# Multidimensional models, TeV-scale gravity and micro black holes at the LHC

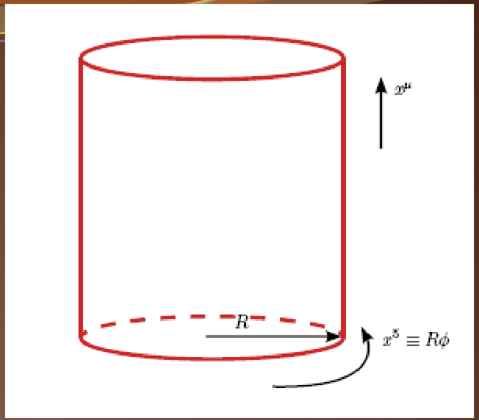
*Savina Maria*

*X Winter School on Theoretical Physics , BLTP, Dubna*
*February 05, 2012*

# Extra Spatial Dimensions and KK modes for fields

# Стандартный калуца-кляйновский подход

(4+1)D-теория свободного скалярного поля. Одно компактное дополнительное пространственное измерение с условием периодичности по доп. коорд.:




$$\eta_{\mu\nu} = +1,-1,-1,..-1; \quad (\partial_\mu \partial^\mu - \partial_y^2)\phi = 0, \quad \mu = 0,1,2,3$$

КК-декомпозиция:

$$\phi(x,y) = e^{ip_\mu p^\mu} e^{in\frac{y}{R}}, \qquad \mathrm{n} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

угловой момент

$$\mathrm{p}_\mu p^\mu = \frac{n^2}{R^2} = m^2 \longleftarrow$$ массы КК-мод

Существует однородная нулевая мода с m=0, распространяющаяся вдоль браны (модуль). 4D-лоренц-инвариантность не нарушена, трансляционная инв-ть нарушена в направлении, перпендикулярном бране

$m_{KK}$ не ниже ТэВ (из эксперимента)

Несколько ED: по-прежнему одна нулевая мода, но много КК-мод с фиксир. массой

$$\phi(x,y) = e^{ip_\mu p^\mu} e^{in_1\frac{y_1}{R_1}} \mathrm{e}^{\mathrm{in}_2\frac{y_2}{R_2}} \ldots \mathrm{e}^{\mathrm{in}_N\frac{y_N}{R_N}}, \qquad \mathrm{y}_{1,\ldots} y_N \to R_1, \ldots R_N$$

$$m_{\{n\}}^2 = \sum \frac{n_i^2}{R_i^2}$$

# 5D vs 4D эффективное описание

Действие 5D-скалярного поля:

$$[\Phi] = M^{3/2}$$

$$S = \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy \frac{1}{2}\partial_A \Phi \partial^A \Phi = \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \partial_y \Phi \partial^y \Phi)$$

КК-декомпозиция: $$\Phi(x,y) = \sum_n \phi_n(x) e^{in\frac{y}{R}}$$

$$S = \int d^4x \sum_n (2\pi R)[\frac{1}{2}|\partial_\mu \phi_n|^2 - \frac{1}{2}\frac{n^2}{R^2}|\phi_n|^2]$$

объем ED

Свободное действие для бесконечного набора 4D скалярных полей

Каноническая нормировка позволяет привести действие к совершенно стандартному виду

$$\tilde{\phi}_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}}\phi_n(x), \qquad [\tilde{\phi}_n] = M$$

# Взаимодействующее поле

$$S_{\text{int}} = \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy \lambda^{(5)} \phi^4 , \qquad [\lambda^{(5)}] = \frac{1}{M}$$

Отрицательная степень массы для к-ты связи – неперенормируемая теория

$$E_{strong} \propto \frac{1}{\lambda^{(5)}} \equiv M_{(5)}$$

Фундаментальный масштаб

Как связаны многомерная и 4D константы взаимодействия? (КК-декомпозиция, учет только нулевой моды)

$$S_{\text{int}} = \int d^4x (2\pi R) \frac{\lambda^{(5)}}{(2\pi R)^2} \phi_0^4(\text{x}), \longrightarrow \boxed{\lambda^{(4)} = \frac{\lambda^{(5)}}{2\pi R}}$$

нормировка

два параметра:
$R$ и $M_{(5)}$

4D константа связи – не фундаментальная, а эффективная, выведенная из многомерной

# Некоторые очевидные следствия:

1. Условие для слабосвязанной теории $\lambda^{(4)} << 1 \quad \Rightarrow \quad R >> \lambda^{(5)} = \frac{1}{M_{(5)}}$

Размер ED не должен превышать значение обратной фундаментальной массы!

2. Условие на массы КК-мод $m_n = \frac{|n|}{R} \quad \Rightarrow \quad m_n << M_{(5)}$ для $n \approx 1$

легкие КК-моды

3. Взаимодействие нулевой моды и высших возбуждений

$$S_{\text{int}} = \int d^4x \int_0^{2\pi R} dy \lambda^{(5)} \Phi^4 \longrightarrow \Phi^4 = (\phi_0 + \sum_{n\neq 0} \phi_n e^{in\frac{y}{R}})^4 \frac{1}{(2\pi R)^2}$$

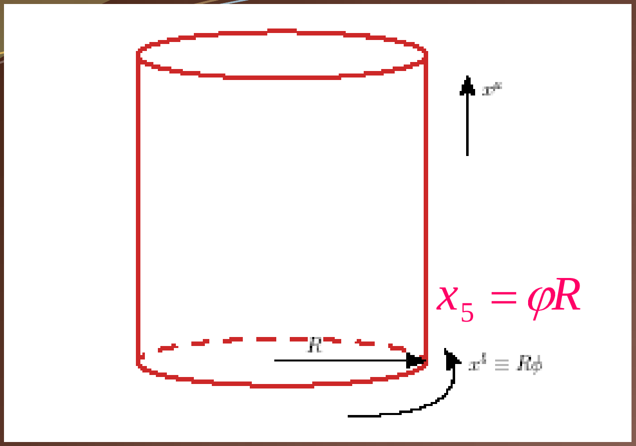
$$L_{\text{int}} = \frac{1}{(2\pi R)^2}[\phi_0^4 + 4\phi_0^3 \sum_{n\neq 0} \phi_n e^{in\frac{y}{R}} + 6\phi_0^2 \sum_{n\neq 0} \sum_{n'\neq 0} \phi_n \phi_{n'} e^{i(n+n')\frac{y}{R}}]$$

$= 0, \quad \int dy \delta(y)$ $\qquad \delta(n+n')$

$$\boxed{S_{\text{int}} = \int d^4x 12\lambda^{(4)} \sum_{n\neq 0} \phi_0^{\,2} \phi_n \phi_{-n}}$$

парное рождение КК-мод,
сохранение углового момента

# 5D YM – КК декомпозиция, плоское пространство




SU(2) 5D YM (метрика Минковского), бесконечное доп. измерение

*M,N = 0,1,2,3,4,5* – 5D индексы,
*μ,ν=0,1,2,3* – 4D индексы

$$S = Tr\int d^4x\int dx_5\left[-\frac{1}{4}F_{MN}F^{MN}\right] = Tr\int d^4x\int dx_5\left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-\frac{1}{2}F_{\mu 5}F^{\mu 5}\right],$$

Аксиальная калибровка: $A_5=0$

$$\Rightarrow \quad S = Tr\int d^4x\int dx_5\left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+\frac{1}{2}(\partial_5 A_\mu)^2\right]$$

Компактифицируем доп. измерение : $x_5 \equiv R\phi, \quad -\pi \le \phi \le \pi$

$$A_\mu(x^\mu,\phi) = A_\mu^{(0)}(x) + \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_\mu^{(n)}(x)e^{in\phi} + h.c.\right)$$ КК-декомпозиция

НО: мы больше не можем работать а аксиальной калибровке !
(калибр. пр-я не удовлетворяют условию периодичности)

$$A_5\left(x^\mu,\phi\right) \equiv A_5^{(0)}\left(x\right)$$ : «почти» аксиальная (almost axial) калибровка

$$S = Tr\int d^4x \int_{-\pi}^{\pi} d\phi R\left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(D_\mu A_5^{(0)}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\partial_5 A_\mu\right)^2\right] =$$

$$= 2\pi R Tr\int d^4x\left[-\frac{1}{2}\left(\partial_\mu A_\nu^{(0)} - \partial_\nu A_\mu^{(0)}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu A_5^{(0)}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[-\frac{1}{2}\left|\partial_\mu A_\nu^{(n)} - \partial_\nu A_\mu^{(n)}\right|^2 + \frac{n^2}{R^2}\left|A_\mu^{(n)}\right|^2\right] + O\left(A^3\right)\right]$$

4D калибровочное
поле,
4D калибр. инв-ть.

4D "хиггс"

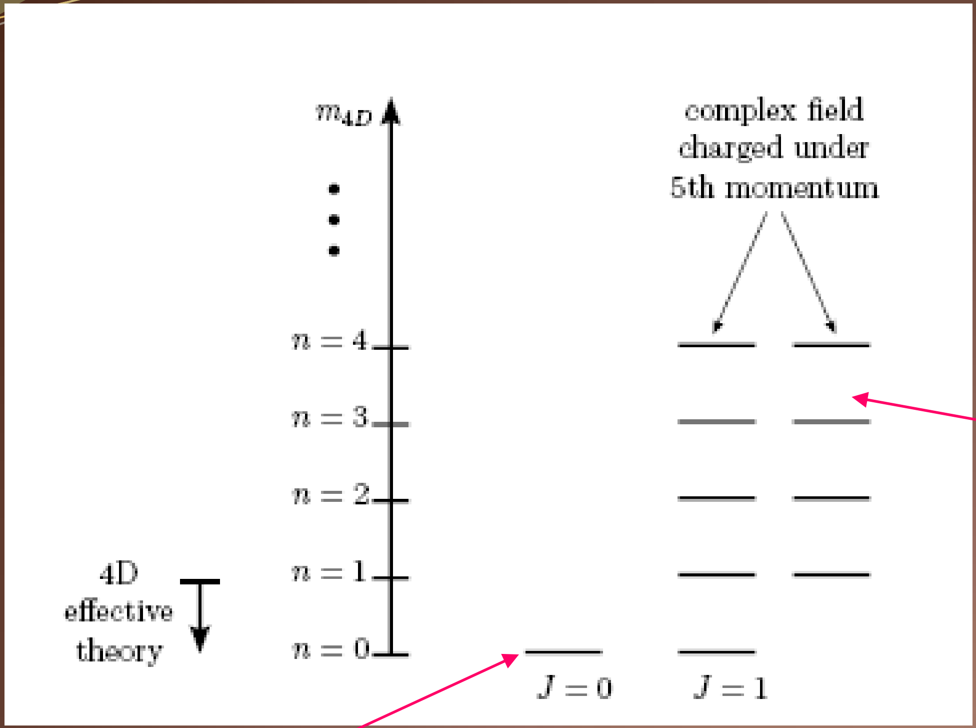
тяжелые КК-моды,
рождаются попарно,
из-за сохр. КК-импульса

Эффективное низкоэнергетическое действие (ниже *1/R*) :

$$S_{eff} \underset{E<<\frac{1}{R}}{\approx} 2\pi R Tr\int d^4x\left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(0)}F^{(0)\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(D_\mu A_5^{(0)}\right)^2\right]$$

4D калибровочная инвариантность сохраняется после выбора почти аксиальной калибровки

# Спектр 4D КК-мод 5D калибровочного многомерного поля после КК-декомпозиции




КК-моды **4D вектора** – рождаются сопряженными парами, вследствие сохранения КК импульса

Мода $A_5^{(0)}$ играет роль хиггсовского бозона эффективной 4D теории – **4D скаляр**

получается после КК-декомпозиции пятимерного калибровочного поля.

Моды $A_5^{(n)}$ (КК-моды пятой компоненты) отсутствуют

Выше масштаба 1/R (R – радиус компактификации) теория становится пятимерной

# 5D гравитация – одно дополнительное измерение

5D действие - только производные от полей

$$S_{5DEinstein} = \int d^5X \frac{\sqrt{-G}}{16\pi G_N^{5D}} R^{(5)}[G_{MN}]$$

$h_{MN}^{(0)}(x)$ нулевая мода – безмассовое 4D поле, без потенциала (в приближении малости флуктуаций)

$h_{MN}^{(n)}(x)$ массивные КК-поля

$h_{\mu 5}^{(0)}(x)$ безмассовое калибровочное поле, защищенное остаточной калибровочной симметрией:

$$h'_{\mu 5}(X) = h_{\mu 5}(X) + \partial_M \varepsilon_5$$

оригинальная идея Калуцы-Клейна по объединению гравитации и электромагнетизма

Эффективное 4D действие

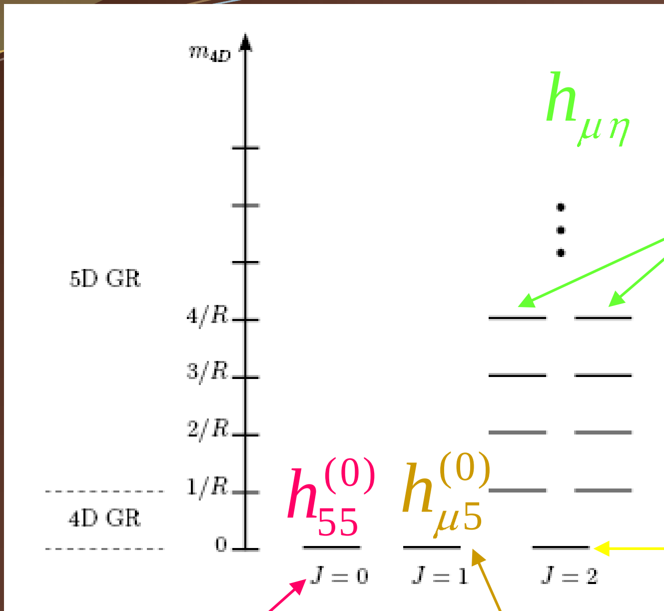
$$S_{4D} = \int d^4X \left\{ \frac{\sqrt{-g}}{16\pi G_N^{4D}} R^{(4)}[h_{\mu\nu}^{(0)}] + KK - \mathrm{mod}\, es \right\}$$

остаточные симметрии :

4D калибровочная
4D общекоординатная

# Результат КК-декомпозиции для 5D метрики

$h_{AB}$ , A,B=1,…5 – многомерное поле.
После декомпозиции получаем набор полей в эффективном 4D действии:




4D тензоры
(массивные КК-моды)

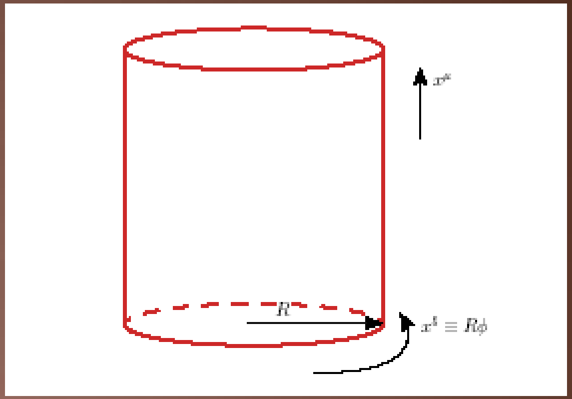
стандартный
4D гравитон

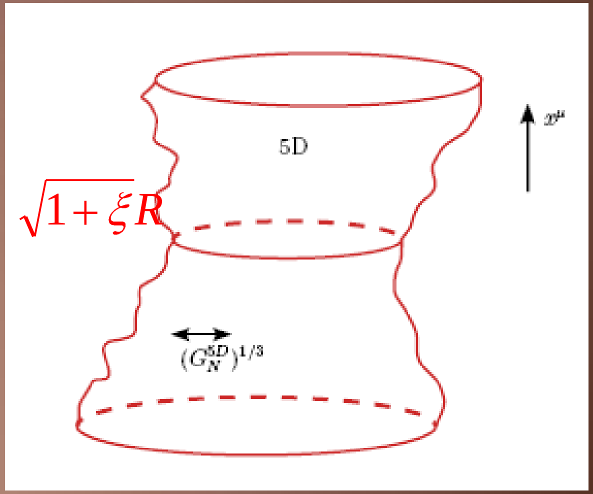
$$\left\langle h_{\mu\nu}^{(0)} \right\rangle = 0$$

4D вектор
(калибр. бозон)

$$\left\langle h_{\mu 5}^{(0)} \right\rangle = 0$$

гравискаляр
(модуль)



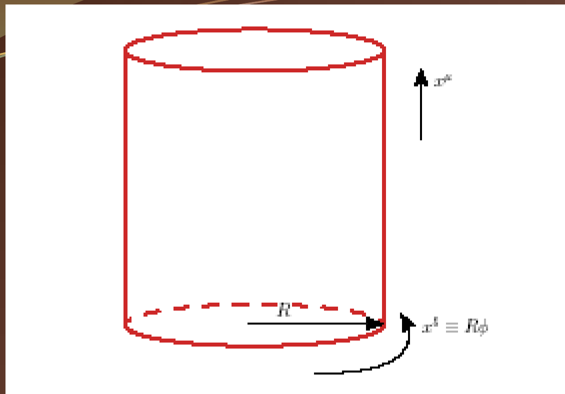

Скаляр вводится как поле без потенциала и не зависит от доп. координат (по выбору калибровки)

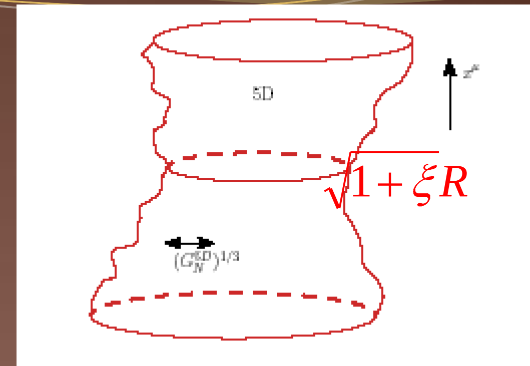
Ненулевое произвольное ваккумное среднее

$$\left\langle h_{55}^{(0)} \right\rangle = \xi$$

$$\left\langle ds^2 \right\rangle = \eta_{\mu o} dx^\mu dx^\nu - (1+\xi) dx_5 dx_5 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - (1+\xi) R^2 d\phi^2$$

# Radion and stabilization of a modulus




$$\left\langle h_{\mu\nu}^{(0)} \right\rangle = 0 \qquad \left\langle h_{\mu 5}^{(0)} \right\rangle = 0 \qquad \left\langle h_{55}^{(0)} \right\rangle = \xi$$

VEV в 5D:

$$\left\langle ds^2 \right\rangle = \eta_{\mu o} dx^\mu dx^\nu - (1+\xi) dx_5 dx_5 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - (1+\xi) R^2 d\phi^2$$

Пятимерный гиперцилиндр – флуктуации радиуса ! **Радион**

Разные радиусы соответствуют физически неэквивалентным ситуациям.

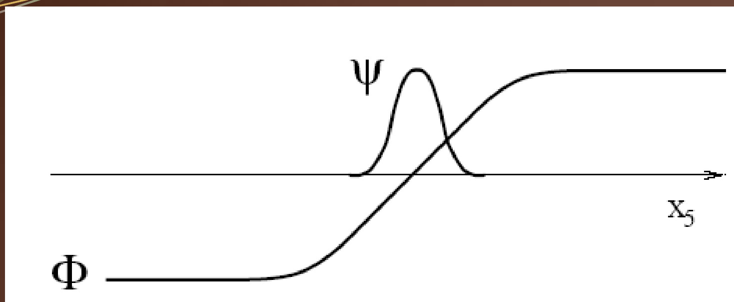
пространство модулей теории.

Как выбрать одно значение – стабилизировать модуль?

Много разных способов – эфф. потенциал, добавка скаляров на границы и пр.

# Локализация фермионов в фиксированных точках толстой браны

N.Arkani-Hamed, M.Schmaltz ’99




Локализуются только левые фермионы

↓

вводим правые через зарядовое сопряжение

$$(Q, U^c, D^c, L, E^c) \qquad C_5 = \gamma^0\gamma^2\gamma^5 = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 \\ 0 & -\varepsilon \end{pmatrix}$$

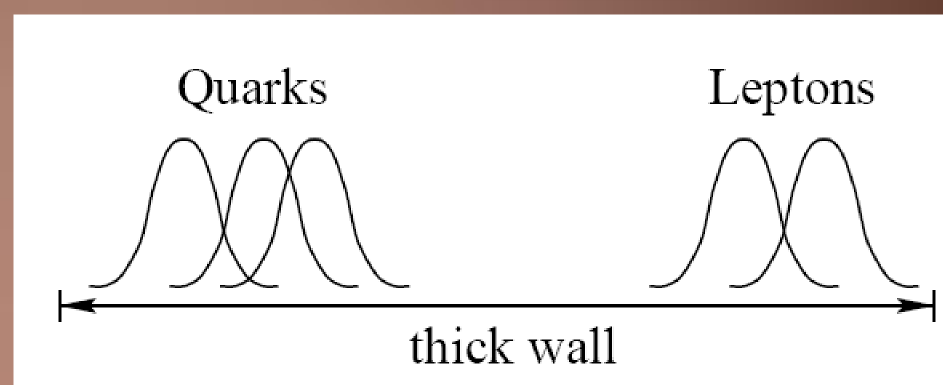
«Геометрическое» подавление нежелательных процессов, типа B- и L-нарушающих переходов (нет симметрии ароматов на малых расстояниях)

↓

Подходяще малые юкавские константы связи в хиггсовском секторе без апеллирования к глобальным нарушенным симметриям

$$S = \int d^5x \sum_{i,j} \overline{\Psi}_i [i\partial_5 + \lambda\Phi(x_5) - m]_{ij} \Psi_j$$

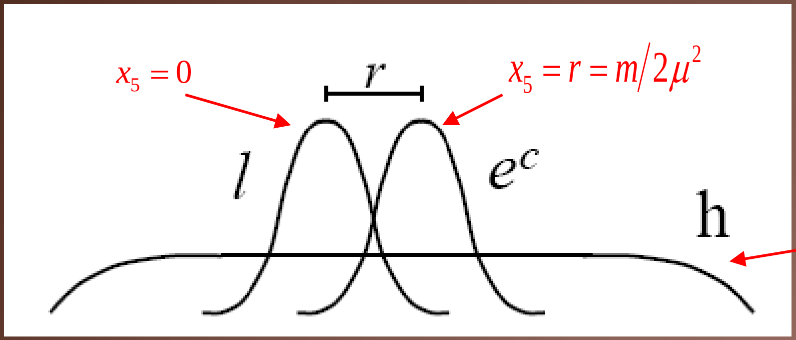
- Взаимодействие и смешивание между поколениями определяется единственным параметром – расстоянием между точками локализации ароматов
- Стабилизация отн. распада протона !



Взаимодействие в хиггсовском секторе (правые фермионы представлены через зарядово-сопряженные левые компоненты):

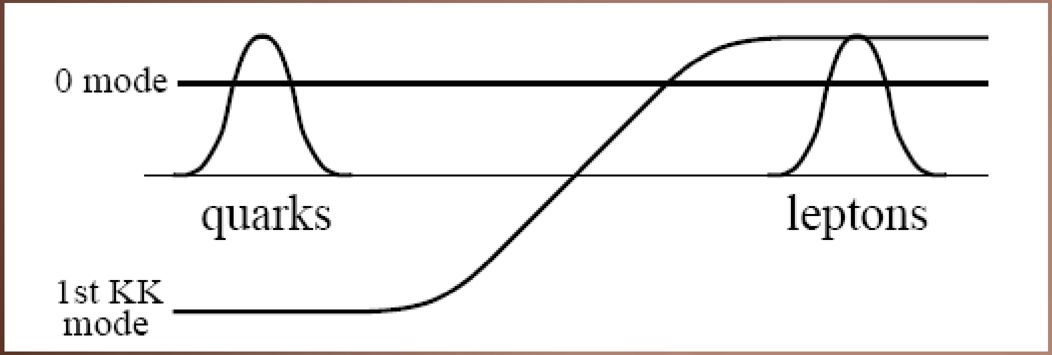
$$S = \int d^5x\, \overline{L}[i\partial_5 + \Phi(x_5)]\, L + \overline{E}^c[i\partial_5 + \Phi(x_5) - m]E^c + \kappa H L^T C_5 E^c$$

$$\propto e^{-\mu^2 r^2/2}$$




нулевая мода хиггса, распространяющаяся вдоль толстой браны (нелокализованная на расстоянии порядка толщины браны)

Взаимодействие с калибровочным сектором – зарядовая универсальность для нулевой моды GB и слабые нарушения на масштабе выше $\mu^2$




когда открываются дополнительные измерения

# ADD: flat large extra dimensions

N.Arkani-Hamed, S.Dimopoulos, G.Dvali '98

Multidimensional gravity action with multidimensional constant $G_{(D)}$

$$S = -\frac{1}{16\pi G_{(D)}}\int d^D X\sqrt{g^{(D)}}R^{(D)}$$

effective

4D-action

$$S_{eff} = -\frac{V_d}{16\pi G_{(D)}}\int d^4 X\sqrt{g^{(4)}}R^{(4)}$$

$$G_{(D)} = \frac{1}{M^{D-2}} \equiv \frac{1}{M^{d+2}}$$

$$G_{N(4)} = \frac{1}{M_{Pl}^2}$$

Planck mass becomes effective derived from the "true" multidimensional mass scale:

$$M_{Pl}^2 = V_{(d)} M^{d+2}$$ where $$V_{(d)} \propto R^d$$ $$d = D-4$$

A size of extra dimensions depends on a number of ED and a multidimensional scale

$$R \sim M^{-1}\left(\frac{M_{Pl}}{M}\right)^{2/d} \sim 10^{32/d} \times 10^{-17} \text{ sm}$$ (for M about a few ТэВ )

$$\boxed{G_{N(4)} = \frac{1}{V_{(d)}} G_{N(4+d)}}$$

The hierarchy problem solution!

# Зависимость масштаба от геометрии полного объема

N дополнительных измерений разного радиуса (простейший случай)

$$y_{1,\dots}y_N \to R_1,\dots R_N\,, \qquad m_{\{n\}}^2 = \sum \frac{n_i^2}{R_i^2}$$

Объем фиксирован:

$$V_{(d)} \propto R^d \qquad M_{Pl}^2 = V_{(d)} M^{d+2}$$

$$\propto \prod_i R^i$$

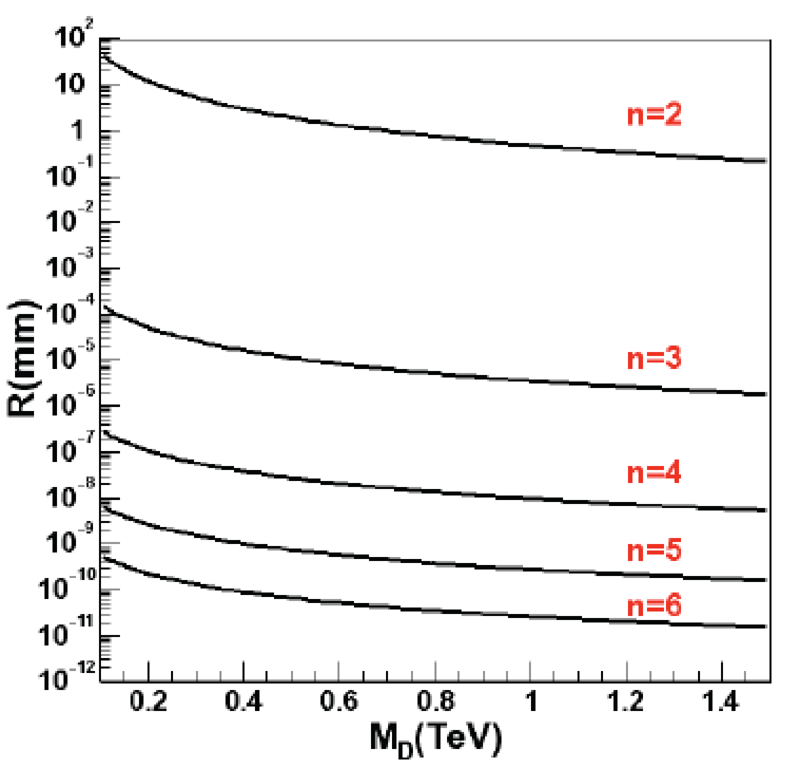
Можно подобрать такой (такие) $R_i$, *что, допустим, для d=3,4… один из радиусов окажется больше, чем для d=2*

Возможность наблюдать отклонения в поведении гравитационного потенциала даже для большого числа d

# Насколько большими могут быть дополнительные измерения?

- 4 dimensional $M_{PL}$ related to the (4+n)-dimensional $M_D$ by

  $(M_{PL})^2 \sim R^n (M_D)^{2+n}$




- Setting $M_D$=1TeV
  - $n=1 \Rightarrow R=10^{13}$m

    excluded by astro. data
  - $n=2 \Rightarrow R\sim 400\ \mu$m

    same order as direct probes of gravity
  - $n=6 \Rightarrow R=10^{-13}$ m

    only testable at high energy colliders

$$R \sim M^{-1}\left(\frac{M_{Pl}}{M}\right)^{2/n} \sim 10^{32/n} \times 10^{-17}\ \text{sm}$$

# Множественное рождение легких КК-мод гравитона в ADD

$$G_{MN} = \eta_{MN} + \frac{2}{M^{1+d/2}}\tilde{h}_{MN}(x,y) \qquad \tilde{h}_{MN}(x,y) = \sum_n h^{(n)}_{MN}(x)\frac{1}{\sqrt{V_d}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\, n_{\mathrm{m}} y^m/R}$$

Взаимодействие с 4D материей:

$$S_{\mathrm{int}} = \int d^{4+d}\tilde{x}\sqrt{-\tilde{G}}\,\tilde{T}_{MN}\tilde{h}^{MN}(x,y) \Rightarrow \sum_n \int d^4x \frac{1}{M_{Pl}} T^{\mu\nu} h_{\mu\nu}{}^{(n)}(x)$$

Любой процесс взаимодействия гравитона и 4D материи подавлен планковским масштабом (как и для обычной 4D гравитации)

**НО**

Надо учесть множественность рождающихся КК-мод (очень легких):

$$\mathrm{N(E)} \;\rightarrow\; m^2_{\{n\}} = \sum \frac{n_i^2}{R_i^2} \le E$$

число точек с целыми значениями $n_i$
*внутри (d-1)-мерной сферы радиуса (RE)*

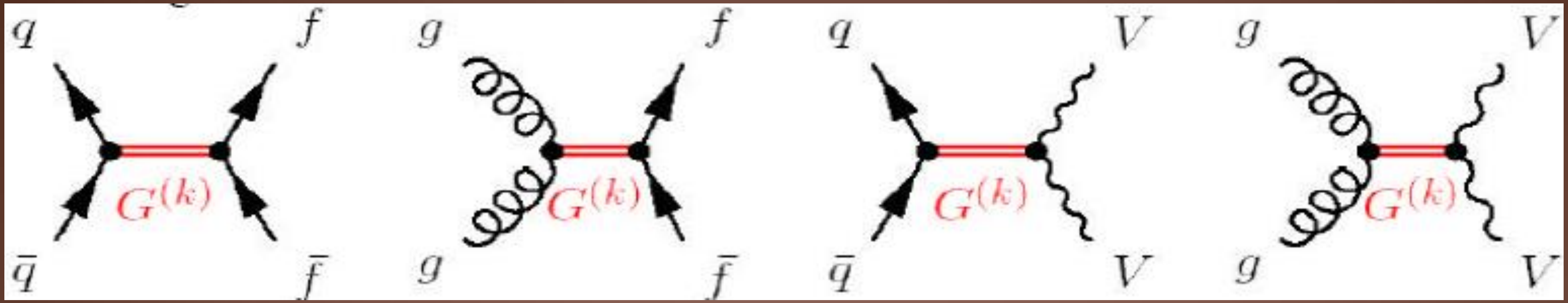
$$\mathrm{N}(E) = S_{d-1}\sum_{n=0}^{ER} n^{d-1} \approx S_{d-1}\int_0^{ER} n^{d-1}dn = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d+1)}R^d E^d$$

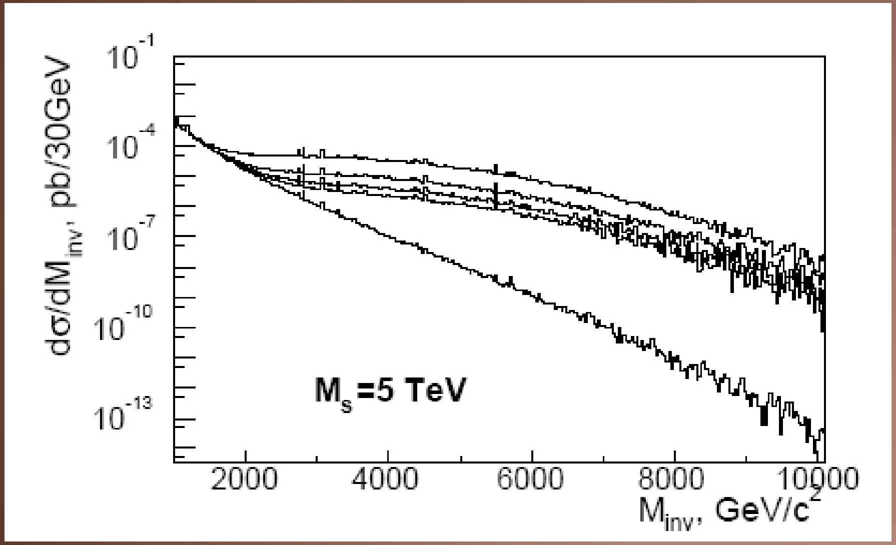
$$N(E) \propto \left(\frac{E}{M}\right)^d \times \frac{M_{Pl}{}^2}{M^2}, \quad \text{т. к.} \quad R^d = \frac{1}{M^d}\times\frac{M^2_{Pl}}{M^2}$$

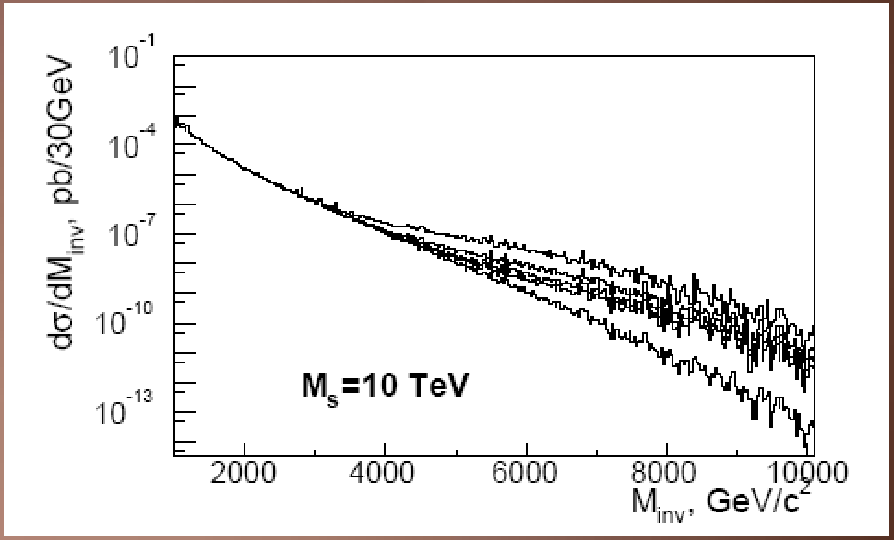
Процессы с обменами или рождением КК-мод гравитона наблюдаемы на эксперименте, из-за огромной множественности мод, участвующих в процессах !

# ADD: virtual graviton exchange

*K. Cheung and G. Landsberg, PRD62*
*T. Han, J.D. Lykken, R.-J.Zhang, PRD59*

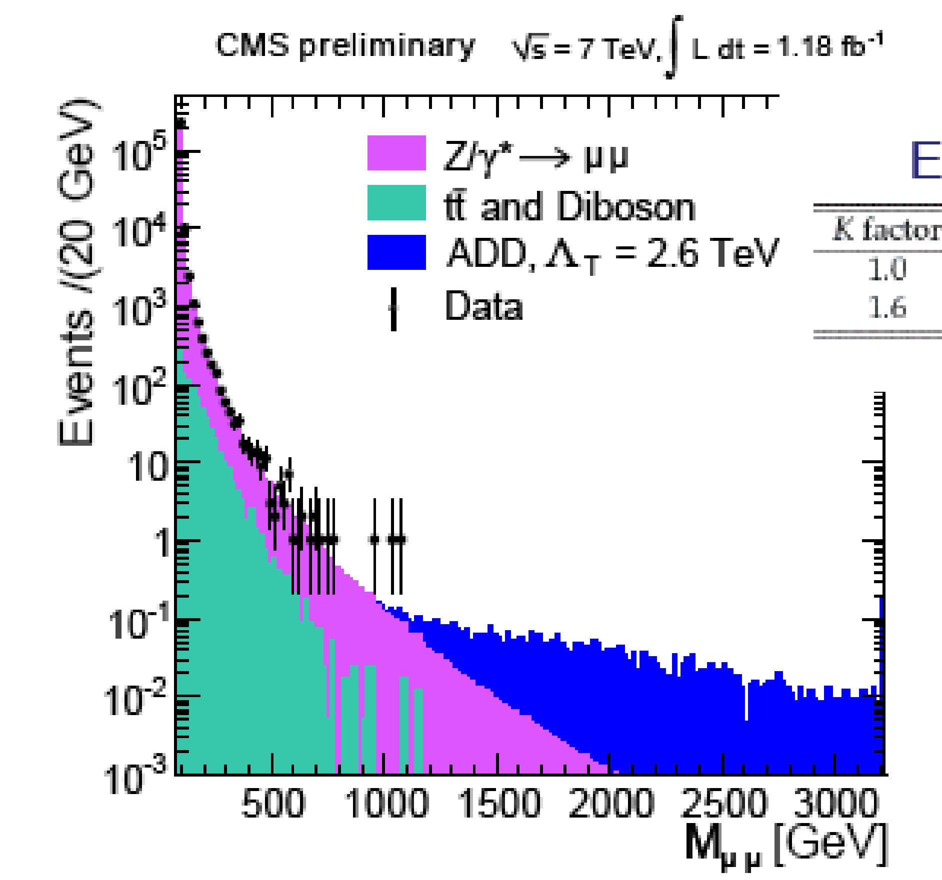


# Exclusion Limits for ADD (virtual exc.)

CMS PAS EXO-11-039 *Dimuons*

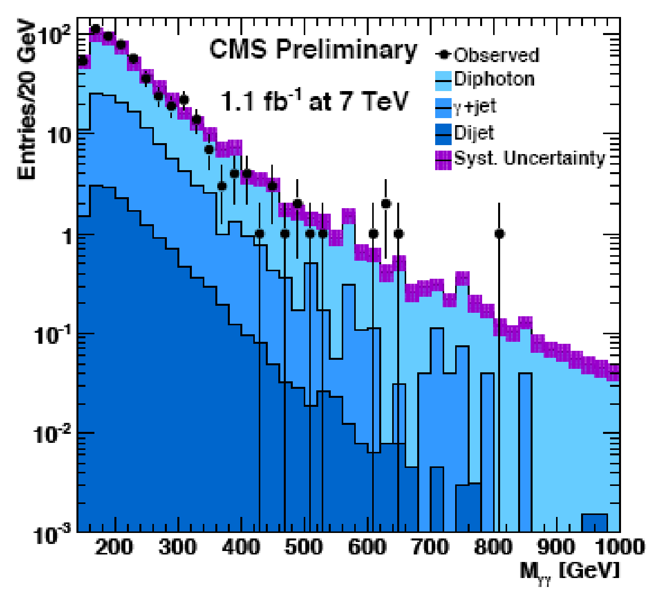



| n=2 | n=3 | n=4 | n=5 | n=6 | n=7 |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.6 | 3.1 | 2.6 | 2.3 | 2.1 | 2.0 |

*Diphotons* CMS PAS EXO-11-038

Effective Planck scale (TeV) in ADD

| K factor | $n_{ED} = 2$ | $n_{ED} = 3$ | $n_{ED} = 4$ | $n_{ED} = 5$ | $n_{ED} = 6$ | $n_{ED} = 7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 3.2 | 3.4 | 2.8 | 2.6 | 2.4 | 2.2 |
| 1.6 | 3.5 | 3.7 | 3.1 | 2.8 | 2.6 | 2.4 |



## Gravity in a bulk space with orbifold BCs: RS1

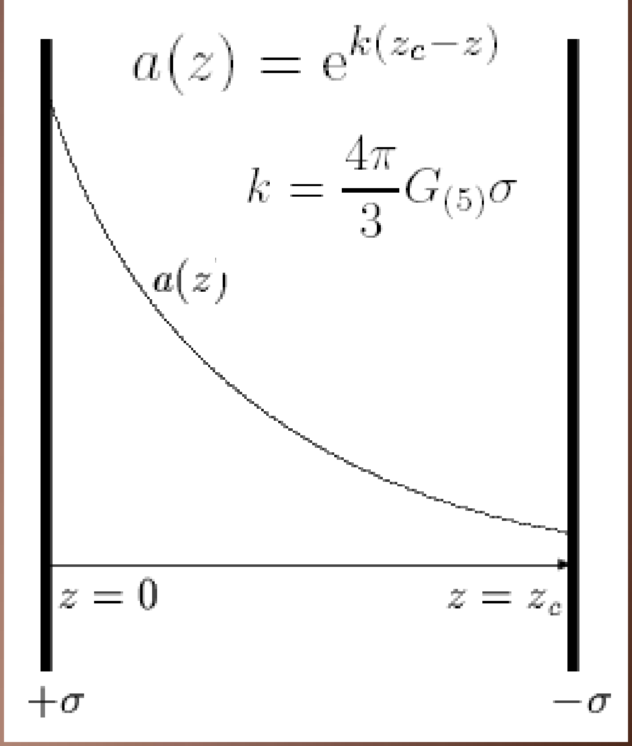
A 5D action is a subject for fine-tuning:

$$S_g = \frac{1}{16\pi G_{(5)}} \int d^4x\, dz \sqrt{g^{(5)}} R^{(5)} - \Lambda \int d^4x\, dz \sqrt{g^{(5)}} - \sigma \int d^4x \sqrt{g^{(4)}}$$

4D asymptotically flat metric $ds^2 = a^2(z)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dz^2$

can be obtained only putting

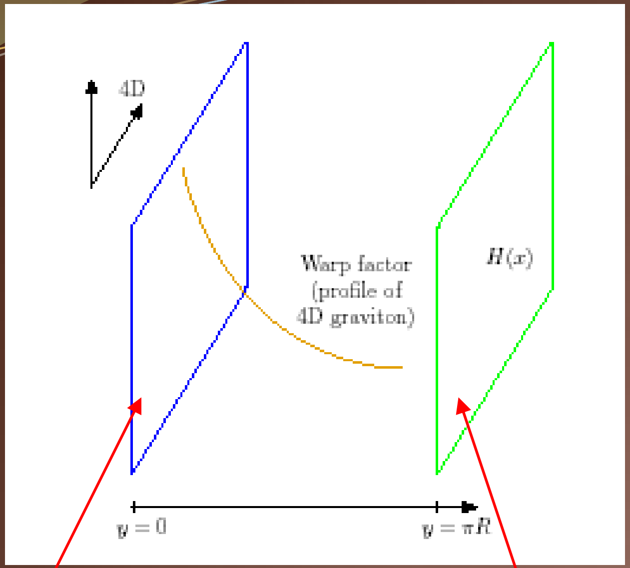
$$\Lambda = -\frac{4\pi}{3} G_{(5)} \sigma^2$$




The hierarchy is solved to be exponential!

$$G_{(4)} = G_{(5)} k \frac{1}{e^{2kz_c} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad M_{Pl} \sim e^{kz} M_{EW}$$

# Иерархия масштабов в модели со стянутыми ED




планковская брана

ТэВ-ная брана

Введем хиггс в рассмотрение (строго на 4D):

$$S_{\rm Higgs} = \int d^4x\sqrt{-g_{\rm ind}}\left\{g^{\mu\nu}_{\rm ind}\partial_\mu H^\dagger\partial_\nu H - \lambda(|H|^2 - v_0^2)^2\right\}$$

$$g^{ind}_{\mu\nu}(x) = G_{\mu\nu}(x,\phi=\pi) = e^{-2\kappa\pi R} g^{(0)}_{\mu\nu}(x)$$

только нулевая мода гравитона учитывается!

$$S_{\rm H} = \int d^4x\sqrt{-g^{(0)}}\left\{e^{-2k\pi R} g^{\mu\nu}_{(0)}\partial_\mu H^\dagger\partial_\nu H - e^{-4k\pi R}\lambda(|H|^2 - v_0^2)^2\right\}$$

Переопределим поле: $e^{-2\kappa R}H \to H$

$$S_{\rm H} = \int d^4x\sqrt{-g^{(0)}}\left\{g^{\mu\nu}_{(0)}\partial_\mu H^\dagger\partial_\nu H - \lambda\left(|H|^2 - \underbrace{e^{-2k\pi R}v_0^2}\right)^2\right\}$$

$$v = e^{-2\kappa R} v_0$$

Решение проблемы иерархий за счет стягивающего фактора !

# Настройка 5D и 4D константы:

$$16\pi G_N^{4D\,eff} = \frac{2\kappa G_N^{5D}}{1-e^{-2\pi\kappa R}}$$

Хорошо определенный предел при разворачивании дополнительного измерения :

$$M_{4Pl}^2 = \frac{M_5^3}{2\kappa}\left(1-e^{-2\pi\kappa R}\right) \xrightarrow[R\to\infty]{} \frac{M_5^3}{2\kappa}$$

Нулевая мода локализована в окрестностях браны $\phi = 0$

(планковская брана)

Оценки в неперенормируемой теории с параметром: $\frac{E^3}{M_5^3} << 1$

$$\frac{\Lambda^{3/5}}{M_5^3} \approx \frac{(M_5^3\kappa^2)^{3/5}}{M_5^3} << 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\kappa}{M_5} << 1$$

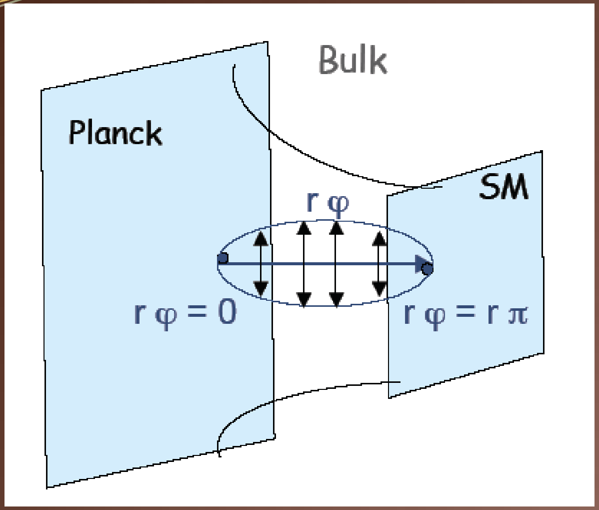
$$\kappa \le M_5 \le M_{4Pl} \approx 10^{18}\ \text{GeV}$$

все параметры модели – одного порядка !
в отличие от ситуации ADD

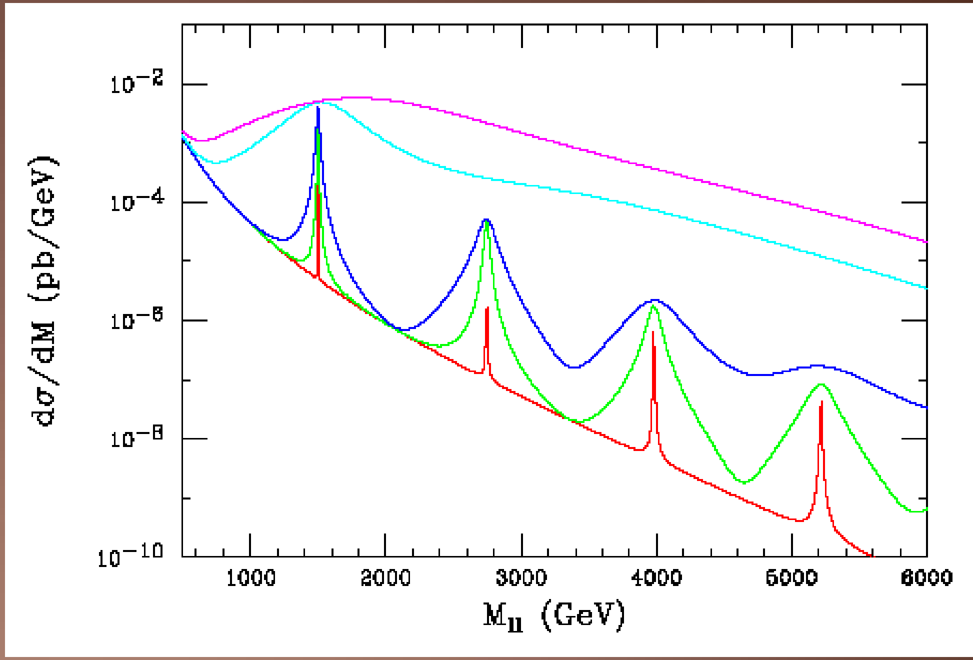
# RS1 Model

L.Randall, R.Sundrum (RS scenario), PRL83 3370 (1999)

H. Davoudiasl, J.L. Hewett, and T.G. Rizzo, hep-ph/0006041




*5D curve space with $AdS_5$ metric*




$$qq, gg \rightarrow G_{KK} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, \gamma\gamma, jet + jet$$

## Model Parameters:

Curvature: k (~M)

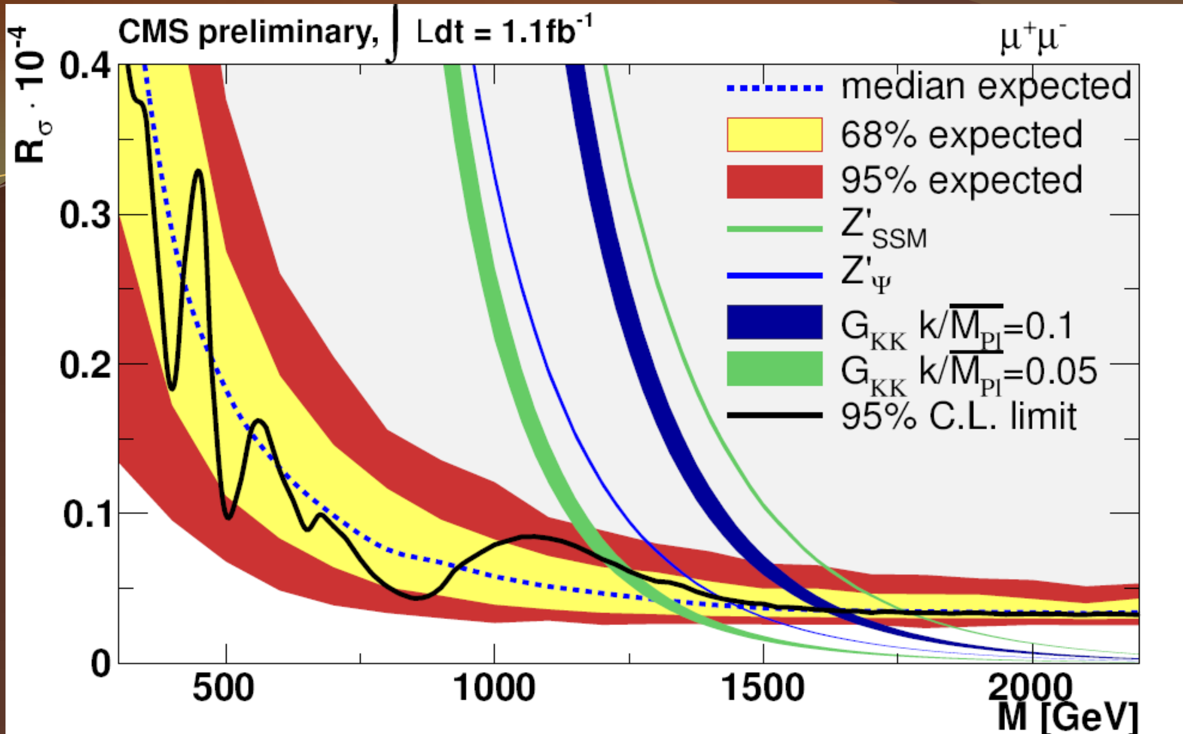
Compactification radius: r

Coupling constant: c = $k/M_l$

Gravity scale : $\Lambda_\pi = M_l e^{-kr\pi}$

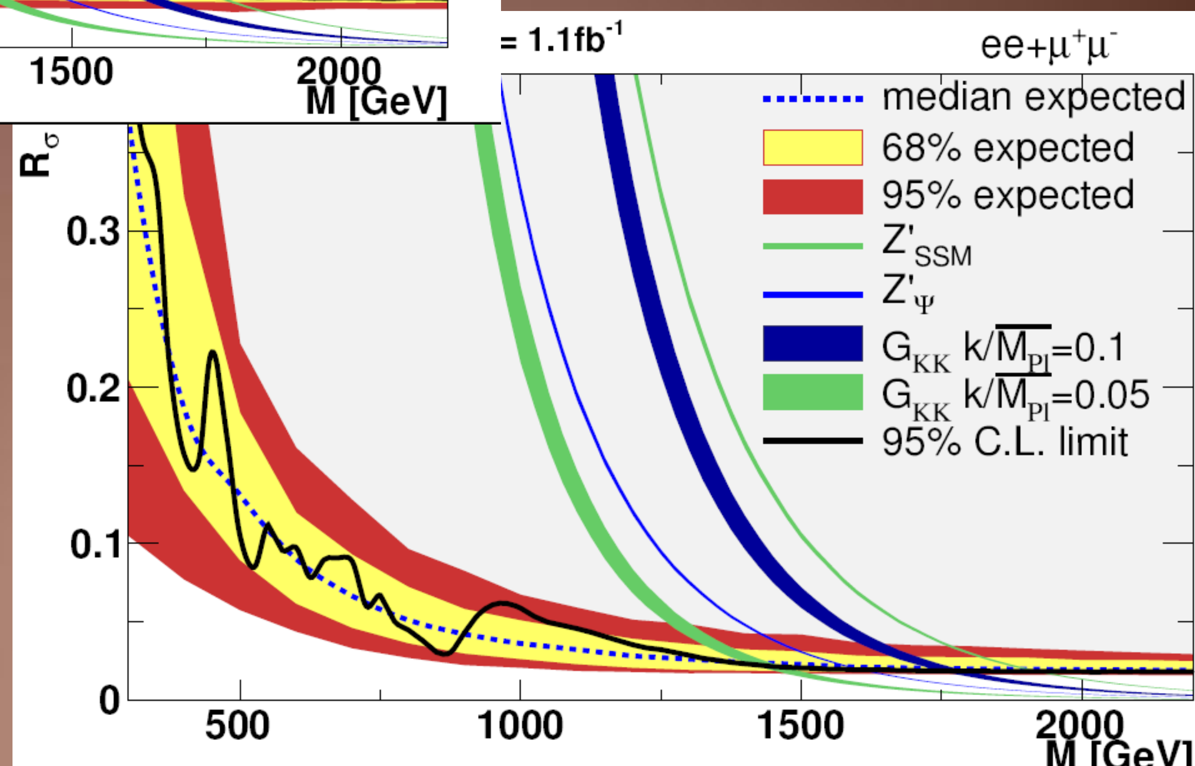
## Signals:

Narrow, high-mass resonances states in di-leptons, di-jets, di-photons events:




## The CMS analysis 2011

**Dilepton resonances, combined ee/μμ, 1.09 fb-1:**
*CMS EXO-11-019*




**$G_{KK}$ in RS1-type models is**

**excluded up to 1.78 TeV for c=0.1**

**and up to 1.45 TeV for c=0.05 at 95 % C.L.**

# BH production and decay: semiclassical approach and beyond

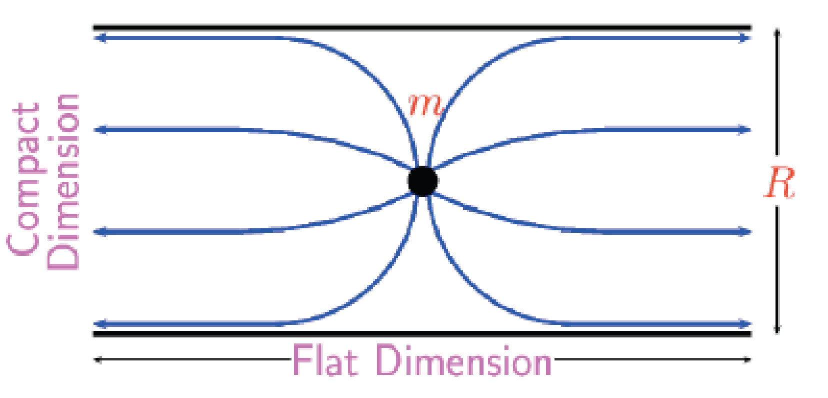
# Modification of gravity potential by KK modes in ADD

- Gravitational Potential in 4 Dimensions (Newton)

$$V(r) = G_N \frac{m_1 m_2}{r} = \frac{1}{(M_{Pl})^2} \frac{m_1 m_2}{r}$$

- n extra dimensions, compactified at radius R

r<<R $$V(r) \sim \frac{1}{(M_D)^{n+2}} \frac{m_1 m_2}{r^{n+1}}$$ $\Rightarrow$ $$V(r) \sim \frac{1}{(M_D)^{n+2}} \frac{m_1 m_2}{R^n} \frac{1}{r}$$ r>R




At large distances, must return to original potential

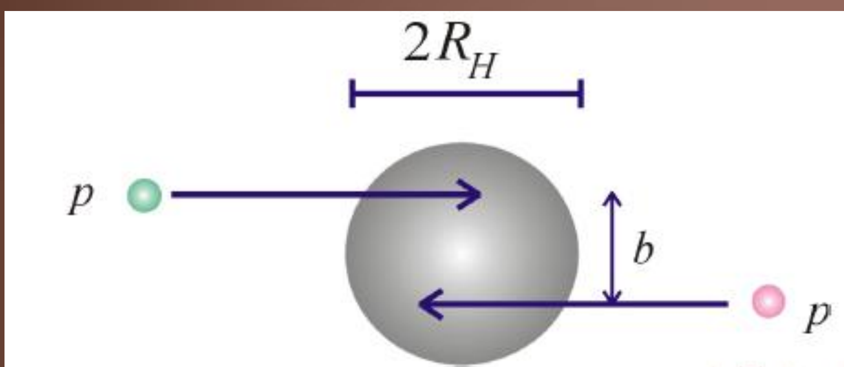
$$(M_{PL})^2 \sim R^n (M_D)^{2+n}$$

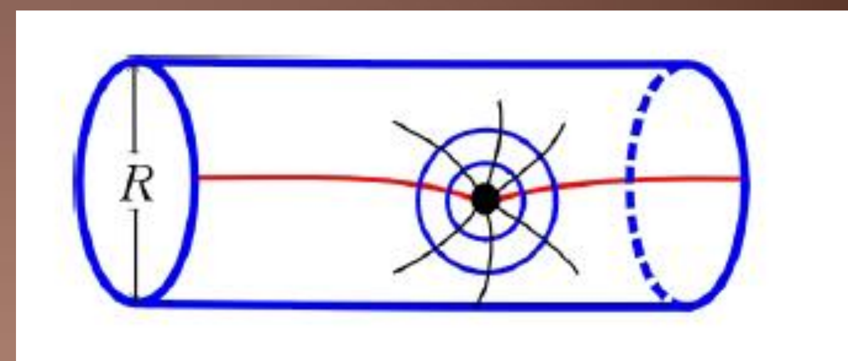
# BH formation in TeV-scale gravity

In large extra dimension models

- Gravity stronger at small distances
- Horizon radius larger
- For M ~ TeV it increases from $10^{-38}$ fm to $10^{-4}$ fm

For these BH $R_h << R$ and they have approximately higher dimensional spherical symmetry




*Pictures by Sabine Hossenfelder*

At the LHC partons can come closer than their Schwarzschild horizon

**black hole production**

Разные возможности (физические сценарии) для описания ЧД и альтернативных объектов, существенно меняющие трактовку экспериментальных данных

- «Нормальная» квазиклассическая ЧД, энергии хватает для соблюдения условия отхода достаточно далеко от фундаментального масштаба («хороший транспланковский режим»), ЧД с большой энтропией, термальный спектр

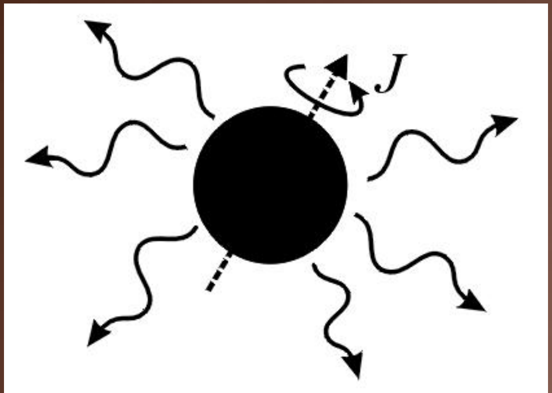
- Квантовая ЧД, рождение вблизи порога, малая энергия и энтропия, истинно квазиклассическое описание неприменимо, усиление рождения двух- и трехструйных конфигураций с большими $p_T$

- Струнный шар (промежуточное состояние между чисто квантовыми наинизшими по энергии состояниями и КЧД), фиксированная температура во время эволюции, иная форма спектров финальных частиц

- Обобщенные правила квантования и дискретный спектр наинизших состояний ЧД (2011)

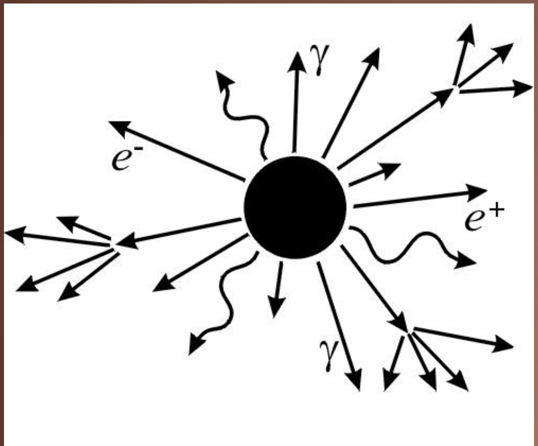
- Что-то еще? Мысль не останавливается на месте…

# Evolution Stages for BH



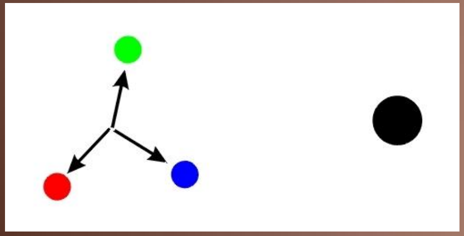

I. **Balding phase**

Asymmetric production, but "No hair" theorem: BH sheds its high multipole moments for fields (graviton and GB emitting classically), as electric charge and color.
Characteristic time is about $t \sim R_S$
Result: BH are classically stable objects

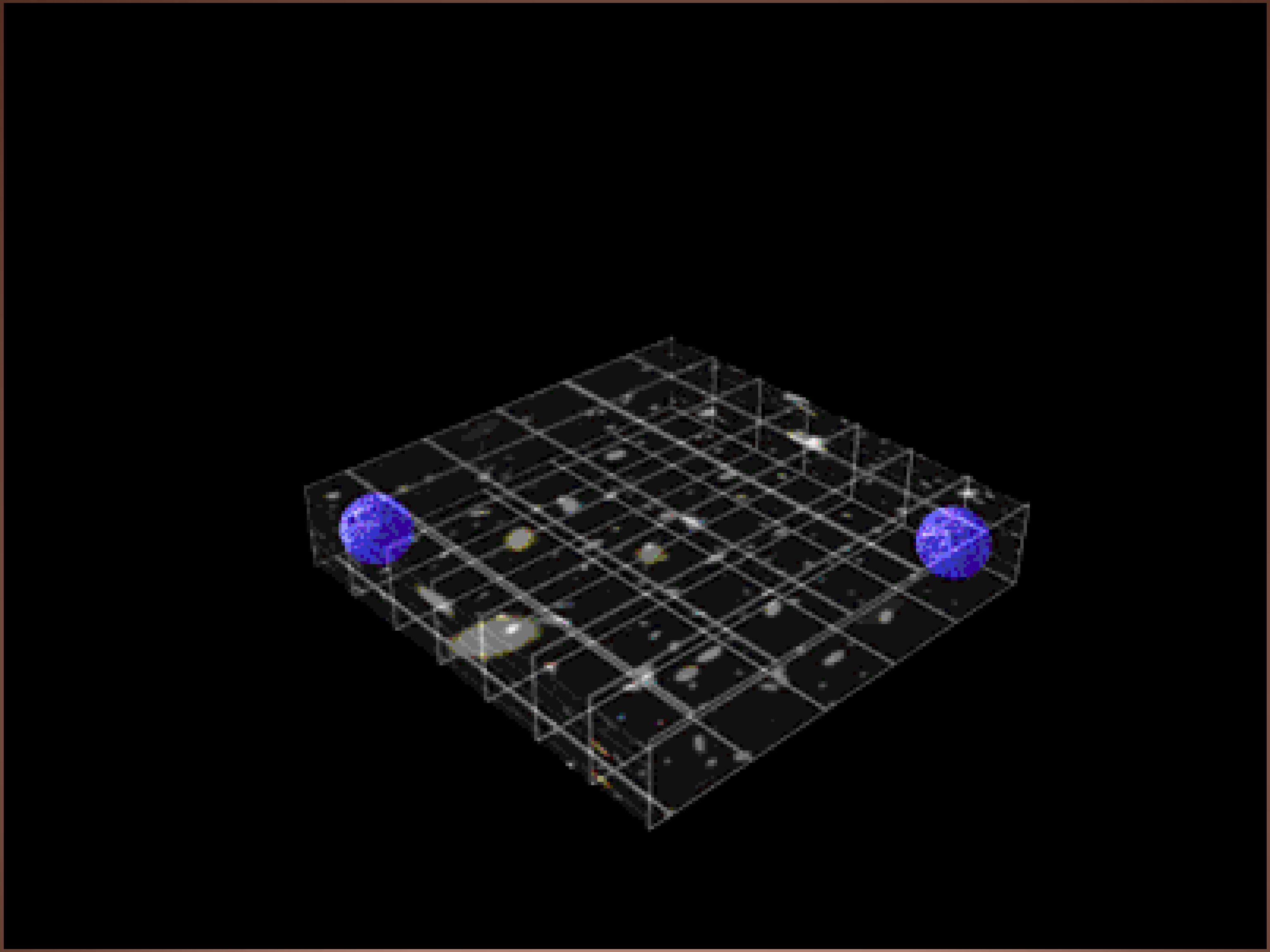



II-III. **Hawking radiation phases (short spin down + more longer Schwarzschild)**

Quantum-mechanical decay trough tunneling, transition from Kerr spinning BH to stationary Schwarzschild one. angular momentum shedding.
After this – thermal decay to all SM particles with black body energy spectra. Accelerating decay with a varying growing temperature. No flavor dependence, only number of D.o.f.– "democratic" decay
Correction with Gray Body Factors



IV. **Planck phase: final explosion** (subj for QGr)
BH remnant (non-detectable energy losses), N-body decay, Q, B, color are conserved or not conserved

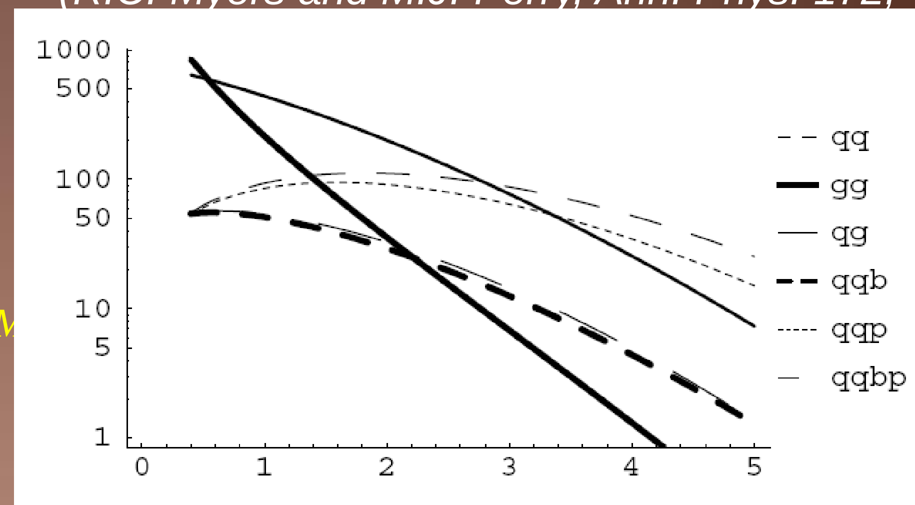


# BH Production in pp collisions: well-known formulas

$$R_S = \frac{1}{\sqrt{\pi} M}\left[\frac{M_{\mathrm{BH}}}{M}\left(\frac{8\Gamma(\frac{n+3}{2}}{n+2}\right)\right]^{\frac{1}{n+1}}$$

**Schwarzschild raduis** of a multidimensional BH

*(R.C. Myers and M.J. Perry, Ann. Phys. 172,*



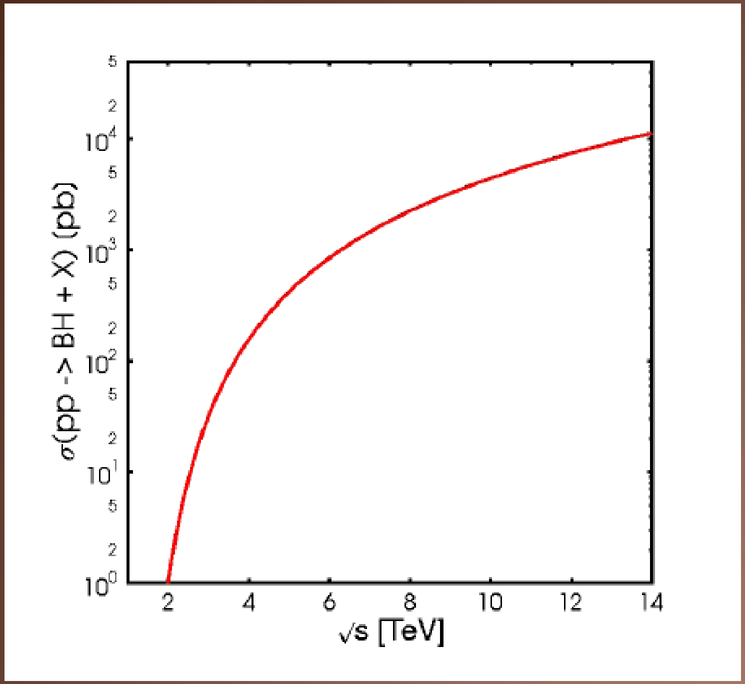

$$\frac{d\sigma_{\mathrm{BH}}}{dM_{\mathrm{BH}}} = \frac{dL}{dM_{\mathrm{BH}}}\hat{\sigma}(ab \to \mathrm{BH})\Big|_{\hat{s}=M}$$

$$\pi R_S^2$$

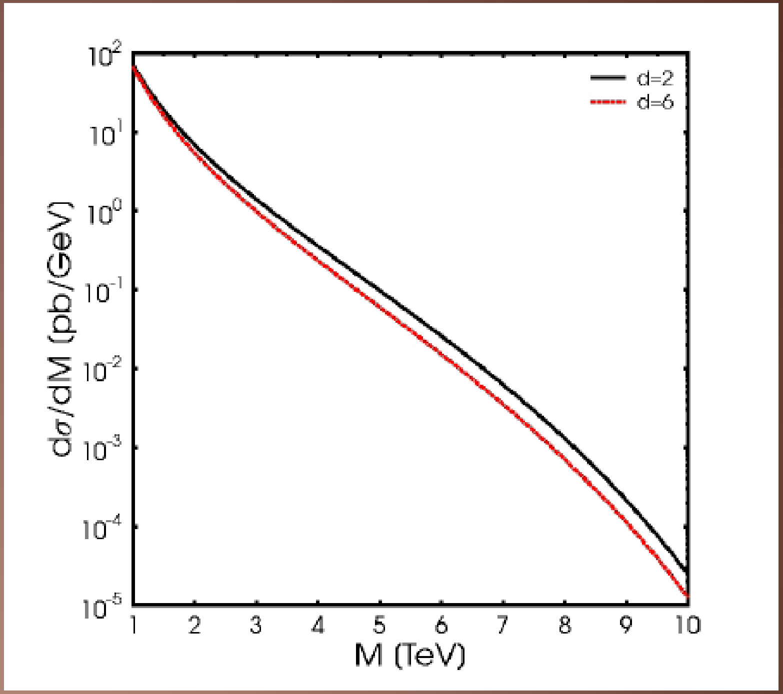
$$\frac{dL}{dM_{\mathrm{BH}}} = \frac{2M_{\mathrm{BH}}}{s}\sum_{a,b}\int_{M_{\mathrm{BH}}^2/s}^{1}\frac{dx_a}{x_a} f_a(x_a) f_b\left(\frac{M_{\mathrm{BH}}^2}{s x_a}\right)$$

PDF's

# BH Production in pp collisions at the LHC




Increasing cross section, **no suppression** from small couplings




**Production of KK modes in TeV scale gravity:**

ADD, $M_d$=3 TeV, $$\frac{d\sigma}{dM} \propto 10^{-5} - 10^{-3}\ \frac{\text{pb}}{\text{GeV}}$$

RS, $c = k/M_{Pl}$ = 0.01-0.1
$M_d$=1.5 TeV, $$\frac{d\sigma}{dM} \propto 10^{-4} - 10^{-2}\ \frac{\text{pb}}{\text{GeV}}$$

# Hawking Evaporation of BH

$$T_H = M\left(\frac{M}{M_{BH}}\frac{n+2}{8\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times \frac{n+1}{4\sqrt{\pi}} = \frac{n+1}{4\pi R_S}$$

**Hawking temperature**

*(R.C. Myers and M.J. Perry, Ann. Phys. 172, 304, 1986)*

$$\boxed{r_{S(h)} < R_c}$$

**Multiplicity of produced particles in BH decay**

$$\langle N \rangle = \langle M_{BH} / E \rangle$$

Planckian spectrum (black body)

$$\left\langle \frac{1}{E} \right\rangle = \frac{1}{T_H}\frac{\int_0^\infty dx \frac{1}{x}\frac{x^2}{e^x \pm c}}{\int_0^\infty dx \frac{x^2}{e^x \pm c}} = \frac{a}{T_H}$$

where $x = E/T_H$

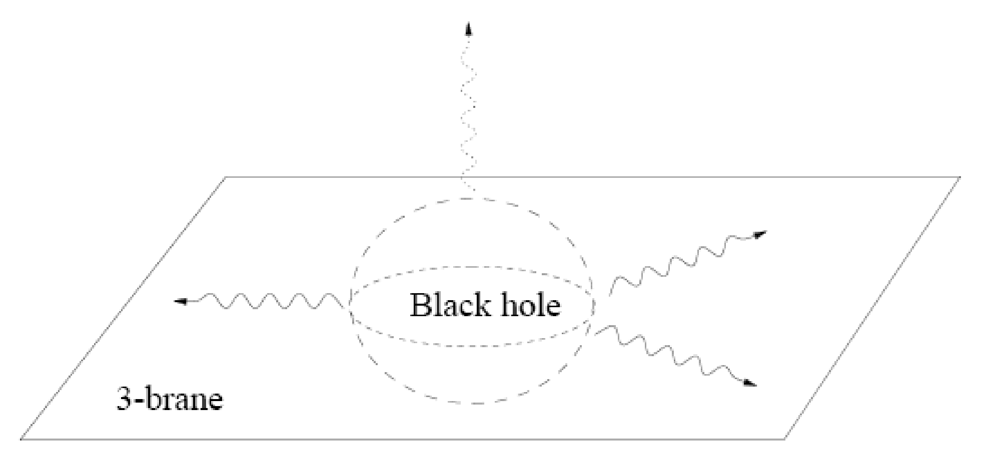
$$\langle N \rangle = \frac{2\sqrt{\pi}}{n+1}\left(\frac{M_{\mathrm{BH}}}{M}\right)^{\frac{n+2}{n+1}}\left(\frac{8\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{n+2}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$

# Gray Body Factors for BH Decay

$$\frac{dN_{s,l,m}}{d\omega dt} = \frac{1}{2}\frac{\Gamma_{s,l,m}}{\exp[\omega/T_{\mathrm{H}}]\mp 1}$$

$$T_{\mathrm{H}} = \frac{n+1}{4\pi r_h}$$

Grey body factors




$$r_h\omega << 1 \qquad \Gamma \propto o(\omega^{2l+1})$$

$$r_h\omega >> 1 \qquad \Gamma \approx \theta(K r_h\omega - l)$$

**Papers on GBF:**

P. Kanti, J. March-Russell, I. Olasagasti K. Tamvakis, 2002;
G. Duffy, C. Harris, P. Kanti and E. Winstanley, 2005;
M. Casals, P. Kanti and E. Winstanley, S. R. Dolan, 2006-2007
D. Ida, K.-y. Oda and S. C. Park, 2003-2006

$$\frac{dN_{e^-}}{d\omega dt} = 2\sum_{l,m}\frac{dN_{1/2,l,m}}{d\omega dt}$$

$$\frac{dN_{W^-}}{d\omega dt} = 2\sum_{l,m}\frac{dN_{1,l,m}}{d\omega dt} + \sum_{l,m}\frac{dN_{0,l,m}}{d\omega dt}$$

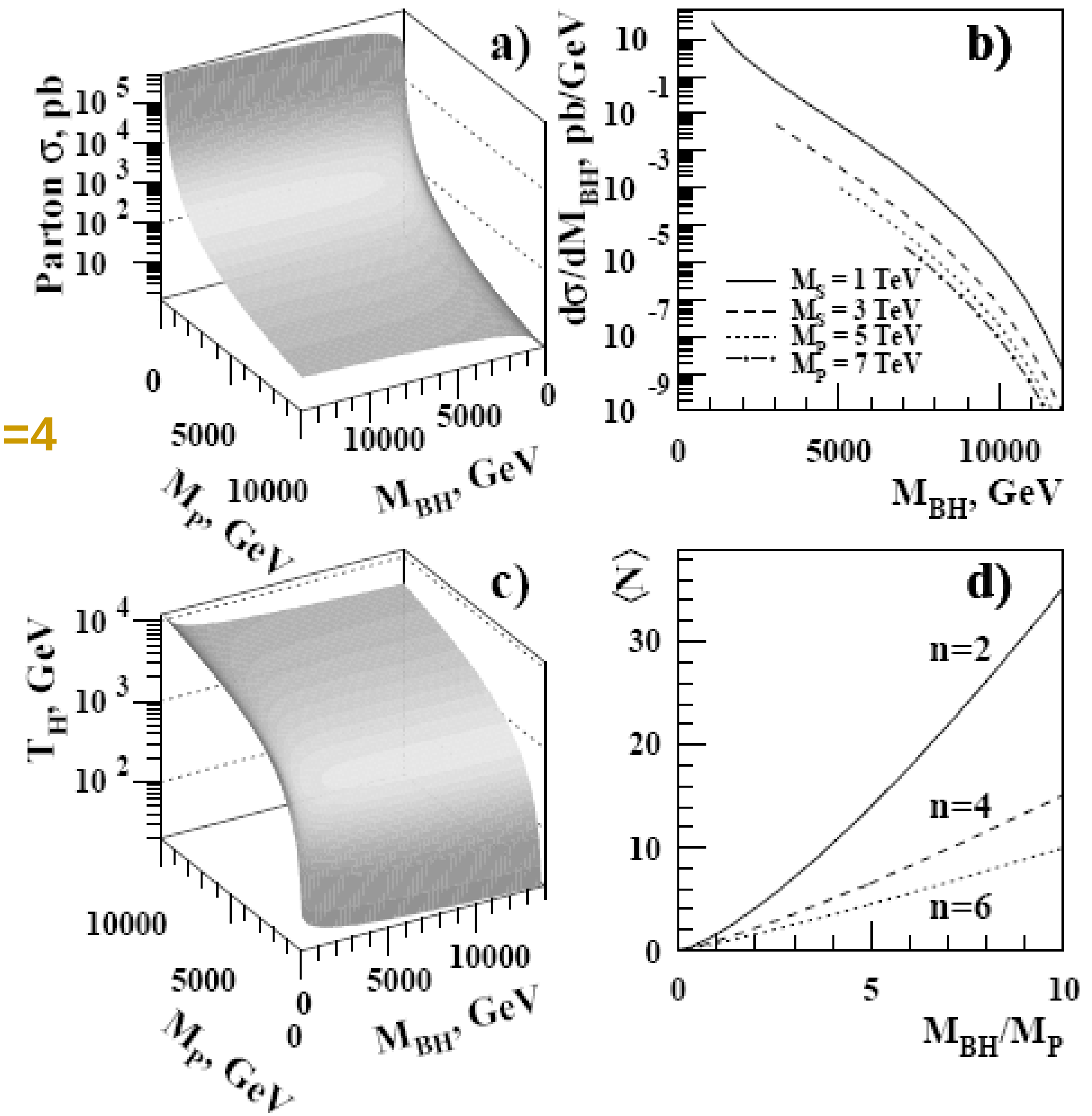
# D.o.F. for e-

# D.o.F. for GB

# BH Production in pp collisions at the LHC

DL '01

n=4




For the LHC energies:

a) Parton-level production cross section

b) Differential cross section

c) Hawking temperature

d) Average decay multiplicity for Schwarzschild BH

*(S. Dimopoulos, G. Landsberg, Phys.Rev.Lett.87:161602, 2001, hep-ph/0106295v1)*

# BH Entropy

$$S_{\mathrm{BH}} = \frac{4\pi}{n+2}\left(\frac{M_{\mathrm{BH}}}{M}\right)^{\frac{n+2}{n+1}}\left(\frac{2^n \pi^{\frac{n-3}{2}}\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{n+2}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$

*(R.C. Myers and M.J. Perry, Ann. Phys. 172, 304, 1986)*

$S_{BH}$ must be large enough to reproduce thermal BH decay

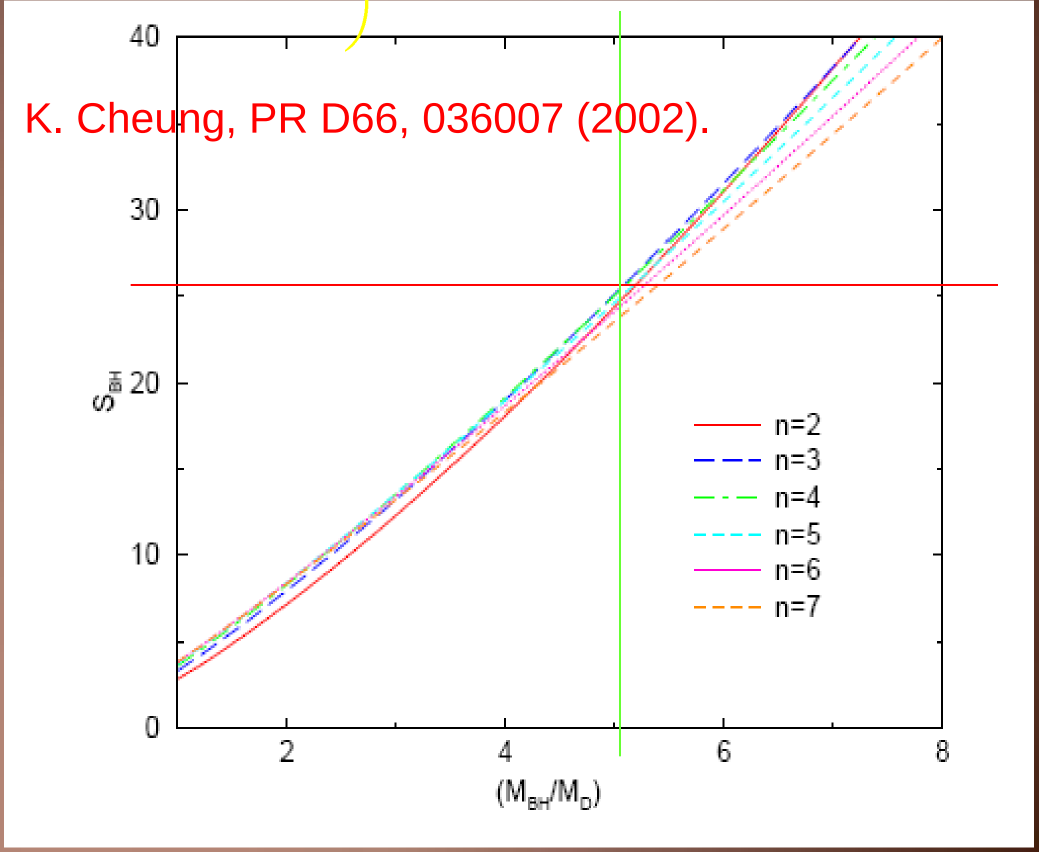
$$1 << \frac{1}{\sqrt{S_{\mathrm{BH}}}} \Rightarrow S_{\mathrm{BH}} > 25$$

*(S.B. Giddings, hep-ph/0110127v3, K. Cheung, Phys. Rev. Lett. 88, 221602, 2002)*

$$M_{\mathrm{BH}}^{\min} \geq 5M$$

Democratic decay blinded to flavor: probabilities are the same for all species (violation of some conservation laws)

K. Cheung, PR D66, 036007 (2002).



## D.o.f. # counting and “democracy” of BH decay

$$
\begin{array}{cccccccccccccccccc}
Z, & W^{\pm}, & \gamma, & g, & H; & e^{\pm}, & \mu^{\pm}, & \tau^{\pm}, & \nu_e, & \nu_\mu, & \nu_\tau; & u, & d, & s, & c, & b, & t \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
3 & 6 & 2 & 16 & 1 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12
\end{array}
$$

$$\Updownarrow$$

$$l^{\pm}$$

$$2\left|+\frac{1}{2};\quad -\frac{1}{2}\right.$$

$$\Updownarrow$$

$$\underbrace{u,d,s,c,b,t}_{6\times4\times3}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \textit{flavor} & \textit{color} \end{array}$$

**(Gauge+Higgs) : (Leptons) : (Quarks) = 28 : 18 : 72**

$$\Downarrow$$

**The ratio of hadronic/leptonic is 5 : 1**

# TSM and an inelasticity in BH production

$$\sigma^{pp}(s, x_{\min}, d, M) = \int_0^1 2zdz \int_{\frac{(x_{\min} M)^2}{y^2 s}}^1 du \int_u^1 \frac{dv}{v} F(n)\pi r_s^2(us, n, M) \times$$

$$\sum_{i,j} f_i(v,Q) f_j(u/v,Q)$$

$$x_{\min} = M_{BH}^{\min} / M \quad ; \quad y \equiv M_{BH} / \sqrt{s} \quad ; \quad z = b / b_{\max}$$

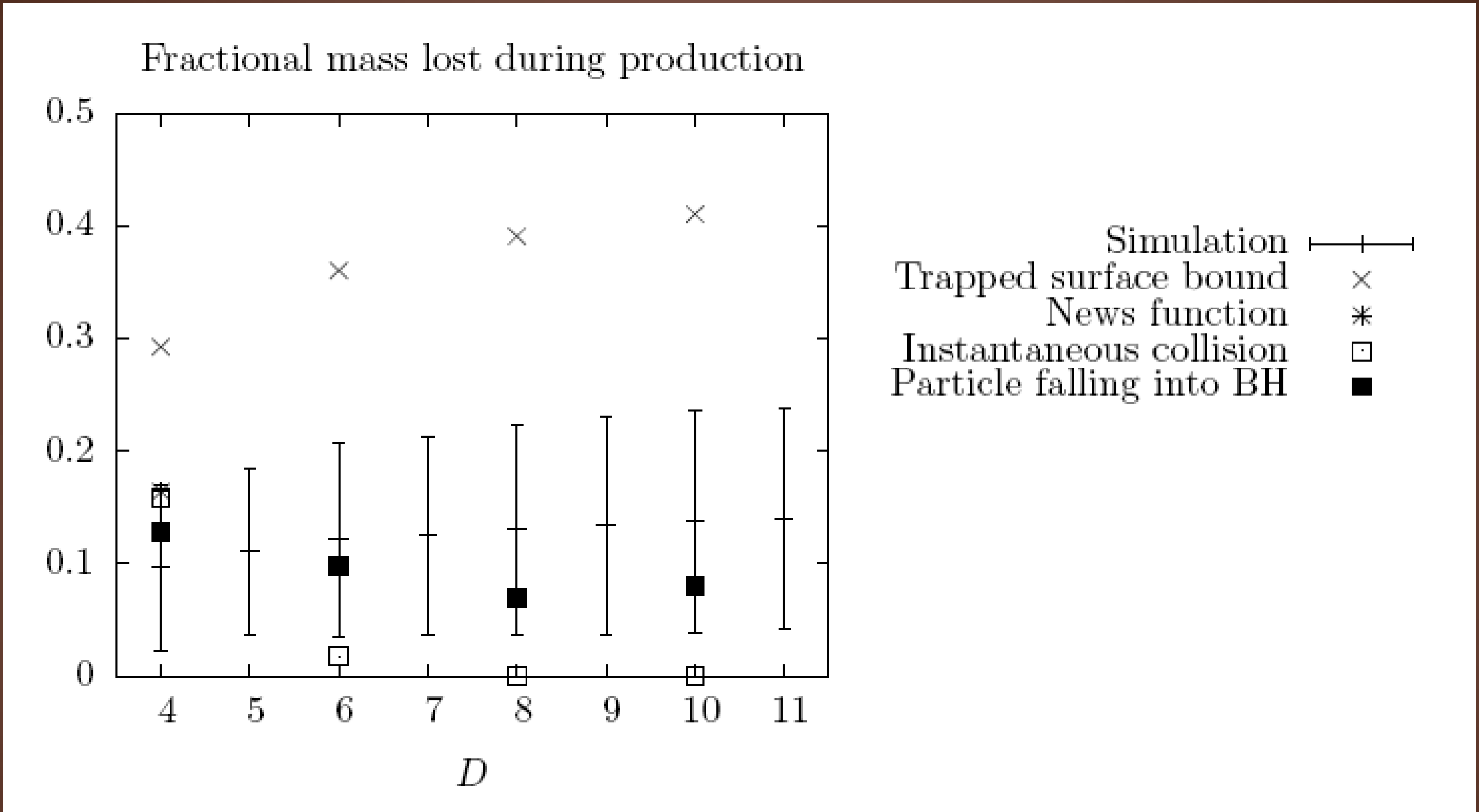
What part of initial collision energy actually was trapped in BH formation process?

⇓

**inelasticity (pp $\rightarrow$ BH + X) – function of n,b**

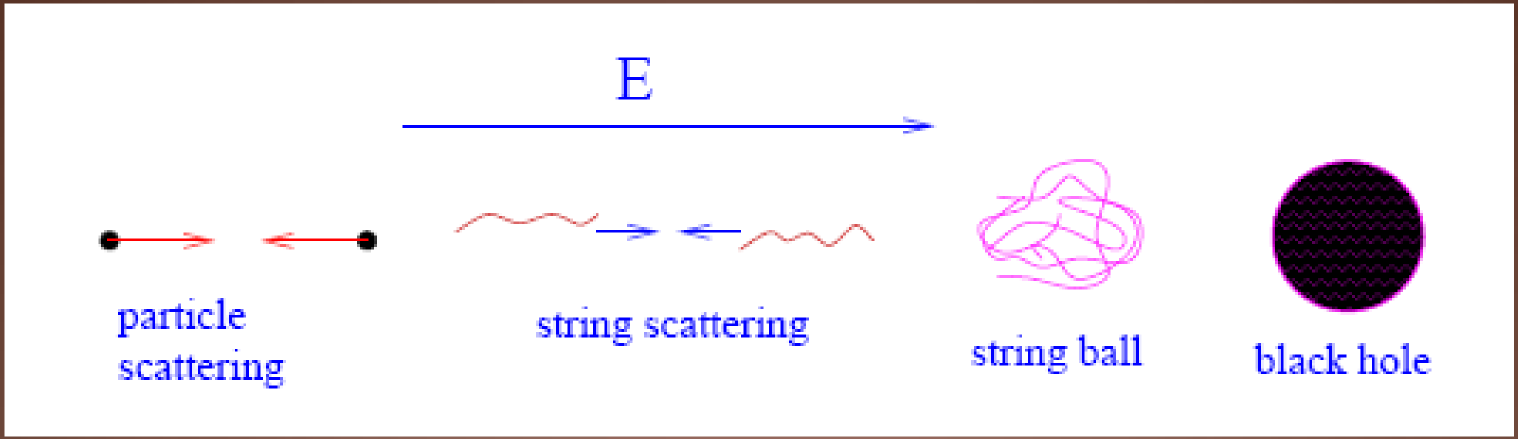
H. Yoshino and Y. Nambu, Phys. Rev. D 67, 024009(2003), gr-qc/0209003;
L. A. Anchordoqui, J.L. Feng, H. Goldberg, and A.D. Shapere, hep-ph/0311365

# Mass loss during BH formation in different models




J. A. Frost, J. R. Gaunt, M. O.P. Sampaio, M. Casals, S. R. Dolan, M. A. Parker, and B. R. Webber,
*arXiv:0904.0979*

# Black Hole or String Ball?




*Picture by Kingman Cheung*

**$M_{BH}$ >> $M_D$** : semiclassical well-known description for BH's.

What happens when $M_{BH}$ approach $M_D$?
BH becomes "stringy", their properties become complex.

$$M_D^{n+2} = \frac{M_s^{n+2}}{g_s^2}$$

$$g_s = 0{,}4$$

$$M_s = 1300 \text{ GeV}$$
$$M_D = 1600 \text{ GeV}$$

Matching:

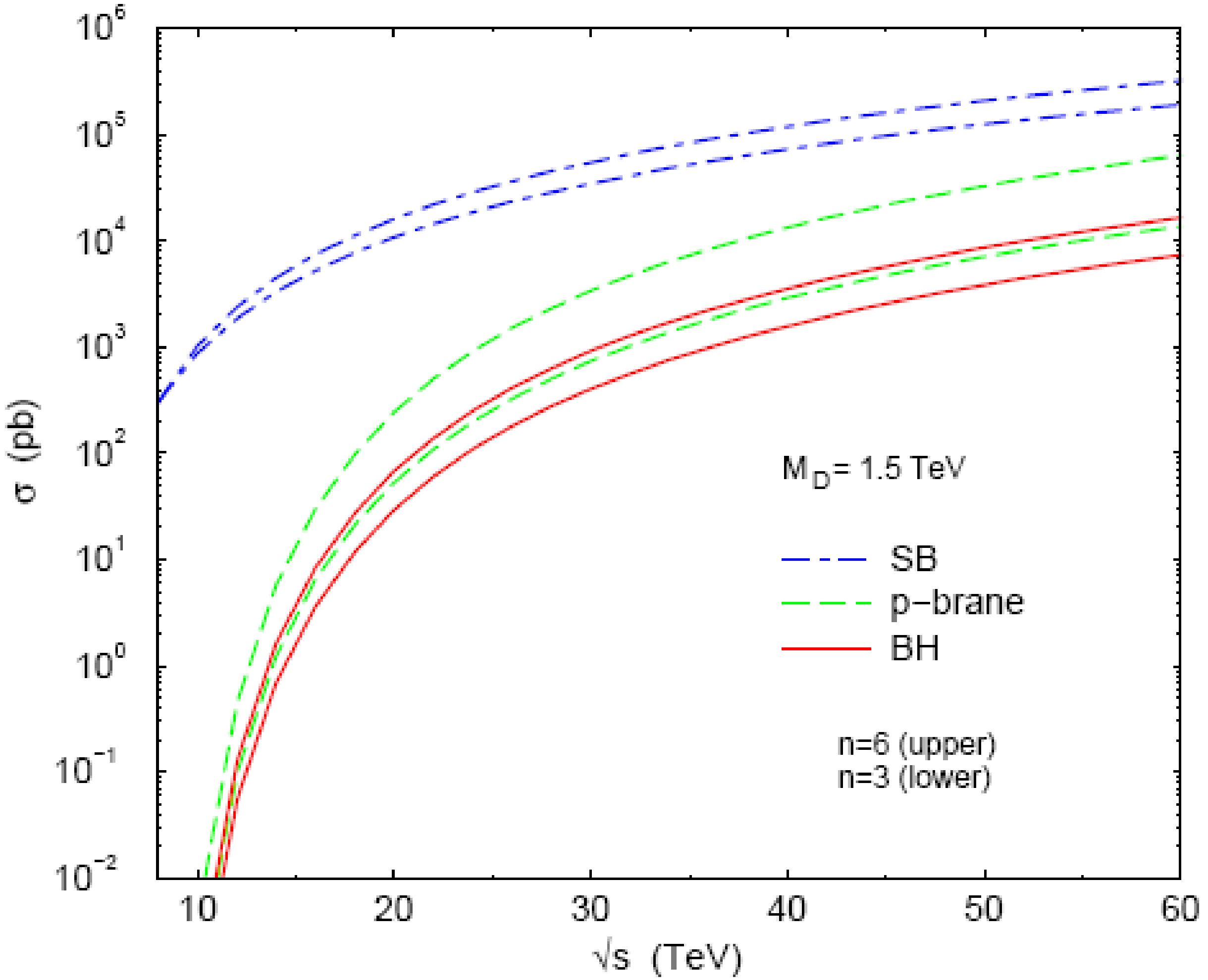
$$M_{BH}^{\min} = M_s / g_s^2 \qquad \sigma(SB)\big|_{M_{SB}=M_s/g_s^2} = \sigma(BH)\big|_{M_{BH}=M_s/g_s^2}$$

$$\sigma(SB/BH) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{M^2}\left(\dfrac{M_{BH}}{M}\right)^{\frac{2}{d+1}} \left[f(d)\right]^2; & \dfrac{M_s}{g_s^2} \le M_{BH} \\ \dfrac{\pi}{M^2}\left(\dfrac{M_s/g_s^2}{M}\right)^{\frac{2}{d+1}} \left[f(d)\right]^2 = \dfrac{\pi}{M_s^2}\left[f(d)\right]^2; & \dfrac{M_s}{g_s} \le M_{SB} \le \dfrac{M_s}{g_s^2} \\ \dfrac{\pi g_s^2 M_{SB}^2}{M_s^4}\left[f(d)\right]^2; & M_s \ll M_{SB} \le \dfrac{M_s}{g_s} \end{cases}$$

*S. Dimopoulos and R. Emparan,*
*Phys. Lett. B526, 393 (2002), hep-ph/0108060*

$$f(n) = \left( \frac{2^d \pi^{\frac{d-3}{2}} \Gamma\left(\frac{d+3}{2}\right)}{d+2} \right)^{\frac{1}{d+1}}$$

# Production cross sections for BH, SB and p-brane




K. Cheung, PR D66, 036007 (2002), hep-ph/0305003

Final Episode

Bad news about BH
and

new hopes:

more careful semiclassical analysis and directions beyond

## *BH not as spectacular as advertized!!*

- BH Production near the threshold and careful counting
- Conventions on a fundamental mass
- Inelasticity for BH formation at the LHC and in the UHECR
- Minimal M for a sensible definition of a BH
- LHC unlikely to make classical BH with thermal decay spectra. So, what can we see, then?
- Two-body final states and QG

# Conventions on a fundamental mass

$$S = \frac{1}{8\pi G_D}\int d^D x\sqrt{-g}\,\frac{1}{2}\Re + \int d^D x\sqrt{-g}\,L$$

$$G_N = \frac{G_D}{V_{D-4}}$$

Just numerical coefficients

But: there is essential difference between M about 1 TeV and 2 TeV for the LHC!

At least three definitions:

$$M_P^{D-2} = \frac{(2\pi)^{D-4}}{4\pi G_D} \Rightarrow M_P = 2^{\frac{1}{D-2}} M_D$$

(Giddings, Thomas, 01)

$$M_D^{D-2} = \frac{(2\pi)^{D-4}}{8\pi G_D}$$

(GRW, 98)

$$M_{\mathrm{DL}}^{D-2} = \frac{1}{G_D} \Rightarrow M_P^{D-2} = 2^{D-6}\pi^{D-5} M_{\mathrm{DL}}^{D-2}$$

(Dimopoulos, Landsberg, 01)

D=6 $M_p = 1.3 M_{DL}$

D=10 $M_p = 2.9 M_{DL}$

## What energy allows to speak about "true" BH ?

Clearly $E > M_D$. But how much large?

# Criteria for a Black Hole?

*Patrick Meade and Lisa Randall, ArXiv:0708.3017*

- $M_{BH} > M$
  - As advertised, not even convention independent
- $2\pi/(M/2) < R_S$
  - More stringent version of above
  - ADD (n=6) $M_{BH} > 4M$—almost at experimental limit
  - RS $M_{BH} > 16M$—if taken seriously, bhs already out of reach

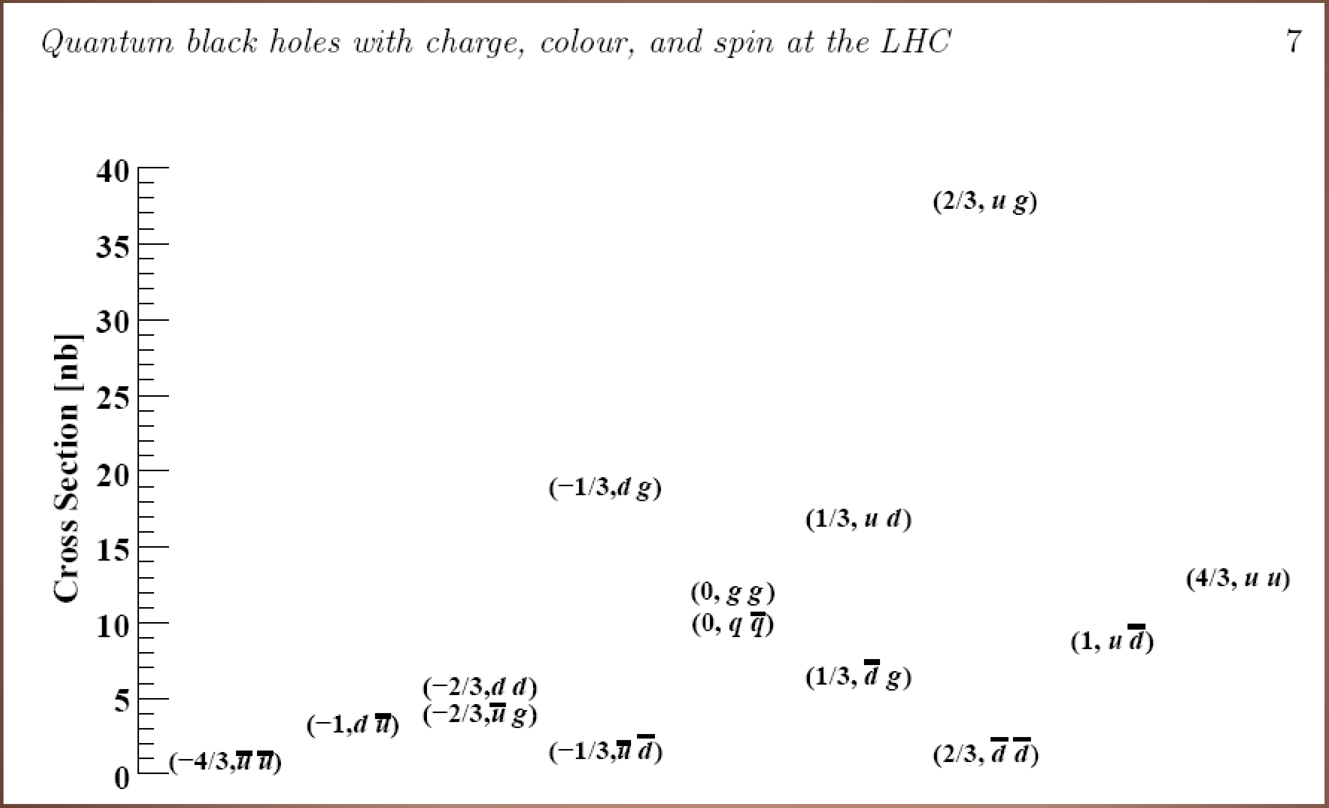
*From the talk by Lisa Randall at String'2007*

# Quantum Black Holes

Production near the threshold, small entropy, $M_{min} \sim M_D$

*Patrick Meade and Lisa Randall, arXiv:0708.3017*
*Douglas M. Gingrich, arXiv:0912.0826*

$\lambda_c \geq R_S$ $\Rightarrow$ significant back-reaction,
strongly coupled resonances or gravity bound state

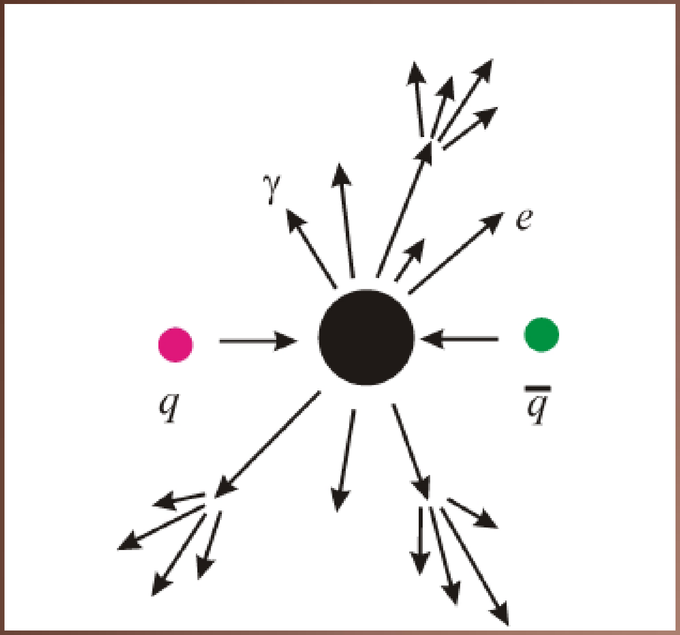


# Search for BH at the LHC

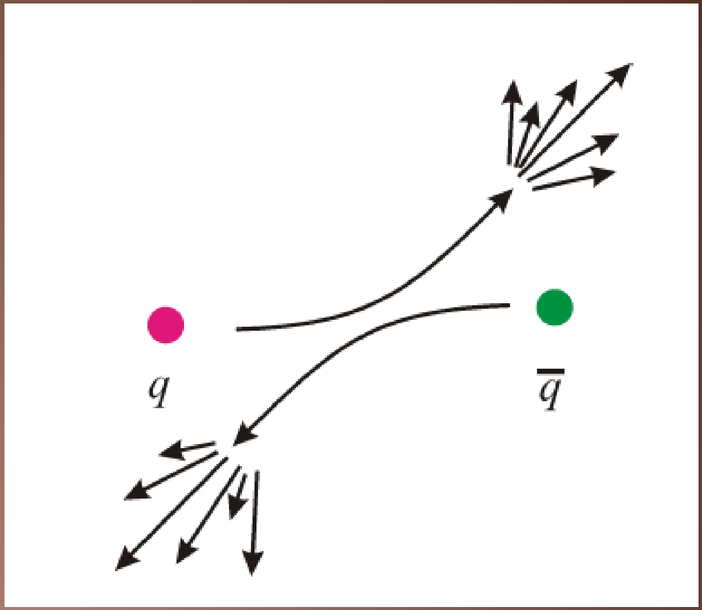
- Potentially large cross sections (can be really suppressed by factors coming from production process details)
- Increasing cross sections with an energy, according to an absense of small gauge couplings
- High multiplicity of produced particles as proportional to a BH entropy
- Hard leptons and jets (high transverse momenta), in significant numbers
- Approximately thermally determined ratios of species (democratic decay)
- Relatively high sphericity for final states

# Final state of the SM process vs typical BH decay spectra

BH decay




SM Process




*Pictures by Sabine Hossenfelder*

- ❖ Multi-jet and hard leptons events
- ❖ High spherical
- ❖ High energy and $p_T$

Experimental observables which are sensitive to these features

# Black Hole Event Generators

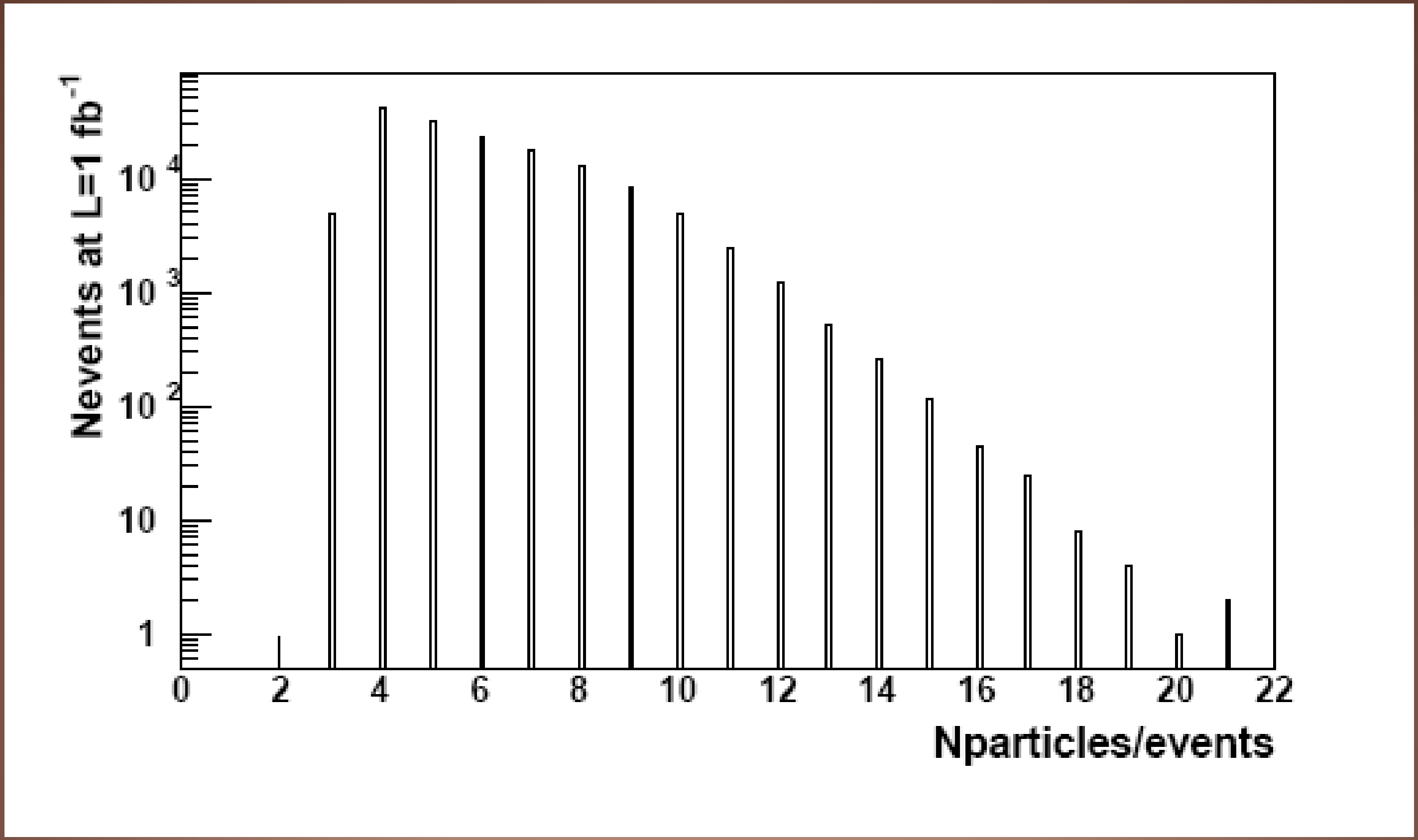
**CHARYBDIS 1.003** (August 2006)
C.M. Harris, P. Richardson and B.R. Webber
*"CHARYBDIS: A Black Hole Event Generator",* JHEP 0308:033, hep-ph/0307305, 2003
*http://www.ippp.dur.ac.uk/montecarlo/leshouches/generators/charybdis/*

**CHARYBDIS2** (April 2009)
J. A. Frost, J. R. Gaunt, M. O.P. Sampaio, M. Casals, S. R. Dolan, M. A. Parker, and B. R. Webber, *arXiv:0904.0979*
*http://projects.hepforge.org/charybdis2/*

**CATFISH 1.1** (October 2006),
M. Cavaglia, R. Godang, L. Cremaldi and D. Summers, "CATFISH: A Monte Carlo simulator for black holes at the LHC", *arXiv: hep-ph/0609001*
*http://www.phy.olemiss.edu/GR/catfish/catfish-v1.01.docu.pdf*

**BlackMax** (April 2008, the latest version – March 2010)
De-Chang Dai, G. Starkman, D. Stojkovic, C. Issever, E. Rizvi, J. Tseng
"BlackMax: A black-hole event generator with rotation, recoil, split branes and brane tension",
*Phys.Rev. D77:076007, 2008, arXiv:0711.3012v4*
*http://projects.hepforge.org/blackmax/*

# CHARYBDIS2: number of partons in BH events



# Invisible (missing) $E_T$ from neutrinos and gravitons, in percents of total energy, CHARYBDIS2

Table 1. Particles from BH used.

| $M_{BH}$ (GeV) | n=7 | n=8 | n=9 | n=10 |
|---|---|---|---|---|
| $> 5000$ | 21.7 | 23.9 | 24.8 | 27.0 |
| $> 7000$ | 24.5 | 27.2 | 28.1 | 29.9 |
| $> 10000$ | 27.9 | 30.8 | 31.3 | 32.0 |

Table 2. Particles with $|\eta| < 2.5$ used.

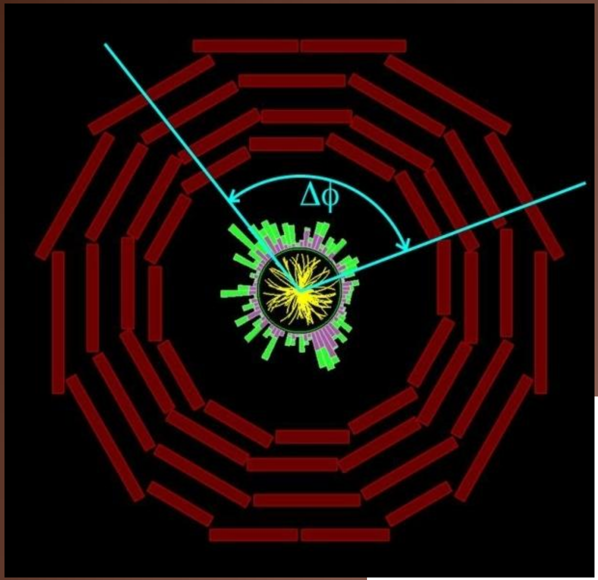
| $M_{BH}$ (GeV) | n=7 | n=8 | n=9 | n=10 |
|---|---|---|---|---|
| $> 5000$ | 20.8 | 22.8 | 23.4 | 24.5 |
| $> 7000$ | 23.8 | 24.9 | 27.2 | 28.9 |
| $> 10000$ | 27.0 | 28.9 | 30.2 | 31.4 |

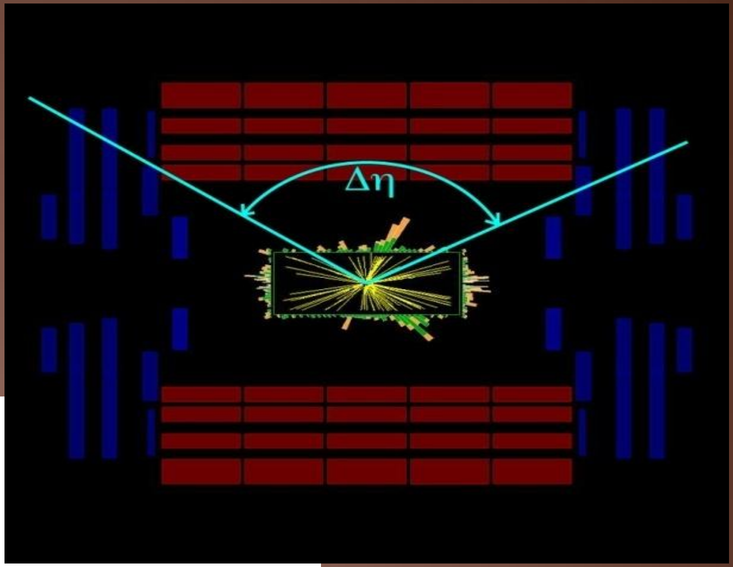
# Scalar sum of the transverse energies of jets

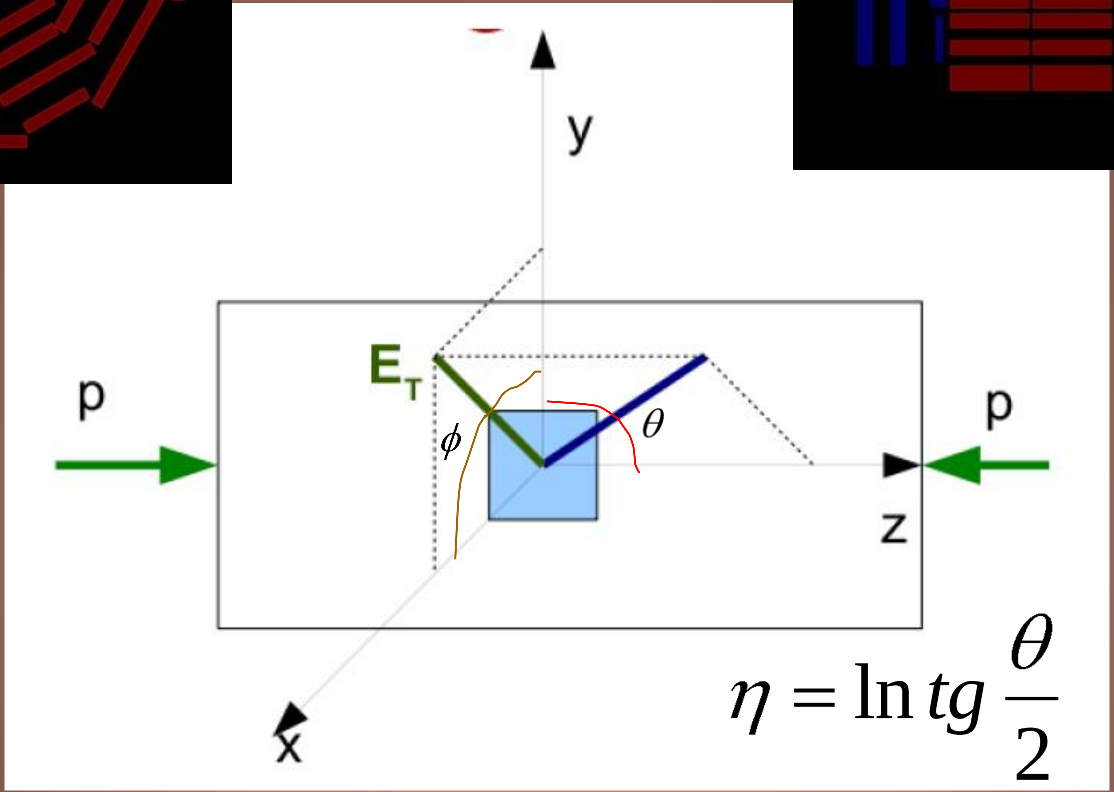
$$E_T = E \sin\theta$$

$$S_T = \sum_{i=1}^{N_{jet}} E_T$$

Jets, photons and leptons,
$E_T$ > 50 GeV
Missing $E_T$ > 50 GeV

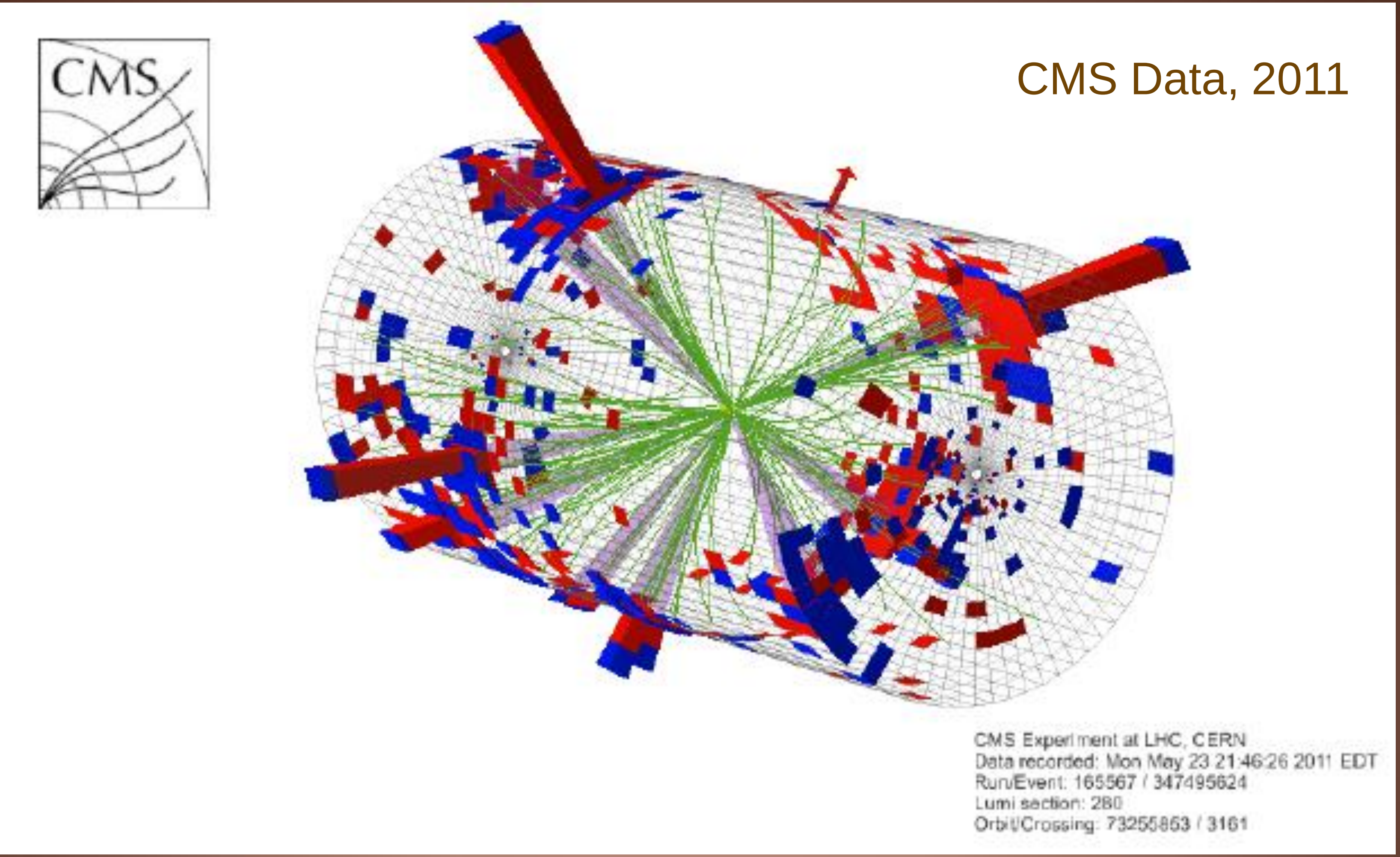


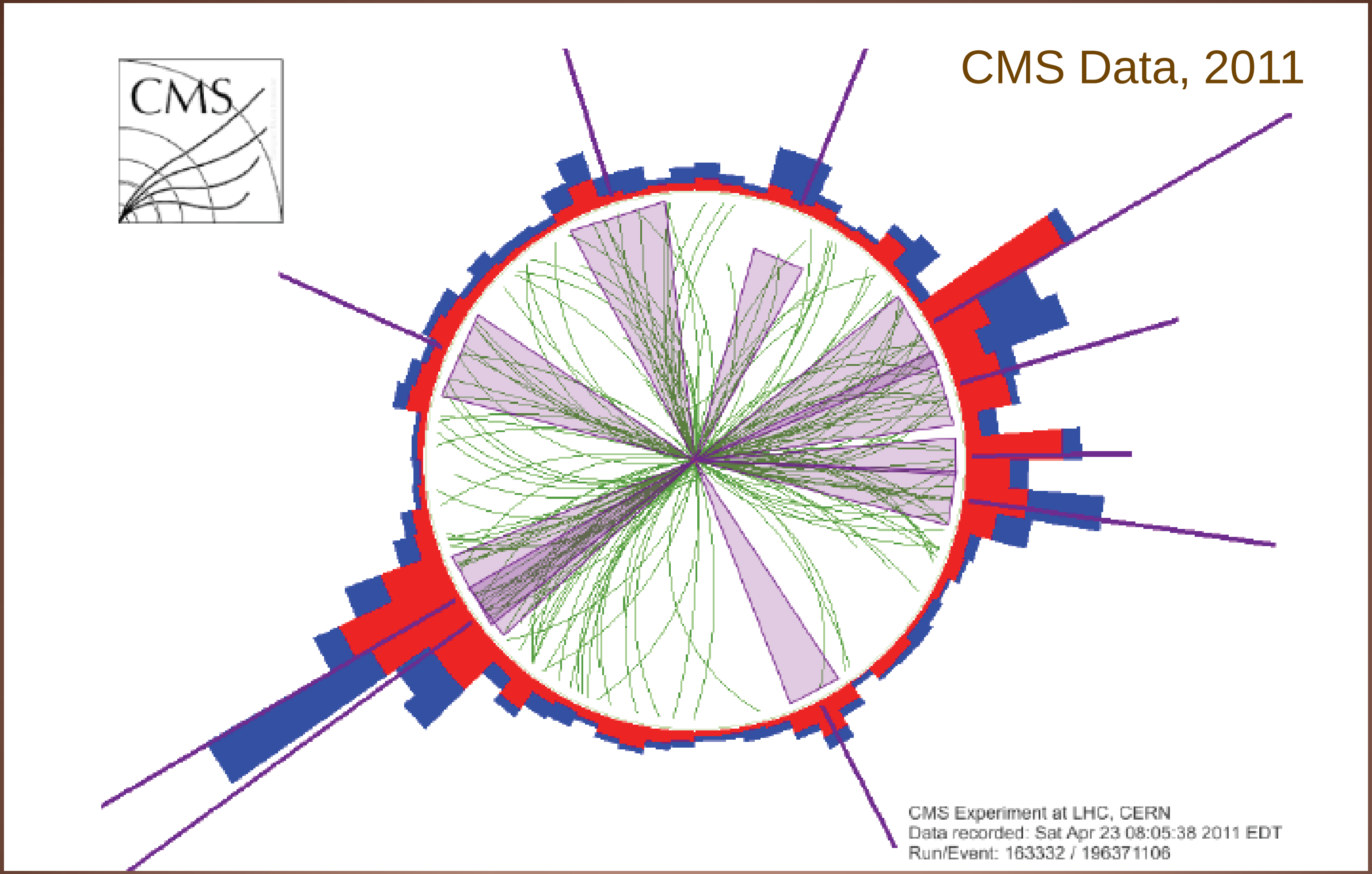

$$\eta = \ln tg\,\frac{\theta}{2}$$

# CMS 3D real event visualisation, N = 9 BH candidate




$S_T$ = 2.5 TeV (Run 165567, Event 347495624)

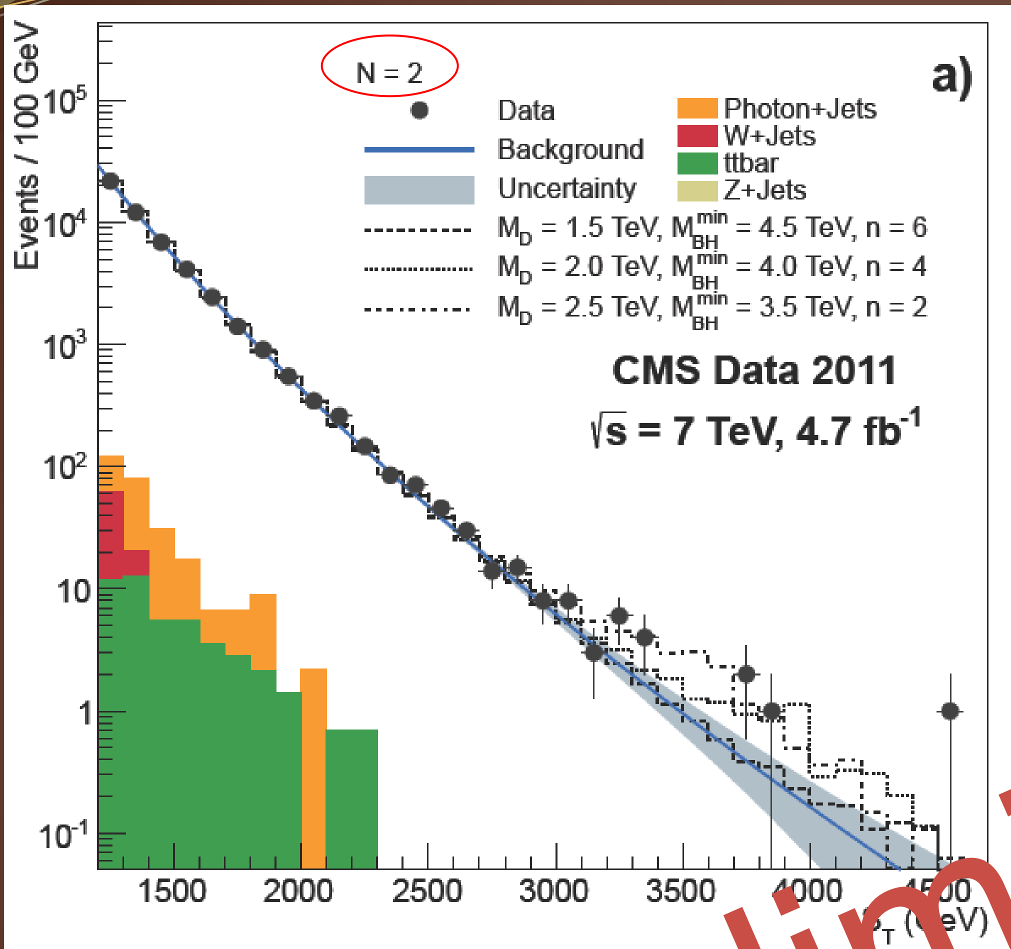
# CMS real event visualisation: the transverse view, N = 10 BH candidate

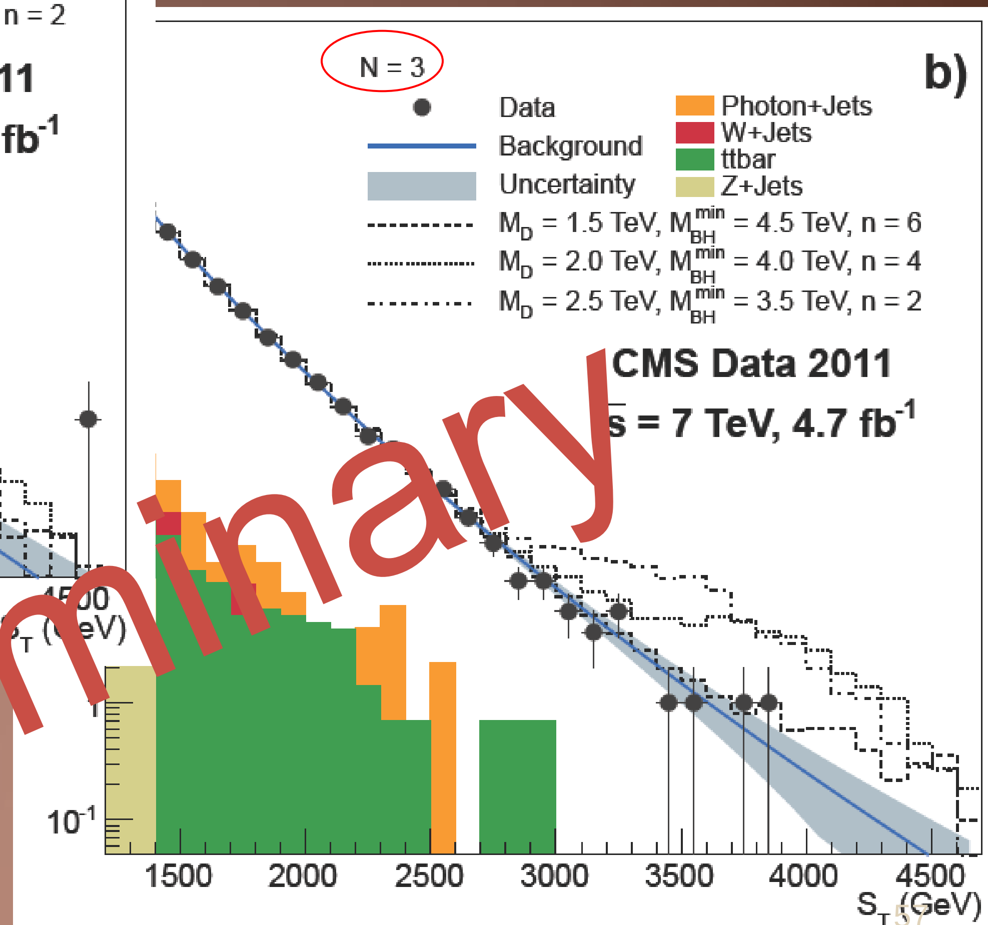



$S_T$ = 1.1 TeV (Run 163332, Event 196371106)

# $S_T$ for events with N objects in the FS

The CMS analysis 2011, 4.7 $fb^{-1}$:

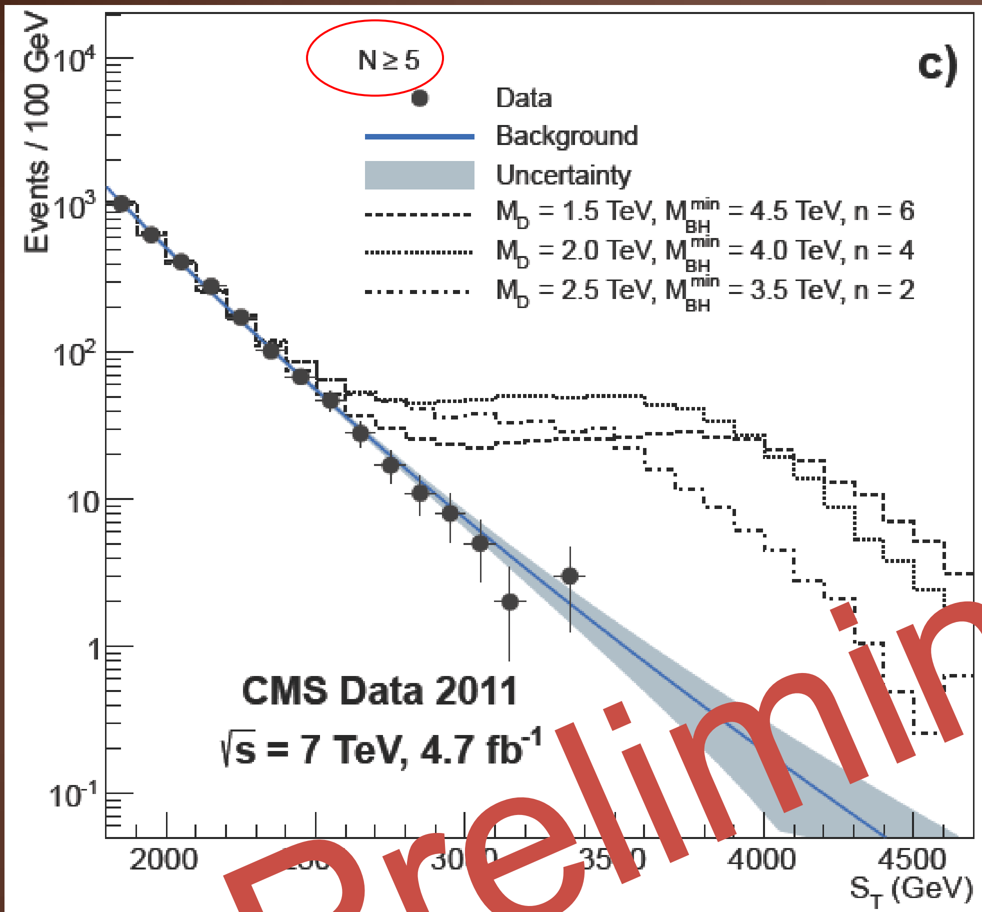


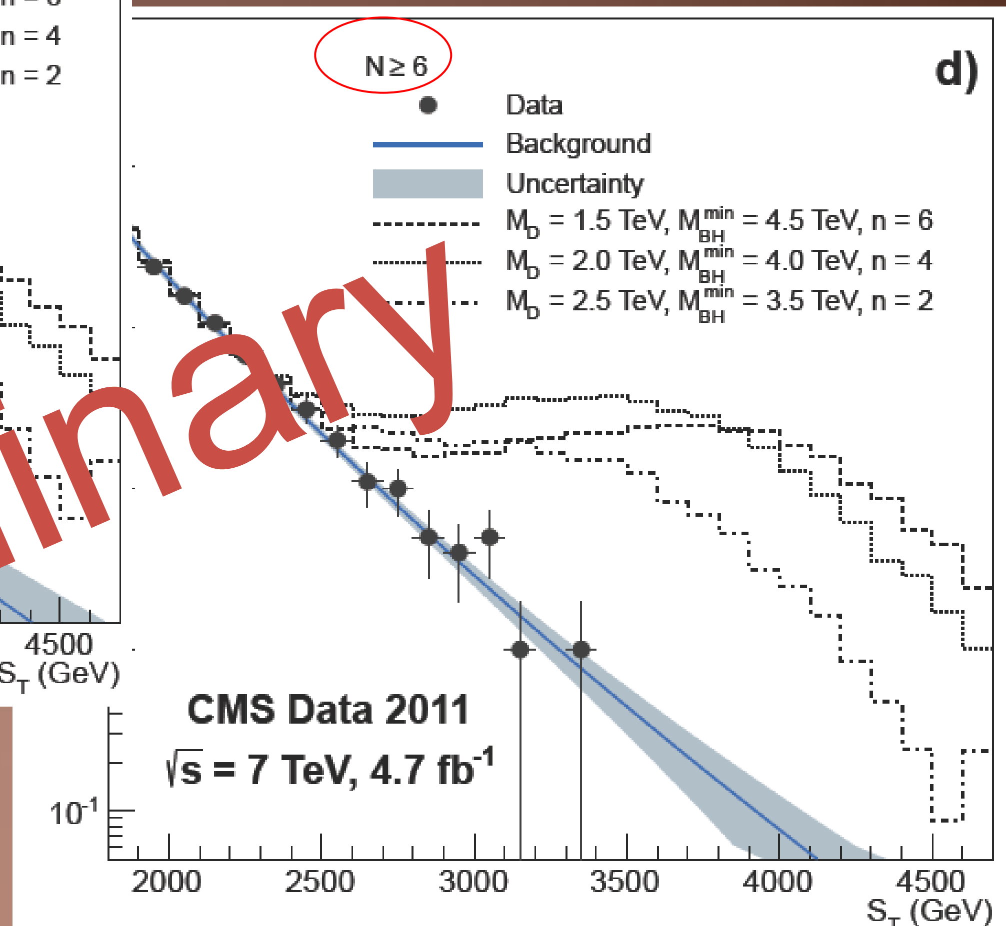




Preliminary

# $S_T$ for events with N objects in the FS

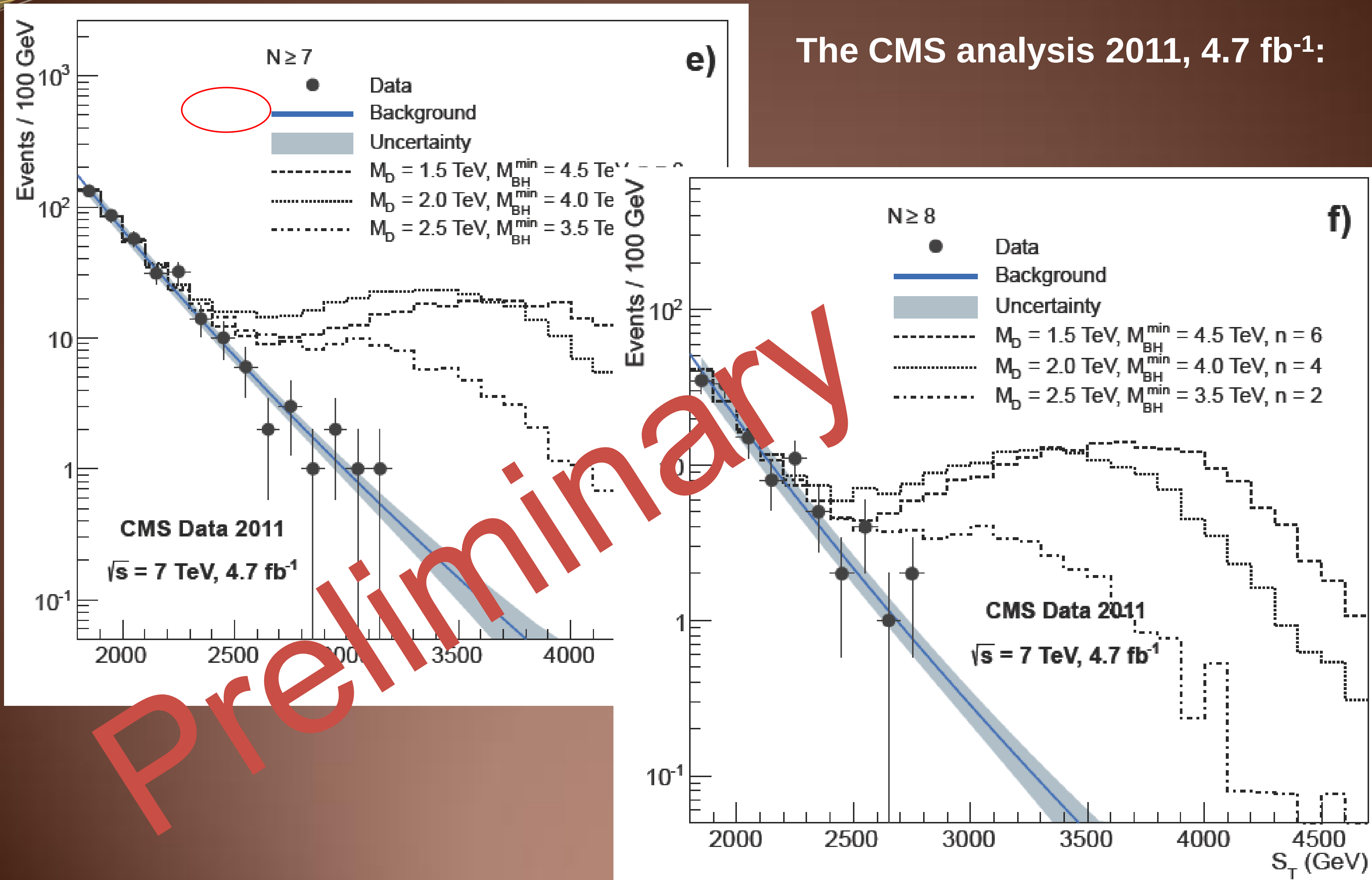
**The CMS analysis 2011, 4.7 fb$^{-1}$:**

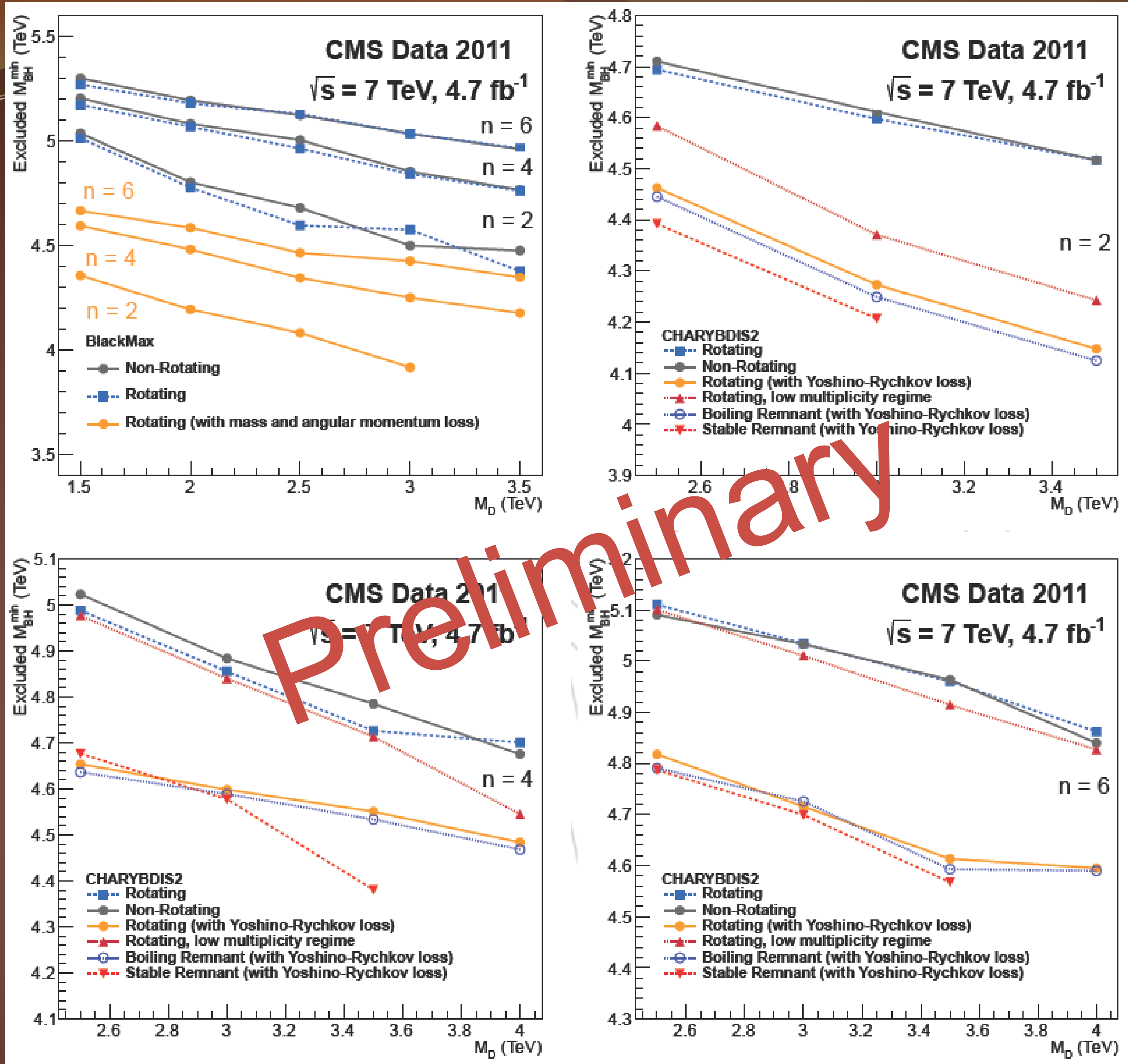


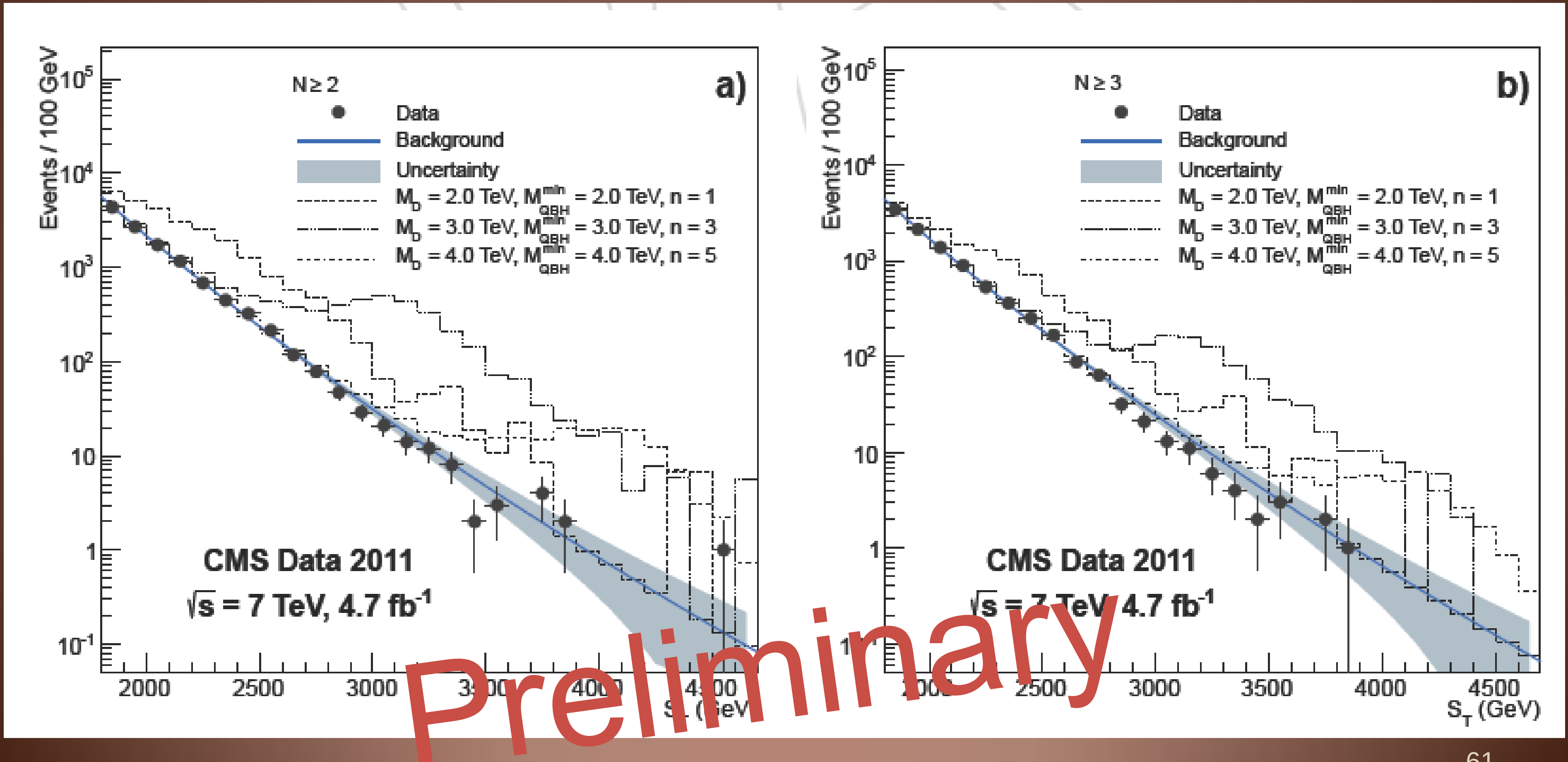
# $S_T$ for events with N objects in the FS

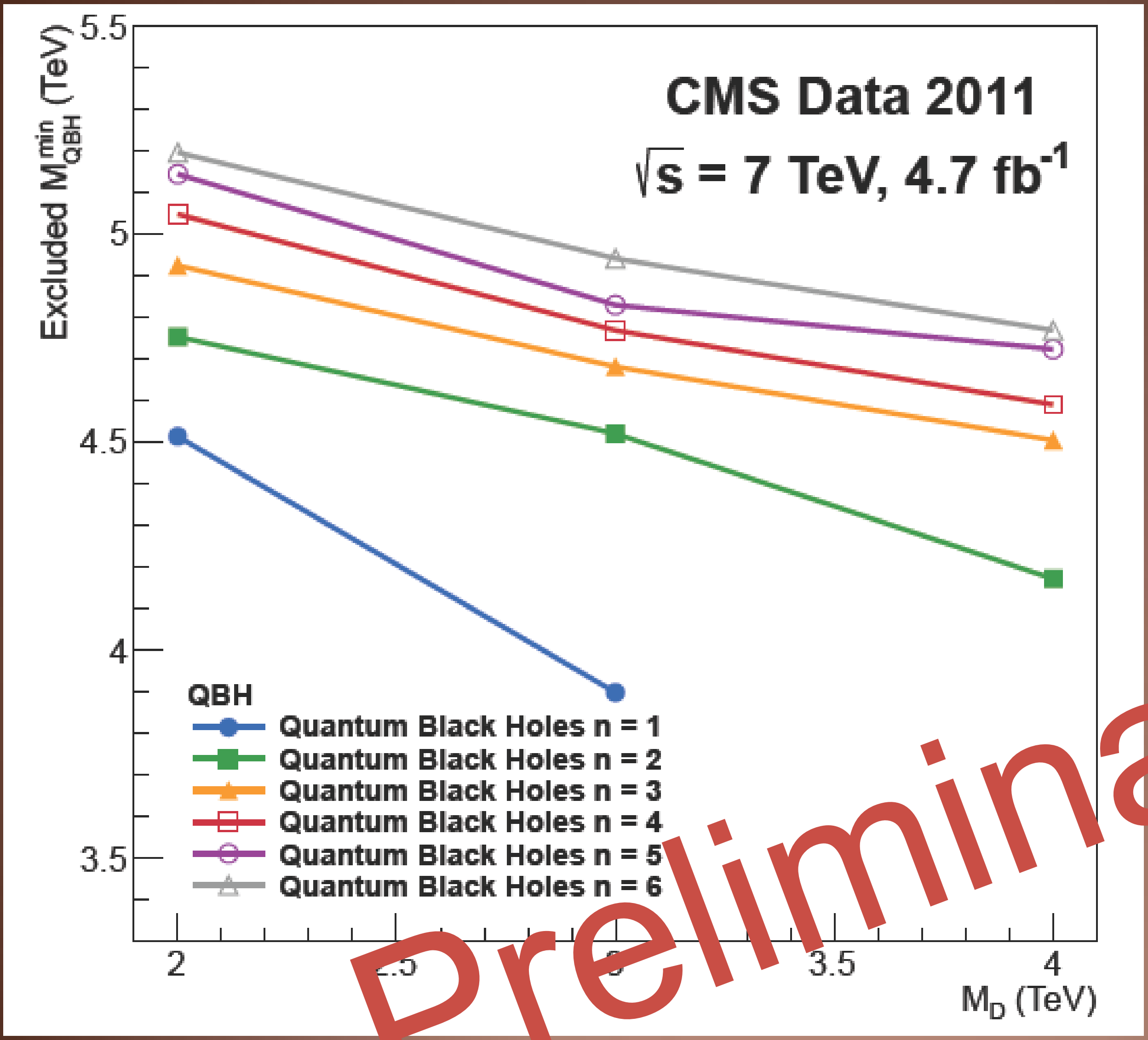
The CMS analysis 2011, 4.7 $fb^{-1}$:




CMS Data 2011
$\sqrt{s}$ = 7 TeV, 4.7 fb$^{-1}$
n = 6
n = 4
n = 2
BlackMax
Non-Rotating
Rotating
Rotating (with mass and angular momentum loss)
Excluded $M_{BH}^{min}$ (TeV)
$M_D$ (TeV)
CHARYBDIS2
Rotating
Non-Rotating
Rotating (with Yoshino-Rychkov loss)
Rotating, low multiplicity regime
Boiling Remnant (with Yoshino-Rychkov loss)
Stable Remnant (with Yoshino-Rychkov loss)
Preliminary

# Quantum Black Holes, signatures with 2,3 jets and more





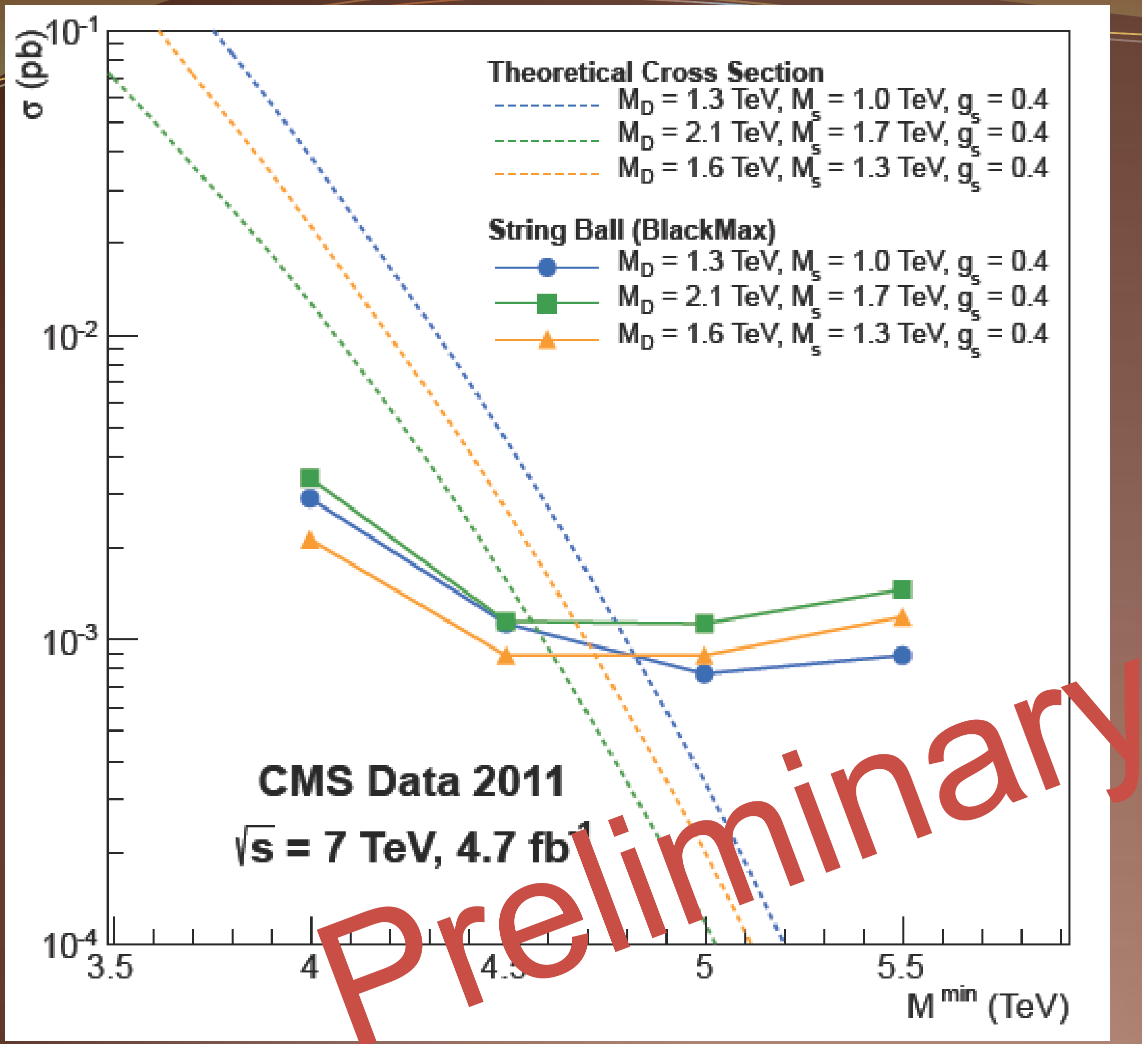

## QBH Signatures

***The CMS 2011, 4.7 fb$^{-1}$***

**$M_{min}$ is excluded from 3.8 to 5.2 TeV for $M_D$ up to 4 TeV at 95 % CL.**

## String Ball Exclusion Plot

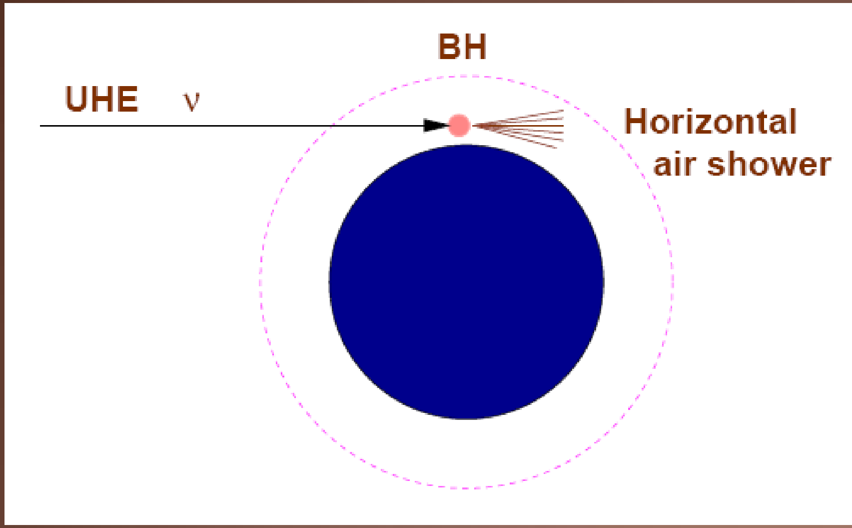
***The CMS 2011, 4.7 $fb^{-1}$***



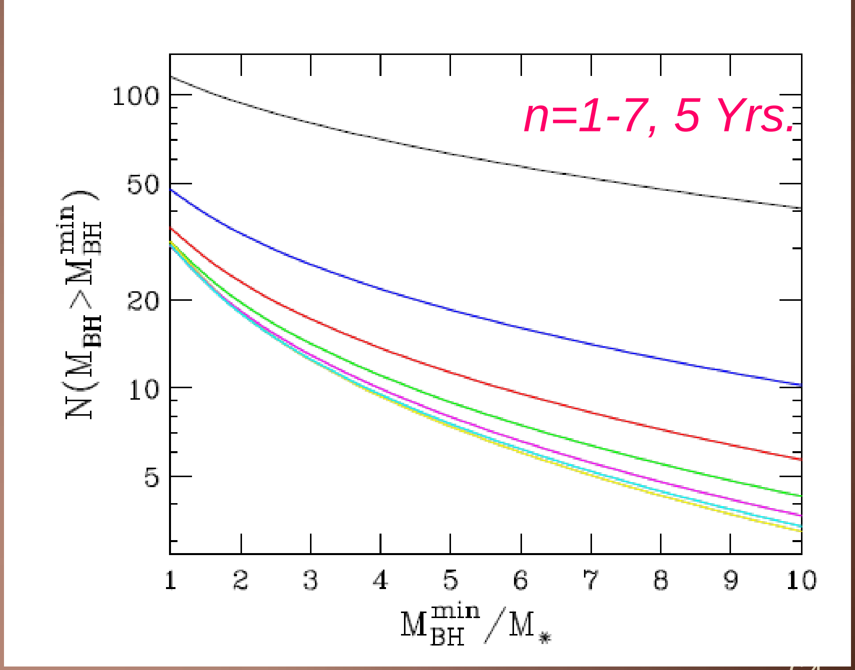

String ball limits from the counting experiments for a set of model parameters (string coupling $g_s$=0.4, fundamental scale $M_d$ and string scale $M_s$)

**$M_{min}$ is excluded from 4.6 to 4.8 TeV at 95 % CL.**

# BH Production in UHECR

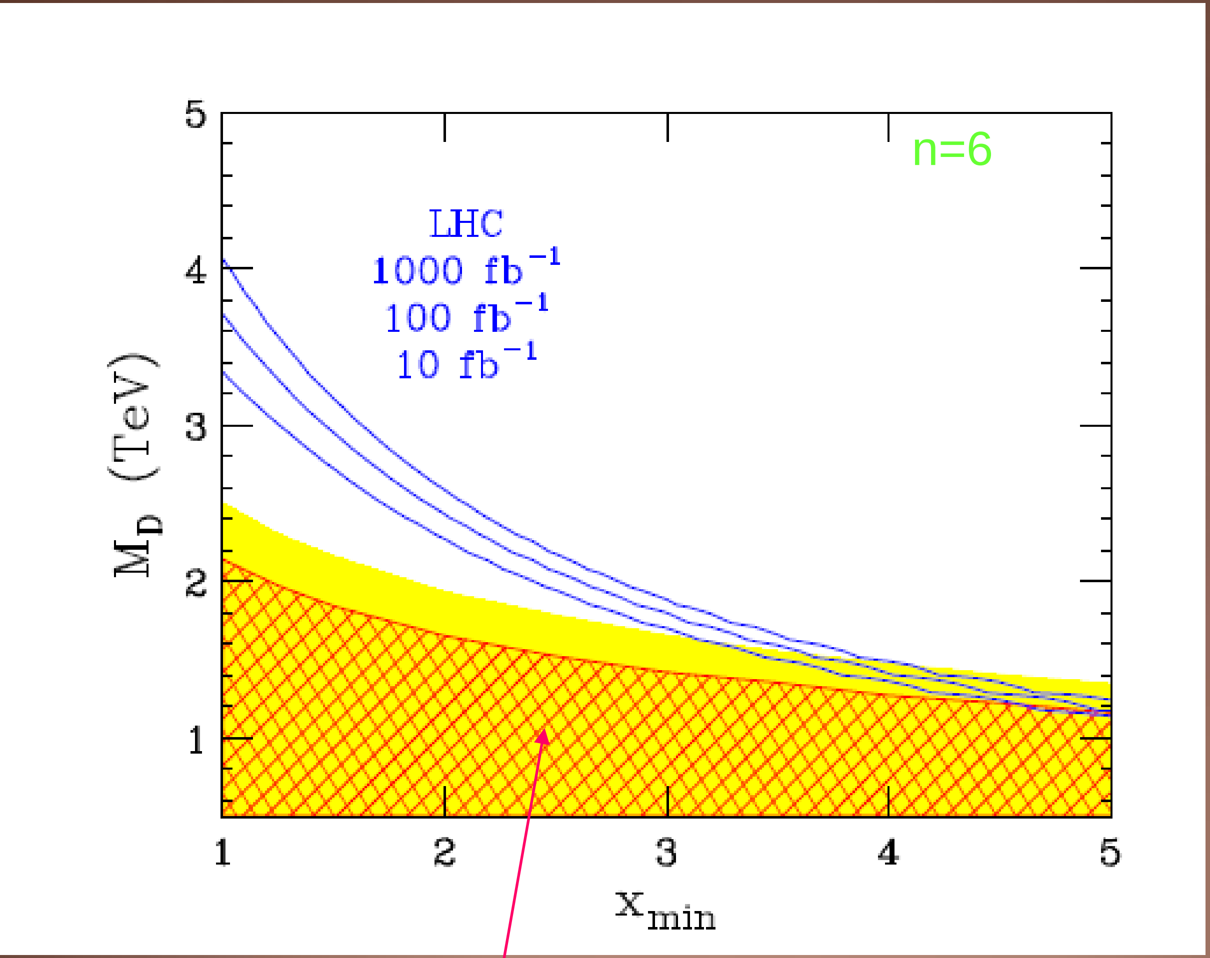



Pierre-Auger Observatory




*Luis A. Anchordoqui, Haim Goldberg, and Alfred D. Shapere, hep-ph/0204228*

# The discovery reaches for the LHC




This region excluded by PAO

# Backup Slides

# Beyond 4D – multidimensional theories and EWSB

Large extra spatial dimensions: last decade

*Planck scale is an effective scale derived from a size and(or) geometry of extra dimensions*

Flat multidimensional space - Antoniadis, Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali, 1988
Curve bulk space, AdS5-slice, exponential hierarchy – Randall&Sundrum, 1999.

⇓

- Higgs as a component of a multidimensional gauge field (Manton, 1980, Hosotani, 1984)
- Deconstracted dimensions, goldstone bosons, little higgs and little hierarchy (Arkani-Hamed, Cohen, Katz, Georgi 2001)
- Warped ED and the higgs from the multidimensional gauge field (Agashe, Contino, Pomarol 2003-05), the higgs as a composite scalar through AdS/CFT - correspondence (reincarnation of ideas by Georgi&Caplan, 1984)
- Higgsless models – the most radical variant (Csaki, Grojean, Pilo, Terning, Nomura, Barbieri, Pomarol, Rattazzi 2003; Hewett, Lillie, Rizzo, Davoudiasl, Cacciapaglia, Chivukula, He 2004-05)

# Мир на бране – локализация полей на 3D-гиперповерхности

ТС – свои методы
КТП – локализация на топологическом дефекте
(Рубаков, Шапошников, 1983)

Потенциал «подходящего вида», EDs могут быть развернуты (бесконечные)

$$S^{(5)} = \int d^4x \int dy \left[\frac{1}{2}\partial_A\varphi\partial^A\varphi - V(\varphi)\right] \xrightarrow[\text{E.o.M.}]{} \partial_A\partial^A\varphi + \frac{\partial V}{\partial\varphi} = 0$$

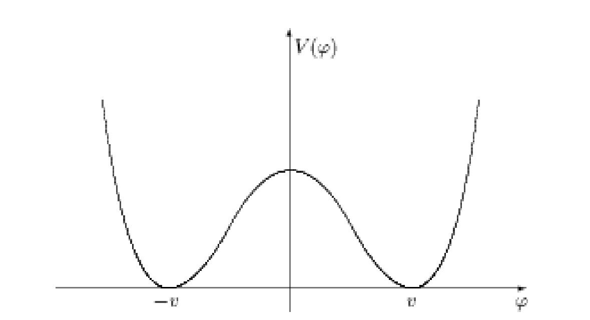


Figure 1: Scalar potential in the model (2).

$\varphi = v$

$\varphi = -v$

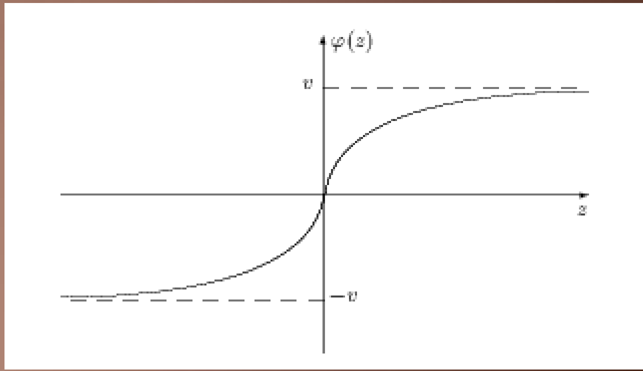
Классические IR вакуумы теории (космологическая константа)

$$V(\varphi) = \lambda^{(5)}(\varphi^2 - v^2)^2$$

Существует топологически нетривиальное решение – доменная стенка (кинк), зависящее только от дополнительной координаты - одномерное

$$\varphi_c = \varphi_c(y) = v\tanh(\sqrt{2\lambda^{(5)}}vy)$$

Нарушает трансляционную инвариантность вдоль у



Флуктуации скалярного поля над этим классическим решением:

$$\varphi(x,y)=\varphi_c(y)+\delta\varphi(x,y)$$

Линеаризованные Е.о.М.

$$\partial_A\partial^A(\delta\varphi)+\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2}[\varphi=\varphi_c]\delta\varphi=0$$

потенциальная стенка

КК-декомпозиция:

$$\delta\varphi=e^{ip_\mu p^\mu}\delta\varphi_m(y),\qquad p_\mu p^\mu=m^2$$

4D-масса

$$m^2\delta\varphi_m(y)=[-\partial_y{}^2+U(y)]\delta\varphi_m$$

Нулевая мода, m=0

$$\boxed{\delta\varphi_0(y)=\varphi_c{}'(y)\propto\frac{1}{\cosh(\sqrt{2\lambda^{(5)}}vy)}}$$

Нулевая 4D-мода локализована на бране.

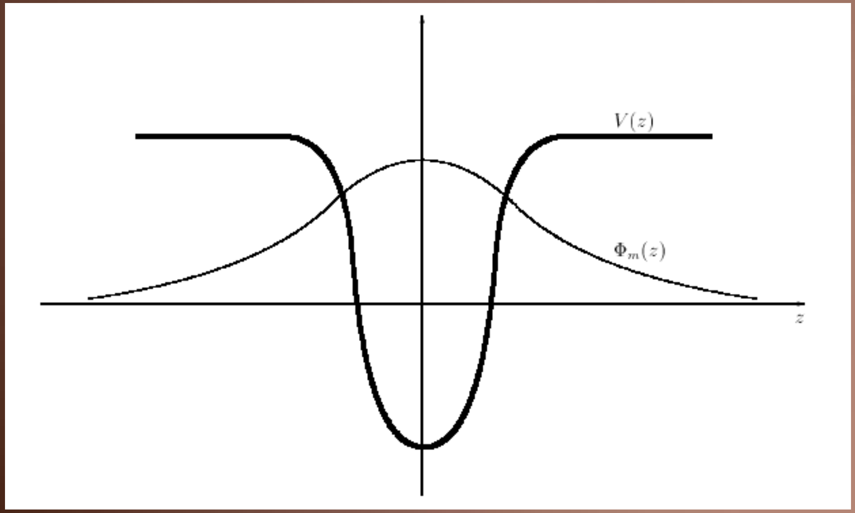
# Высшие КК-моды

$$m \approx \sqrt{\lambda^{(5)}}\, v$$

дискретный спектр, отделенный от нулевой моды щелью, моды все еще группируются вблизи браны, и подавлены степенным образом вдали от нее

$$m > m_{cont} = \sqrt{8\lambda^{(5)}}\, v$$

непрерывный спектр мод, нелокализованных вблизи браны, и уходящих вдоль дополнительного Измерения на бесконечность: $|y| \to \infty$




При энергиях выше фундаментального масштаба частицы могут уходить в дополнительные измерения:

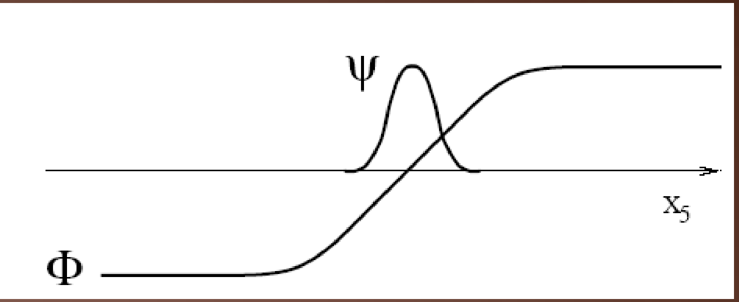
сигналы с недостающей энергией

- пороговые эффекты

- явное несохранение энергии в процессах взаимодействий

# Локализация фермионов на дефекте

$$S_\psi = \int d^4x\, \mathrm{dy}\, (\mathrm{i}\,\overline{\psi}\Gamma^A\partial_A\psi - \mathrm{h}\varphi\overline{\psi}\psi)$$




E.o.M. $$i\Gamma^A\partial_A\psi - h\varphi_c(y)\psi = 0$$

$$\Gamma^\mu \equiv \gamma^\mu\ , \quad \Gamma^5 = -i\gamma^5\ , \quad \{\Gamma^M, \Gamma^N\} = 2\eta^{MN}$$

Нулевая мода с m=0 $$\boxed{i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_0 = 0}$$

$$\Downarrow$$

$$i\Gamma^5\partial_5\psi_0 \equiv \gamma^5\partial_y\psi_0 = h\varphi_c(y)\psi_0$$

Существует единственное решение $$\gamma^5\psi_0 = \pm\psi_0$$

$$\Downarrow$$

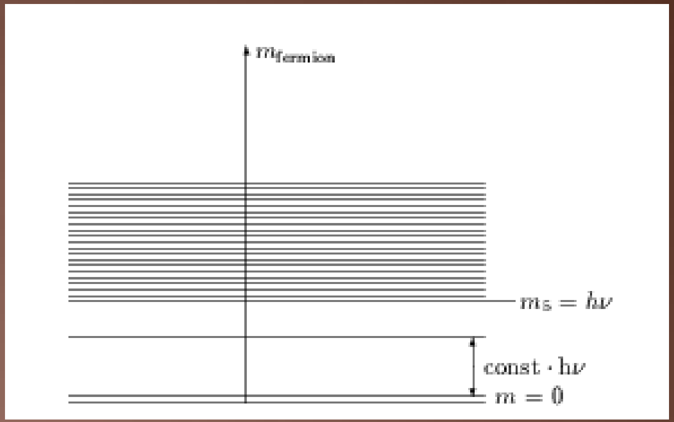
$$\psi_0 \propto e^{\pm\int_0^y h\varphi_c(y')dy'} \longrightarrow \gamma^5\psi_0 = -\psi_0$$

нормируемая мода

$$\searrow\ e^{\pm hv|y|}$$

# Спектр фермионных мод

$$\psi_0(x,y) = e^{-\int_0^y h\varphi_c(y')dy'}\psi_L(x)$$




Нулевая мода получилась локализованной и Киральной (теорема об индексе)

Чтобы получить несколько нулевых мод (3 поколения частиц СМ), надо увеличить число дополнительных измерений, и рассмотреть топологические дефекты высших размерностей:

N=2 – ANO вихрь

N=3 – монополь ‘т Хофта-Полякова

Количество локализованных нулевых мод равно топологическому числу дефекта

# Пример: юкавская иерархия масс фермионов, смешивание поколений etc.

Три нулевые фермионные моды, локализованные на одном топологическом дефекте (6D-теория, космологическая струна), имеющие разные профили:

$$\psi_0^{(1)} = f^{(1)}(\rho) \longleftarrow \text{1 поколение}$$

$$\psi_0^{(2)} = e^{i\theta} f^{(2)}(\rho) \longleftarrow \text{2 поколение}$$

$$\psi_0^{(3)} = e^{i2\theta} f^{(3)}(\rho) \longleftarrow \text{3 поколение}$$

1. Приблизительная симметрия вращений в перпендикулярных к бране направлениях (в доп. измерениях) обеспечивает малое смешивание между поколениями

2. Разные массы фермионов обеспечиваются разной радиальной формой профилей нулевых мод и разным перекрытием WF фермионов и хиггсовской нулевой моды, локализованной на дефекте

3. Слабые взаимодействия, несохраняющие лептонное и барионное число

$$\boxed{\overline{\psi}^{(1)}\tilde{W},\tilde{Z}\psi^{(2)}} \Leftrightarrow K_L \to \mu e$$

$$f^{(1)}(\rho) \quad e^{-i\theta}W(\rho) \quad e^{i\theta} f^{(2)}(\rho)$$

$$\tilde{W},\tilde{Z} \propto e^{-i\theta} f^{2}(\rho)$$

КК-моды $W,Z$ – сохр. угл. мом.

# 5D фермионы и проблема киральности

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu \ , \quad \Gamma^5 = -i\gamma^5 \ , \quad \{\Gamma^M, \Gamma^N\} = 2\eta^{MN}$$

$$\Psi_\alpha(x,\phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Psi_\alpha^{(n)}(x)\, e^{in\phi}$$

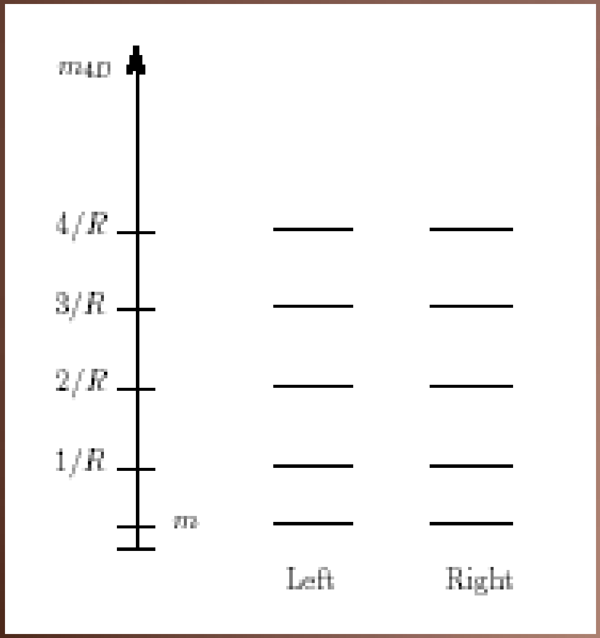
КК декомпозиция 5D фермионов

$$S_\Psi = \int d^4x \int dx_5 \overline{\Psi}\left(D_M \Gamma^M - m\right)\Psi = \int d^4x \int dx_5 \overline{\Psi}\left(D_\mu \gamma^\mu - m\right)\Psi - \overline{\Psi}\gamma_5 \partial_5 \Psi + ig\overline{\Psi}A_5\gamma_5\Psi =$$

$$= 2\pi R \int d^4x \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overline{\Psi}^{(n)}\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - m - i\frac{n}{R}\right)\Psi^{(n)} + O(\overline{\Psi}A\Psi)$$

$$m_{phys}^2 = m^2 + \frac{n^2}{R^2}$$

массы КК-мод



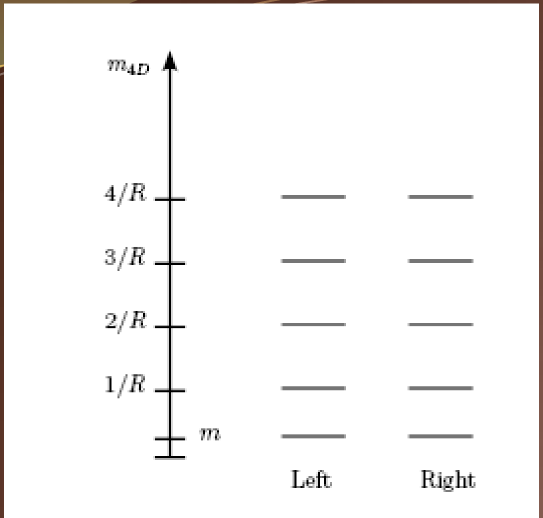

Дублирование спектра КК-мод – 4D дираковские (а не 2-х компонентные вейлевские) спиноры – **проблема киральности**

$$S_{eff} \underset{\substack{E \ll \frac{1}{R} \\ m \ll \frac{1}{R}}}{\approx} 2\pi R \int d^4x \left[\overline{\Psi}^{(0)}\left(\gamma^\mu D_\mu - m\right)\Psi^{(0)} + ig\overline{\Psi}^{(0)}\gamma_5 A_5^{(0)}\Psi^{(0)}\right]$$

4D фермионы в некиральном предст.

“юкавский” сектор

# Граничные условия для полей в моделях с орбифолдингом




В общем случае 5-мерного нелокализованного фермионного поля – некиральные КК-моды.

Дискретная симметрия по доп. координате - орбифолд

$$\Phi(x^{\mu}, \varphi + 2\pi) = \Phi(x^{\mu}, \varphi)$$

$$\Phi(x^{\mu}, -x^{5}) = P(\Phi)(x^{\mu}, x^{5})$$

$$P(x_5) = -x_5$$

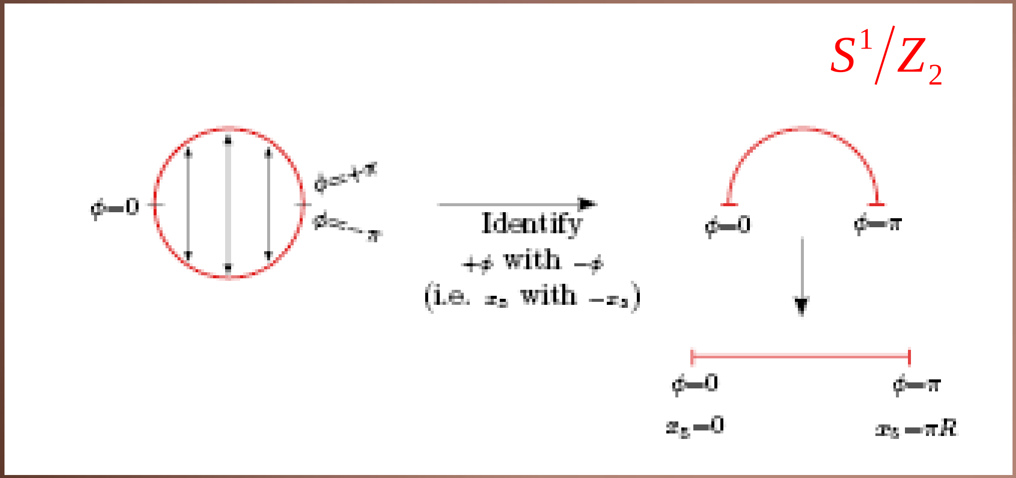
$$P(A_{\mu}) = +A_{\mu}$$

$$P(A_5^{(0)}) = -A_5^{(0)}$$

$$P(\Psi_L) = +\Psi_L$$

$$P(\Psi_R) = -\Psi_R$$

Делаем из окружности интервал – возникновение границы




Преобразования четности для полей – точная симметрия для нулевой массы 5D фермионов

# Орбифолдинг и решение проблемы киральности

$S^1/Z_2$ orbifold (интервал - простейшее сингулярное многообразиed)

$$\begin{aligned}
A_\mu(x,\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x)\cos(n\phi) \\
A_5(x,\phi) &= 0 \qquad\qquad \text{Lost "Higgs"!} \\
\Psi_{\rm L}(x,\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{\rm L}^{(n)}(x)\cos(n\phi) \\
\Psi_{\rm R}(x,\phi) &= \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_{\rm R}^{(n)}(x)\sin(n\phi) \qquad \text{Lost } \Psi_{\rm R}^{(0)}\,!
\end{aligned}$$

$$P(x_5) = -x_5$$

$$P(A_\mu) = +A_\mu$$

$$P(A_5^{(0)}) = -A_5^{(0)}$$

$$P(\Psi_L) = +\Psi_L$$

$$P(\Psi_R) = -\Psi_R$$

Эффективное низкоэнергетическое действие:

$$S_{\rm eff} \underset{E\ll\frac{1}{R}}{=} 2\pi R\int d^4x\left\{-\frac{1}{4}\left(F_{\mu\nu}^{(0)}\right)^2 + \overline{\Psi}_{\rm L}^{(0)} iD_\mu\gamma^\mu\Psi_{\rm L}^{(0)}\right\}$$

Киральная теория, массовые члены запрещены калибр. симметрией

Виттеновская аномалия – другое представление для фермионов (3/2)

# Расширенная калибровочная группа и EWSB via BC

Как вернуть хиггс в рассмотрение ?

Extended gauge group: from SU(2)≈SO(3) to SO(4) (broken to SO(3) by orbifold projection)

$$S = \mathrm{tr}\int d^4x \int dx_5 \Big\{ -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_5 A_\mu)^2 + \frac{1}{2}(D_\mu A_5^{(0)})^2 + \overline{\Psi} i D_\mu \gamma^\mu \Psi - \overline{\Psi}\gamma_5 \partial_5 \Psi + ig\overline{\Psi}_i A_5^{ij(0)} \gamma_5 \Psi_j \Big\}$$

Это действие инвариантно относительно следующих преобразований четности :

$$P(A_\mu^{\hat{i}\hat{j}}) = +A_\mu^{\hat{i}\hat{j}} \quad P(A_5^{\hat{i}\hat{j}}) = -A_5^{\hat{i}\hat{j}} \quad P(\Psi_{\mathrm{L}}^{\hat{i}}) = +\Psi_{\mathrm{L}}^{\hat{i}} \quad P(\Psi_{\mathrm{R}}^{\hat{i}}) = -\Psi_{\mathrm{R}}^{\hat{i}}$$
$$P(A_\mu^{\hat{i}4}) = -A_\mu^{\hat{i}4} \quad P(A_5^{\hat{i}4}) = +A_5^{\hat{i}4} \quad P(\Psi_{\mathrm{L}}^{4}) = -\Psi_{\mathrm{L}}^{4} \quad P(\Psi_{\mathrm{R}}^{4}) = +\Psi_{\mathrm{R}}^{4},$$

В низкоэнергетическом приближении выживают только такие поля :

$$A_\mu^{\hat{i}\hat{j}(0)}, \quad A_5^{\hat{i}4(0)}, \quad \Psi_{\mathrm{L}}^{\hat{i}(0)}, \quad \Psi_{\mathrm{R}}^{4(0)};$$

4D SO(3) калибр. поле

4D хиггсовский триплет

4D левый триплет ферм.

4D правый синглет ферм.

# ADD: Astrophysics and Cosmology Limits

- from measurements of the gravitational potential

d = 1 excluded by solar system (verification of the Newton's law up to $R < 0.19$ mm)

d = 2 too large value of the fundamental scale $M_C \sim 30$ TeV

- from supernova SN1987 (graviton emission speeds up the supernova cooling)

$M_S > 30$ TeV (d = 2) , 4 TeV (d = 3)

- from energy spectrum of the diffuse gamma-ray background (CDG) due to $G_{KK} \to \gamma\gamma$

$M_S > 110$ TeV (d = 2) , 5 TeV (d = 3)

**The most favourable case: n = 3, $M_S \sim$ TeV , $R_{ED} \sim 10^{-4}$ mm**