

*Всероссийское совещание по прецизионной физике
и фундаментальным физическим константам
(Дубна, ОИЯИ, 1-4 декабря 2009 г.)*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕЗОАТОМОВ И МЕЗОМОЛЕКУЛ МЕТОДАМИ МЮОННОГО КАТАЛИЗА

М.П. ФАЙФМАН

Российский Научный Центр “Курчатовский Институт”

mark@rogova.ru

HIGH PRECISION STUDY OF MUON CATALYZED FUSION IN D₂ AND HD GAS

D.V. Balin, V.A. Ganzha, S.M. Kozlov, E.M. Maev, G.E. Petrov, M.A. Soroka,
G.N. Schapkin, G.G. Semenchuk, V.A. Trofimov, A.A. Vasiliev, A.A. Vorobyov, N.I. Voropaev
Petersburg Nuclear Physics Institute (PNPI), Gatchina 188350, Russia

C. Petitjean
Paul Scherrer Institute, PSI, CH-5232 Villigen, Switzerland

B. Gartner, B. Lauss,* J. Marton,[†] and J. Zmeskal[†]
Institute for Medium Energy Physics, Austrian Academy of Sciences, A-1090 Wien, Austria

T. Case, K.M. Crowe and P. Kammel[†]
University of California Berkeley, UCB and LBNL, Berkeley, CA 94720, USA

F.J. Hartmann
Technical University of Munich (TUM), D-85747 Garching, Germany

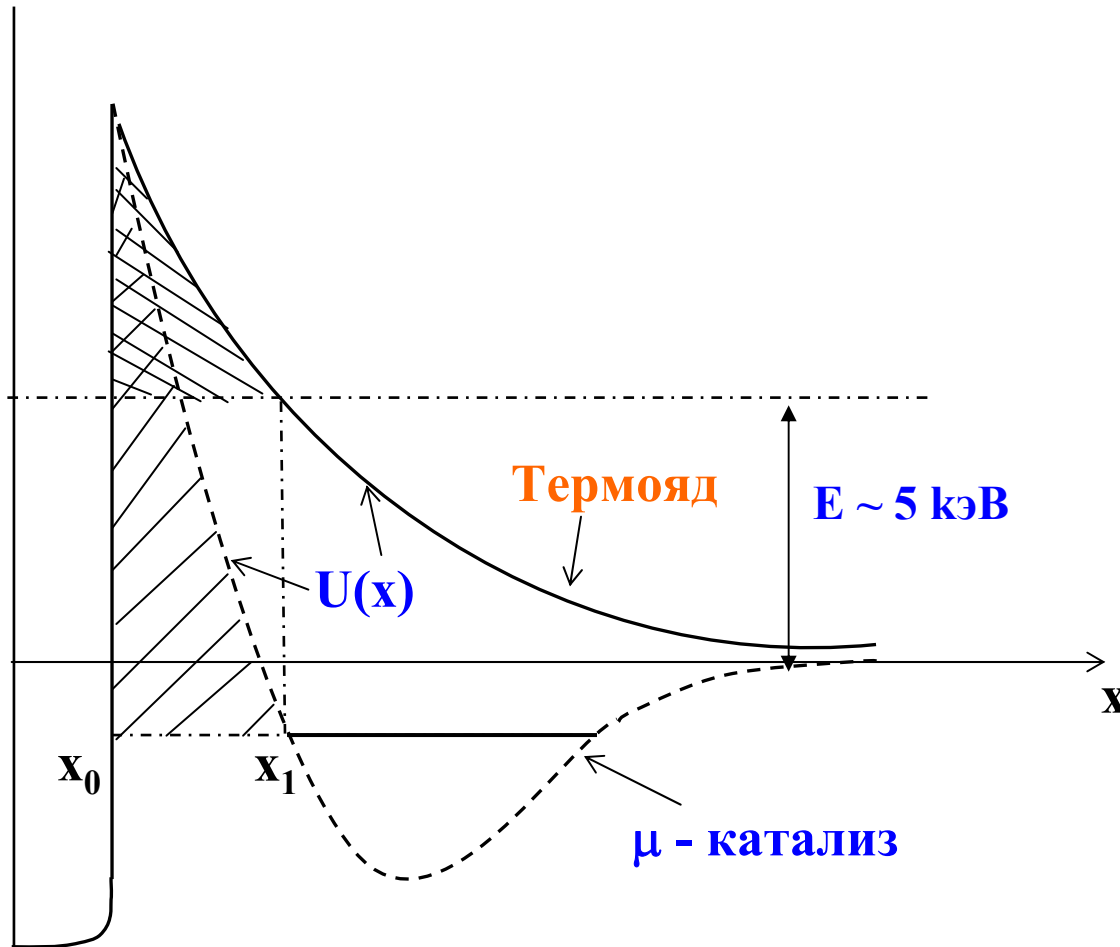
M.P. Faifman
Russian Research Centre Kurchatov Institute, Moscow 123182, Russia

D.V. Balin et al., Proc. of Int. Conf. on Muon Catalyzed Fusion
and related topics, Dubna, 2008, p.67.

Мюонный катализ ядерных реакций синтеза

Идея: *F.C.Frank (1947), А.Д.Сахаров (1948).*

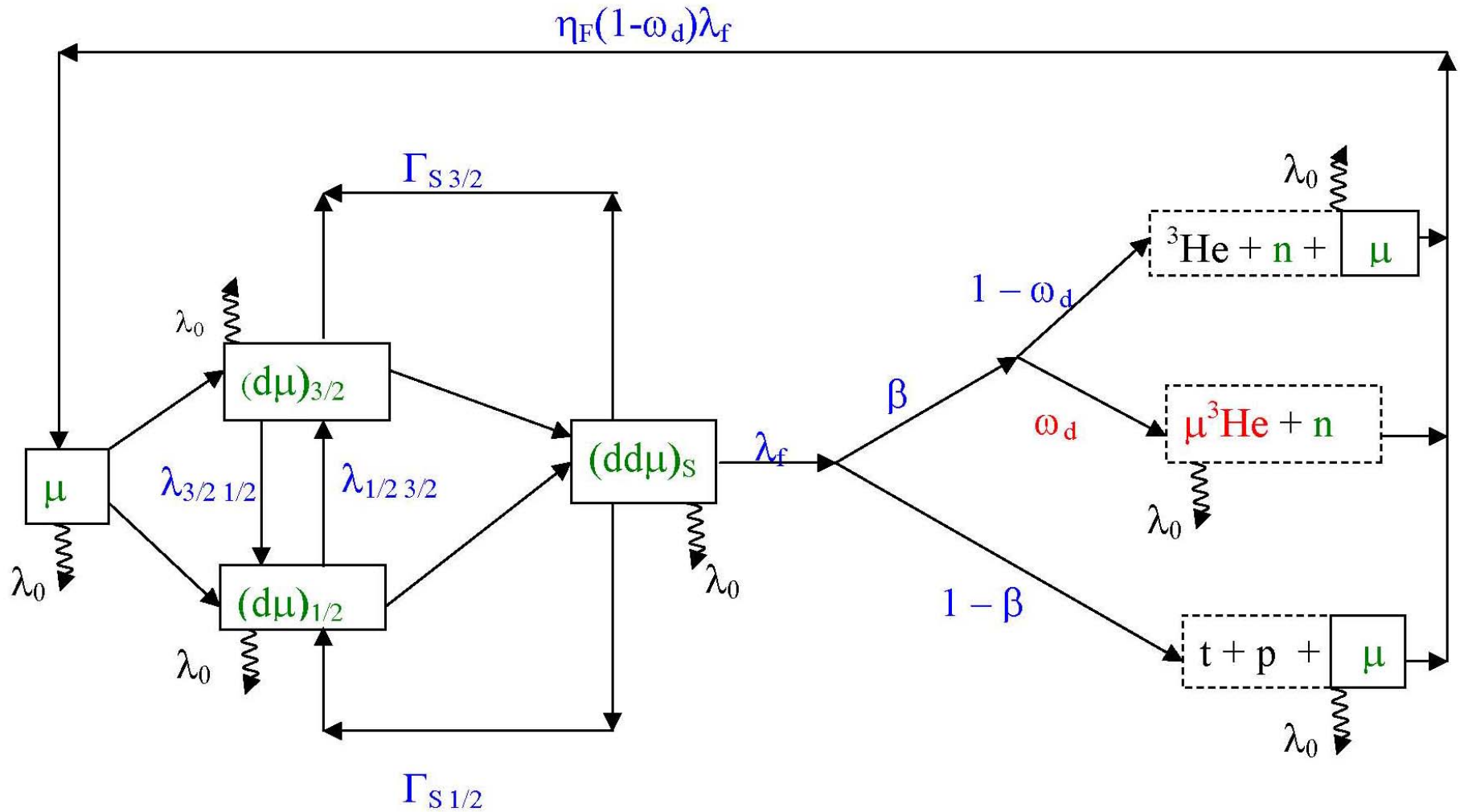
Эксперимент: *L.W. Alvarez et al. (1957).*



$x_0 \approx 10^{-13} \text{ см}$ – радиус действия ядерных сил

$x_1 \approx 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ см}$ – радиус мюонного атома

Процессы μ -катализа в чистом дейтерии



Процессы	Скорости
Распад мюона: $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \tilde{\nu}_e$	$\lambda_0 = 0.46 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$
Образование μ -атомов	$\lambda_a \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$
Спин - флип	$\lambda_{3/2 \ 1/2} \sim 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$
Образование μ -молекул	$\lambda_{dd\mu} \sim 3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$
Синтез	$\lambda_f \sim 4 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$
Прилипание	$\omega_s \approx 12\%$
Число циклов μ -катализа	$Y_c \approx \lambda_{dd\mu} / (\lambda_0 + \omega_s \lambda_{dd\mu}) \approx 4$

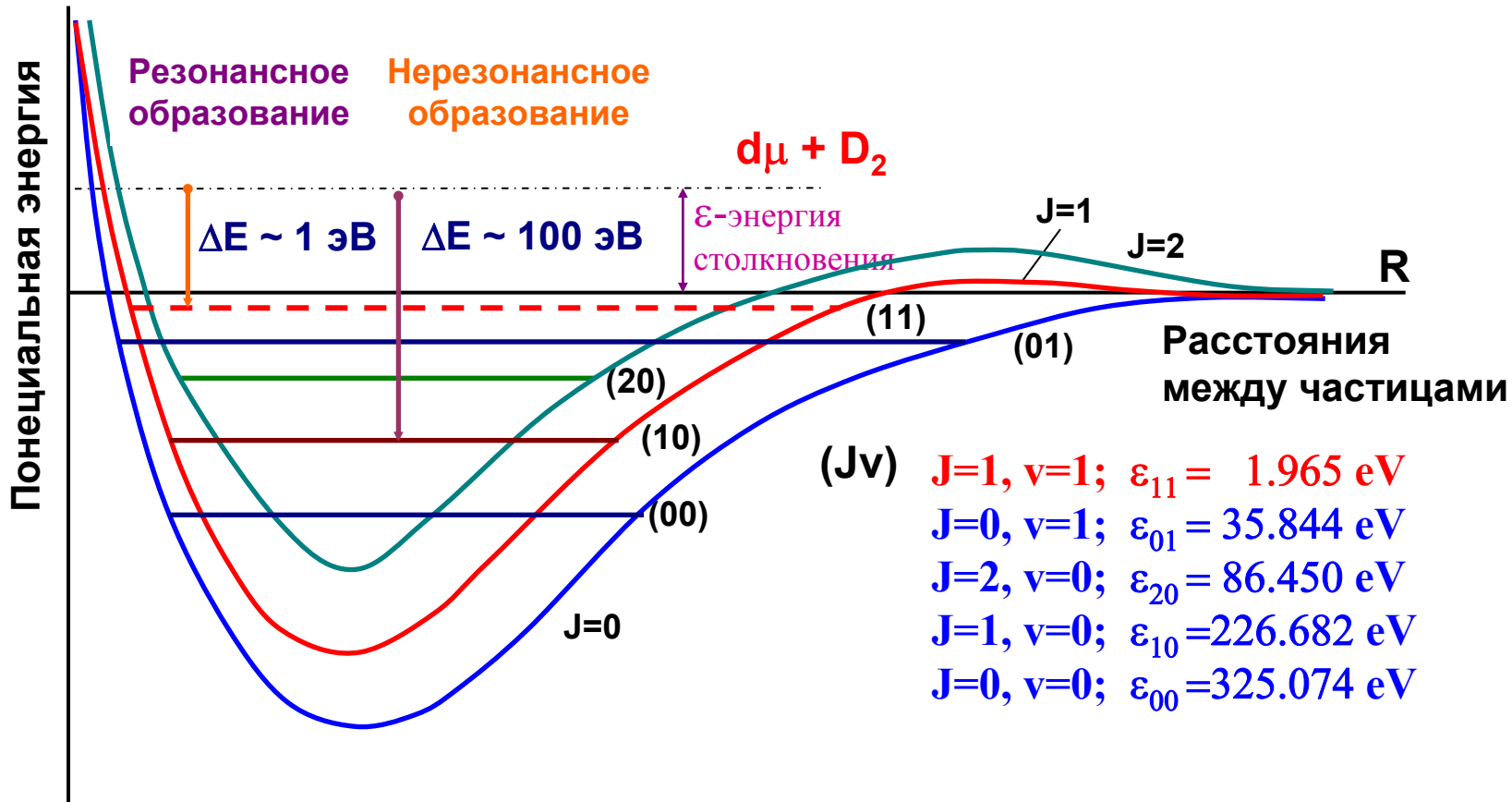
Образование мезомолекул



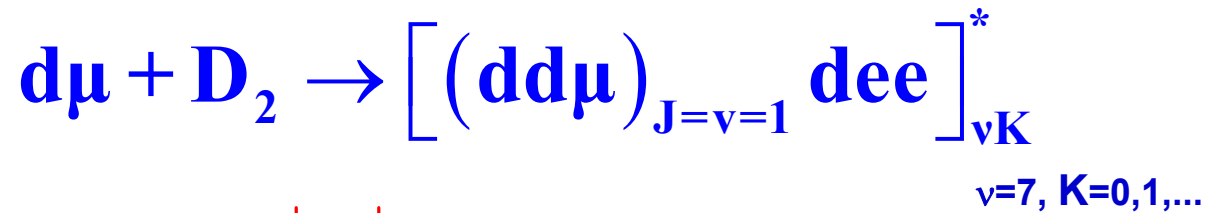
нерезонансное образование, Ya.B.Zeldovich, 1954;



резонансное образование, Е. А. Vesman, 1967.

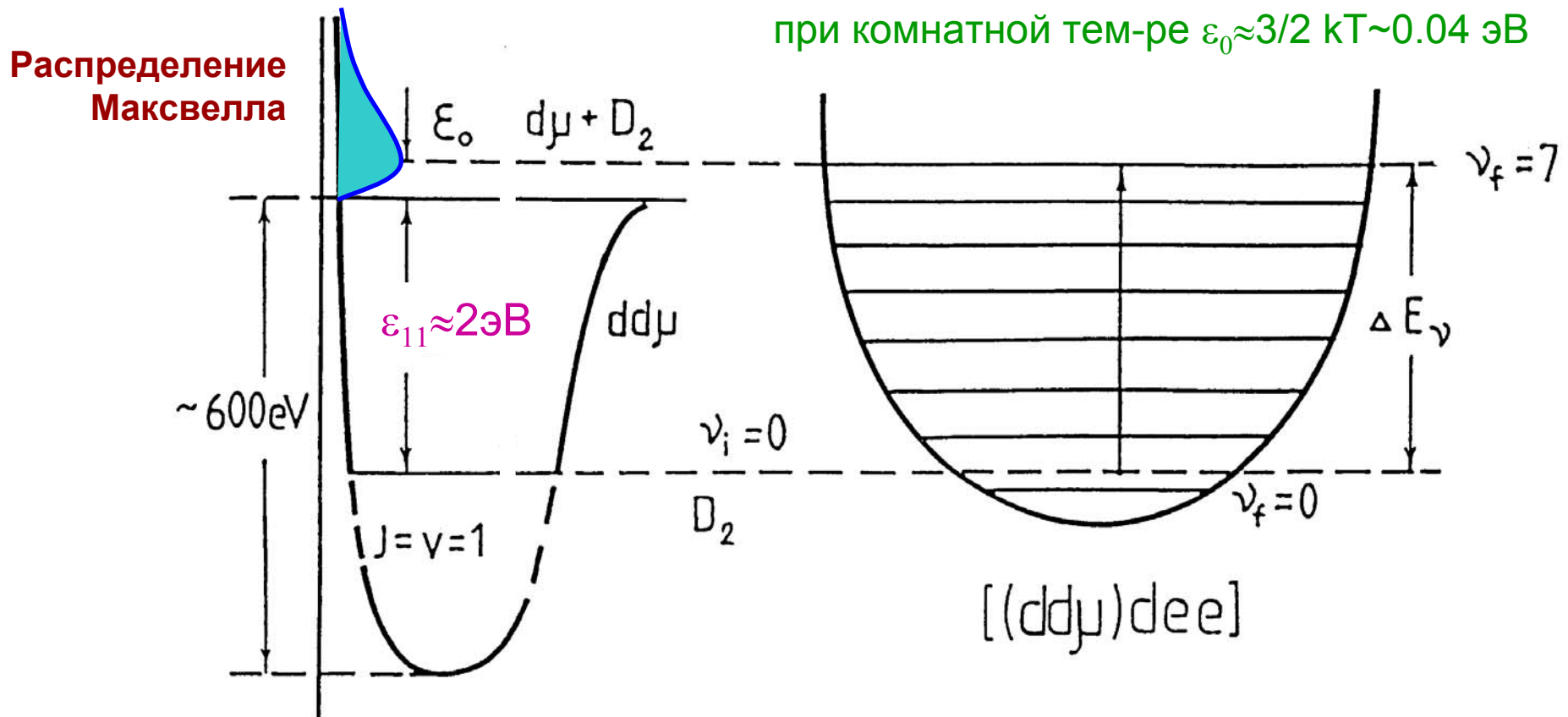


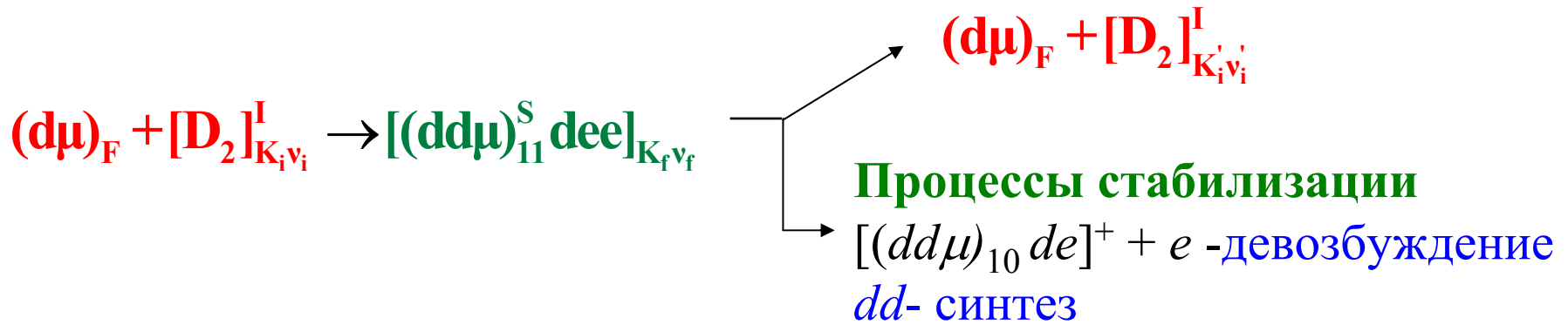
Резонансное образование $dd\mu$ -молекул



Условие резонанса: $\varepsilon_0 + |\varepsilon_{11}| = \Delta E_v$

при комнатной тем-ре $\varepsilon_0 \approx 3/2 kT \sim 0.04$ эВ





Сечение резонансного образования:
$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{\Gamma_e^l \Gamma_r^l}{(\varepsilon - \varepsilon_r)^2 + \frac{1}{4} (\Gamma_e^l + \Gamma_r^l)^2}$$

Γ_e^l – ширина упругого канала,
 $\Gamma_r^l = \Gamma_{deex}^l + \Gamma_{fus}^l$ – сумма ширин стабилизационных каналов

$$\Gamma_e^l \sim 10^7 \text{ c}^{-1}, \quad \Gamma_r^l \sim 10^9 \text{ c}^{-1}$$

$$\Gamma_e \ll \Gamma_r \ll \varepsilon_{coll}$$

$$\Gamma_e = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \Gamma_e^l$$

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\alpha^2 + x^2},$$

$$\sigma_r = \frac{2\pi^2}{k^2} \Gamma_e \delta(\varepsilon - \varepsilon_r),$$

$$\lambda = N \int \mathbf{v} \sigma f(\varepsilon, T) d\varepsilon = \frac{2\pi^2}{k^2} N f(\varepsilon_r, T) \mathbf{v}_r \Gamma_e$$

Расчет скоростей образования мезомолекул в рамках теории резонансного рассеяния Фано

(Л.И.Меньшиков, М.П.Файфман, 1985)

Условие применимости теории возмущений выполнено:

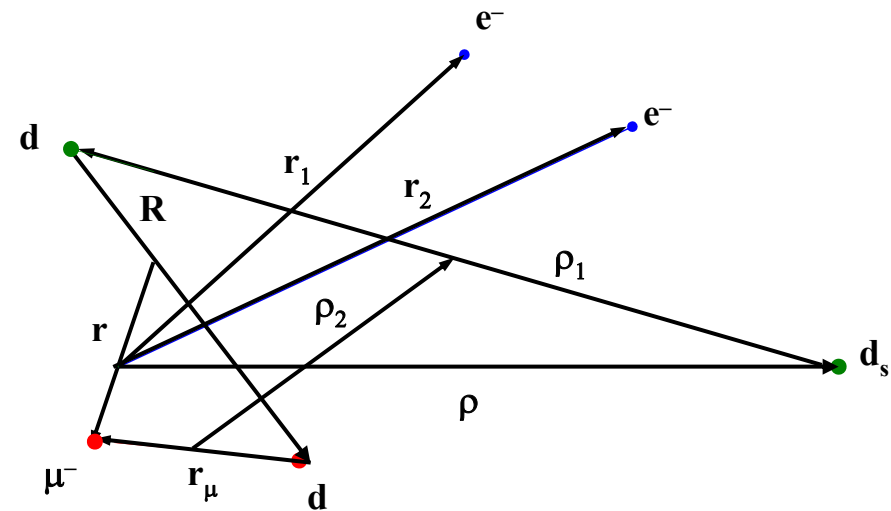
$$\Gamma_e \sim 10^7 \text{ с}^{-1} \ll \Omega \sim 10^{14} \text{ с}^{-1}$$

$$\Gamma = 2\pi \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left| \langle f | \hat{V} | i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i),$$

$$H = -\sum_{i=1}^3 \frac{1}{2M_i} \Delta_{\mathbf{R}_i} - \frac{1}{2m_\mu} \Delta_{\mathbf{r}_\mu} - \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2m_e} \Delta_{\mathbf{r}_j} + U,$$

$$H = H_f + V_f,$$

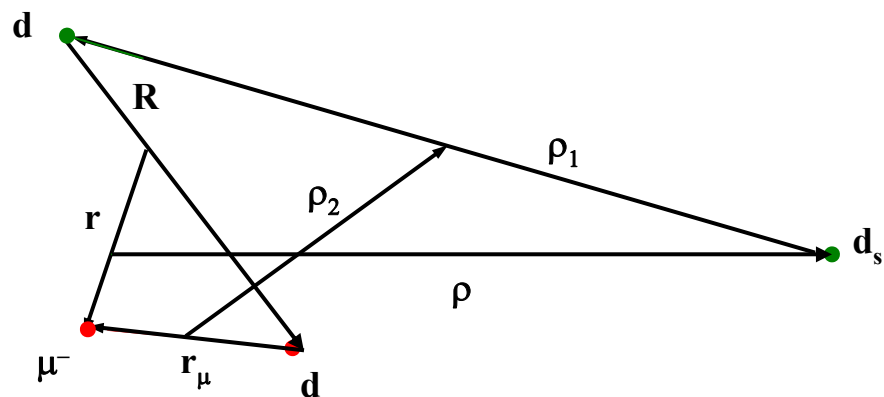
$$H_f = -\frac{1}{2\mu} \Delta_{\boldsymbol{\rho}} + H_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \boldsymbol{\rho}) + H_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{R}),$$



$$V_f = H - H_f = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \left[\sum_j \left(\frac{1}{r_{jc}} - \frac{1}{r_{j\alpha}} \right) - \frac{1}{R_{sc}} + \frac{1}{R_{s\alpha}} \right]$$

$$|V_{fi}|^2 = \frac{1}{2K_f + 1} \sum_{M_{K_i}, M_{K_f}, M_J} \left| \int d^3 \tau \Psi^{(f)*} \hat{V}_{fi} \Psi^{(i)} \right|^2$$

Выбор волновых функций начального и конечного состояний:



$$R_{c\alpha} \ll R_{s\alpha}, R_{j\alpha}, \quad \alpha=d_1, d_2, \mu;$$

$$\begin{aligned} \Psi^{(i)} &= \bar{\Psi}^{(i)} e^{(i)} \\ \bar{\Psi}^{(i)} &= \psi_{d\mu}^{1S}(\mathbf{r}_\mu) \Psi_{D_2}^{\nu_i K_i}(\boldsymbol{\rho}_1) e^{i\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}_2}, \\ e^{(i)} &= e_{FM_F}(d_1, \mu) e_{jM_j}(d_2, d_s), \\ \Psi^{(f)} &= \bar{\Psi}^{(f)} e^{(f)}, \\ \bar{\Psi}^{(f)} &= \varphi_{dd\mu}^{J\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \Psi_{MD}^{\nu_f K_f}(\boldsymbol{\rho}), \\ e^{(f)} &= e_{SM_S}(d_1, \mu, d_2) e_{S_a M_a}(d_s) \end{aligned}$$

Оператор перехода:

$$\begin{aligned} V_f &= V^{(D)} + V^{(Q)}, \\ V^{(D)} &= \mathbf{D}_{dd\mu} \left[\frac{\hat{\mathbf{p}}}{\rho^2} - \sum_{i=1}^2 \left\langle \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right\rangle \right], & \mathbf{D}_{dd\mu} &= \sum_{\alpha} e_{\alpha} \mathbf{R}_{\alpha}, \\ V^{(Q)} &= \frac{1}{2} Q_{kl} \left[\frac{\hat{\rho}_k \hat{\rho}_l}{\rho^3} - \sum_{i=1}^2 \left\langle \frac{(\hat{r}_i)_k (\hat{r}_i)_l}{r_i^5} \right\rangle \right], & Q_{kl} &= \sum_{\alpha} e_{\alpha} \left[3(R_k)_{\alpha} (R_l)_{\alpha} - \delta_{kl} R_{\alpha}^2 \right] \end{aligned}$$

Скорость резонансного образования

$$\lambda_{K_i v_i, K_f v_f}^{FS} = 2\pi N f(\varepsilon_{res}, T) W_{FS} \omega_I(K_i) \left| \hat{V}_{if}(\varepsilon_{res}) \right|^2$$

Начальная энергия (система $d\mu + D_2$):

$$E_i = \varepsilon_r + \delta\varepsilon_{d\mu}^F + E_{v_i k_i}$$

Конечная энергия (система $[(dd\mu)dee]$):

$$E_f = \varepsilon_{dd\mu} + \delta\varepsilon_{dd\mu}^S + E_{v_f k_f}$$

Резонансные энергии определены условиями:

$$\varepsilon_{res} \equiv \varepsilon_{K_i K_f}^{FS} = \Delta E_{FS} + \Delta E_{K_i v_i, K_f v_f};$$

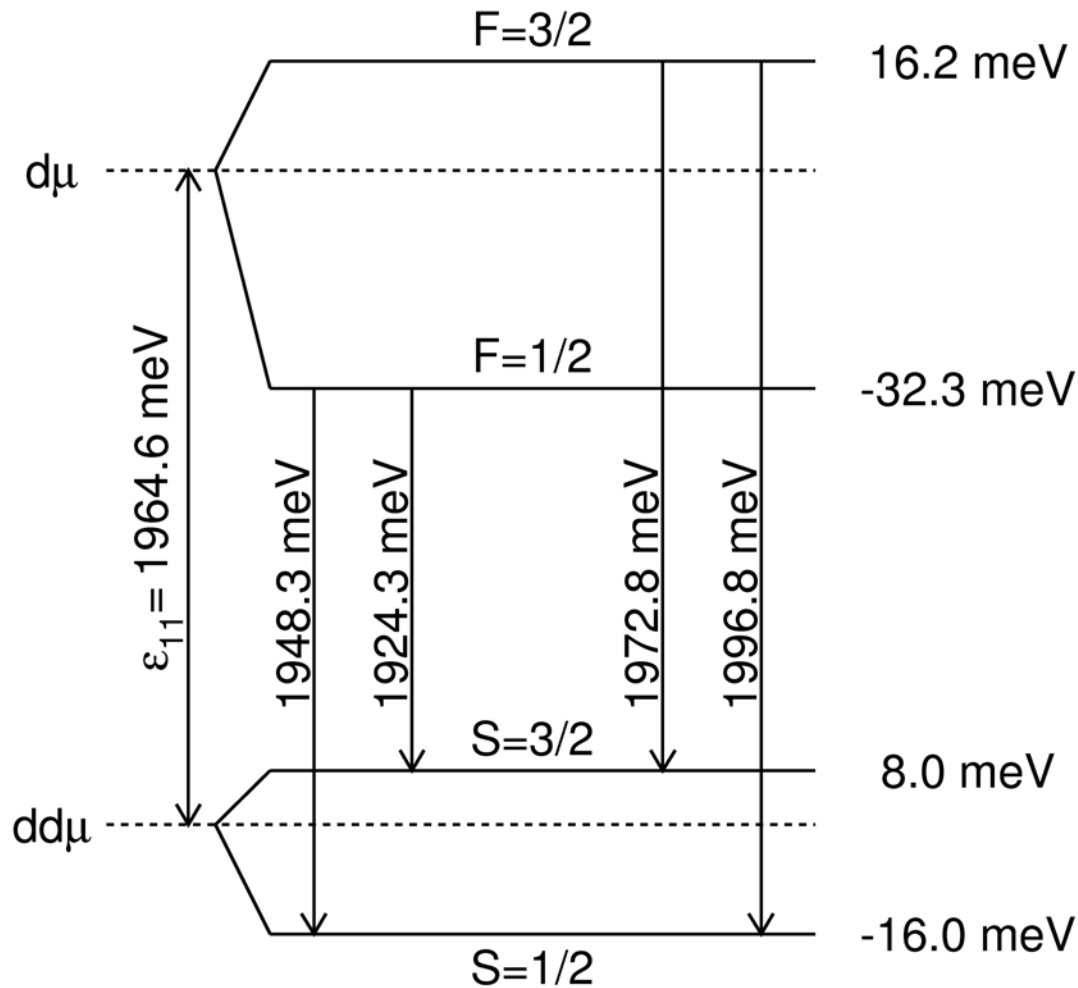
$$\Delta E_{FS} = \varepsilon_{dd\mu} + \delta\varepsilon_{dd\mu}^S - \delta\varepsilon_{d\mu}^F;$$

$$\Delta E_{K_i v_i, K_f v_f} = E_{K_f v_f} - E_{K_i v_i} =$$

$$(E_{K_f v_f} - E_{0 v_f}) - (E_{K_i v_i} - E_{0 v_i}) + E_{0 v_f} - E_{0 v_i} = \varepsilon_{K_f}^{rot} - \varepsilon_{K_i}^{rot} + \Delta E_{v_f v_i}^0,$$

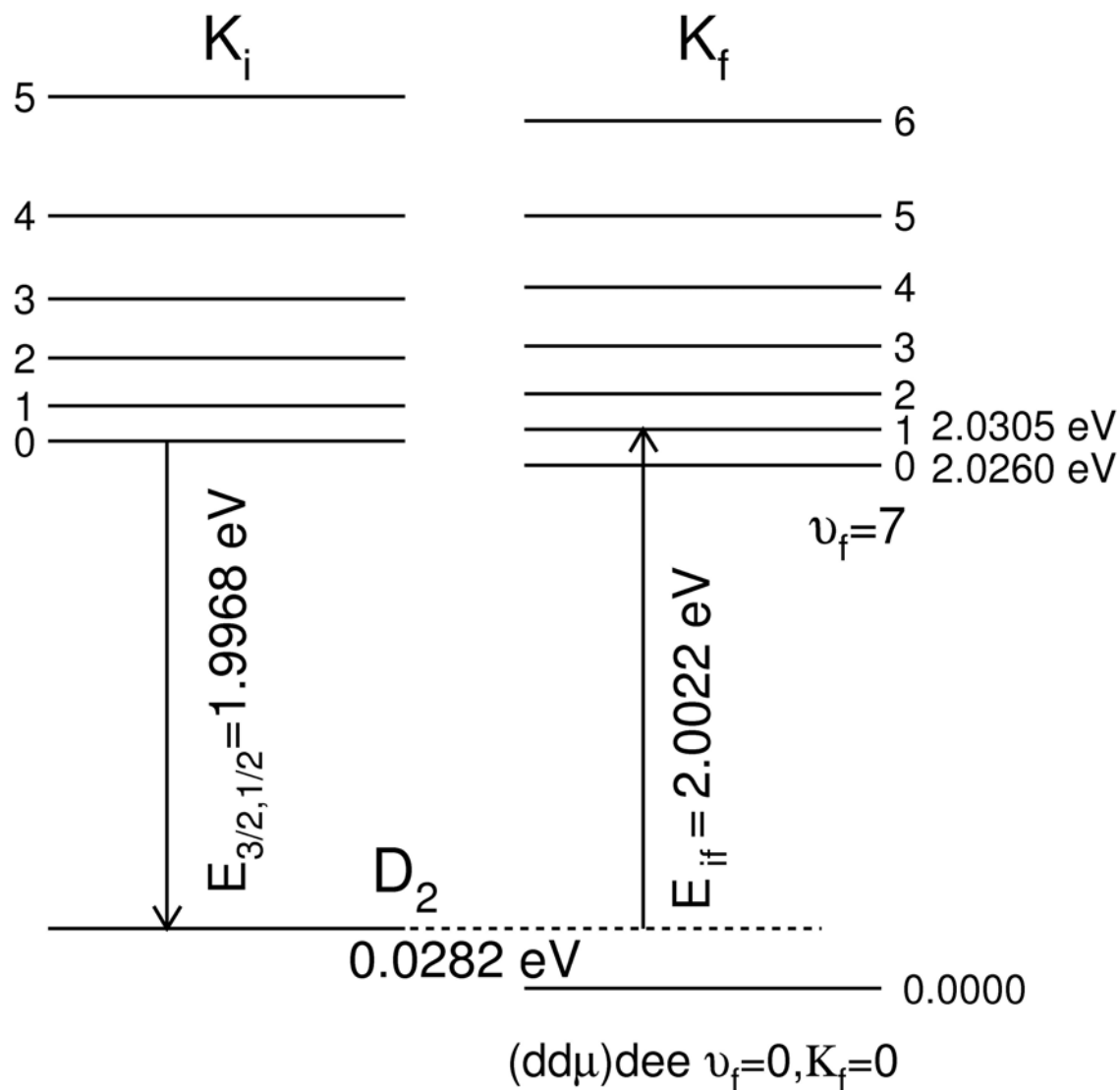
$$\Delta E_{v_f v_i}^0 = E_{v_f 0} - E_{v_i 0}$$

Сверхтонкая структура уровней dμ-атома и ddμ-молекулы



$$\Delta \epsilon_{d\mu}^F = \delta \epsilon_{d\mu}^{F=3/2} - \delta \epsilon_{d\mu}^{F=1/2} = 48.5 \text{ meV}; \quad \Delta \epsilon_{dd\mu}^S = \delta \epsilon_{dd\mu}^{S=3/2} - \delta \epsilon_{dd\mu}^{S=1/2} = 24.0 \text{ meV}$$

Схема резонансных переходов с учетом вращательных состояний D_2 и $[(dd\mu)dee]$



Уровни энергии мезомолекулярных комплексов (мэВ)

	D_2 ($\nu=0$)	$[(dd\mu)dee]$ ($\nu=7$)
K	$E_0=-4556.215$	$E_0=-4584.382$
0	0.000	2026.007
1	7.412	2030.393
2	22.202	2039.150
3	44.303	2052.244
4	73.614	2069.628
5	110.005	2091.236
6	153.315	2116.992
7	203.358	2146.803
8	259.924	2180.566
9	322.782	2218.163

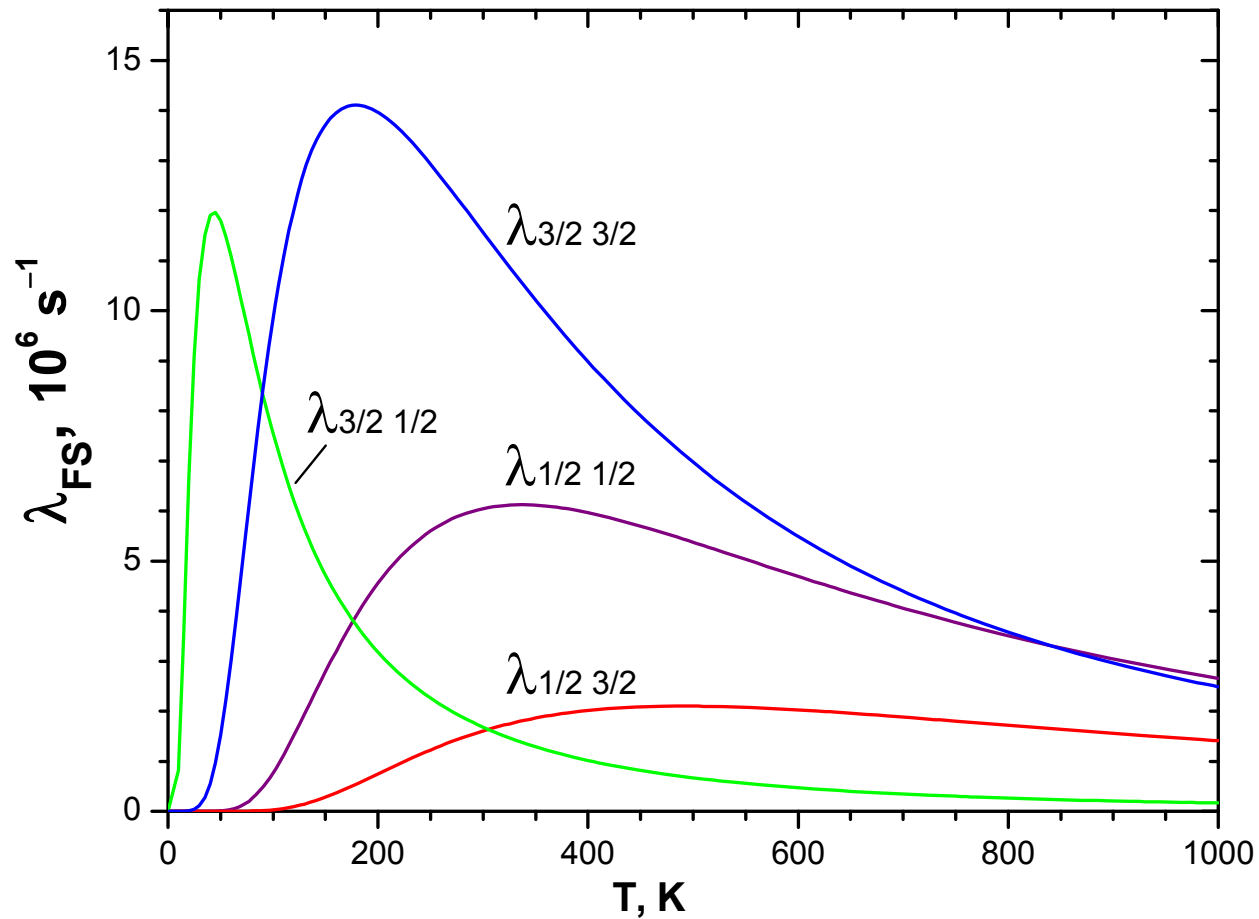
A. Scrinzi et al., 1988; Точность расчетов ~ 0.1 мэВ

Релятивистские и другие поправки $\Delta\varepsilon_{11}$ к нерелятивистскому значению энергии ε_{11} мезомолекулы $dd\mu$

Поправки (мэВ)	$\Delta\varepsilon_{11}$ (мэВ)	Авторы
Поляризация вакуума	+8.62	D. Bakalov, V.I. Korobov, 2001.
Электромагнитная структура ядер	-1.67	
Релятивистский сдвиг	+1.65	
Поляризуемость ядер	-0.10	
Поправка на конечные размеры мезомолекулы $dd\mu$	+1.85	M.R. Harston et al., 1997.
Суммарный сдвиг уровня энергии	+10.35	
Нерелятивистская энергия ε_{11} молекулы $dd\mu$ в состоянии $J=v=1$	-1974.985	V.I. Korobov, 2004.
Суммарная энергия состояния ε_{11}	-1964.64	

Точность расчетов $\sim 0.1 - 0.4$ мэВ

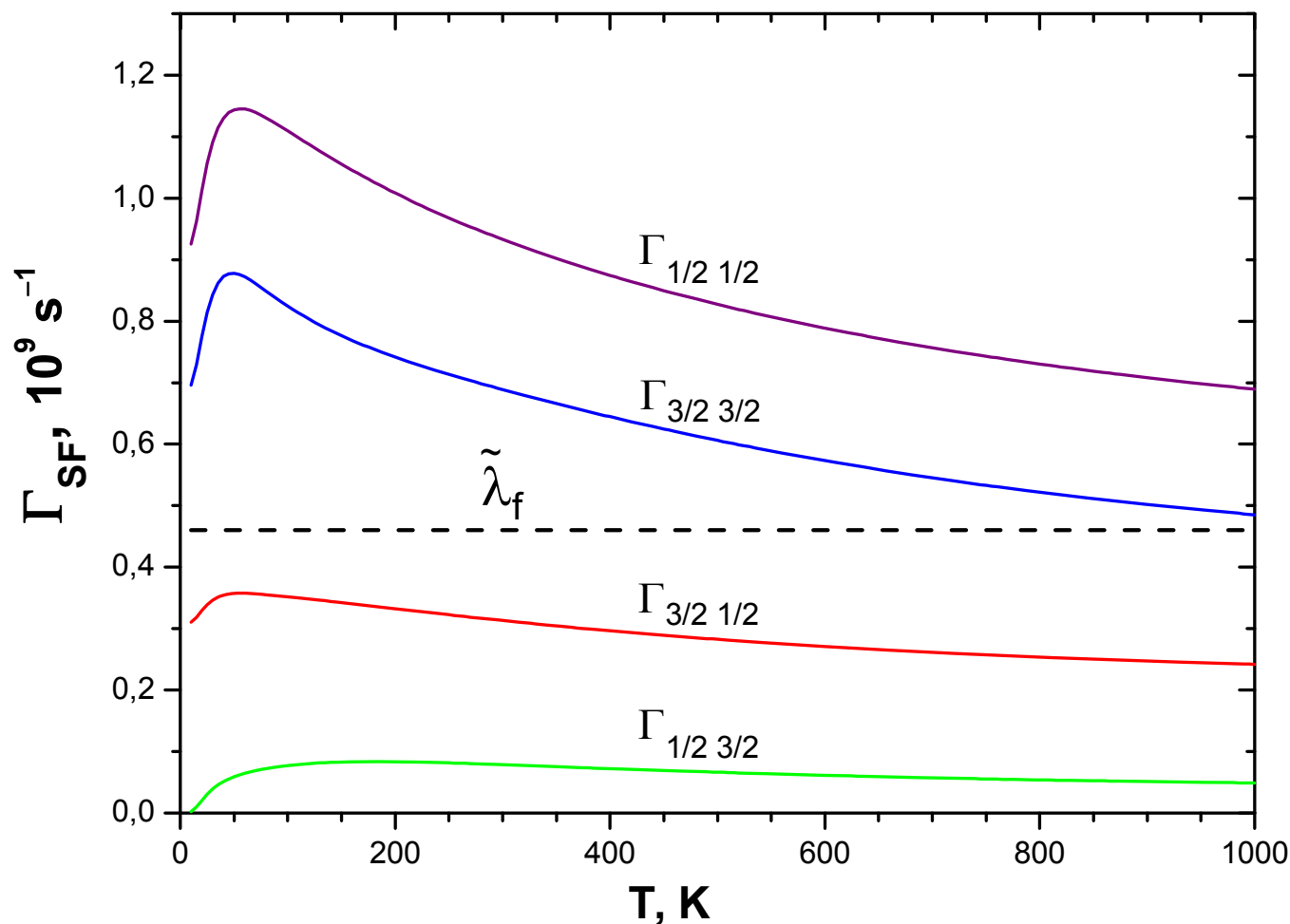
Вычисленные скорости резонансного образования ddμ -молекулы



$$\lambda_{FS} = \sum_{K_i, K_f} \omega_i(K_i) \lambda_{K_i K_f}^{FS};$$

$$\omega_i(K_i) = \xi(K_i) \frac{2K_i + 1}{Z_i} e^{-\frac{\varepsilon(K_i)}{kT}}, \quad \sum_{K_i} \omega_i(K_i) = 1.$$

Вычисленные скорости распада резонансно образованной $dd\mu$ -молекулы

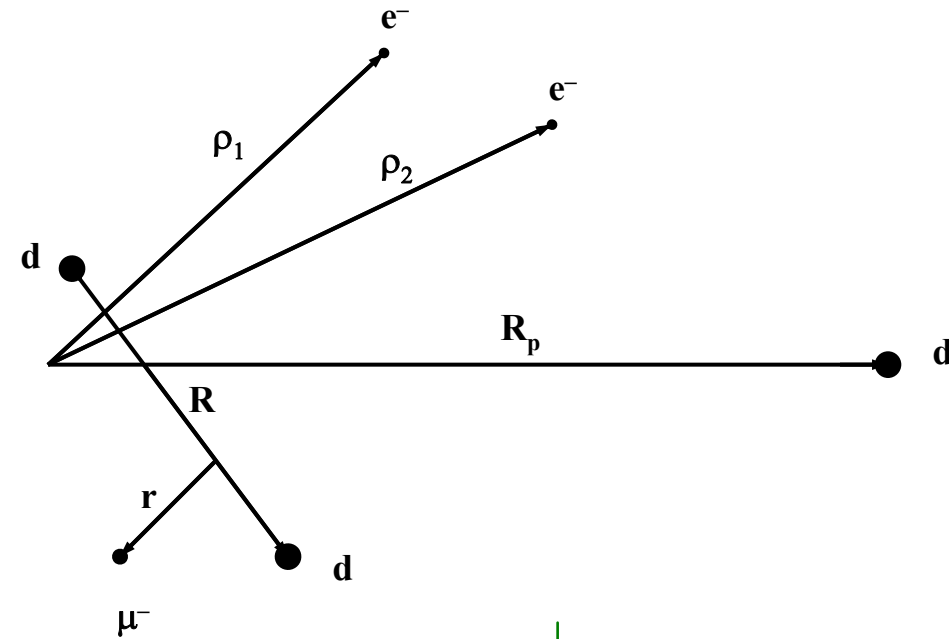


$$\Gamma_{SF} = \sum_{K_i, K_f} \omega_f(K_f) \Gamma_{K_f K_i}^{SF}, \quad \Gamma_S = \sum_F \Gamma_{SF}.$$

$$\omega_f(K_f) = \frac{2K_f + 1}{Z_f} e^{-\frac{\varepsilon(K_f)}{kT}}, \quad \sum_{K_i} \omega_f(K_f) = 1.$$

Расчет скоростей нерезонансного образования мезомолекул

(М.П.Файфман, 1989)



$$d\lambda = 2\pi\beta N_0 |t_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i) \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3};$$

$$E_i = \varepsilon_{col} + E_I^e; \quad E_f = \varepsilon_{Jv} + \frac{q^2}{2m_e};$$

$$|t_{fi}|^2 = \sum_{M_J^{(f)}} \left| \int d\vec{R} d\vec{r} d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 \Psi_{mes}^{(f)*}(\vec{r}, \vec{R}) \psi_{el}^{(f)*}(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) \hat{V}_{int} \psi_{el}^{(i)}(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) \Psi_{mes}^{(i)}(\vec{r}, \vec{R}) \right|^2$$

$$\psi^{(i)}(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \phi^{(i)}(\vec{\rho}_1) \phi^{(i)}(\vec{\rho}_2)$$

$$\psi^{(f)}(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \frac{1}{2} [\phi^{(i)}(\vec{\rho}_1) \phi^{(f)}(\vec{\rho}_2) + \phi^{(i)}(\vec{\rho}_2) \phi^{(f)}(\vec{\rho}_1)]$$

$$\phi^{(i)}(\vec{\rho}) = \left[\frac{Z_{eff}^3}{2\pi(1+\Delta)} \right]^{\frac{1}{2}} (e^{-Z_{eff}\rho} + e^{-Z_{eff}|\vec{\rho}-\vec{R}_p|})$$

$$\phi^{(f)}(\vec{\rho}) = \sum_l i^l (2l+1) e^{-i\sigma_l} \frac{1}{q} R_{ql}(\rho) P_l(\cos \Theta)$$

$$V_{\text{int}} = \sum_{j=a,b,\mu} z_j \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{R_{1j}^e} + \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{R_{2j}^e} \right]; \quad R_{ij}^e = \left| \mathbf{R}_i^e - \mathbf{R}_j^e \right|; \quad z_a = z_b = 1, z_m = -1.$$

$$V_{\text{int}}^{(0)} = \frac{4\pi}{3} Q \delta(\rho), \quad V_{\text{int}}^{(1)} = -2 \frac{\vec{d} \vec{\rho}}{\rho^3},$$

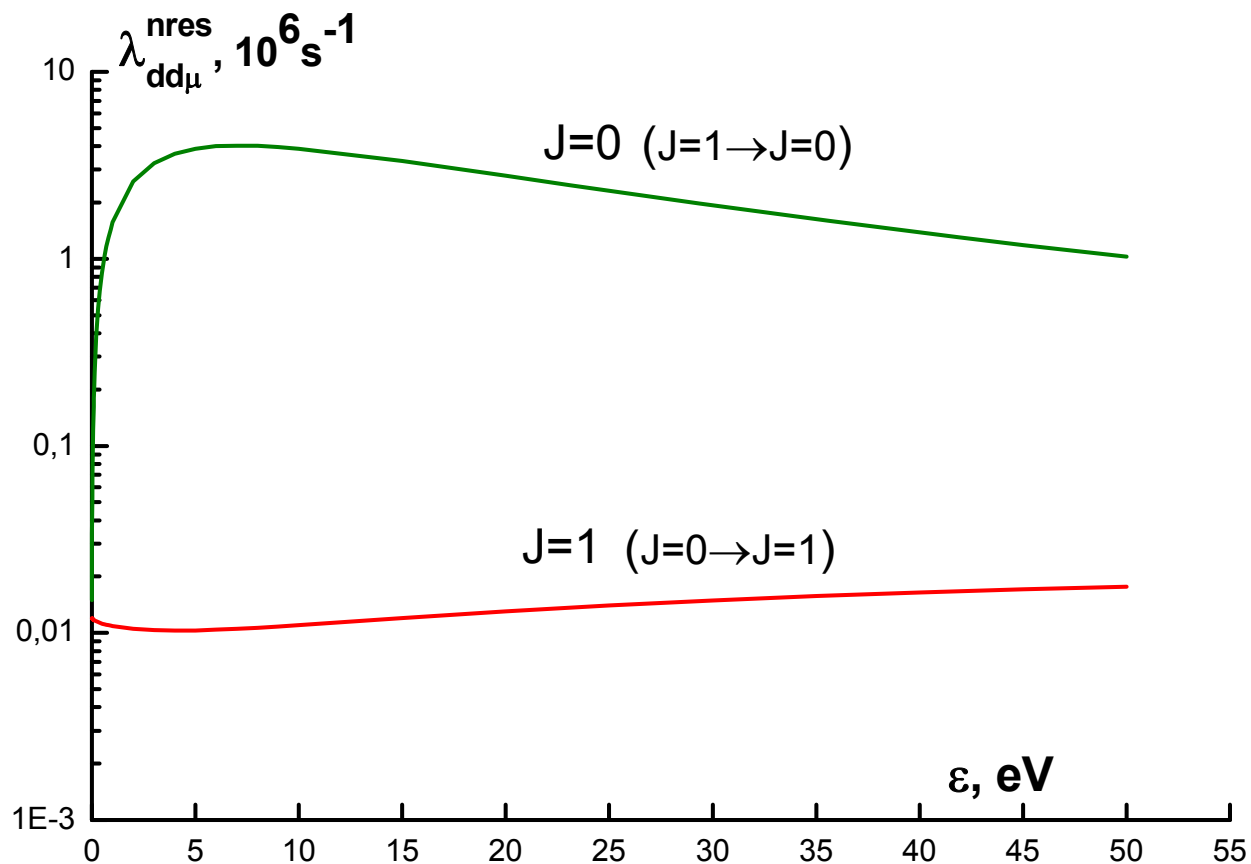
$$Q = \sum_{j=a,b,\mu} z_j R_j^2, \quad \vec{d} = \sum_{j=a,b,\mu} z_j \vec{R}_j$$

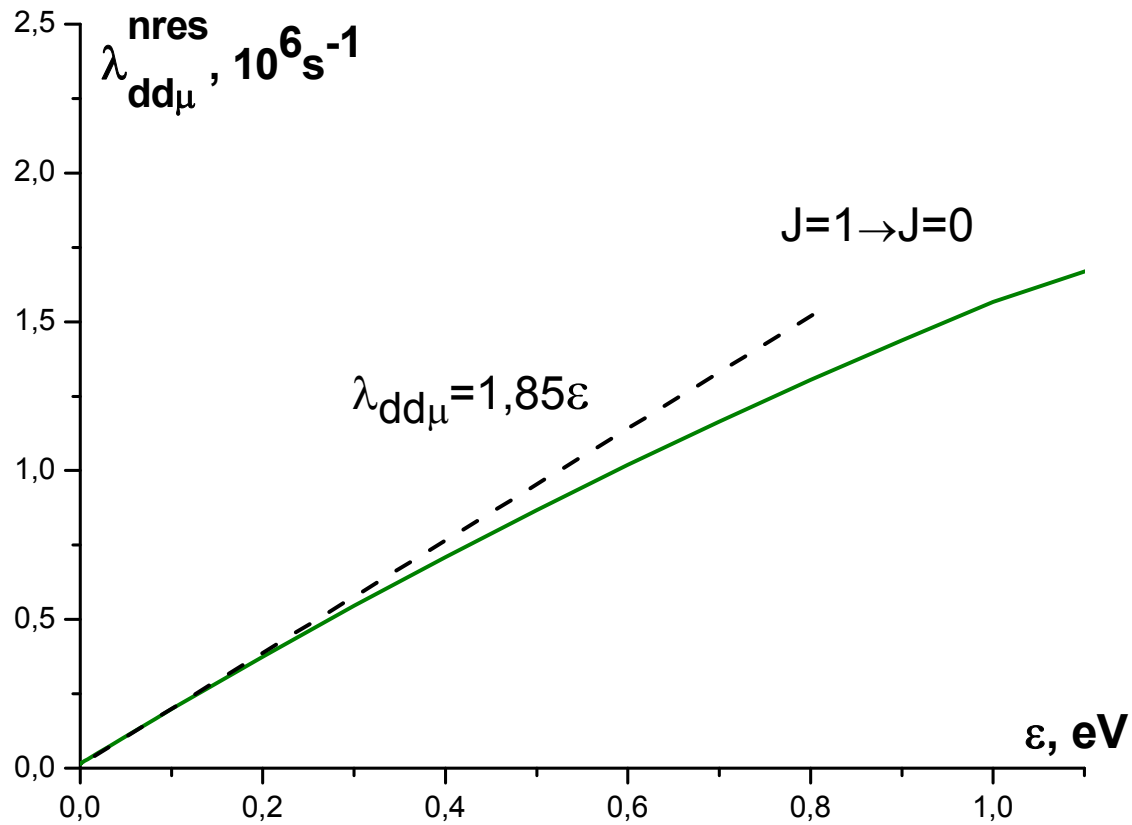
Скорости нерезонансного образования

$$\lambda(E0) = \frac{8\pi}{9} \beta q N_0 I_0^2(q) \left| \langle Q \rangle \right|^2 - \text{в монопольном приближении};$$

$$\lambda(E1) = \frac{4}{3\pi} \beta q N_0 I_1^2(q) \left| \langle \vec{d} \rangle \right|^2 - \text{в дипольном приближении}.$$

Скорости нерезонансного образования мезомолекул $dd\mu$

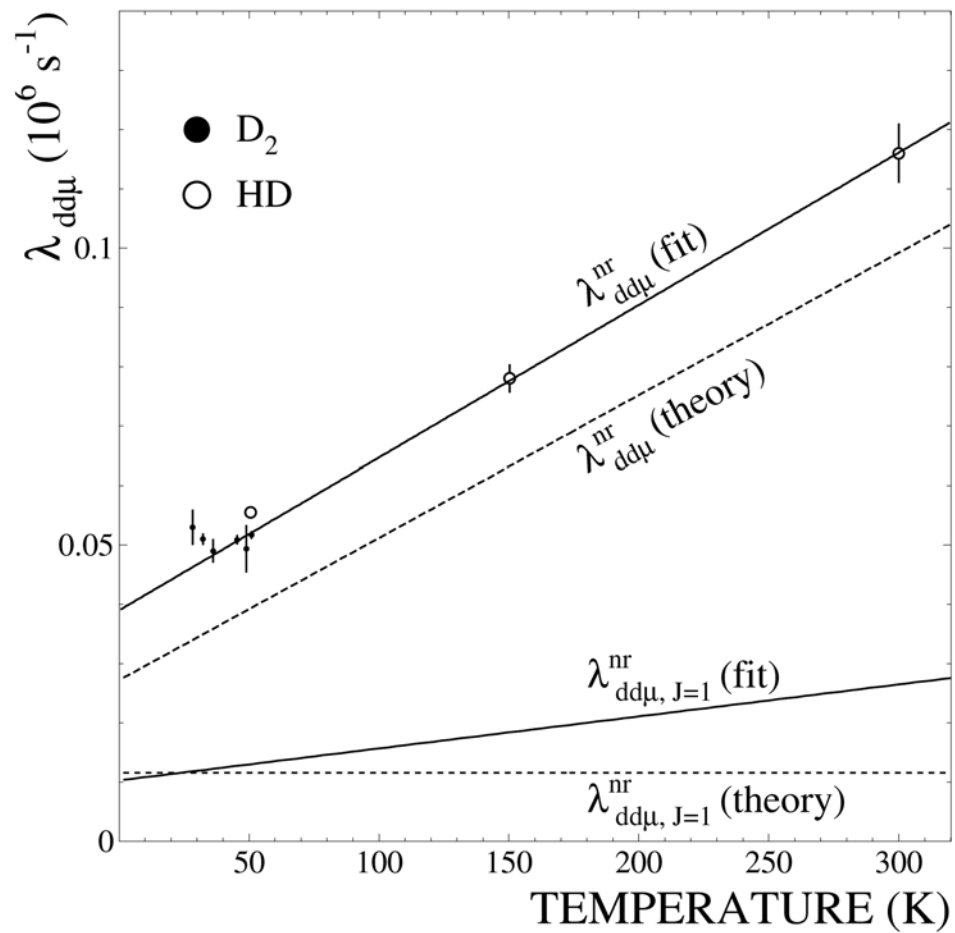




При $\epsilon \leq 0.2$ эВ:

$$\lambda_{J=0}^{\text{res}} = 1.85 \cdot \epsilon(\text{эВ}) \cdot 10^6 \text{ c}^{-1} \approx [2.4 \cdot 10^{-4} \text{ T(K)} + 0.015] \cdot 10^6 \text{ c}^{-1};$$

$$\lambda_{J=1}^{\text{res}} \approx 0.012 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}.$$



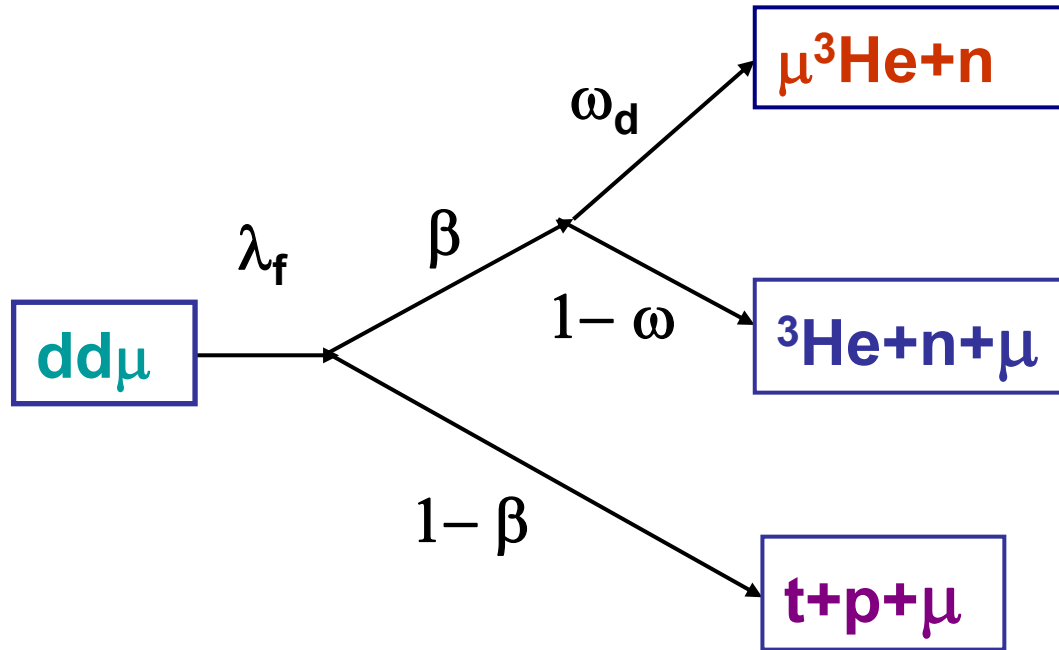
$$\lambda_{dd\mu}^{\text{nres}}(T) = \lambda_{J=0}^{\text{nres}}(T) + \lambda_{J=1}^{\text{nres}}(T);$$

$$\lambda_{dd\mu}^{\text{nres}}(T) = [2.57(17) \cdot 10^{-4} T + 0.039(1)] \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} - \text{эксперимент PSI-ПИЯФ-ИМЕР-LBNL-TUM}$$

(D.V.Balin et al., препринт PNPI - 2729, Gatchina, 2007);

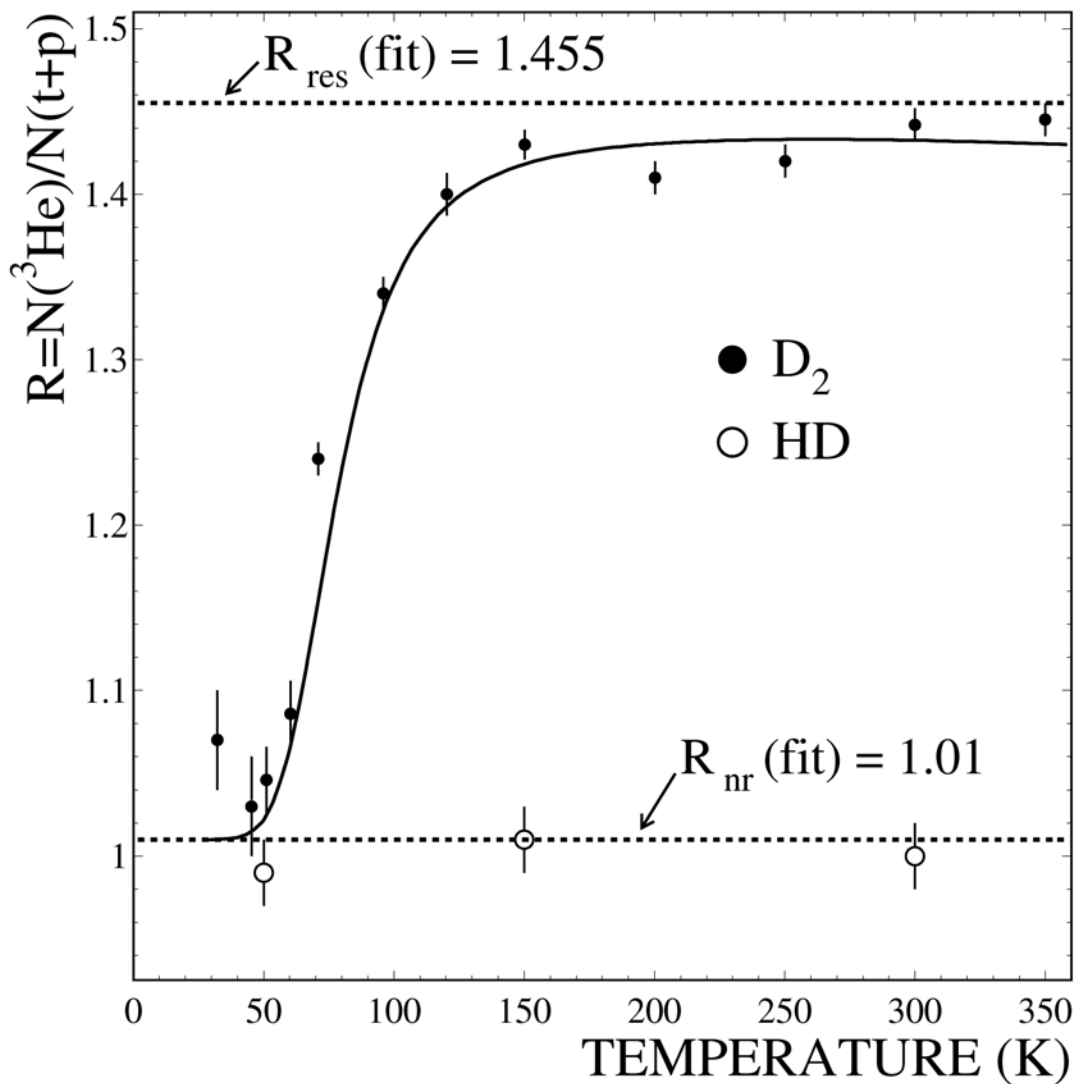
$$\lambda_{dd\mu}^{\text{nres}}(T) = [2.4 \cdot 10^{-4} T + 0.027] \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} - \text{теория (М. Р. Faifman, MCF 4, 341, 1989)}$$

Отношение вероятностей каналов зеркальных реакций



$$R = \frac{Y(dd \rightarrow ^3\text{He} + n)}{Y(dd \rightarrow t + p)} = \frac{\beta_{J=0}\lambda_{\text{nr}}^{(J=0)} + \beta_{J=1}\lambda_{\text{res}}^{(J=1)}}{(1 - \beta_{J=0})\lambda_{\text{nr}}^{(J=0)} + (1 - \beta_{J=1})\lambda_{\text{res}}^{(J=1)}}$$

Отношение выходов каналов dd-синтеза в ddμ-молекуле



$$R = \frac{Y(dd \rightarrow n + {}^3\text{He})}{Y(dd \rightarrow p + t)}$$

Эксперимент

$$R_{\text{res}} \equiv R_{J=1} = 1.455(11)$$

$$R_{\text{nr}} \equiv R_{J=0} = 1.01(1)$$

Теория (G.M.Hale, 1990)

$$R_{L=1} = 1.43$$

$$R_{L=0} = 0.886$$

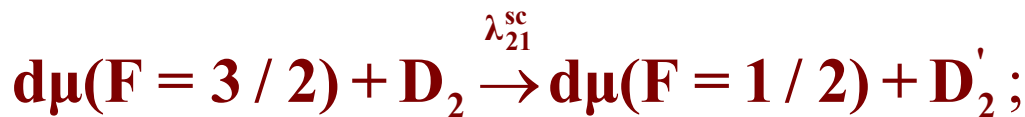
Эффективные скорости $\tilde{\lambda}_F$ образования $\text{dd}\mu$ и $\tilde{\lambda}_{FF'}$,
 переходов между состояниями сверхтонкой структуры $\text{d}\mu$

$$\tilde{\lambda}_F = \lambda_{\text{dd}\mu}^{(\text{nr})} + \sum_S \lambda_{FS} \frac{\tilde{\lambda}_f}{\tilde{\lambda}_f + \Gamma_S},$$

$$\lambda_{FS} = \sum_{K_i, K_f} \omega_i(K_i) \lambda_{K_i K_f}^{FS};$$

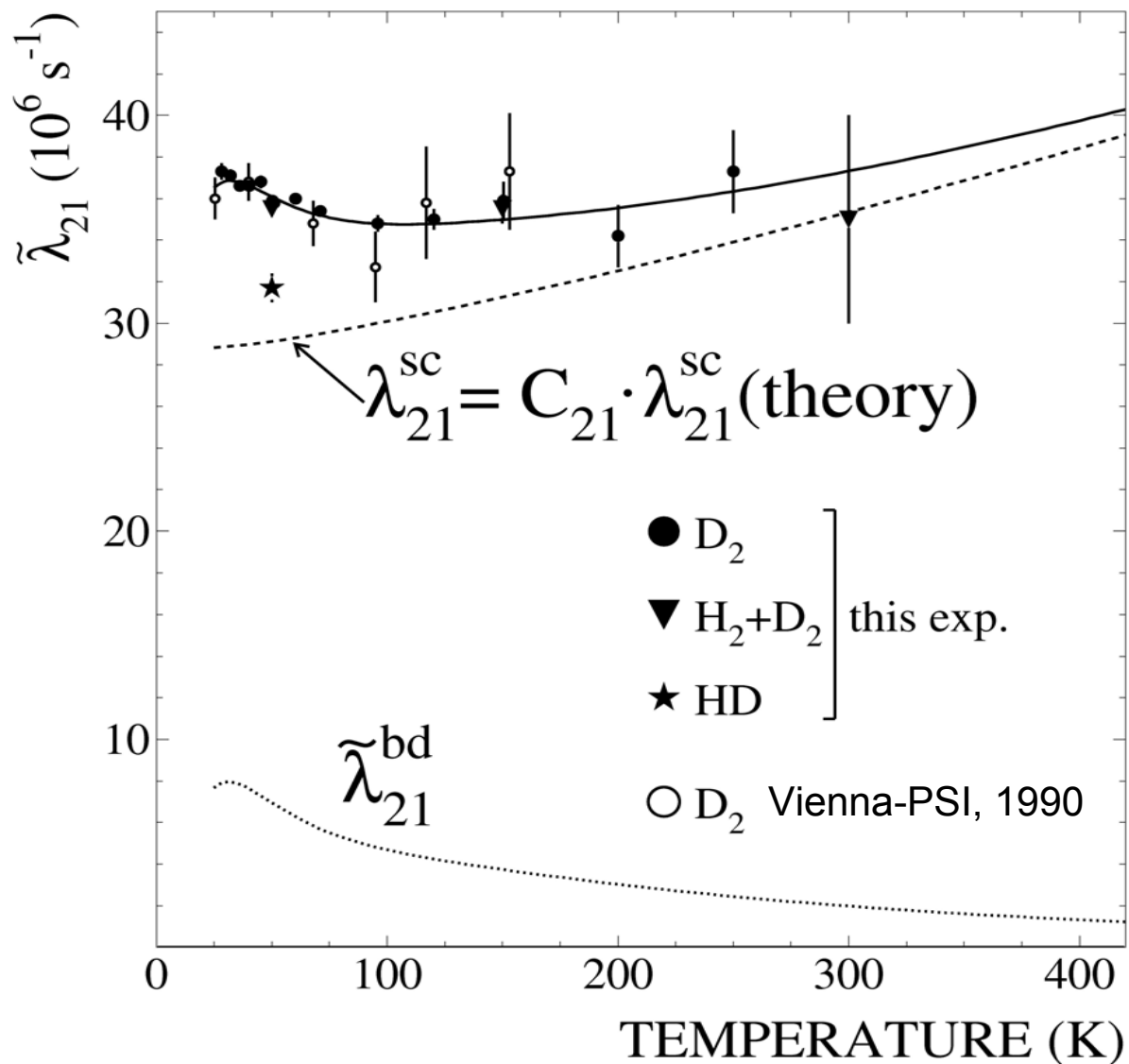
$$\Gamma_{SF} = \sum_{K_i, K_f} \omega_f(K_f) \Gamma_{K_f K_i}^{SF}, \quad \Gamma_S = \sum_F \Gamma_{SF}.$$

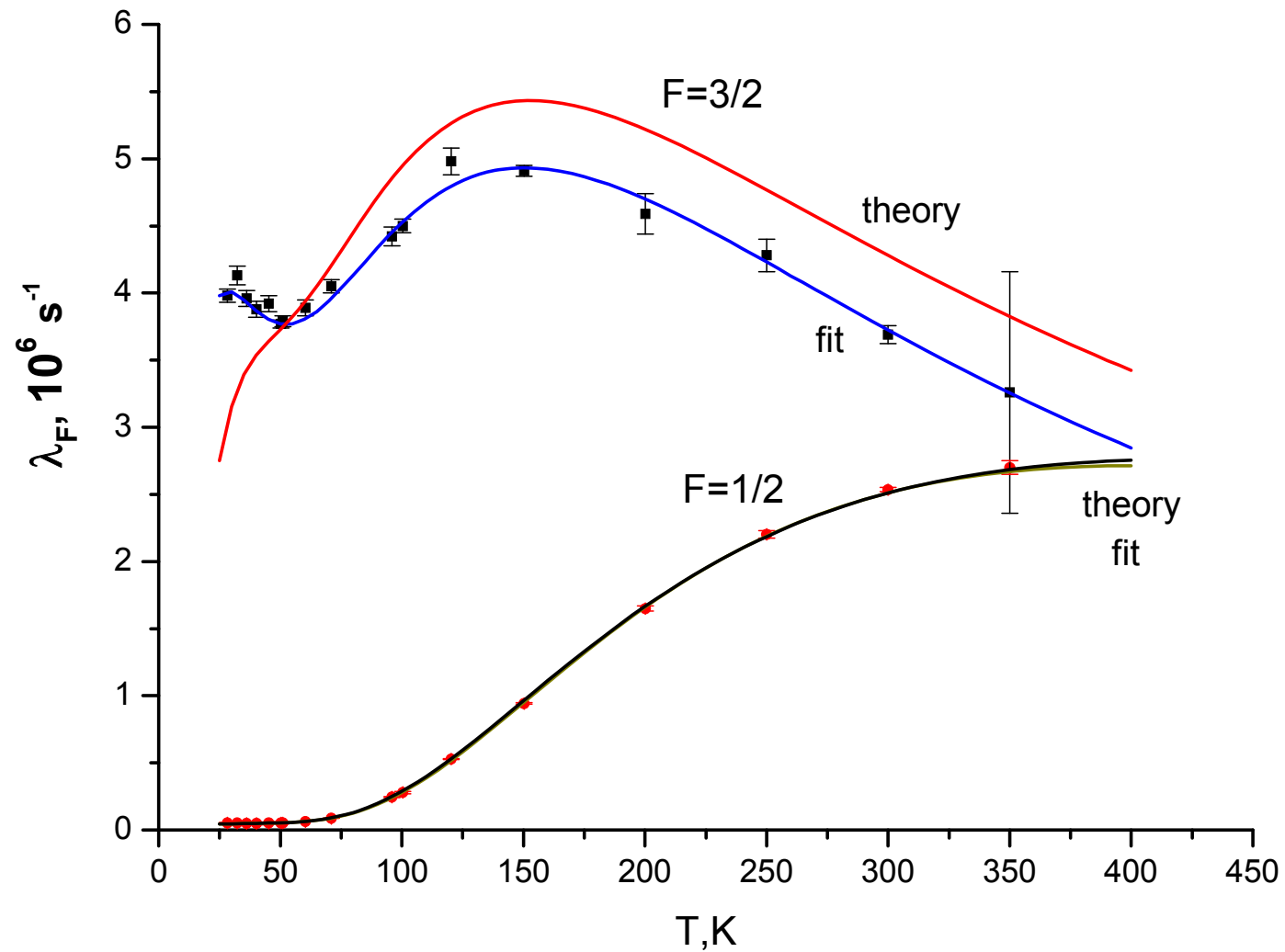
$$\tilde{\lambda}_{FF'} = \lambda_{FF'}^{(\text{sc})} + \sum_S \lambda_{FS} \frac{\Gamma_S}{\tilde{\lambda}_f + \Gamma_S}$$



Параметр	Определение	Теория	Эксперимент
ε_{11} (мэВ)	энергия $\varepsilon_{J=v=1}$	-1.9646	-1.9651(7)
$\tilde{\lambda}_f$ (с ⁻¹)	$\tilde{\lambda}_f = \lambda_f + \lambda_{1 \rightarrow 0}$	460	381(15)
C_m	$ V_{fi} \rightarrow C_m V_{fi} $	1	0.83(2)
C_{21}	$\lambda_{21}^{(sc)} \rightarrow C_{21} \lambda_{21}^{(sc)}$	1	0.59(1)
C_F	$\Delta \varepsilon_{d\mu}^F \rightarrow C_F \Delta \varepsilon_{d\mu}^F$	1	1.018(3)
C_S	$\Delta \varepsilon_{dd\mu}^S \rightarrow C_S \Delta \varepsilon_{dd\mu}^S$	1	0.990(11)
C_{K_f}	$\varepsilon(K_f) \rightarrow C_{K_f} \varepsilon(K_f)$	1	0.73(2)

Измеренные и вычисленные скорости спин-флипа dμ-атома





Вычисленные и измеренные скорости образования $dd\mu$ -молекул.

Релятивистские и другие поправки $\Delta\varepsilon_{11}$ к нерелятивистскому значению энергии ε_{11} мезомолекулы $dd\mu$

Поправки (мэВ)	$\Delta\varepsilon_{11}$ (мэВ)	Авторы	Точность
Поляризация вакуума	+8.62	D. Bakalov, V.I. Korobov, 2001.	~ 0.1 мэВ
Электромагнитная структура ядер	-1.67		
Релятивистский сдвиг	+1.65		
Поляризуемость ядер	-0.1		
Поправка на конечные размеры мезомолекулы $dd\mu$	+1.85	M.R. Harston et al., 1997.	~ 0.4 мэВ
Суммарный сдвиг уровня энергии	+10.35		
Нерелятивистская энергия ε_{11} молекулы $dd\mu$ в состоянии $J=v=1$	-1974.9851	V.I. Korobov, 2004.	~10 ⁻⁴ мэВ
Суммарная энергия состояния ε_{11}	-1964.6	теория	
Энергия состояния ε_{11}	-1965.1(7)	фит	

Выводы

1. Сравнение вычисленных и измеренных скоростей $\lambda_{dd\mu}$ подтвердило надежность развитой модели резонансного образования мезомолекул.
2. При помощи фита извлечены с высокой точностью важные физические характеристики мезоатома $d\mu$ и мезомолекулы $dd\mu$:
 - энергия слабосвязанного состояния ε_{11} ;
 - эффективная скорость dd -синтеза в этом состоянии;
 - энергии сверхтонкого расщепления $d\mu$ и $dd\mu$;
3. Необходимо усовершенствовать теоретические методы расчета:
 - матричных элементов переходов в реакциях резонансного образования мезомолекул;
 - скоростей переходов между уровнями сверхтонкой структуры $d\mu$;
 - поправки к энергии ε_{11} на конечные размеры $dd\mu$ -молекулы;
 - распределения по вращательным энергиям образующихся молекулярных комплексов $[(dd\mu)dee]$;

Таким образом, данные экспериментов по мюоному катализу предоставляют уникальные возможности для определения различных физических характеристик атомно-молекулярных и ядерных систем нескольких частиц.

(Обработка данных эксперимента $dd \rightarrow \gamma$, ЛЯП ОИЯИ, 2009)