

КХД факторизация и партонные распределения

Зимняя Школа DIAS-Th,
4-5 февраля 2012 г.

О.В. Теряев
ОИЯИ, Дубна



Почему это важно?

- Все фундаментальные взаимодействия (известные и – пока? - нет) описываются на языке кварков и глюонов
- Наблюдаются только адроны – НЕОБЫЧНЫЕ связанные состояния - конфайнмент - фундаментальная математическая проблема (“Millenium problems” – 1 M\$ - http://www.claymath.org/millennium/Yang-Mills_Theory/)



Почему это важно? - II

- Взаимодействие с адронами – существенный элемент поиска любой новой физики
- Адроны – протоны - легче ускорить и они сильно взаимодействуют - позволяют получить высокую статистическую обеспеченность
- Непертурбативная КХД – ответственна почти за ВСЮ ВИДИМУЮ массу Вселенной



Какая польза от асимптотической свободы, если есть конфайнмент?

- Эффективная константа мала, если велики импульсы (малы расстояния)
- Но адроны на массовой поверхности – малые квадраты импульсов
- Можно ли отделить большие расстояния от малых и разглядеть кварки в адронах?

Асимптотики амплитуд (А.В. Ефремов,...)

- Инструмент –

$$\frac{1}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} = i \int_0^\infty d\alpha e^{\alpha(i(k^2 - m^2) - \varepsilon)}$$

- Импульсный интеграл – красивая топологическая интерпретация (БШ – 29.5)
- 2хвостка = фотонный пропагатор - основа для жесткого процесса – электрон-позитронной аннигиляции в адроны (лекции А.В. Нестеренко)

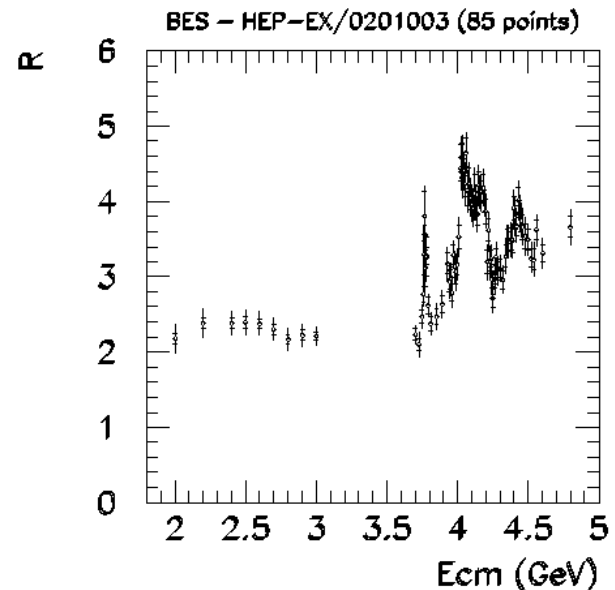
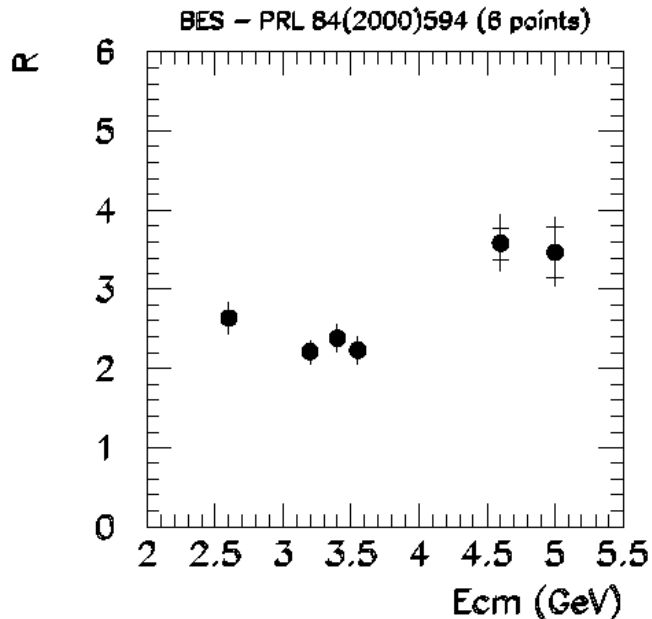
Электрон-позитронная аннигиляция в адроны

- Сохранение вероятности: Все кварки -> все адроны -(глобальная) кварк-адронная дуальность
- Кварки -> струи – локальная (по углу)
- Резонансы – по массе
- /сечение аннигиляции электрон-позитронной пары в мюон-антимюонную

$$R = N_c \sum_q e^2_q$$

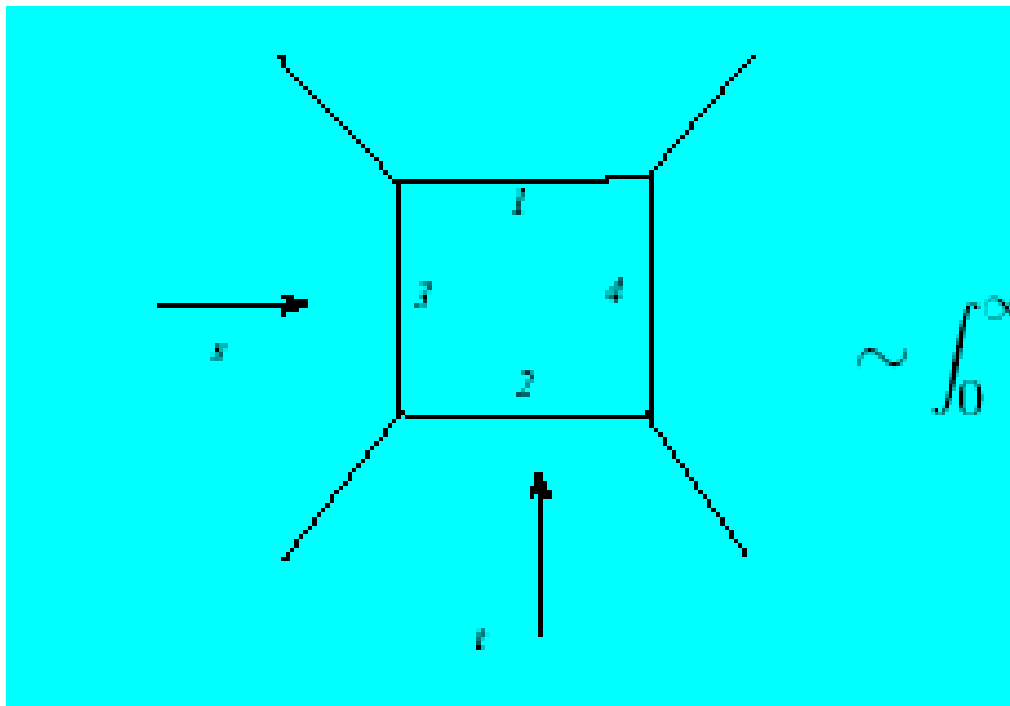
R-отношение

- Зависит от энергии: с-кварк: $2 \rightarrow 10/3$
- А экспериментально? – 3 цвета и дробные заряды вполне видны (но...)



Асимптотики амплитуд -II

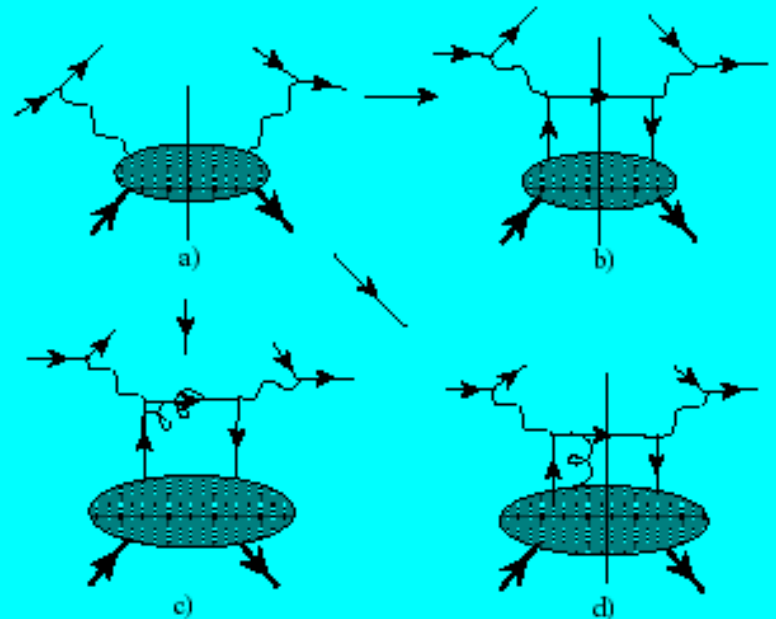
- 2-х \rightarrow 4 -х хвостка



$$\sim \int_0^\infty \frac{\prod d\alpha}{(\sum \alpha)^2} e^{i(s\alpha_1\alpha_2 + t\alpha_3\alpha_4) / \sum \alpha}$$

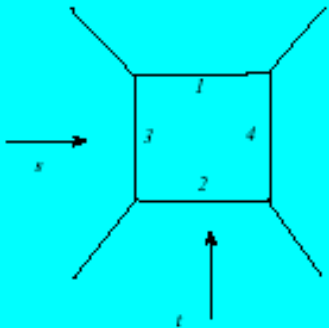
Глубоко неупругое рассеяние $e p \rightarrow e' X$

- Виртуальный фотон (W, Z) – зонд (квантовомеханическое измерение!) адронной структуры



Асимптотики амплитуд -III

- Большие кинематические переменные – малые параметры



$$\sim \int_0^\infty \frac{\prod d\alpha}{(\sum \alpha)^2} e^{i(s\alpha_1\alpha_2 + q^2\alpha_1(\alpha_3 + \alpha_4)) / \sum \alpha}$$

Large variables $Q^2 = -q^2, s = (p + q)^2 - \alpha_1 \rightarrow 0$ - HANDBAG subprocess.

- Электротехническая аналогия – большой ток -> короткое замыкание



Амплитуда ГНР в координатном представлении - факторизация

- Адронные матричные элементы кварковых полей!

$$W \sim \int d^4z \langle P | \varphi(0) \varphi(z) | P \rangle H(z)$$

- Ряд Тейлора

$$\langle P | \varphi(0) \varphi(z) | P \rangle = \sum \frac{1}{n!} z^{\nu_1} \dots z^{\nu_n} \langle P | \varphi(0) \partial^{\nu_1} \dots \partial^{\nu_n} \varphi(0) | P \rangle$$



Факторизация - II

- Лоренц-инвариантность

$$\langle P | \varphi(0) \partial^{\nu_1} \dots \partial^{\nu_n} \varphi(0) | P \rangle = i^n a_n P^{\nu_1} \dots P^{\nu_n}$$

$$W \sim \int d^4 z H(z) \sum \frac{1}{n!} a_n (iPz)^n$$

- Моменты

$$a_n = \int_0^1 dx f(x) x^n$$

- Вот и партонная модель

$$W \sim \int_0^1 dx f(x) \int d^4 z H(z) \sum \frac{1}{n!} (ixPz)^n = \int_0^1 dx f(x) H(xP)$$

Спинорные свободные кварки

- Свободные кварки – матрица плотности (ЛЛ-IV,

$$\rho = \frac{1}{2}(\hat{p} + m)(1 + \hat{s}\gamma_5)$$

- Высокие энергии

$$S \rightarrow \xi p/m$$

$$\rho \rightarrow \frac{1}{2}\hat{p}(1 + \xi\gamma_5)$$



Кварки и глюоны в адроне

- Продольно поляризованный адрон

$$\langle P, \xi | \psi_\alpha(0) \hat{E}(0, z) \bar{\psi}_\beta(z) | P, \xi \rangle = \int dx e^{i(Pz)x} [q(x) \hat{P} + \Delta q \hat{P} \gamma_5 \xi] + O(M)$$

- $E(0, z)$ – Wilson path-ordered exponential

Physical light-cone gauge $n^2 = (An) = 0$. g_\perp -in the plane transverse to P, n . Density matrix of circular polarized gluon.

- ГЛЮОНЫ

$$\langle P, \xi | A^\mu(0) \tilde{E}(0, z) A^\nu(z) | P, \xi \rangle = \int dx e^{i(Pz)x} [G(x) g_\perp^{\mu\nu} + i \Delta G(x) \xi \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} P_\rho n_\sigma]$$

Правила сумм – сохраняющиеся операторы

- Векторный ток

$$\int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] = 2$$

- Валентные кварки

$$\int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] = 1$$

$$\int_0^1 dx [s(x) - \bar{s}(x)] = 0$$

- Тензор энергии импульса – первое экспериментальное указание на глюоны

$$\int_0^1 dx x (\sum [q(x) + \bar{q}(x)] + G(x)) = 1$$



Спиновые правила сумм

What about spin-dependent distributions? $\int dx$ -axial current. Some matrix elements are known from β -decay. $\langle p | J_5^\mu | n \rangle$ -due to isospin invariance $\rightarrow \langle p | J_5^\mu | p \rangle - \langle n | J_5^\mu | n \rangle$ - Bjorken sum rule.

$$\int_0^1 dx (\Delta u(x) + \Delta \bar{u}(x) - \Delta d(x) - \Delta \bar{d}(x)) = \frac{1}{6} g_A \quad (8)$$

Total angular momentum conservation

$$\int_0^1 dx (\sum (\Delta q(x) + \Delta \bar{q}(x)) + \Delta G(x) + L_q(x) + L_G(x)) = \frac{1}{2}$$

Another conserved operator - quark-gluon current (due to axial anomaly)

$$\int_0^1 dx (\sum (\Delta q(x) + \Delta \bar{q}(x)) + N_f \frac{\alpha_S}{2\pi} \Delta G(x)) = const$$

Two faces of nucleon spin structure

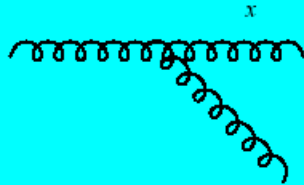
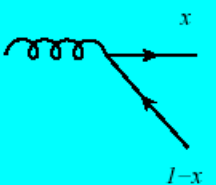
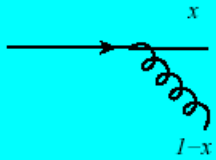
Поправки?

- Опасные – факторизация – эволюция ДГЛАП

$$d\sigma \sim \left(1 + \frac{\alpha_S}{2\pi} P(x) \log(Q^2/m^2)\right) f(x) \rightarrow$$

$$\left(1 + \frac{\alpha_S}{2\pi} P(x) \log(Q^2/\mu^2)\right) \left(1 + \frac{\alpha_S}{2\pi} P(x) \log(\mu^2/m^2)\right) f(x) =$$

$$\left(1 + \frac{\alpha_S}{2\pi} P(x) \log(Q^2/\mu^2)\right) f(x, \mu^2) = f(x, Q^2)$$



1-x

$$\frac{dq(x)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\int_x^1 dy \frac{q(y)}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) - q(x) \int_0^1 P(z) dz \right]$$

Похоже на уравнение типа Больцмана

- Замена переменных

$$\frac{dq(x)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\int_x^1 dy \frac{q(y)}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) - \int_0^x dy \frac{q(x)}{x} P\left(\frac{y}{x}\right) \right]$$

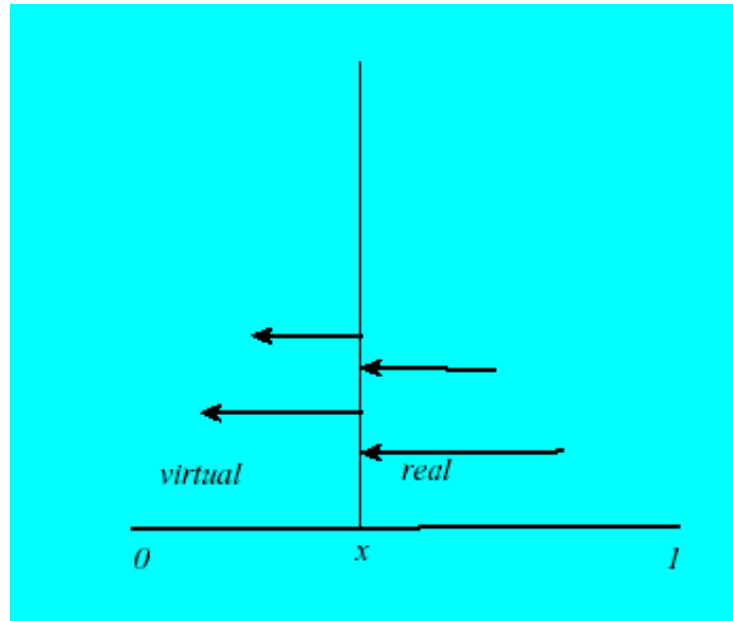
- Или

$$\frac{dq(x)}{dt} = \int_0^1 dy (w(y \rightarrow x)q(y) - w(x \rightarrow y)q(x))$$

$$w(y \rightarrow x) = \frac{\alpha_s}{2\pi} P\left(\frac{x}{y}\right) \frac{\theta(y > x)}{y}$$

Направленная эволюция

- От больших к малым x



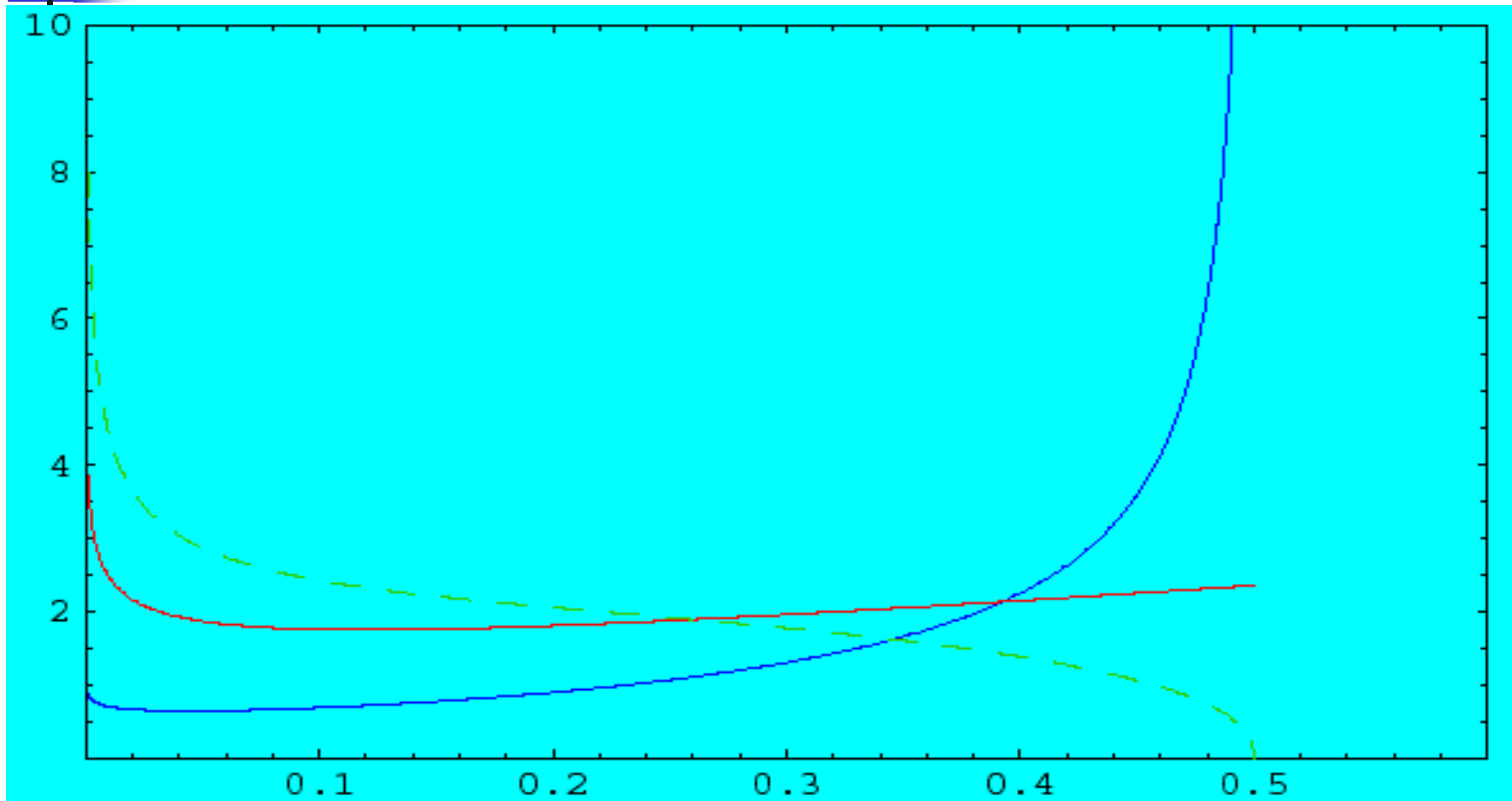


Сохранение тока

- Первые моменты (несинглетных, валентных) кварковых распределений – не меняются

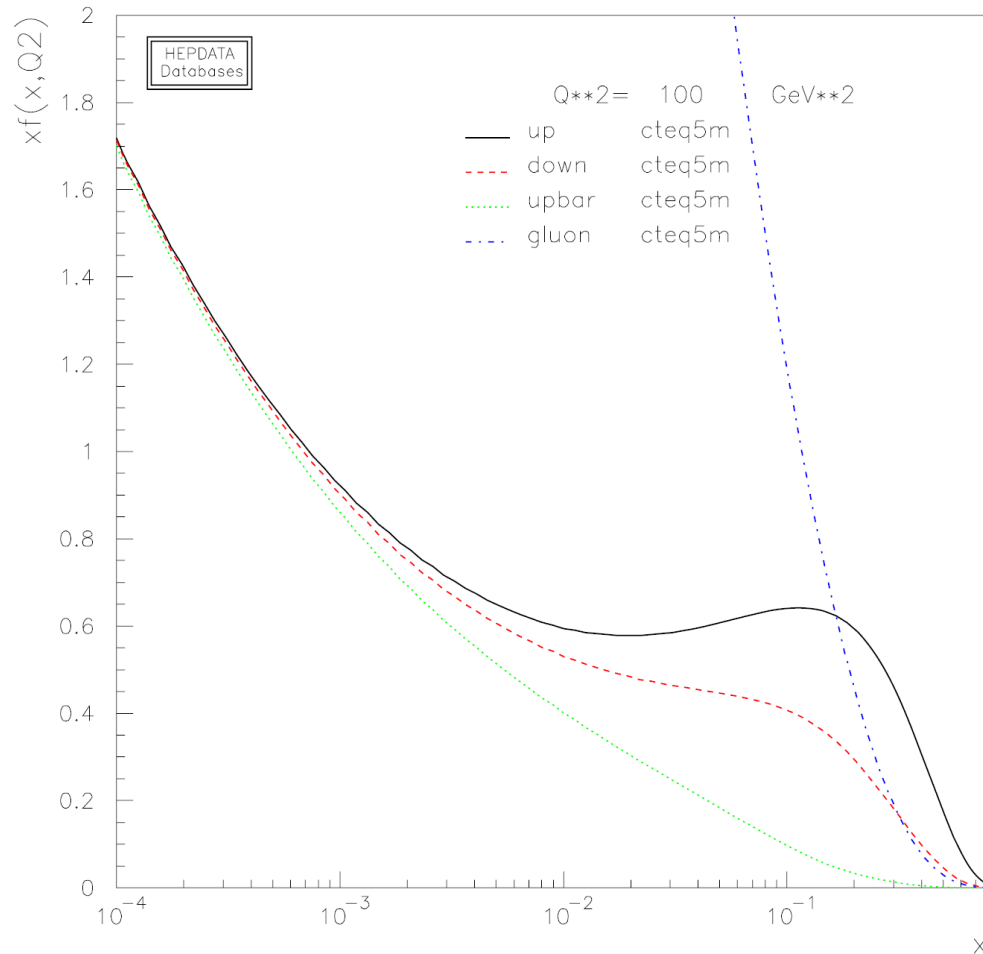
$$\int_0^1 dx \frac{dq(x)}{dt} = \int_0^1 dx dy (w(y \rightarrow x)q(y) - w(x \rightarrow y)q(x)) = 0.$$

Перекачка из больших в малые x



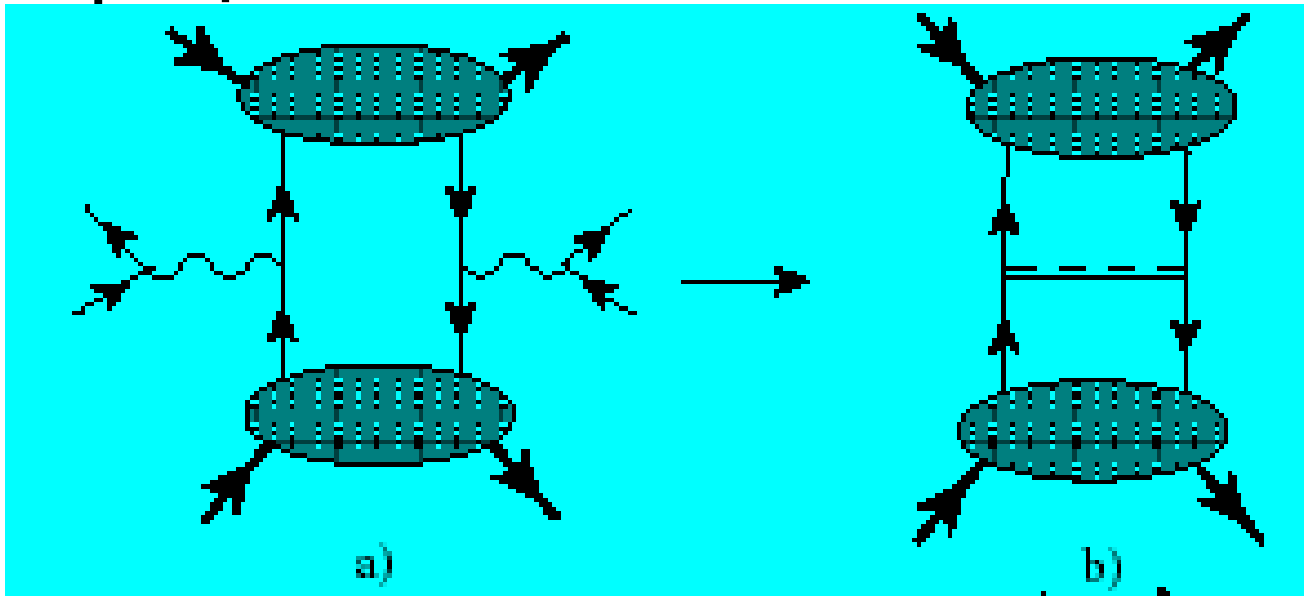
Примеры партонных распределений

<http://durpdg.dur.ac.uk/HEPDATA/PDF>



Процесс Дрелла-Яна (Матвеева, Мурадяна, Тавхелидзе)

- Виртуальный фотонный пробник в адронных соударениях - Где жесткий процесс??





Процесс Дрелла-Яна

- Усреднение по поперечному импульсу

$$\begin{aligned}\bar{W}^{\mu\nu}(M^2, X_F) &= \int d^4q \delta(q^2 - M^2) \delta\left(\frac{2q \cdot (p_1 - p_2)}{s} - x_F\right) W^{\mu\nu}(p_1, p_2, q) \\ &= Disc_s \int \frac{d^4q}{2\pi(q^2 - M^2)} W^{\mu\nu}(p_1, p_2, q) \delta\left(\frac{2q \cdot (p_2 - p_1)}{s} - x_F\right)\end{aligned}$$

- Обмен другими бозонами (гравитоном) - поляризация



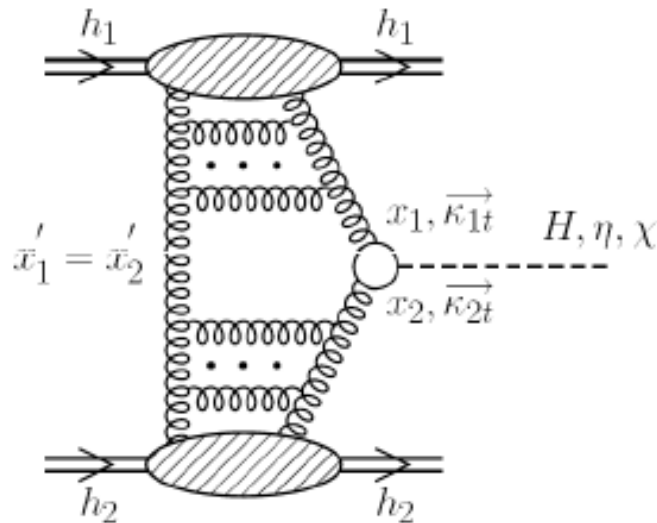
Образование Хиггса – аналогично- глюоны вместо кварков

- Хиггс - хорошо связан с глюонами через t -кварковую петлю
- Характерные доли импульсов –
- $M/2E - 14 \text{ TeV}/100+ \text{ GeV}$ – малы

- При малых x глюоны доминируют
- Учет поперечного импульса – другое описание – Непринтегрированные Глюонные Распределения - БФКЛ

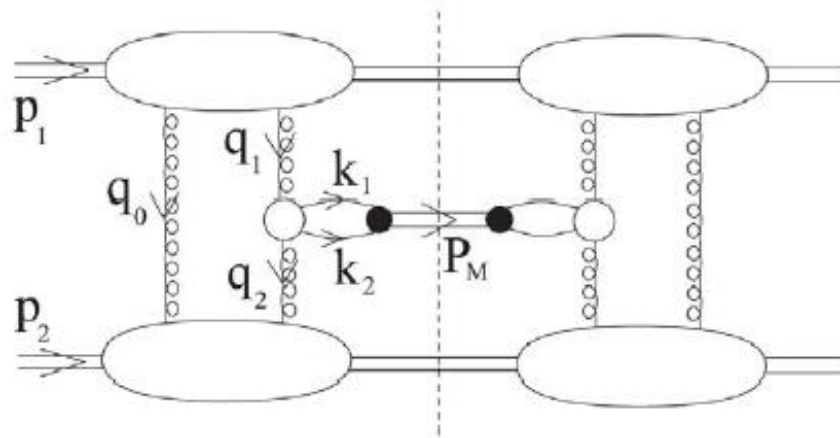
Как отличить Хиггс?

- Редкий эксклюзивный процесс – амплитуда! – несимметричные НГР



Мезоны до Хиггса

- Сечение



- Проверка на сечениях тяжелых мезонов



BH a la heavy meson

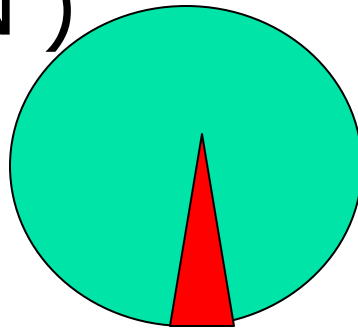
- Meson: Coupling to gluons related to decay width

$$A^2 = K \frac{64\pi\Gamma(\chi_{c0} \rightarrow gg)}{(N_c^2 - 1)M^3}, \quad \text{NLO} \rightarrow K = 1.5$$

- Up to normalization – also for BH
- What is BH decay width to 2 gluons ->
- 2 jets (q-h duality)?!

What is the overlap of thermalized and 2jets events?

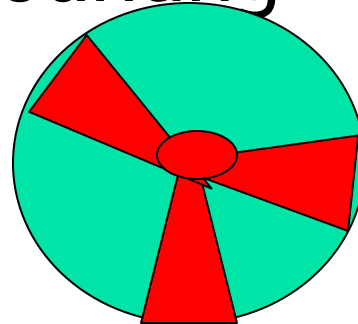
- Probabilistic reasoning : $|\langle 2j|T\rangle|^2 \sim \beta \sim \exp(-N)$



β - Exponential suppression of BH production (cf M.B. Voloshine – from semiclassical arguments)

Other mechanisms

- Extra gluons – higher twists
 $\langle p | GG..G | p \rangle$ - power suppression – but not exponential – multijet decays
- Small x – no twist counting -
Colour
Glass
Condensate
- Heavy Ions collisions





Образование струй в адронных соударениях

- Отличие от DY – подпроцесс $2 \rightarrow 2$
- Много диаграмм!
- Нужны для поисков новой физики



Итак...

- КХД с факторизацией без теории конфайнмента – как зоология после Кювье, но до Дарвина

- Зоопарк обширен – необходим для новой физики

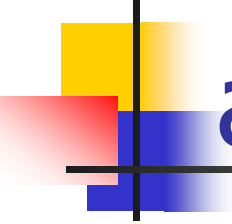


От старых к новым

- Новые партонные распределения
- Малые x - непроинтегрированные
- Эксклюзивные жесткие процессы – обобщенные
- Поляризационные эффекты - спиновые
- Одиночные спиновые асимметрии – эффективные

Polarization data has often been the graveyard for fashionable theories. If theorists had their way they might well ban such measurements altogether out of self-protection.

J.D. Bjorken, 1987



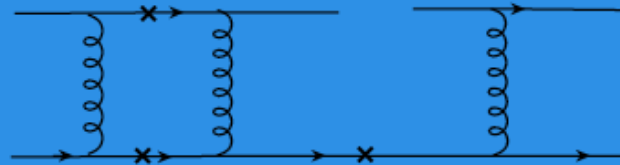
Одиночные спиновые асимметрии (ОСА)

- Необходимое условие (в Т-инвариантной теории) – интерференция амплитуд с фазовым сдвигом между ними
- КХД факторизация – фазы из жесткой и мягкой частей амплитуды а также из перекрытия этих частей
- (Обобщенная) оптическая теорема – фазы связаны со скачками по положительным кинематическим переменным (инвариантным массам)
- Жесткая часть : Теория возмущений (a la QED: Barut, Fronsdal (1960), недавно обнаружена в JLAB): Kane, Pumplin, Repko (78), А.В. Ефремов (78)

Пертурбативные фазы в КХД

QCD factorization: where to borrow imaginary parts?

Simplest way: from short distances - loops in partonic subprocess. Quarks elastic scattering (like $q - e$ scattering in DIS):



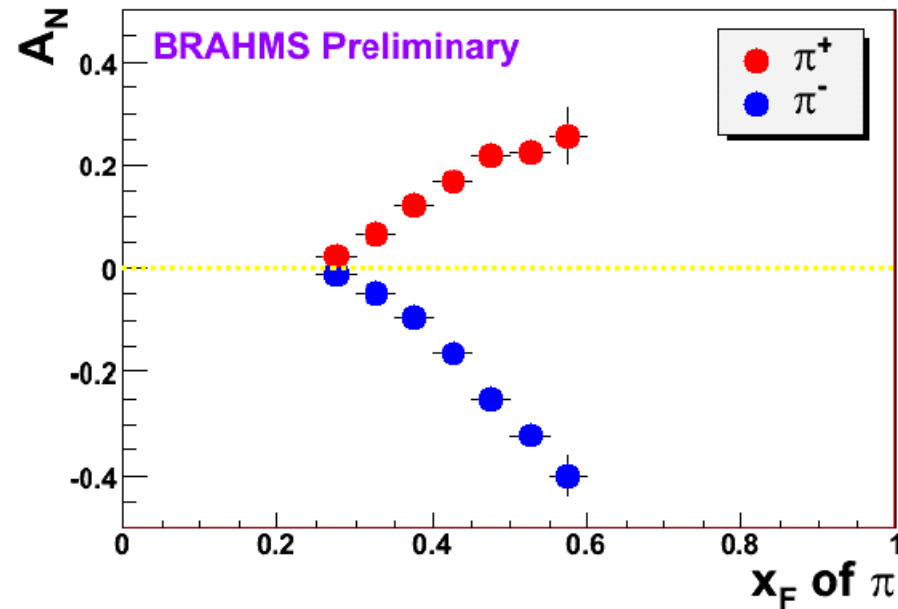
$$A \sim \frac{\alpha_S m_{PT}}{p_T^2 + m^2}$$

Large SSA "...contradict QCD or its applicability"

Экспериментально – большие одиночные асимметрии

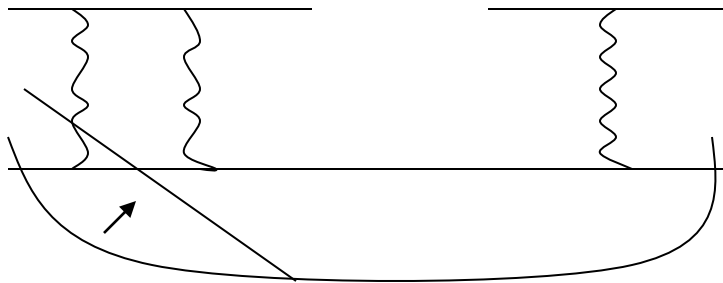
- RHIC (07)

$A_N(\pi)$ at 62 GeV



Корреляция жесткой и мягкой области – твист 3

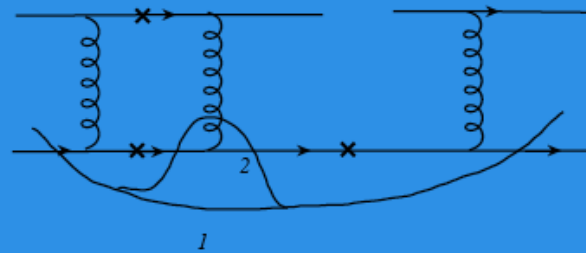
- Кварки – только из адронов
- Разные возможности для факторизации – сдвиг границы между жесткой и мягкой областями



- Новая возможность: Вместо of 1-петлевого - Борновский твист 3: А.В. Ефремов, ОТ (85, Фермионные полюса – мягкие кварки); Qiu , Sterman (91, глюонные полюса – мягкие глюоны)

Корреляторы

Escape: QCD factorization - possibility to shift the borderline between large and short distances



At short distances - Loop \rightarrow Born diagram

At Large distances - quark distribution \rightarrow quark-gluon correlator.

Physically - process proceeds in the external gluon field of the hadron.

Leads to the shift of α_S to non-perturbative domain AND

"Renormalization" of quark mass in the external field up to an order of hadron's one

$$\frac{\alpha_S m_{PT}}{p_T^2 + m^2} \rightarrow \frac{M b(x_1, x_2) p_T}{p_T^2 + M^2}$$

Further shift of phases completely to large distances - T-odd fragmentation functions. Leading twist transversity distribution - no hadron mass suppression.

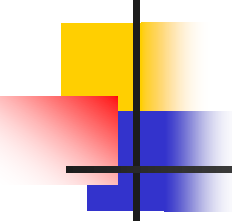
ОСА из функции распределения

- D. Sivers (90) - корреляция спина протона и поперечного импульса кварка

$$d\Delta\sigma \sim \int d^2k_T dx f_S(x, k_T) \text{Tr}[\gamma_\rho H(xP, k_T)] \epsilon^{\rho s P k_T}$$

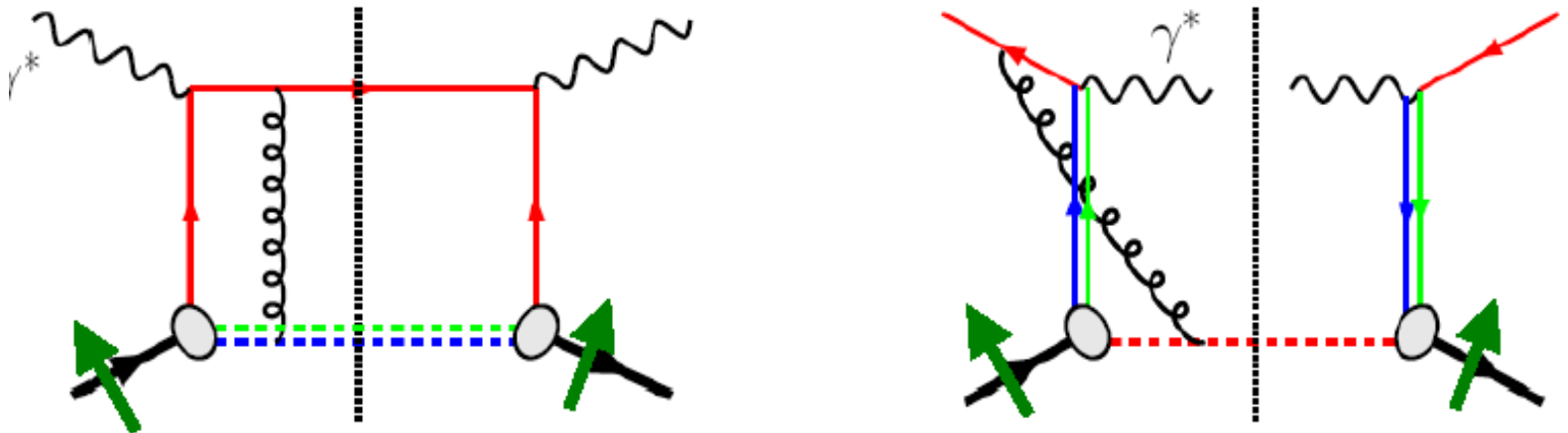
- Откуда фаза?! – нет скачка по массе протона (протон стабилен). Но! Вклад твиста 3 (фаза есть) можно записать в виде эффективной функции распределения (Boer, Mulders, OT, 97), оказывающейся функцией Сиверса (Boer, Mulders, Pijlman, 2001)

Что значит, что функция эффективная?



- Мягкие глюоны –
низкоэнергетическая теорема -
жесткий подпроцесс похож на твист 2
(Ratcliffe, OT, 2007) с точностью до
цветного фактора = цветного заряда
партонов

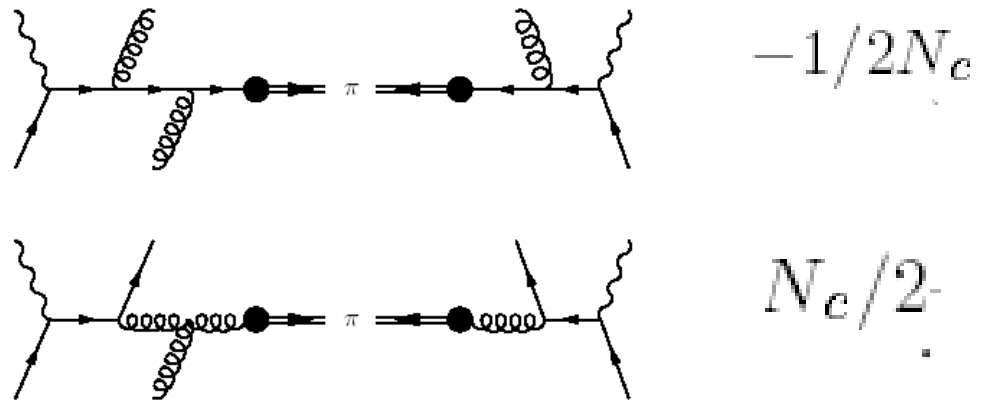
Простейшая форма эффективности – знак (Collins, 2002)



$$\text{Sivers}|_{\text{DIS}} = -\text{Sivers}|_{\text{DY}}$$

Процессы с большим R_T

- Цветные факторы – отличаются для фрагментации из кварков и глюонов



- Адронные процессы – разные факторы для разных диаграмм - нетривиальная калибровочная инвариантность

Функция Сиверса в Полуинклюзивном ГНР

Sivers asymmetry

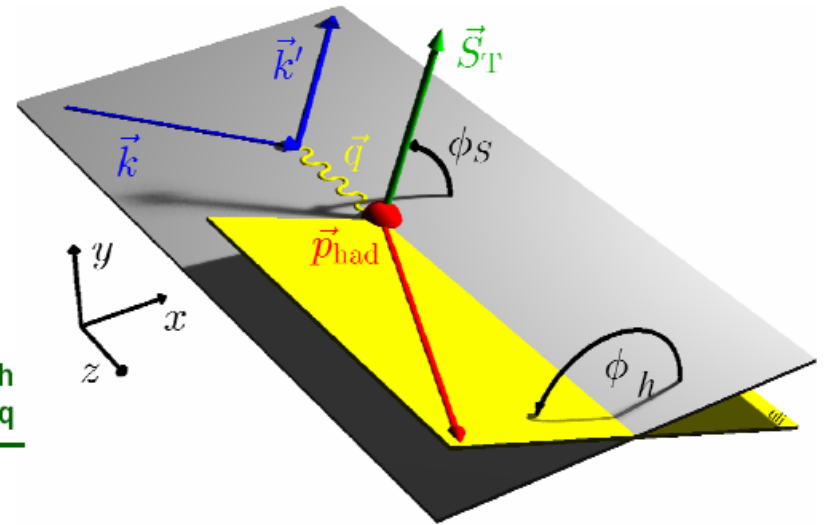
appears in SIDIS as a modulation in the “Sivers angle” Φ_S

$$\mathbf{N}_h^\pm(\Phi_S) = \mathbf{N}_h^0 \cdot [1 \pm \mathbf{P}_T \cdot \mathbf{A}_{\text{Siv}} \cdot \sin\Phi_S]$$

$$\Phi_S = \phi_h - \phi_S$$

ϕ_h azimuthal angle of hadron momentum
 ϕ_S azimuthal angle of the spin of the nucleon

$$\mathbf{A}_{\text{Siv}} \approx \frac{\sum_{\mathbf{q}} \mathbf{e}_q^2 \cdot \Delta_0^T \mathbf{q} \cdot \mathbf{D}_q^h}{\sum_{\mathbf{q}} \mathbf{e}_q^2 \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{D}_q^h}$$



Наблюдаемые асимметрии

- proton data**

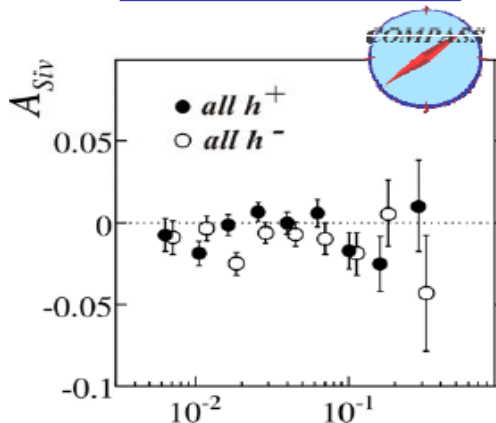
$$A_{Siv}^{p,\pi^+} \simeq \frac{4\Delta_0^T u_v D_1 + \Delta_0^T d_v D_2}{4u_v D_1 + d_v D_2} \quad A_{Siv}^{p,\pi^-} \simeq \frac{4\Delta_0^T u_v D_2 + \Delta_0^T d_v D_1}{4u_v D_2 + d_v D_1}$$

asymmetry for $\pi^+ > 0$, asymmetry for $\pi^- \approx 0$

→ **Sivers DF for d-quark ≈ -2 Sivers DF for u-quark**

$$\Delta_0^T d_v \simeq -2 \Delta_0^T u_v$$

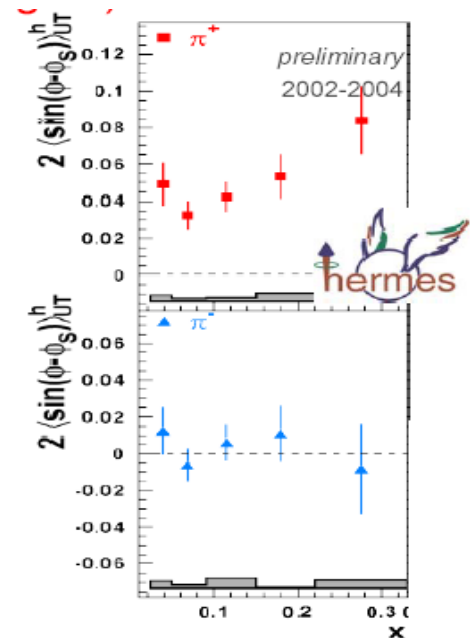
- deuteron data**



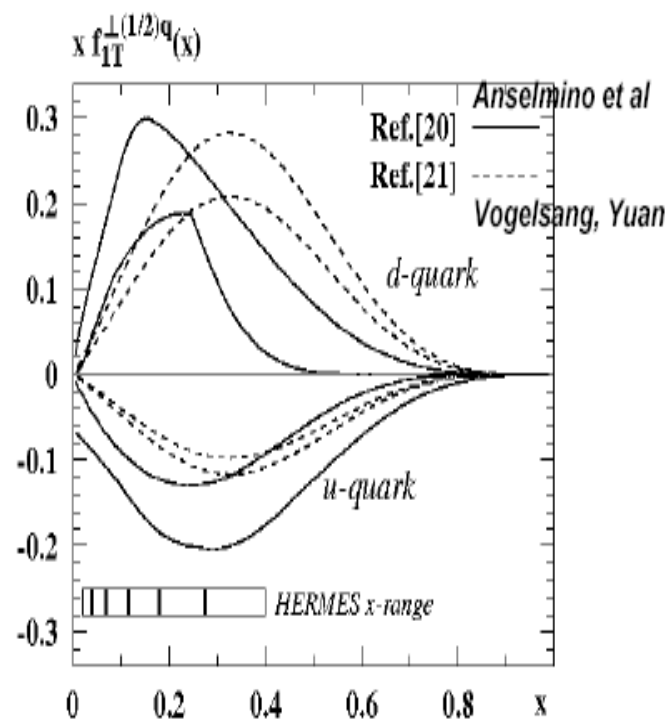
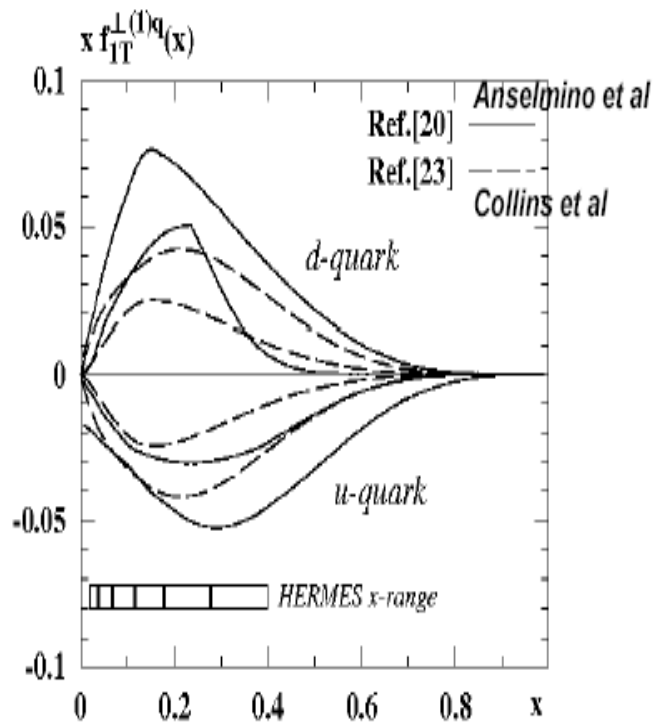
$$A_{Siv}^{d,\pi^+} \simeq A_{Siv}^{d,\pi^-} \simeq \frac{\Delta_0^T u_v + \Delta_0^T d_v}{u_v + d_v}$$

the measured asymmetries
compatible with zero suggest

$$\Delta_0^T d_v \simeq -\Delta_0^T u_v$$



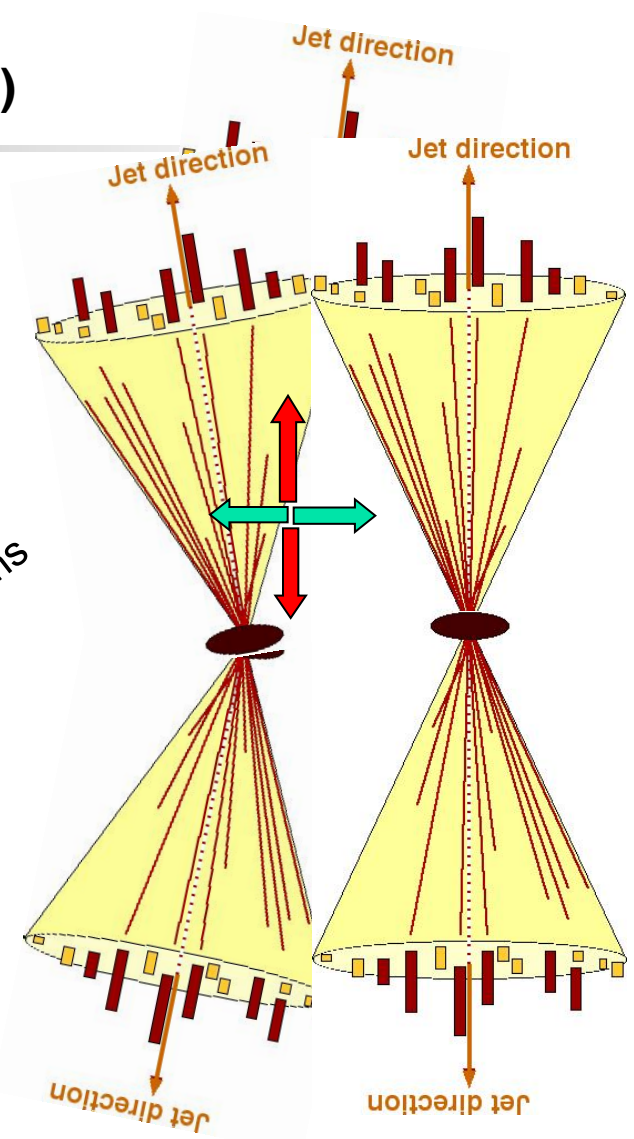
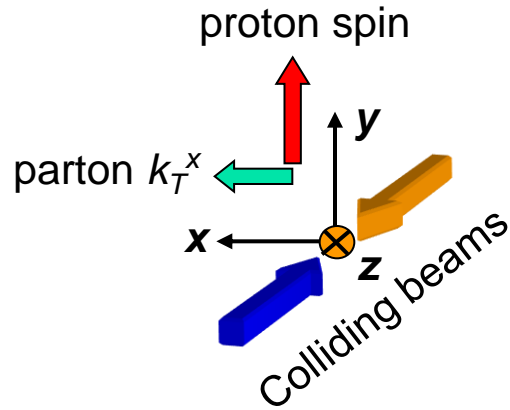
Извлечение функции Сиверса



Anselmino et al., hep-ph/0511017

Адронные процессы – двухструйная азимутальная асимметрия – глюонная функция Сиверса

Boer & Vogelsang (PRD 69, 094025 (2004))



Relation of Sivers function to GPDs

- Qualitatively similar to Anomalous Magnetic Moment (Brodsky et al)
- Quantification : weighted TM moment of Sivers PROPORTIONAL to GPD E
(**hep-ph/0612205**): $x f_T(x) \sim xE(x)$
- Burkardt SR for Sivers functions is now related to Ji SR for E and, in turn, to Equivalence Principle

$$\sum_{q,G} \int dx x f_T(x) = \sum_{q,G} \int dx x E(x) = 0$$

How gravity is coupled to nucleons?



- Current or constituent quark masses ?— neither!
- Energy momentum tensor - like electromagnetic current describes the coupling to photons



Equivalence principle

- Newtonian – “Falling elevator” – well known and checked
- Post-Newtonian – gravity action on SPIN – known since 1962 (Kobzarev and Okun’) – not yet checked
- Anomalous gravitomagnetic moment is ZERO or
- Classical and QUANTUM rotators behave in the SAME way



Gravitational formfactors

$$\langle p' | T_{q,g}^{\mu\nu} | p \rangle = \bar{u}(p') \left[A_{q,g}(\Delta^2) \gamma^{(\mu} p^{\nu)} + B_{q,g}(\Delta^2) P^{(\mu} i \sigma^{\nu)\alpha} \Delta_\alpha / 2M \right] u(p)$$

- Conservation laws - zero Anomalous Gravitomagnetic Moment : $\mu_G = J$ (g=2)

$$P_{q,g} = A_{q,g}(0) \quad A_q(0) + A_g(0) = 1$$

$$J_{q,g} = \frac{1}{2} [A_{q,g}(0) + B_{q,g}(0)] \quad A_q(0) + B_q(0) + A_g(0) + B_g(0) = 1$$

- May be extracted from high-energy experiments/NPQCD calculations
- Describe the partition of angular momentum between quarks and gluons
- Describe interaction with both classical and TeV gravity – similar t-dependence to EM FF



Electromagnetism vs Gravity

- Interaction – field vs metric deviation

$$M = \langle P' | J_q^\mu | P \rangle A_\mu(q) \qquad M = \frac{1}{2} \sum_{q,G} \langle P' | T_{q,G}^{\mu\nu} | P \rangle h_{\mu\nu}(q)$$

- Static limit

$$\langle P | J_q^\mu | P \rangle = 2e_q P^\mu$$

$$\sum_{q,G} \langle P | T_i^{\mu\nu} | P \rangle = 2P^\mu P^\nu$$
$$h_{00} = 2\phi(x)$$

$$M_0 = \langle P | J_q^\mu | P \rangle A_\mu = 2e_q M \phi(q)$$

$$M_0 = \frac{1}{2} \sum_{q,G} \langle P | T_i^{\mu\nu} | P \rangle h_{\mu\nu} = 2M \cdot M \phi(q)$$

- Mass as charge – equivalence principle



Gravitomagnetism

- Gravitomagnetic field – action on spin – $1/2$ from

$$M = \frac{1}{2} \sum_{q,G} \langle P' | T_{q,G}^{\mu\nu} | P \rangle h_{\mu\nu}(q)$$

$$\vec{H}_J = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{g}; \quad \vec{g}_i \equiv g_{0i} \quad \text{spin dragging twice smaller than EM}$$

- Lorentz force – similar to EM case: factor $1/2$ cancelled with 2 from $h_{00} = 2\phi(x)$

Larmor frequency same as EM $\vec{H}_L = \text{rot} \vec{g}$

- Orbital and Spin momenta dragging – the same - Equivalence principle

$$\omega_J = \frac{\mu_G}{J} H_J = \frac{H_L}{2} = \omega_L$$

Equivalence principle for moving particles

- Compare gravity and acceleration: gravity provides EXTRA space components of metrics

$$h_{zz} = h_{xx} = h_{yy} = h_{00}$$

- Matrix elements DIFFER

$$\mathcal{M}_g = (\epsilon^2 + p^2)h_{00}(q), \quad \mathcal{M}_a = \epsilon^2 h_{00}(q)$$

- Ratio of accelerations: $R = \frac{\epsilon^2 + p^2}{\epsilon^2}$ - confirmed by explicit solution of Dirac equation (Silenko, O.T.)

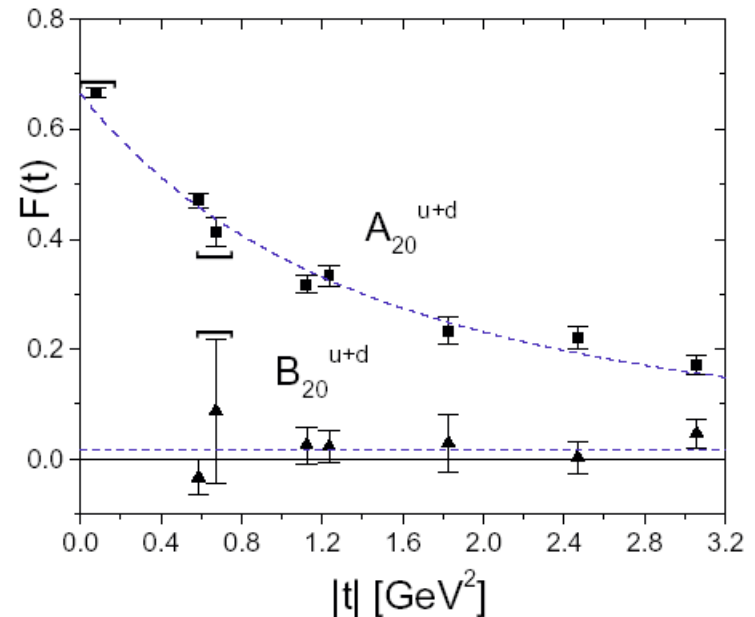
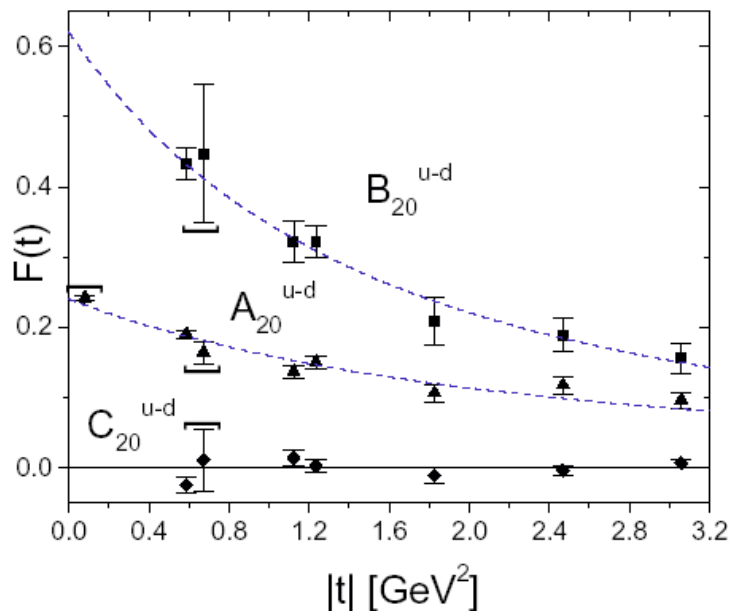


Sivers function and Extended Equivalence principle

- Second moment of E – zero SEPARATELY for quarks and gluons –only in QCD beyond PT (OT, 2001) - supported by lattice simulations etc.. ->
- Gluon Sivers function is small! (COMPASS, STAR, Brodsky&Gardner)
- BUT: gluon orbital momentum is NOT small: total – about 1/2, if small spin – large (longitudinal) orbital momentum
- Gluon Sivers function should result from twist 3 correlator of 3 gluons: remains to be proved!

Generalization of Equivalence principle

- Various arguments: AGM = 0 separately for quarks and gluons – most clear from the lattice (LHPC/SESAM, confirmed recently)





CONCLUSIONS

- Sivers and other TMD functions contain infinite tower of twists starting from 3 – special role of moments
- Colour charge of initial/final partons crucial – NO factorization in naive sense (cf Abelian model of Collins&Qiu)
- Transverse momentum dependence of Sivers SSA in SIDIS and DY (PAX) is a new sensitive test of QCD
- Relation of Sivers function to twist 3 in DIS: Reasonable magnitude, but problems with flavor dependence. Bochum results with suppressed singlet twist 3 supported!
- Relation of Sivers to GPD's – link to Nucleon Spin and Equivalence Principle
- Problems: evolution (no WW for Sivers) and SR from twist 3.