7.06359	7.06353
21	3	1	535.79711	532.54797	6.67843	6.67839
22	1	2	532.54797	535.16420	7.06121	7.06115
23	2	3	535.16420	535.79296	5.41110	5.41110
24	1	3	532.54797	535.79296	6.66998	6.66994

Т а б л и ц а 4. Моменты притяжения блока K_1 , K_3 и модельного тела K_{1m} , K_{3m} шаровыми массами в первой и третьей позициях во втором эксперименте

φ , рад	$10^{13}K_1$, Н·м	$10^{13}K_{1m}$, Н·м	$10^{13}K_3$, Н·м	$10^{13}K_{3m}$, Н·м
1E-4	0.0573973577	0.0573973669	-0.0178975130	-0.0178975125
1E-3	0.5739720071	0.5739719579	-0.1789751366	-0.1789751340
2E-3	1.1479344982	1.1479335452	-0.3579503168	-0.3579503218
3E-3	1.7218779578	1.7218743920	-0.5369255839	-0.5369256171
4E-3	2.2957928712	2.2957841295	-0.7159009816	-0.7159010739
5E-3	2.8696697249	2.8696523903	-0.8948765534	-0.8948767458
6E-3	3.4434990074	3.4434688097	-1.0738523426	-1.0738526868
7E-3	4.0172712091	4.0172230254	-1.2528283929	-1.2528289504
8E-3	4.5909768231	4.5909046788	-1.4318047477	-1.4318055905
9E-3	5.1646063455	5.1645034151	-1.6107814504	-1.6107826609
0.01	5.7381502761	5.7380088838	-1.7897585445	-1.7897602153
0.02	11.466795273	11.465661119	-3.5795605550	-3.5795741858
0.03	17.176472893	17.172656063	-5.3694493046	-5.3694954890
0.04	22.857807022	22.848804431	-7.1594676796	-7.1595773465
0.05	28.501549581	28.484082358	-8.9496579857	-8.9498724448
0.06	34.098621465	34.068683556	-10.740061752	-10.740432756
0.07	39.640152015	39.593068992	-12.530719536	-12.531309354
0.08	45.117516696	45.048013558	-14.321670719	-14.322552235
0.09	50.522372674	50.424649273	-16.112953311	-16.114210127
0.1	55.846692013	55.714504604	-17.904603745	-17.906330304

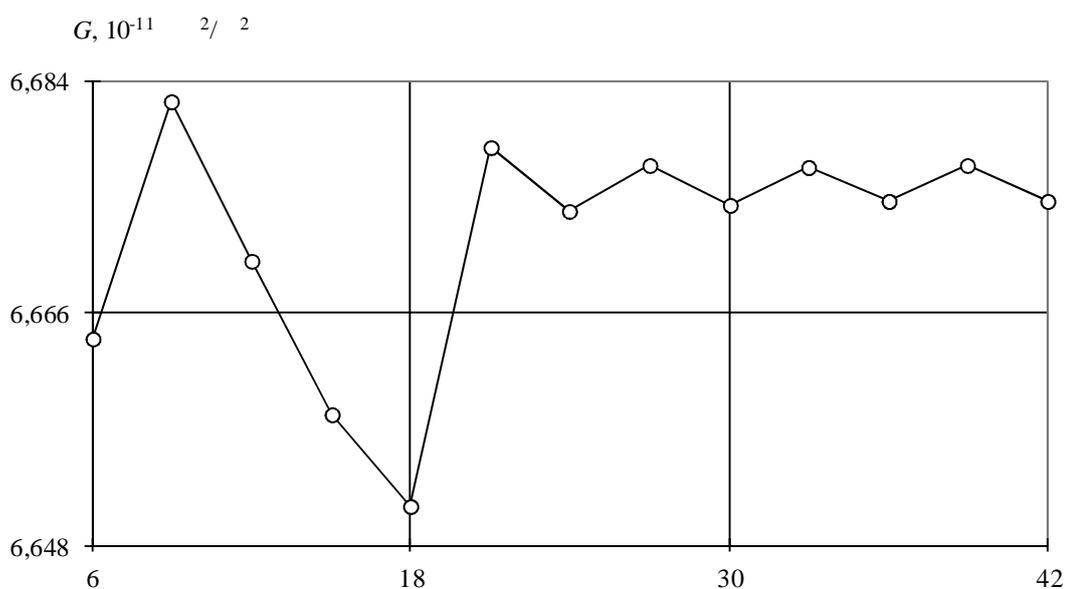


Рис.2. Вариации G во втором эксперименте

Т а б л и ц а 5. Расчёт G_{ij} во втором эксперименте при двухпозиционной схеме

N	i	j	$T_i, \text{с}$	$T_j, \text{с}$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$ (2 методика)	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$ (3 методика)
1	1	3	532.84127	536.07102	6.66407	6.66403
2	3	1	536.07102	532.83246	6.68241	6.68237
3	1	3	532.83246	536.06499	6.67008	6.67004
4	3	1	536.06499	532.83818	6.65817	6.65813
5	1	3	532.83818	536.06152	6.65108	6.65104
6	3	1	536.06152	532.82485	6.67883	6.67879
7	1	3	532.82485	536.05907	6.67382	6.67378
8	3	1	536.05907	532.82311	6.67745	6.67741
9	1	3	532.82311	536.05755	6.67434	6.67430
10	3	1	536.05755	532.82167	6.67734	6.67730
11	1	3	532.82167	536.05622	6.67462	6.67458
12	3	1	536.05622	532.82034	6.67739	6.67735
13	1	3	532.82034	536.05492	6.67473	6.67469

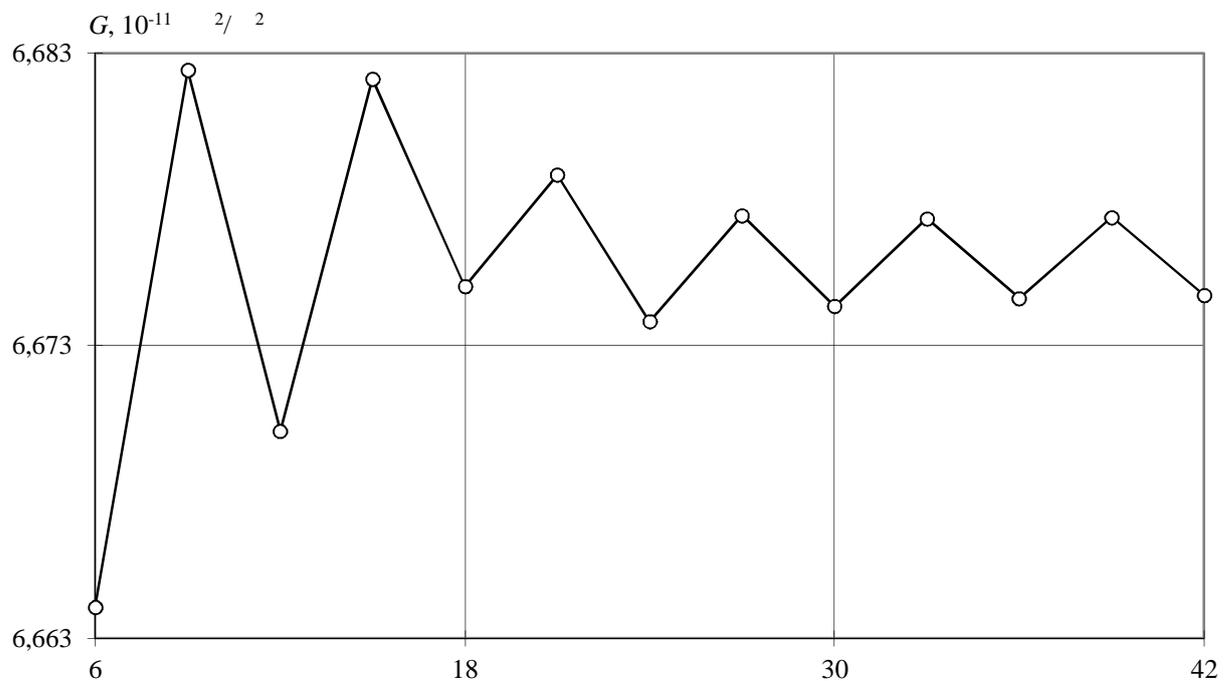


Рис.3. Вариации G во втором эксперименте после уменьшения периода $T_1=532.83818$ с на 10.5 мс

Т а б л и ц а 6. Расчёт G_{ij} во втором эксперименте при трёхпозиционной схеме

N	i	j	T_i, c	T_j, c	$10^{11}G_{ij},$ Нм ² /кг ²	$10^{11}G_{ij},$ Нм ² /кг ²
1	1	2	532.84127	535.25129	6.53806	6.53800
2	2	3	535.25129	536.07102	7.06826	7.06825
3	1	3	532.84127	536.07102	6.66407	6.66403
4	3	2	536.07102	535.24705	7.10490	7.10490
5	2	1	535.24705	532.83246	6.55069	6.55064
6	3	1	536.07102	532.83246	6.68242	6.68237
7	1	2	532.83246	535.24537	6.54617	6.54611
8	2	3	535.24537	536.06499	7.06754	7.06754
9	1	3	532.83246	536.06499	6.67009	6.67004
10	3	2	536.06499	535.24303	7.08777	7.08777
11	2	1	535.24303	532.83818	6.52424	6.52418
12	3	1	536.06499	532.83818	6.65818	6.65813
13	1	2	532.83818	535.24206	6.52162	6.52157
14	2	3	535.24206	536.06152	7.06630	7.06630
15	1	3	532.83818	536.06152	6.65108	6.65104
16	3	2	536.06152	535.23960	7.08756	7.08756
17	2	1	535.23960	532.82485	6.55140	6.55135
18	3	1	536.06152	532.82485	6.67884	6.67879
19	1	2	532.82485	535.23865	6.54884	6.54879
20	2	3	535.23865	536.05907	7.07469	7.07469
21	1	3	532.82485	536.05907	6.67383	6.67378
22	3	2	536.05907	535.23736	7.08584	7.08584
23	2	1	535.23736	532.82311	6.55012	6.55006
24	3	1	536.05907	532.82311	6.67745	6.67741
25	1	2	532.82311	535.23690	6.54888	6.54882
26	2	3	535.23690	536.05755	7.07674	7.07674
27	1	3	532.82311	536.05755	6.67434	6.67430
28	3	2	536.05755	535.23571	7.08703	7.08703
29	2	1	535.23571	532.82167	6.54961	6.54955
30	3	1	536.05755	532.82167	6.67734	6.67730
31	1	2	532.82167	535.23600	6.55039	6.55033
32	2	3	535.23600	536.05622	7.07308	7.07308
33	1	3	532.82167	536.05622	6.67462	6.67458
34	3	2	536.05622	535.23500	7.08172	7.08172
35	2	1	535.23500	532.82034	6.55133	6.55127
36	3	1	536.05622	532.82034	6.67739	6.67735

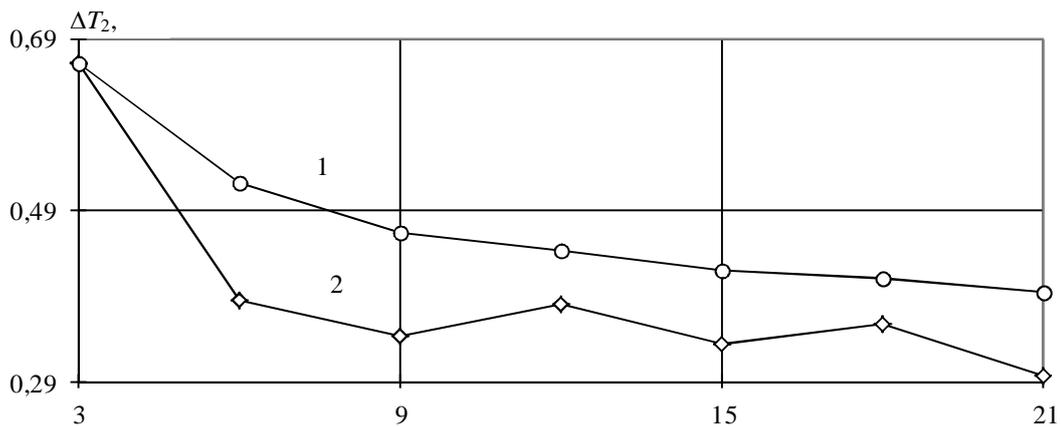


Рис. 4. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_2 в 1-ом эксперименте

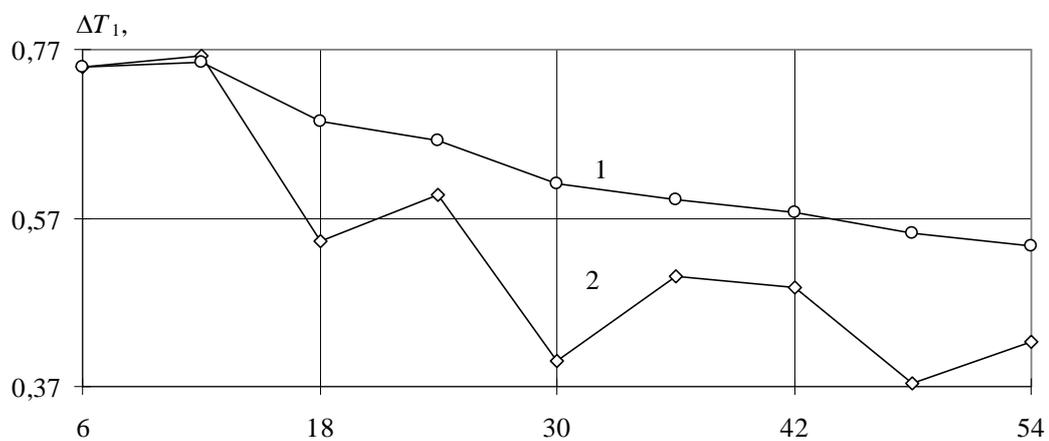


Рис. 5. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_1 в 1-ом эксперименте

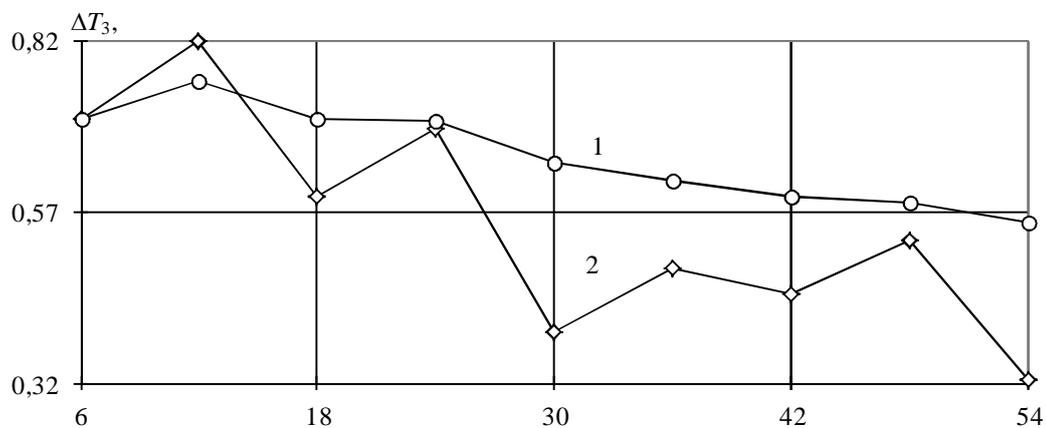


Рис. 6. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_3 в 1-ом эксперименте

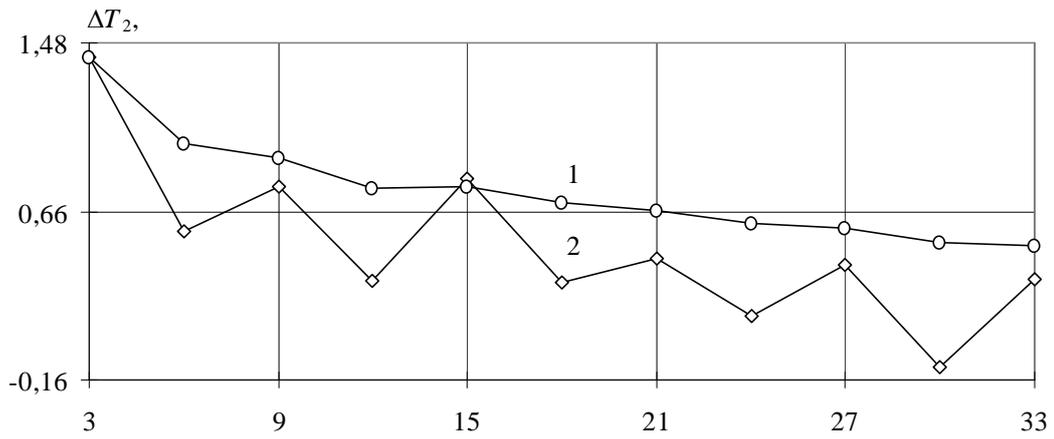


Рис. 7. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_2 во 2-ом эксперименте

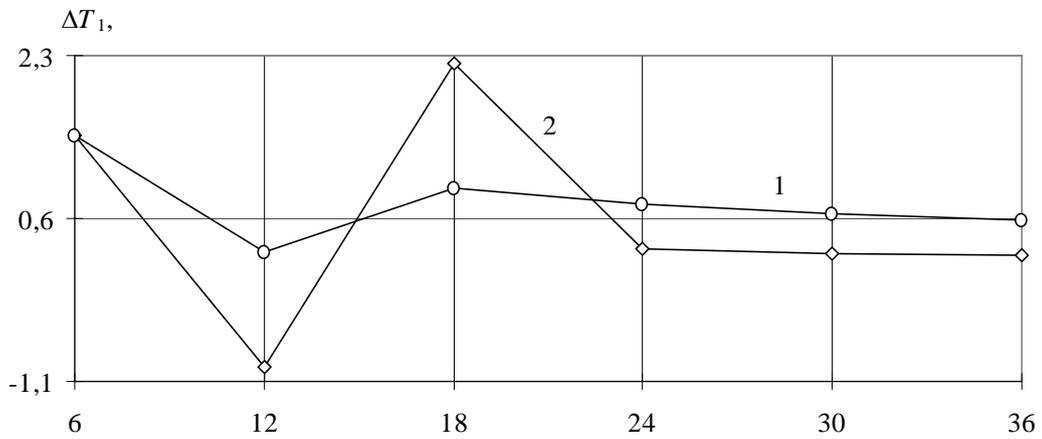


Рис. 8. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_1 во 2-ом эксперименте

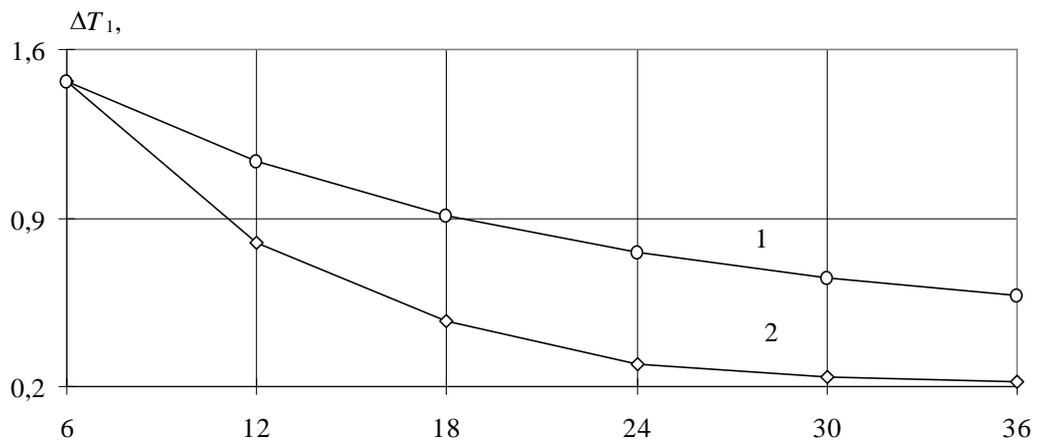


Рис. 9. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_1 во 2-ом эксперименте после уменьшения периода $T_1=532.83818$ с на 10.5 мс

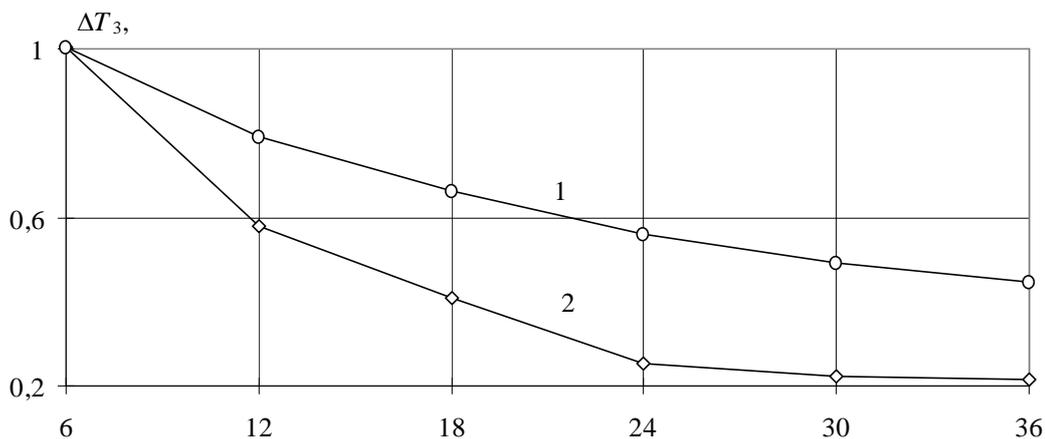


Рис. 10. Усреднённый (1) и текущий (2) дрейф периода T_3 во 2-ом эксперименте

Выводы

Разработанные методики пригодны для расчёта результатов измерения гравитационной постоянной на установках со сложной формой взаимодействующих тел при амплитудах колебаний до 0,08 радиан и более.

Увеличение момента инерции рабочего тела повысит период колебаний, чувствительность весов, снизит влияние дестабилизирующих факторов.

Неудачный выбор материала и формы рабочего тела весов снизил их чувствительность, увеличил влияние потоков и привел к завышению результатов измерения гравитационной постоянной G в основной комбинации позиций 1-3.

Попытка снизить полученное значение G за счёт вязкости в нити подвеса крутильных весов противоречит природе частотно-независимого внутреннего трения и поэтому в принципе неправомерна.

Отсутствие точных данных о толщине металлического покрытия на гранях кварцевого блока приводит к некорректности расчёта G , так как металлическое покрытие увеличивает момент притяжения почти на 1000 ppm.

Следует проверить реальную толщину покрытия четырёхзондовым методом, что существенно уменьшит погрешность расчёта G . Если покрытие на торцах тоньше, чем на других гранях, то величина результата измерения G возрастёт. К сожалению, столь необходимые и важные данные отсутствуют в статьях и не были получены по запросу.

Проведение дополнительных измерений на амплитудах порядка 20 и 80 мрад существенно расширит полученную ранее информацию, что, возможно, позволит внести поправку в результаты проведенных измерений. Разработанные программы позволяют проводить оперативные расчёты в указанном диапазоне амплитуд.

Литература

1. Карагиоз О.В., Измайлов В.П. Измерение гравитационной постоянной крутильными весами // Измерительная техника, 1996, №10, с.3–9.
2. Luo Jun, Liu Qi, Tu Liang-Cheng, Shao Cheng-Gang, Liu Lin-Xia, Yang Shan-Qing, Zhang Ya-Ting. Determination of the Newtonian Gravitational Constant G with Time-of-Swing Method // Phys. Rev. Lett., 2009, PRL 102, 240801-4.
3. Tu Liang-Cheng, Li Qing, Wand Qimng-Lan, Shao Cheng-Gang, Yang Shan-Qing, Lin Lin-Xia, Liu Qi and Luo Jun. New determination of the gravitational constant G with time-of-swing method. Physical Review D 82, 2010, 022001.
4. Shao C.G., Tu Liang-Cheng, Yang Shan-Qing and Luo Jun. Gravitation and Cosmology. 17, issue 2, 147, 2011.
5. Shakhparonov V.M., Karagiоз O.V. and Izmailov V.P. Calculation of the gravitational constant at measurements by a dynamic method. // Gravitation and Cosmology, vol.16, issue 4, 2010, pp.323-328.
6. Quinn T.J., Speake C.C. and Brown L.M. Material problems in the construction of long-period pendulums. Phil.Mag. A, 1992, 65, 261-276.
7. Cagnoli G., Gammaitoni L., Marchesoni F and Segoloni D. Suspension losses in low-frequency mechanical pendulums. //Phil.Mag. A, 1993, 68, 865.
8. Nowick A.S. and Berry B.S. Anelastic Relaxation in Crystalline Solids. Academic Press. New York and London, 1972, 677.
9. Quinn T.J., Speake C.C., Davis R.S. and Tew W. Phis.Lett. A, 1995, 197, 197.
10. Kuroda K. Does the Time-of-Swing Method Give a Correct Value of the Newtonian Gravitational Constant? // Phys. Rev. Lett., 1995, v.75, n.15, pp.2796-2798.
11. Yuki K., Barton M.A., Kanda N. and Kuroda K. // Phys.Lett. A, 1996, v.223, p.149.
12. Bagley C.H., Luther G.G. Preliminary Results of a Determination of the Newtonian Constant of Gravitation: A Test of the Kuroda Hypothesis // Phys. Rev. Lett. 1997, 78(16), pp.3047–3050.
13. Quinn T.J., Davis R.S., Speake C.C. and Brown L.M. // Phis.Lett. A, 1997, v.228, p.36.
14. Quinn T.J., Speake C.C., and Davis R.S. // Metrologia, 1997, v.34, p.245.
15. Matsumura S., Kanda N., Tomaru T., Ishizuka H. and Kuroda K. A measurement of the frequency dependence of the spring constant.//Phys.Lett.A., 1998, v.244, iss.1-3, pp.4-8.
16. Kuroda K. Anelasticity in G experiments. // Meas. Sci. Technol., 1999, 10(6), pp. 435-438.
17. Newman R.D. and Bantel M.K. On determining G using a cryogenic torsion pendulum // Meas. Sci. Technol., 1999, 10(6), pp.445-453.
18. Quinn T.J., Speake C.C., Richman S.J., Davis R.S., Picard A.A. A new determination of G using two methods // Phys. Rev. Lett., 2001, v.87, n.11, pp.111101-4.
19. Gundlach J. H., Merkowitz S. M. Measurement of Newton's Constant Using a Torsion Balance with Angular Acceleration Feedback.// Phys. Rev. Lett., 2000, 85, 14.

20. Bantel M.K., Newman R.D. High precision measurement of torsion fiber internal friction at cryogenic temperatures.// *Journal of Alloys and Compounds*, 2000, 310, 233–242.
21. Speake C.C. Newton's constant and the twenty-first century laboratory.// *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2005, v. 363, n.1834, pp. 2265-2287.
22. Yang S-Q., Tu L-C., Shao C-G., Li Q., Wang Q-L., Zhou Z-B., and Luo J. Direct measurement of the anelasticity of a tungsten fiber.// *Phys.Rev. D*, 2009, 80, 12, 122005(1-12).
23. Granato A. and Lucke K. Theory of Mechanical Damping Due to Dislocations. *J.Appl.Phys.* 27(6), 583, 1956.
24. Tabor D. The mechanism of rolling friction II. The elastic range. *Proc.Roy.Soc. London*, A229, 198, 1955.
25. Писаренко Г.С. Рассеяние энергии при механических колебаниях. – Киев, Изд-во АН УССР, 1963, 376 с.
26. Ниблетт Д., Уилкс Дж. Внутреннее трение в металлах, связанное с дислокациями. *УФН*, т.LXXX, вып.1, май 1963.
27. Saulson P.R., Stebbins R.T., Dumont F.D., Mock S.E. The inverted pendulum as a probe of anelasticity.// *Rev. Sci. Instrum.*, 1994, 65 (1), pp.182-191.
28. Gonzales G.I. and Saulson P.R. Brownian Motion of a Torsion Pendulum damped by Internal Friction. *Phis.Lett. A*, 1995, v.201, p.12-18.
29. Попов Н.Н., Кузьменко Б.Б., Блинов В.М., Карелин Ф.Р. Упрочнение материала и снижение внутренних напряжений упругих подвесов маятниковых уровней. – *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка*, 1993, №1–2, с.177–184.
30. Попов Н.Н. Новые материалы и технологии производства деталей маятниковых уровней. – *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка*, 1995, №2, с.128–132.
31. Боуден Ф.П., Тейбор Д. Трение и смазка твёрдых тел. – М., Машиностроение, 1968, 544 с.
32. Фавстов Ю.К., Шульга Ю.М., Рахштадт А.Г. *Металловедение высокодемпфирующих сплавов*. М., Металлургия, 1980, 271 с.
33. Карагиоз О.В., Тараканов Ю.А., Измайлов В.П. Рассеяние энергии в вакуумированных крутильных системах.–*Изв. АН СССР, Физика Земли*, №6, 1971, с.35–40.
34. Карагиоз О.В., Кочерян Э.Г., Измайлов В.П. Увеличение добротности вакуумированных крутильных систем путём отжига нити подвеса. – *Физика и химия обработки материалов*, №1, 1972, с.87–90.
35. Митрофанов В.П. Колебательные системы с малой диссипацией (от макро- до наноосцилляторов): учебное пособие, лекция 7. – М.: физфак МГУ, 2010, 74 с.
36. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Охрименко О.А. Осцилляторы для гравитационных антенн на свободных массах.//*Письма в ЖЭТФ*, 1992, т.55, вып.8, с.424-426.
37. Сагитов М.У., Милуков В.К., Монахов Е.А., Назаренко В.С., Таджитдинов К.Г. Новое определение кавендишевой гравитационной постоянной // *ДАН СССР*, 1977, т. 245, №3, с. 567-569.