

# Нелинейные и мультипольные эффекты в частотном стандарте на атомах в оптических решетках

В.Д. Овсянников, Е.Ю. Ильинова, С.И. Мармо

*Воронежский госуниверситет, 394006 Воронеж, Университетская пл. 1*

В.Г. Пальчиков

*ВНИИФТРИ, 141579, Московская обл., Менделеево*

А.В. Тайченачев, В.И. Юдин

*Институт лазерной физики, СО РАН, 630090 Новосибирск*

Х. Катори, К. Хашигучи

*Университет Токио, Бункио-Ку, 1138656, Токио, Япония*

# Содержание

1. Мотивация: достижения и перспективы часов на атомах в оптических решетках.
2. Индуцирование часового перехода в бозонных изотопах.
3. Численные оценки световых сдвигов высших порядков для частоты часового перехода на атомах в оптической решетке.
4. Поляризационная зависимость гиперполяризуемости.
5. Синие магические (blue shifted) частоты: высокочастотная поляризуемость и гиперполяризуемость атомов Sr.
6. Эффекты неоднородности и магнитного поля решетки и неопределенности, обусловленные движением атома.
7. Пути устранения неопределенностей, связанных с различием осцилляторного потенциала решетки для нормального и возбужденного атома.

1.

1)



**Sr Lattice Clock at  $1 \times 10^{-16}$  Fractional Uncertainty by Remote Optical Evaluation with a Ca Clock**

A. D. Ludlow, *et al.*  
*Science* **319**, 1805 (2008);  
DOI: 10.1126/science.1153341

2)



**Frequency Ratio of Al<sup>+</sup> and Hg<sup>+</sup> Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place**

T. Rosenband, *et al.*  
*Science* **319**, 1808 (2008);  
DOI: 10.1126/science.1154622

PRL 103, 063001 (2009)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
7 AUGUST 2009



**Spin-1/2 Optical Lattice Clock**

3)

N. D. Lemke,<sup>\*</sup> A. D. Ludlow, Z. W. Barber,<sup>†</sup> T. M. Fortier, S. A. Diddams, Y. Jiang,<sup>‡</sup> S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and C. W. Oates<sup>§</sup>

*National Institute of Standards and Technology, 325 Broadway, Boulder, Colorado 80305, USA*

(Received 23 March 2009; published 3 August 2009)

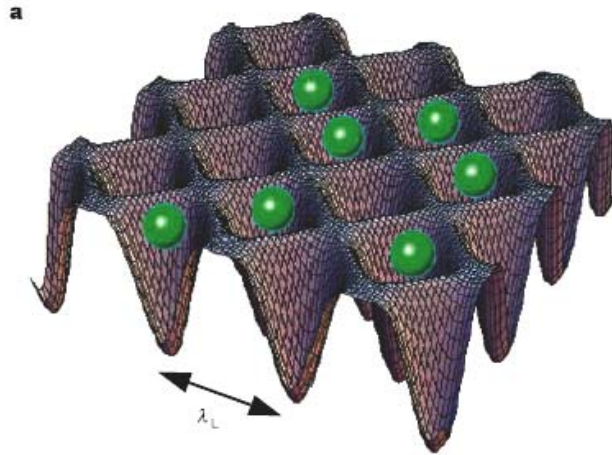
We experimentally investigate an optical clock based on  $^{171}\text{Yb}$  ( $I = 1/2$ ) atoms confined in an optical lattice. We have evaluated all known frequency shifts to the clock transition, including a density-dependent collision shift, with a fractional uncertainty of  $1.1 \times 10^{-16}$  limited principally by uncertainty in the blackbody radiation Stark shift. We measured the absolute clock transition frequency relative to the NIST-F1 Cs fountain clock and find the frequency to be  $5.172 \times 10^{14} \text{ Hz}$ .

DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.063001

PACS numbers: 32.30.-r, 06.30.Ft, 32.70.Jz, 37.10.Jk

## LETTERS

## An optical lattice clock

Masao Takamoto<sup>1</sup>, Feng-Lei Hong<sup>3</sup>, Ryoichi Higashi<sup>1</sup> & Hidetoshi Katori<sup>1,2</sup>

Условие магической длины  
волны оптической решетки:

$$\delta_{S_t} = \Delta E_{S_t}^{(^3P_0)} - \Delta E_{S_t}^{(^1S_0)} = 0; \quad \Delta E_{S_t}^{(n)} = -\frac{1}{4} \alpha^{(n)}(\omega) E_L^2;$$

$$\Rightarrow \alpha^{(^3P_0)}(\omega_L) = \alpha^{(^1S_0)}(\omega_L); \quad \omega_L = \omega_m = 2\pi c / \lambda_m.$$

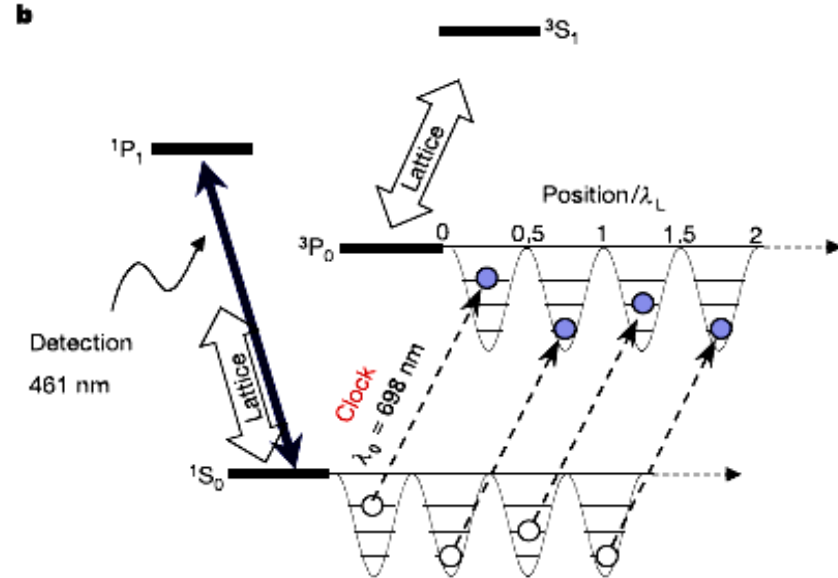


**Figure 1 | Optical lattice clock.** **a**, The spatial interference pattern of lasers creates a lattice potential that confines atoms in a region much smaller than the optical wavelength,  $\lambda_L$ . **b**, Energy levels for Sr. The  $^1S_0$  and  $^3P_0$  states are coupled to the upper respective spin states by an off-resonant laser to produce an optical lattice with equal energy shifts in the clock transition at  $\lambda_0 = 698$  nm. Atoms are excited on the  $|^1S_0\rangle \otimes |n\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle \otimes |n\rangle$  electronic–vibrational transitions, where  $n$  denotes the vibrational states of atoms in the lattice potential. The clock transition is then monitored on the  $^1S_0 - ^1P_1$  cyclic transition with nearly unit quantum efficiency.

## 2. $^3P_0 - ^1S_0$ переход в щелочно-земельном атоме как ультрастабильный осциллятор для частотного стандарта

Строго запрещенный  $^3P_0 - ^1S_0$  переход, обусловленный в фермионных изотопах сверхтонким примешиванием резонансного состояния  $^3P_1$  к метастабильному состоянию  $^3P_0$ , происходит с вероятностью  $0.001 \div 0.1/\text{с}$ .

В бозонных изотопах вероятность распада  $^3P_0$  состояния, вызванного двухфотонным E1-M1 переходом, еще на 9-10 порядков меньше.

Однофотонный переход  $^3P_0 - ^1S_0$  может быть индуцирован внешним полем, взаимодействие с которым может смешать  $^3P_0$  и  $^3P_1$  состояния.

# Естественный изотопный состав

## Четные изотопы

( $J=0$ )

$^{24,26}\text{Mg}$ : 90%

$^{40\rightarrow 48}\text{Ca}$ : 98.7%

$^{84,86,88}\text{Sr}$ : 93%

$^{168\rightarrow 176}\text{Yb}$ : 73%

$^{196\rightarrow 204}\text{Hg}$ : 69.8%

$^{106\rightarrow 116}\text{Cd}$ : 75%

$^{64\rightarrow 70}\text{Zn}$ : 95.9%

## Нечетные изотопы

( $J\neq 0$ )

$^{25}\text{Mg}$ : 10% ( $J=5/2$ )

$^{43}\text{Ca}$ : 1.3% ( $J=7/2$ )

$^{87}\text{Sr}$ : 7% ( $J=9/2$ )

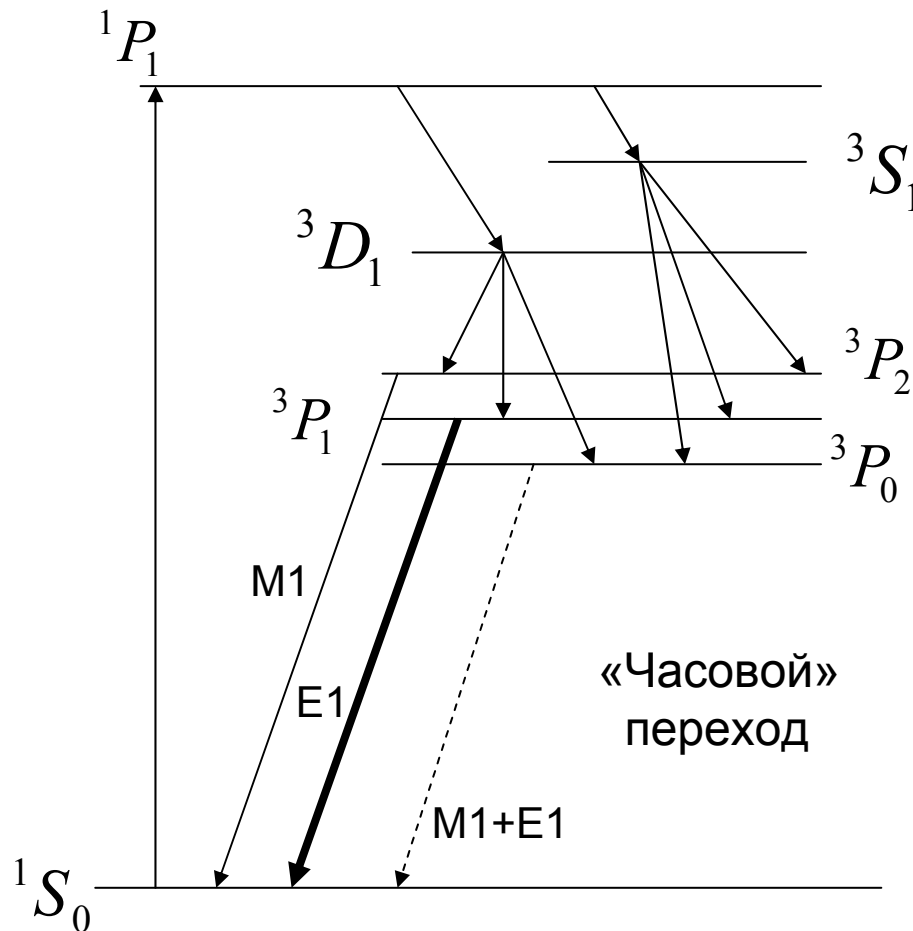
$^{171,173}\text{Yb}$ : 27% ( $J=1/2, 5/2$ )

$^{199,201}\text{Hg}$ : 30.2% ( $J=1/2, 3/2$ )

$^{111,113}\text{Cd}$ : 25% ( $J=1/2$ )

$^{67}\text{Zn}$ : 4.1% ( $J=5/2$ )

# Типичная схема нижних уровней энергии в щелочно-земельных и щелочно-земельно-подобных атомах (Mg, Ca, Sr, Zn, Cd, Yb, Hg)



Радиационный переход из основного в метастабильное состояние, стимулируемый в нечетных изотопах сверхтонким взаимодействием, строго запрещен в четных изотопах.

Такой запрет делает линию «часового» перехода предельно узкой, позволяя использовать переход  $^3P_0 - ^1S_0$  как резонатор с предельно высоким качеством  $Q = \nu_{cl} / \delta > 10^{17}$  для  $\delta$  создания стандарта частоты-времени нового поколения. Ширина линии такого резонатора зависит от (и может варьироваться с помощью) интенсивности поля оптической решетки.

## Вероятности запрещенных переходов в четных изотопах

| Transition      | Transi-<br>tion type | $A_{ki}^{calc} / s^{-1}$   |                            |                            | $A_{ki}^{exp} / s^{-1}$     |                            |                           |
|-----------------|----------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------------|
|                 |                      | Mg                         | Ca                         | Sr                         | Mg                          | Ca                         | Sr                        |
| $^3P_1 - ^1S_0$ | E1                   | $2.6 \times 10^2$ [37]     | $2.4 \times 10^3$ [37]     | $5.5 \times 10^4$ [37]     | $1.9(3) \times 10^2$ [41]   | $2.98(8) \times 10^3$ [44] | $4.9(1) \times 10^4$ [47] |
|                 |                      | $2.8 \times 10^2$ [40]     | $2.7 \times 10^3$ [40]     | $5.3 \times 10^4$ [40]     | $2.1(4) \times 10^2$ [42]   | $2.9(2) \times 10^3$ [45]  | $4.7(1) \times 10^4$ [45] |
|                 |                      |                            |                            |                            | $2.5(1.2) \times 10^2$ [43] | $2.9(3) \times 10^3$ [46]  | $4.6(1) \times 10^4$ [48] |
| $^3P_2 - ^1S_0$ | M2                   | $4.41 \times 10^{-4}$ [38] | $4.41 \times 10^{-4}$ [38] | $1.27 \times 10^{-4}$ [38] |                             |                            |                           |
| $^3P_2 - ^3P_1$ | M1                   | $9.12 \times 10^{-7}$ [38] | $1.60 \times 10^{-5}$ [38] | $8.26 \times 10^{-4}$ [38] |                             |                            |                           |
| $^3P_2 - ^3P_1$ | E2                   | $1.0 \times 10^{-12}$ [38] | $3.0 \times 10^{-10}$ [38] | $3.0 \times 10^{-7}$ [38]  |                             |                            |                           |
| $^3P_2 - ^3P_0$ | E2                   | $3.0 \times 10^{-12}$ [38] | $1.0 \times 10^{-9}$ [38]  | $1.0 \times 10^{-6}$ [38]  |                             |                            |                           |
| $^3P_0 - ^1S_0$ | E1 + M1              | $1.6 \times 10^{-13}$ [39] | $3.6 \times 10^{-13}$ [39] | $5.5 \times 10^{-12}$ [39] |                             |                            |                           |

37. Savukov I.M., Johnson W.R. *Phys. Rev. A*, **65**, 042503 (2002).
38. Derevianko A. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 023002 (2001).
39. Santra R., Christ K.V., Greene C.H. *Phys. Rev. A*, **69**, 042510 (2004).
40. Porsev S.G., Kozlov M.G., Rakhlin Y.G., Derevianko A. *Phys. Rev. A*, **64**, 012508 (2001).
41. Godone A., Novero C. *Phys. Rev. A*, **65**, 1717 (1992).
42. Kwong H.S., Smith P.L., Parkinson W.H. *Phys. Rev. A*, **25**, 2629 (1982).
43. Mitchel C.J. *J. Phys. B*, **8**, 25 (1975).
44. Husain D., Roberts G.J. *J. Chem. Soc. Faraday Trans. 2*, **82**, 1921 (1986).
45. Drozdowski R., Ignasiuk M., Kwela J., Heldt J. *Z. Phys. D: At. Mol. Clusters*, **41**, 125 (1997).
46. Whitkop P.G., Wiesenfeld J.R. *Chem. Phys. Lett.*, **80**, 321 (1984).
47. Husain D., Schifino J. *J. Chem. Soc. Faraday Trans. 2*, **80**, 321 (1984).
48. Kelly J.F., Harris M., Gallagher A. *Phys. Rev. A*, **37**, 2354 (1988).

# Природа интеркомбинационных линий заключена в смешивании синглетной и триплетной компонент в состоянии с $L=J$ .

## Случай $LS$ -связи

$$\begin{aligned} |^3P_0\rangle &= \Phi(S=1; J=L-S); \\ |^3P_2\rangle &= \Phi(S=1; J=L+S); \\ |^3P_1\rangle &= a\Phi(S=1; J=L) + b\Psi(S=0; J=L); \\ |^1P_1\rangle &= b\Phi(S=1; J=L) + a\Psi(S=0; J=L); \\ a &= \cos \alpha; b = \sin \alpha; \alpha < \pi/4. \end{aligned}$$

*Например, для триплетных состояний гелия*

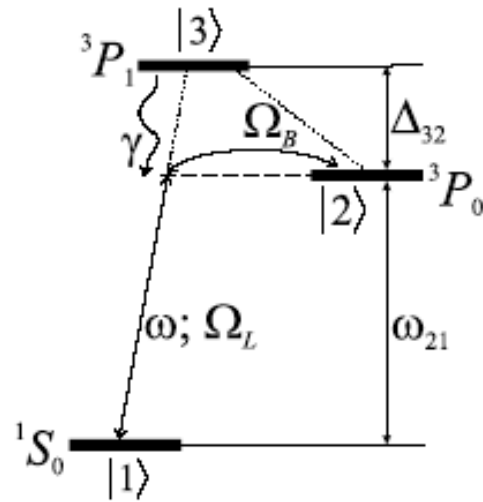
$$\alpha(^3P_1) = 0.02^\circ, \alpha(^3D_2) = 0.5^\circ, \alpha(^3F_3) = 30^\circ, \alpha(^3G_4) = 44^\circ,$$

*при этом  $\sin \alpha$  практически не зависит от главного квантового числа  $n$ .*

В частности, соотношение между схемами  $jl$ - и  $LS$ -связи для  $P$ -состояний в инертных атомах дает  $\cos \alpha = \sqrt{2/3}$ . Т.е.,

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \left| (n+1)s \left[ \frac{3}{2} \right]_2 \right\rangle = |(n+1)s^3P_2\rangle, \\ \varphi_2 &= \left| (n+1)s \left[ \frac{3}{2} \right]_1 \right\rangle \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} |(n+1)s^1P_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |(n+1)s^3P_1\rangle, \\ \varphi_3 &= \left| (n+1)s' \left[ \frac{1}{2} \right]_0 \right\rangle = |(n+1)s^3P_0\rangle, \\ \varphi_4 &= \left| (n+1)s' \left[ \frac{1}{2} \right]_1 \right\rangle \\ &= -\frac{1}{\sqrt{3}} |(n+1)s^1P_1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |(n+1)s^3P_1\rangle. \end{aligned}$$

$^3P_0 - ^3P_1$  смешивание с частотой (амплитудой) Раби  $\Omega_B$  может быть индуцировано магнитным полем  $\mathbf{B}$ , обеспечивающим возможность детектирования «часового» перехода с амплитудой (частотой Раби)  $\Omega_{12}$



$$\Omega_{12} = \langle 2' | \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} | 1 \rangle / \hbar = \frac{\Omega_L \Omega_B}{\Delta_{32}}.$$

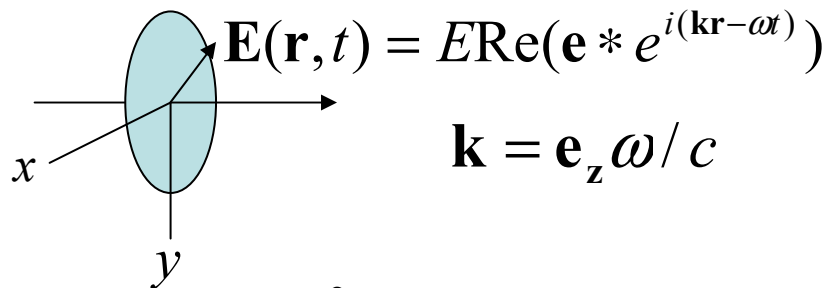
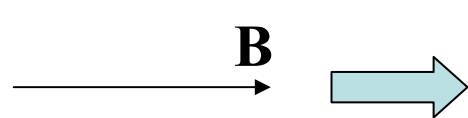
$$\Omega_B = \langle 2 | \hat{\mu} \cdot \mathbf{B} | 3 \rangle / \hbar; \quad \Omega_L = \langle 3 | \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} | 1 \rangle / \hbar.$$

$$\Omega_{12} = \alpha \sqrt{I} |\mathbf{B}| \cos \theta,$$

FIG. 1. Magnetic field-induced excitation of a strongly forbidden transition in a generic three-level atomic system. A small magnetic field ( $\sim$  mT) mixes excited states  $|2\rangle$  and  $|3\rangle$ , allowing single-photon excitation (for  $\omega = \omega_{21}$ ) of the otherwise forbidden transition between states  $|1\rangle$  and  $|2\rangle$ . This approach can work for a number of interesting alkaline-earth-like elements (Yb, Sr, Ca, and Mg), for which the relevant states are labeled  $^{2S+1}L_J$ .

|    | $\alpha$ [Hz/(T $\sqrt{\text{mW/cm}^2}$ )] |
|----|--------------------------------------------|
| Yb | 186                                        |
| Sr | 198                                        |
| Ca | 154                                        |
| Mg | 98                                         |

Вместо магнитного поля можно использовать  
циркулярно поляризованное оптическое излучение  
«магической» частоты



$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E \operatorname{Re}(\mathbf{e} * e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)})$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{e}_z \omega / c$$

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{e}_x + i\zeta\mathbf{e}_y}{\sqrt{1 + \zeta^2}};$$

$$l = \frac{1 - \zeta^2}{1 + \zeta^2}$$

– степень линейной поляризации

$$\xi = \frac{2\zeta}{1 + \zeta^2} \quad \text{– степень круговой поляризации}$$

Волна с  $\xi \neq 0$  может примешивать  $^3P_1$  состояние к метастабильному  $^3P_0$  состоянию, индуцируя таким образом часовой переход  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$

**Н.В.** Две когерентные волны с ортогональной плоской поляризацией эквивалентны одной волне с  $\xi \neq 0$ .

Штарковский сдвиг и смешивание подуровней тонкой структуры определяется матричным элементом второго порядка оператора взаимодействия атома с излучением

$$W_{J'M', JM} = -\langle \langle \beta J' M' | \hat{V}(\vec{r}, t) \mathbf{G}' \hat{V}(\vec{r}', t') | \beta J M \rangle \rangle$$

$$\mathbf{G}'(\vec{r}, t; \vec{r}', t') = \sum_k G^{E_{\beta J} - k\omega}(\vec{r}; \vec{r}') e^{ik\omega(t-t')} \quad \hat{V}(\vec{r}, t) = -(\mathbf{E}(\vec{r}, t) \cdot \mathbf{d})$$

$$G^E(\vec{r}; \vec{r}') = \sum_m \frac{\langle \vec{r} | m \rangle \langle m | \vec{r}' \rangle}{E_m - E}$$

$$W_{J'M', JM} = -\frac{E^2}{4} \left( \alpha_{nL}^s \delta_{J'J} + \frac{\xi}{2} (-1)^{L+S+J+1} C_{JM10}^{J'M} \sqrt{\frac{(2L+1)_2 (2J+1)}{2L}} \left\{ \begin{matrix} SLJ \\ 1J'L \end{matrix} \right\} \alpha_{nL}^a \right) \delta_{M'M}$$

$$+ \frac{E^2 (-1)^{L+S+J}}{8} \sqrt{\frac{(2L+1)_3 (2J+1)}{(2L-1)_2}} \left\{ \begin{matrix} SLJ \\ 2J'L \end{matrix} \right\} \alpha_{nL}^t \left[ \delta_{M'M} C_{JM20}^{J'M} - l \sqrt{\frac{3}{2}} (C_{JM2-2}^{J'M'} + C_{JM22}^{J'M'}) \right]$$

Magic-wave-induced  $^1S_0$ - $^3P_0$  transition in even isotopes of alkaline-earth-metal-like atoms

Vitaly D. Ovsiannikov\*

*Physics Department, Voronezh State University, Universitetskaya pl. 1, 394006, Voronezh, Russia*

Vitaly G. Pal'chikov†

*Institute of Metrology for Time and Space at National Research Institute for Physical-Technical and Radiotechnical Measurements, Mendeleevo, Moscow Region, 141579 Russia*

Alexey V. Taichenachev and Valeriy I. Yudin‡

*Institute of Laser Physics SB RAS, Lavrent'ev Avenue 13/3, Novosibirsk 630090, Russia and Novosibirsk State University, Pirogova st. 2, Novosibirsk 630090, Russia*

Hidetoshi Katori and Masao Takamoto§

*Department of Applied Physics, School of Engineering, The University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan*

(Received 28 July 2006; published 7 February 2007)

$$W_{10} = -\frac{F_r^2}{4\sqrt{6}} \xi \alpha_{3P}^a(\omega_m) \quad - \quad \text{Амплитуда смешивания } ^3P_0 \text{ и } ^3P_1 \text{ состояний.}$$

Такое смешивание индуцирует часовой переход с частотой Раби

$$\Omega = \langle \psi | \hat{v}_p | ^1S_0 \rangle = \beta I_r \sqrt{I_p} (i[\mathbf{e} \times \mathbf{e}^*] \cdot \mathbf{e}_p),$$

where  $\hat{v}_p = \sqrt{I_p}(\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{r})$  is the Hamiltonian of the dipole interaction between atom and probe field of intensity  $I_p$  and the unit polarization vector  $\mathbf{e}_p$ , which, evidently, should be parallel to the running wave vector  $\mathbf{k} \propto i[\mathbf{e} \times \mathbf{e}^*]$ , thus the maximal value of  $\Omega$  will be for orthogonal propagation to the probe beam.

### 3. Оценки остаточных сдвигов частоты часового перехода

На магической частоте остаются некомпенсированными следующие сдвиги:

$$\Delta\omega_c = \kappa^{(1)}(\omega_c)I_p + \kappa^{(2)}(\mathbf{e}_L, \omega_m)I_L^2 + \kappa^{(2)}(\mathbf{e}, \omega_m)I_r^2 + \kappa^{(2)}(\mathbf{e}_L, \mathbf{e}, \omega_m)I_L I_r,$$

$\kappa^{(1)}(\omega_c) = -0.0469[\alpha_{3P_0}(\omega_c) - \alpha_{1S_0}(\omega_c)]$ , — разность поляризуемостей на частоте часового перехода определяет сдвиг  $\Delta\omega_c$  линейный по интенсивности пробной волны  $I_p$ .

$$\kappa^{(2)}(\mathbf{e}, \omega_m) = -8.359 \times 10^{-8} \times [\gamma_{3P_0}(\mathbf{e}, \omega_m) - \gamma_{1S_0}(\mathbf{e}, \omega_m)],$$

— разность гиперполяризуемостей на магической частоте определяет квадратичные и билинейный сдвиги по интенсивности решетки  $I_L$  и смешивающей волны  $I_r$ .

TABLE II. Numerical values of the clock wavelength  $\lambda_c$ , coefficients  $\kappa_P^{(1)}$  and  $\kappa^{(2)}$  of linear in intensity of the probe field and quadratic in intensity of the circularly polarized lattice wave and/or mixing-wave Stark shifts (12), the rate  $w_{ic}$  of spontaneous intercombination transition  $^3P_1 \rightarrow ^1S_0$  and the coefficient  $\beta$  for the Rabi frequency (10). The number in parentheses determines the power of ten.

| Atom | $\lambda_c$<br>(nm) | $\kappa^{(1)}(\omega_c)$<br>$\left(\frac{\text{mHz}}{\text{mW/cm}^2}\right)$ | $\kappa^{(2)}(\omega_m)$<br>$\left(\frac{\text{Hz}}{(\text{MW/cm}^2)^2}\right)$ | $w_{ic}$<br>(s <sup>-1</sup> ) | $ \beta $<br>$\left(\frac{\text{mHz}}{\text{MW/cm}^2 \sqrt{\text{mW/cm}^2}}\right)$ |
|------|---------------------|------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Mg   | 458                 | 4.27                                                                         | -176                                                                            | 2.78(2)                        | 32.7                                                                                |
| Ca   | 660                 | -4.50                                                                        | -255                                                                            | 2.94(3)                        | 137.5                                                                               |
| Sr   | 698                 | -44.2                                                                        | -61.5                                                                           | 4.70(4)                        | 176.9                                                                               |
| Yb   | 578                 | 24.5                                                                         | -16.8                                                                           | 1.15(6)                        | 180.6                                                                               |
| Zn   | 309                 | 0.816                                                                        | -6.96                                                                           | 4.0(4)                         | 15.2                                                                                |
| Cd   | 332                 | 23.0                                                                         | -10.3                                                                           | 4.17(5)                        | 22.6                                                                                |

В расчетах использован квазиэнергетический подход к определению сдвигов часовых уровней. Волновые функции и функции Грина определялись в одно-электронном приближении по методу модельного потенциала. В частности, гиперполяризуемость основного состояния  $^1S_0$  представлена в виде комбинации радиальных матричных элементов

$$R_{l_1 l_2 l_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \langle 0 | r g_{l_1}^{\omega_1} r g_{l_2}^{\omega_2} r g_{l_3}^{\omega_3} r | 0 \rangle$$

вида:

$$\begin{aligned}\gamma^l(\omega) &= \gamma^c(\omega) + \frac{8}{9}[\sigma_{101}(\omega, 2\omega, \omega) + \frac{3}{5}\Sigma_{121} \\ &\quad - \frac{2}{5}\sigma_{121}(\omega, 2\omega, \omega)], \\ \gamma^c(\omega) &= \frac{8}{9}[\Sigma_{101} + \frac{1}{5}\Sigma_{121} + \frac{6}{5}\sigma_{121}(\omega, 2\omega, \omega)] \\ &\quad - 2\alpha_0(\omega)S_{-3}(\omega),\end{aligned}$$

- для линейной и круговой поляризации излучения, соответственно, где

$$\Sigma_{l_1 l_2 l_3} = \sigma_{l_1 l_2 l_3}(\omega, 0, \omega) + \sigma_{l_1 l_2 l_3}(\omega, 0, -\omega),$$

$$\sigma_{l_1 l_2 l_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = R_{l_1 l_2 l_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + R_{l_1 l_2 l_3}(-\omega_1, -\omega_2, -\omega_3)$$

## 4. Поляризационная зависимость гиперполяризуемости.

Определим разность гиперполяризуемостей часовых уровней соотношением:

$$\beta(\omega) = 8.359 \times 10^{-8} \left( \gamma_{3P_0}(\omega) - \gamma_{1S_0}(\omega) \right),$$

измеряемую в единицах  $\text{мкГц}/(\text{кВм}/\text{см}^2)^2$  и описывающую квадратичный по интенсивности  $I$  сдвиг частоты:

$$\Delta\omega_{cl} = -\beta(\omega_m)I^2,$$

где  $\gamma_n(\omega)$  измеряется в атомных единицах и определяет штарковский сдвиг 4-го порядка (по напряженности поля) для уровня  $|n\rangle$  :

$$\Delta E_n^{(4)}(\omega) = -\frac{1}{64} \gamma_n(\omega) E^4.$$

В отличие от поляризуемости, гиперполяризуемость состояния с полным нулевым моментом ( $J=0$ ), зависит от поляризации электромагнитной волны,

$$\gamma^l(\omega) \neq \gamma^c(\omega)$$

В общем случае зависимость от степени циркулярной поляризации  $\xi$  можно представить в виде

$$\beta(\omega, \xi) = \beta^l(\omega) + [\beta^c(\omega) - \beta^l(\omega)] \xi^2$$

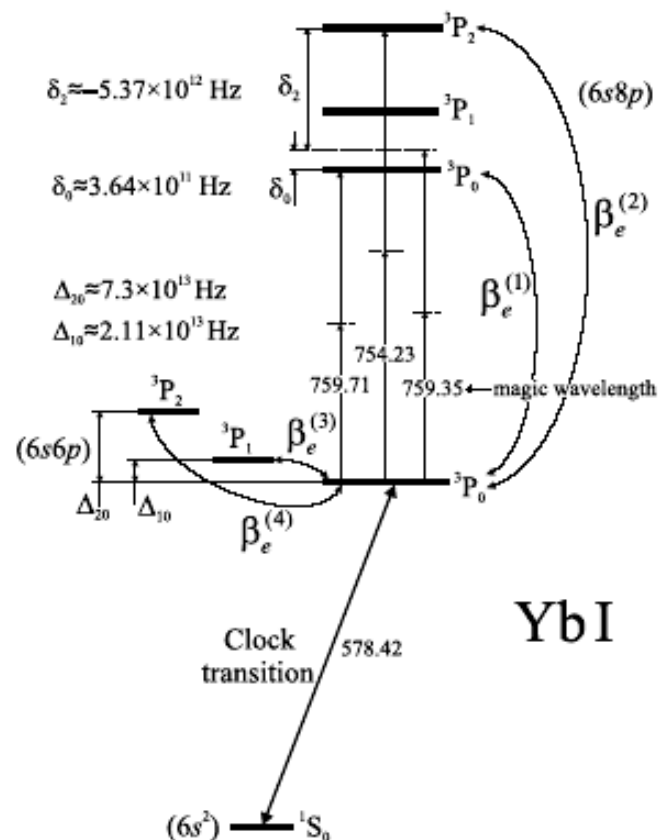
где  $\beta^{l(c)}(\omega) = \beta(\omega, \xi = 0 (\pm 1))$  – гиперполяризуемость часового перехода для линейной (круговой) поляризации излучения.

Если  $\beta^c(\omega_m)$  и  $\beta^l(\omega_m)$  противоположны по знаку, или  $|\beta^c(\omega_m)| \ll |\beta^l(\omega_m)|$  появляется возможность обнуления гиперполяризуемости для «магической степени круговой поляризации», т.е.

$$\beta(\omega_m, \xi_m) = 0$$

для

$$\xi_m = \pm \sqrt{\frac{\beta^l(\omega_m)}{\beta^l(\omega_m) - \beta^c(\omega_m)}}$$



## Optical Lattice Polarization Effects on Hyperpolarizability of Atomic Clock Transitions

A. V. Taichenachev\* and V. I. Yudin\*

*Institute of Laser Physics SB RAS, Novosibirsk 630090, Russia  
Novosibirsk State University, Novosibirsk 630090, Russia*

V. D. Ovsiannikov

*Physics Department, Voronezh State University, Voronezh 394006, Russia*

V. G. Pal'chikov

*Institute of Metrology for Time and Space at National Research Institute for Physical-Technical and Radiotechnical Measurements,  
Mendeleev, Moscow Region 141579, Russia*

(Received 29 June 2006; published 25 October 2006)

## Prospects for Optical Clocks with a Blue-Detuned Lattice

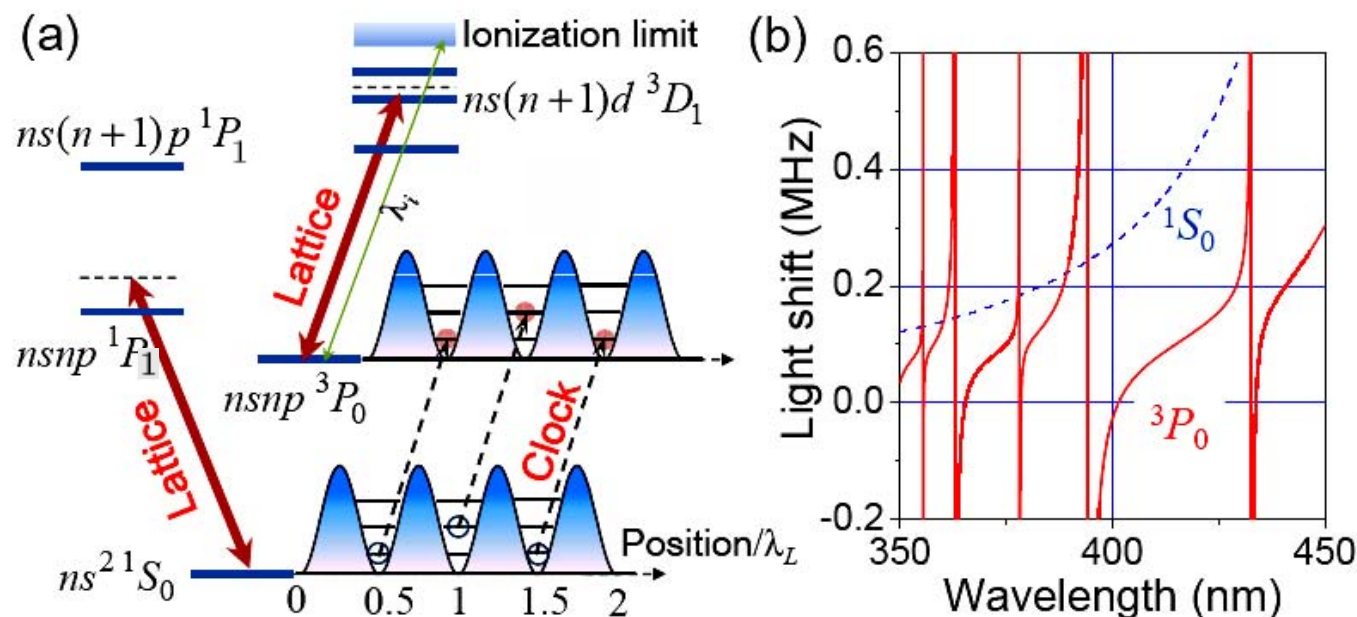
M. Takamoto and H. Katori

*Department of Applied Physics, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo, Bunkyo-ku, 113-8656 Tokyo, Japan  
CREST, Japan Science and Technology Agency, 4-1-8 Honcho Kawaguchi, 332-0012 Saitama, Japan*

S.I. Marmo and V.D. Ovsiannikov

*Physics Department, Voronezh State University, Universitetskaya pl.1, 394006, Voronezh, Russia*

V. G. Pal'chikov

*Institute of Metrology for Time and Space at National Research Institute for Physical-Technical and Radiotechnical Measurements,  
Mendeleev. Moscow Region. 141579. Russia*

(a) Атомы локализованы в окрестности узлов стоячей волны. (b) Штарковские сдвиги возбужденного (сплошная красная) и нормального (штриховая синяя) состояний атома Sr в синем крыле резонанса.

Имеются две удобные (далекие от резонансов) синие магические длины волн,

$$\lambda_{bm1} \approx 390 \text{ нм} \quad \text{и} \quad \lambda_{bm2} \approx 360 \text{ нм}.$$

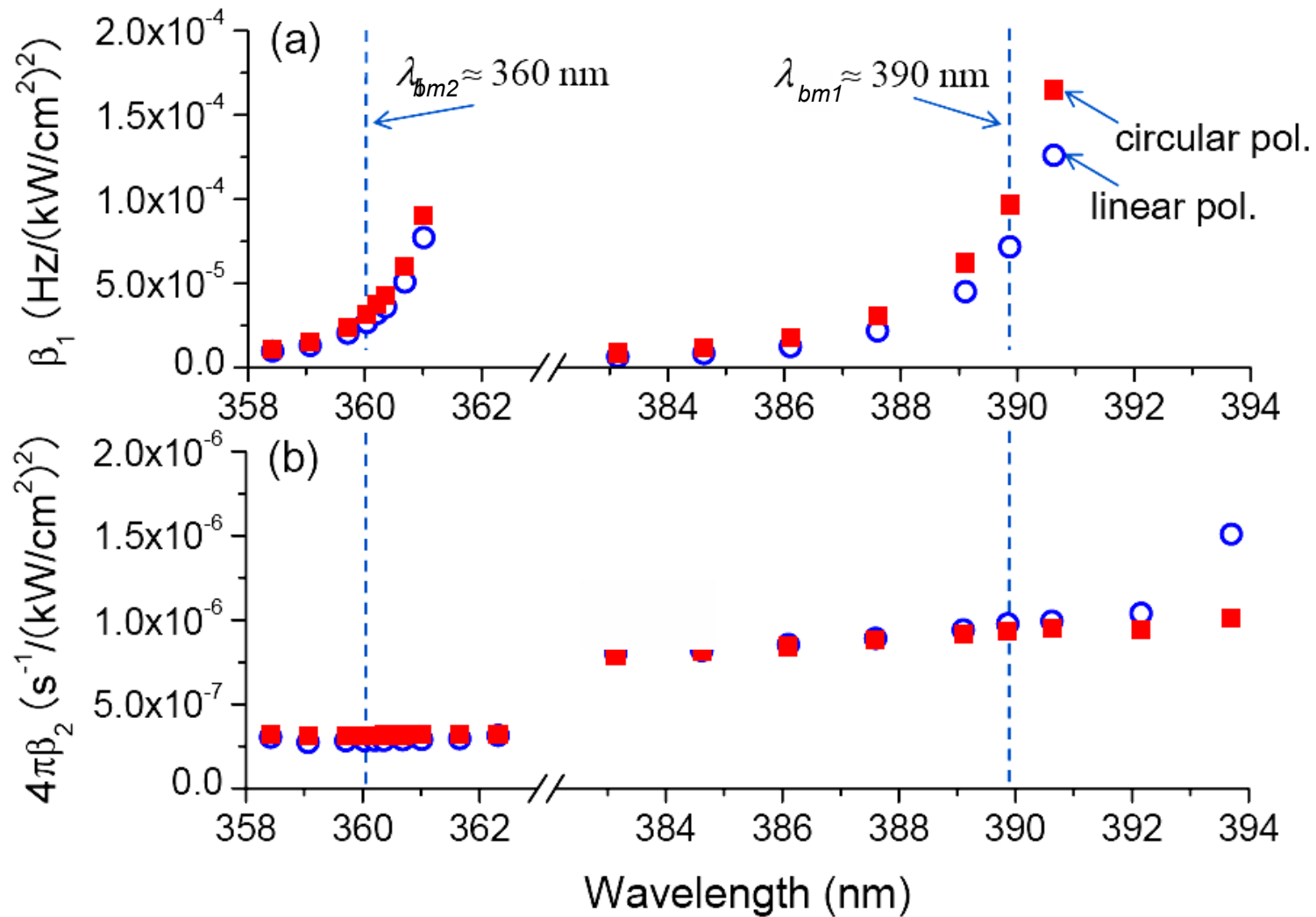
Для обеих суммарная энергия двух фотонов превышает энергию ионизации нормального и возбужденного часового уровня. Поэтому гиперполяризуемости обоих уровней комплексны,

$$\beta(\omega_{bm}) = \beta_1 + i\beta_2 ,$$

а мнимые части определяют вероятность двухфотонной ионизации плененного решеткой атома,

$$P_{2\omega} = 4\pi\beta_2 I^2 .$$

Поскольку атомы локализуются в окрестности узлов стоячих волн, эффекты гиперполяризуемости значительно подавлены по сравнению с нелинейными эффектами в решетке с красной магической длиной волны.



Действительная (a) и мнимая (b) части гиперполяризуемости, рассчитанные в окрестности синих магических длин волн  $\lambda_{bm1} \approx 390$  нм и  $\lambda_{bm2} \approx 360$  нм.

## 6. Эффекты неоднородности и магнитного поля решетки и неопределенности, обусловленные движением атома.

PRL 101, 193601 (2008)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
7 NOVEMBER 2008

### Frequency Shifts in an Optical Lattice Clock Due to Magnetic-Dipole and Electric-Quadrupole Transitions

A. V. Taichenachev\* and V. I. Yudin\*

*Institute of Laser Physics SB RAS, Novosibirsk 630090, Russia*

*Novosibirsk State University, Novosibirsk 630090, Russia*

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk 630092, Russia*

V. D. Ovsiannikov

*Physics Department, Voronezh State University, Voronezh 394006, Russia*

V. G. Pal'chikov

*Institute of Metrology for Time and Space at National Research Institute for Physical-Technical and Radiotechnical Measurements, Mendeleevo, Moscow Region, 141579 Russia*

C. W. Oates

*National Institute of Standards and Technology, Boulder, Colorado 80305, USA*

(Received 10 March 2008; revised manuscript received 22 August 2008; published 4 November 2008)

Уравнение Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

делает очевидным различие пространственного и временного распределений электрического и магнитного полей в стоячей волне. Пусть электрическое поле распределено по косинусу

$$\mathbf{E}_{st}(z, t) = \mathbf{E}_f(z, t) + \mathbf{E}_b(z, t) = 2\mathbf{E}_0 \cos kz \cos \omega t,$$

тогда распределение магнитного поля подчиняется закону синуса

$$\mathbf{B}_{st}(z, t) = \mathbf{B}_f(z, t) + \mathbf{B}_b(z, t) = 2\mathbf{B}_0 \sin kz \sin \omega t,$$

где  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{B}_0 = [\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}_0]$  – постоянные амплитуды.

Таким образом, взаимодействие с полем оптической решетки для атома, локализованного вблизи узла, определяется оператором

$$\hat{V} = \text{Re} \left\{ \hat{V}(z) \exp(-i\omega t) \right\}$$

где

$$\hat{V}(z) = \hat{V}_{E1} \sin(kz) + (\hat{V}_{E2} + \hat{V}_{M1}) \cos(kz),$$

А координата  $Z$  определяет отклонение атомного ядра от узла решетки вдоль оси стоячей волны.

$$\hat{V}_{E1} = E_0(\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}); \quad \hat{V}_{E2} = E_0 \frac{\alpha\omega}{\sqrt{6}} r^2 \left( \{\mathbf{e} \otimes \mathbf{k}\}_2 \cdot \mathbf{C}_2(\theta, \varphi) \right); \quad \hat{V}_{M1} = iE_0 \frac{\alpha}{2} \left( [\mathbf{k} \times \mathbf{e}] \cdot (\hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{S}}) \right)$$

– операторы электродипольного, электроквадрупольного и магнитодипольного взаимодействия, соответственно. Следовательно, атом, захваченный оптической решеткой вблизи ее узла, движется в осцилляторном потенциале вида

$$U(z) = U_{E1}(z) + U_{M1}(z) + U_{E2}(z)$$

где

$$U_{E1}(z) = -E^2 \alpha_{E1}(\omega_{bm}) \sin^2 kz,$$

$$U_{M1}(z) + U_{E2}(z) = -E^2 [\alpha_{M1}(\omega_{bm}) + \alpha_{E2}(\omega_{bm})] \cos^2 kz.$$

$$\alpha_{E1}(\omega_{bm}) < 0, \quad |\alpha_{M1}(\omega_{bm})| < |\alpha_{E2}(\omega_{bm})| \ll |\alpha_{E1}(\omega_{bm})|$$

Частота вибрационного движения захваченного атома определяется комбинацией E1, M1 и E2 поляризуемостей,

$$\Omega = E_{\xi} k \sqrt{-2[\alpha_{E1}(\omega_{bm}) - \alpha_{M1}(\omega_{bm}) - \alpha_{E2}(\omega_{bm})] / M},$$

которую и следует уравнивать для нижнего и верхнего часовых уровней, чтобы сделать осцилляторные потенциалы для атома на верхнем и нижнем часовых уровнях одинаковыми. Этот факт предполагает переопределение магической частоты так, чтобы часы на атомах в оптической решетке стали нечувствительными к движению атомов.

## Данные численных расчетов для атомов Sr:

- «фиолетовая магическая» длина волны  $\lambda_m = 389.9 \text{ nm}$  ;
- дипольная динамическая поляризуемость  $\alpha_{E1}(\omega_m) \approx -500$  ат.ед.
- Зависимость вибрационной частоты от интенсивности лазерной волны

можно записать в виде  $\omega_0 = \Omega^{e(g)} / \sqrt{I} = 74.88 \text{ kHz} / \sqrt{kW / cm^2}$ .

- Для глубины потенциала можно записать

$$U_0 / I = 93.8 \text{ kHz} / (kW / cm^2)$$

т.е. при интенсивности лазера в  $I = 4 \text{ кВт/см}^2$  глубины Штарковской ямы достаточно, чтобы удерживать атомы с энергией в 1 мК в связанных состояниях с вибрационными квантовыми числами  $n = 0, 1, 2$ .

- Суммарная M1-E2 поляризуемость  $\alpha_{mq}^e \approx (-0.006 - 1.70) \cdot 10^{-4} \approx -1.71 \cdot 10^{-4}$  ат.ед.;  $\alpha_{mq}^g = -0.90 \cdot 10^{-4}$  ат.ед., так что неопределенность частоты «часового» перехода составит (интенсивность выражена в  $kW/cm^2$ )

$$\delta_{mq} \approx (n + 1/2) \cdot 6.06 \cdot \sqrt{I} - 15.2 \cdot I \text{ mHz}.$$

Линейное слагаемое обусловлено независимой от движения атомов разностью постоянных сдвигов осцилляторных потенциалов атома в рабочих состояниях.

# Заключение

- 1. Эффекты высших порядков взаимодействия атома с полем оптической решетки вносят неопределенности в частоту часового перехода на уровне  $10^{-17}$  —  $10^{-18}$ . В решетке с синей магической длиной волны эти неопределенности могут быть снижены до уровня  $10^{-19}$ .
- 2. Эффекты высших мультипольностей вносят неопределенности, зависящие от состояния колебательного движения атомов в поле решетки.
- 3. Нечувствительная к движению атома решетка может быть получена в двух- или трехмерном варианте путем специального подбора поляризации падающих и отраженных волн и/или специальным переопределением магической частоты.

**БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!**