Д. И. Казаков Суперсимметричное расширение Стандартной модели фундаментальных взаимодействий

Настоящие лекции посвящены суперсимметрии, новой симметрии, которая связывает бозоны и фермионы в физике элементарных частиц. Обсуждаются побудительные мотивы для введения суперсимметрии, представлены её основные понятия. Подробно рассмотрено суперсимметричное расширение Стандартной модели фундаментальных взаимодействий - Минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ). Описаны феноменологические черты МССМ, а также возможные экспериментальные проявления суперсимметрии.

Лекции были прочитаны студентам и аспирантам УНЦ ОИЯИ.

D. I. Kazakov Supersymmetric Generalization of the Standard Model of Fundamental Interactions

The present lectures contain an introduction to supersymmetry, a new symmetry that relates bosons and fermions, in particle physics. The motivation to introduce supersymmetry is discussed. The main notions of supersymmetry are introduced. The supersymmetric extension of the Standard Model - the Minimal Supersymmetric Standard Model - is considered in more detail. Phenomenological features of the MSSM as well as possible experimental signatures of SUSY are described.

Lectures has been given to students and postgraduate students of UNC JINR.

Содержание

1 Введение. Что такое суперсимметрия?

Суперсимметрия - это симметрия между *бозонами* и *фермионами*, которая призвана объединить все силы природы, включая гравитацию, в рамках единого формализма [1]-[4]. Современные взгляды на суперсимметрию в физике частиц основаны на струнной парадигме, хотя низкоэнергетические проявления суперсимметрии, возможно, могут быть обнаружены на современных коллайдерах и в неускорительных экспериментах.

Суперсимметрия возникла в результате стремления обобщить алгебру Пуанкаре на представления с различным спином [1]. Это оказалось весьма проблематичным в силу теоремы, запрещающей такие перемешивания [5]. Выход был найден с помощью введения так называемых градуированных алгебр Ли, т. е. добавлением антикоммутаторов к обычным коммутаторам алгебры Лоренца. Такое обобщение, описанное ниже, является единственно возможным в релятивистской теории поля.

Пусть Q – генератор алгебры суперсимметрии. Действуя на бозонное состояние, он переводит его в фермионное, и наоборот:

$$\bar{Q}|\text{бозон}>=|\text{фермион}> \quad \text{и} \quad Q|\text{фермион}>=|\text{бозон}>.$$

Поскольку бозоны коммутируют друг с другом, а фермионы антикоммутируют, то из этого моментально следует, что суперсимметричные генераторы должны также антикоммутировать, т. е. они должны быть *фермионными* и изменять спин на полуцелую величину, а также изменять статистику. Действительно, ключевым элементом суперсимметричной алгебры является

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} = 2\sigma^\mu_{\alpha,\dot{\alpha}} P_\mu, \tag{1.1}$$

где Q и $\bar{Q}$ – генераторы суперсимметрии, а P_μ - генератор трансляций, т. е. четырёхимпульс.

В дальнейшем мы опишем суперсимметричную алгебру более подробно и построим её представления, которые необходимы для построения суперсимметричного обобщения Стандартной модели фундаментальных взаимодействий (СМ). Такое обобщение основано на квантовой теории поля с мягко нарушенной суперсимметрией и содержит СМ в качестве низкоэнергетической теории.

Суперсимметрия обещает решить некоторые проблемы СМ и теорий Великого объединения. Она является наиболее популярным в настоящий момент кандидатом на роль теории, описывающей "новую физику" на тэвной шкале энергий.

2 Мотивировка введения СУСИ в физику частиц

2.1 Объединение с гравитацией

Общая идея состоит в объединении всех сил природы, включая квантовую гравитацию. Однако гравитон - переносчик гравитации - имеет спин 2, в то время как все другие калибровочные бозоны (фотон, глюоны, промежуточные W- и Z-бозоны) имеют спин 1. Следовательно, они принадлежат различным представлениям группы Пуанкаре. Для того чтобы перемешать их, можно воспользоваться преобразованиями суперсимметрии. Начиная с гравитона со спином 2 и действуя генераторами суперсимметрии, мы получаем следующую цепочку состояний:

$$\text{спин } 2 \quad \rightarrow \quad \text{спин } 3/2 \quad \rightarrow \quad \text{спин } 1 \quad \rightarrow \quad \text{спин } 1/2 \quad \rightarrow \quad \text{спин } 0.$$

Таким образом, частичное объединение материи (фермионов) с силами (бозонами) возникает естественным образом в попытке объединить гравитацию с другими взаимодействиями.

Если взять инфинитезимальное преобразование $\delta_\epsilon = \epsilon^\alpha Q_\alpha$, $\bar{\delta}_{\bar{\epsilon}} = \bar{Q}_{\dot{\alpha}} \bar{\epsilon}^{\dot{\alpha}}$, то с помощью (1.1) получим

$$\{\delta_\epsilon, \bar{\delta}_{\bar{\epsilon}}\} = 2(\epsilon \sigma^\mu \bar{\epsilon}) P_\mu, \tag{2.1}$$

где ϵ – параметр преобразования. Выбирая ϵ в локальном виде, т. е. функцией пространства-времени $\epsilon = \epsilon(x)$, исходя из (2.1) находим, что антикоммутатор двух преобразований суперсимметрии есть не что иное, как локальная трансляция координат. А теория, которая инвариантна относительно локальных координатных преобразований, есть общая теория относительности, или теория гравитации. Следовательно, выбирая суперсимметрию в локальном виде, мы естественным путём получаем общую теорию относительности (теорию гравитации) или супергравитации [2].

2.2 Объединение калибровочных констант связи

Согласно *гипотезе* Великого объединения взаимодействий калибровочная симметрия возрастает с энергией. Все известные взаимодействия являются различными ветвями единого взаимодействия, связанного с простой калибровочной группой, включающей в себя группу СМ [6]. Объединение (или расщепление) происходит при высокой энергии.

Для достижения данной цели нужно рассмотреть, как константы связи изменяются с изменением энергии. Это описывается уравнениями ренормгруппы. В СМ сильные и слабые константы взаимодействия, ассоциированные с неабелевыми калибровочными группами, убывают с увеличением энергии, в то время как электромагнитная, ассоциированная с абелевой группой, наоборот, возрастает. Поэтому оказывается возможным, что при некоторой энергии они становятся равными.

После высокоточного измерения констант связи, ассоциированных с группами $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, стало реальным проверить гипотезу объединения количественно. Три константы связи, которые требуют сравнения есть

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= (5/3)g'^2/(4\pi) = 5\alpha/(3\cos^2\theta_W), \\ \alpha_2 &= g^2/(4\pi) = \alpha/\sin^2\theta_W, \\ \alpha_3 &= g_s^2/(4\pi), \end{aligned} \tag{2.2}$$

где g', g и g_s – обычные константы связи для групп $U(1)$, $SU(2)$ и $SU(3)$ соответственно, а α – постоянная тонкой структуры. Множитель $5/3$ в определении α_1 включён для правильной нормировки генераторов.

В модифицированной минимальной схеме вычитаний ($\overline{MS}$) мировые средние констант связи при энергии Z^0, полученные из обработки данных на ускорителях LEP и Тэватрон, имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \alpha^{-1}(M_Z) &= 128.978 \pm 0.027, \\ \sin^2\theta_{\overline{MS}} &= 0.23146 \pm 0.00017, \\ \alpha_s &= 0.1184 \pm 0.0031, \end{aligned} \tag{2.3}$$

что даёт

$$\alpha_1(M_Z) = 0.017, \quad \alpha_2(M_Z) = 0.034, \quad \alpha_3(M_Z) = 0.118 \pm 0.003. \tag{2.4}$$

Предполагая, что СМ справедлива до шкалы объединения, можно затем использовать уравнения РГ для трёх констант связи. В лидирующем порядке они имеют вид

$$\frac{d\tilde{\alpha}_i}{dt} = b_i\tilde{\alpha}_i^2, \qquad \tilde{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{4\pi}, \qquad t = log(\frac{Q^2}{\mu^2}), \tag{2.5}$$

где в СМ коэффициенты $b_i = (41/10, -19/6, -7)$.

Решения уравнений (2.5) имеют простой вид:

$$\frac{1}{\tilde{\alpha}_i(Q^2)} = \frac{1}{\tilde{\alpha}_i(\mu^2)} - b_i log(\frac{Q^2}{\mu^2}). \tag{2.6}$$

Результат демонстрируется на рис. 1, где показана эволюция обратных констант связи как функций логарифма энергии. В лидирующем приближении эволюционные кривые имеют вид прямых линий. Поправки второго порядка малы и не приводят к видимому отклонению от прямых. На рис. 1 хорошо видно, что в СМ объединение констант связи в одной точке невозможно. Это исключено на уровне 8-и стандартных отклонений. Такой результат означает, что объединение можно получить только в том случае, если в интервале между электрослабой и планковской шкалой возникает какая-то новая физика.

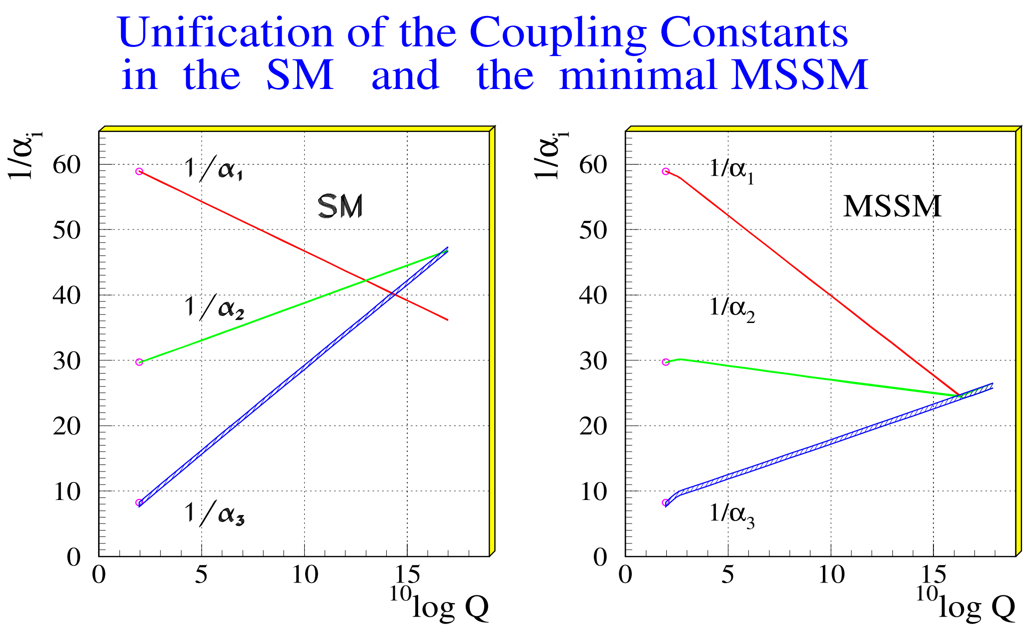


Рис. 1: Эволюция обратных констант связи в случае СМ (слева) и в случае суперсимметричного её расширения (МССМ) (справа)

В суперсимметричном случае наклоны РГ-кривых модифицируются. В уравнении (2.5) теперь коэффициенты $b_i = (33/5, 1, -3)$. Подразумевается, что суперсимметричные частицы дают вклад в эволюцию констант связи выше пороговой шкалы нарушения суперсимметрии. Оказывается, что в СУСИ-модели возможно получить прекрасное объединение констант связи как это показано на рис. 1. Из подгонки кривых находится шкала нарушения суперсимметрии M_{SUSY} и точка объединения M_{GUT} [8]:

$$\begin{aligned} M_{SUSY} &= 10^{3.4\pm0.9\pm0.4} \text{ ГэВ}, \\ M_{GUT} &= 10^{15.8\pm0.3\pm0.1} \text{ ГэВ}, \\ \alpha_{GUT}^{-1} &= 26.3 \pm 1.9 \pm 1.0. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Первая ошибка следует из неопределённости в измерении констант связи, а вторая – из неопределенности в расщеплении масс суперсимметричных частиц.

Это наблюдение расценивалось как первое "указание" на суперсимметрию, в особенности в силу того, что M_{SUSY} была получена в интервале соответствующем соображениям тонкой подстройки, о чём пойдёт речь ниже.

2.3 Решение проблемы иерархий

Появление двух различных шкал $V \gg v$ в теориях Великого объединения, а именно M_W и M_{GUT}, приводит к серьёзной проблеме, называемой *проблемой иерархий*. Существуют два аспекта данной проблемы.

Первый – это само существование иерархии. Для получения желаемой структуры спонтанно нарушенной теории необходимо получить

$$\begin{array}{ccccc} m_H & \sim & v & \sim & 10^2 \text{ ГэВ}, \\ m_\Sigma & \sim & V & \sim & 10^{16} \text{ ГэВ}, \end{array} \qquad \frac{m_H}{m_\Sigma} \sim 10^{-14} \ll 1, \tag{2.8}$$

где H и Σ – поля Хиггса, ответственные за спонтанное нарушение групп $SU(2)$ и ТВО соответственно. Возникает вопрос, как получить такое маленькое число естественным путём?

Второй аспект проблемы иерархий связан с сохранением существующей иерархии. Даже если мы выберем иерархию согласно (2.8), радиационные поправки разрушат её! Чтобы увидеть это рассмотрим радиационные поправки к массе лёгкого хиггсовского бозона. Соответствующие фейнмановские диаграммы представлены на рис. 2. Эти поправки,

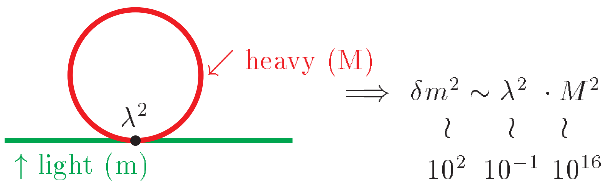


Рис. 2: Радиационные поправки к массе лёгкого хиггсовского бозона

пропорциональные квадрату массы тяжёлой частицы, очевидно, разрушают иерархию, если только они не сокращаются. Такое весьма аккуратное сокращение с точностью $\sim 10^{-14}$ требует тонкой подстройки констант связи.

Единственным путём получения такого сокращения квадратичных членов (также известного как сокращение квадратичных расходимостей) является суперсимметрия. Более того, суперсимметрия автоматически сокращает все квадратичные поправки во всех порядках теории возмущений. Это происходит благодаря вкладам суперпартнёров обычных частиц. Вклады бозонных петель сокращаются с вкладами фермионных в силу наличия дополнительного множителя (-1), следующего из ферми-статистики, как это показано на рис. 3. Здесь существуют

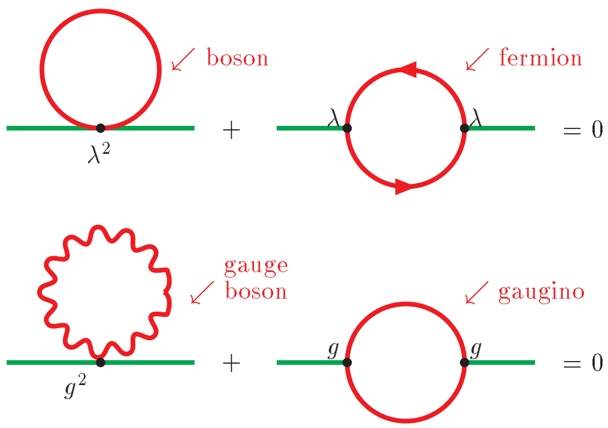


Рис. 3: Сокращение квадратичных членов (расходимостей)

два типа вкладов. На верхнем рисунке представлены вклады тяжёлого хиггсовского бозона и его суперпартнёра. Сила взаимодействия определяется юкавской константой связи λ. На нижнем рисунке представлены вклады тяжёлого калибровочного бозона и тяжёлого калибрино, пропорциональные калибровочной константе связи g.

В обоих случаях имеет место сокращение квадратичных членов. Оно справедливо с точностью до шкалы нарушения суперсимметрии, M_{SUSY}, которая не должна быть слишком большой (≤ 1 ТэВ), чтобы тонкая подстройка была естественной. Действительно, рассмотрим массу хиггсовского бозона. Требуя для самосогласованности теории возмущений, чтобы радиационные поправки к массе не превосходили саму массу, получим

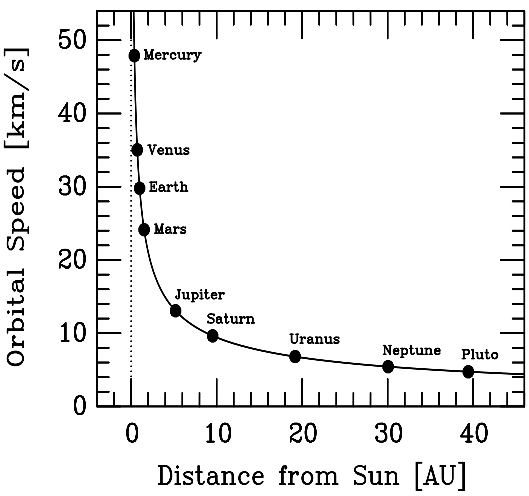
$$\delta M_h^2 \sim g^2 M_{SUSY}^2 \sim M_h^2. \tag{2.9}$$

Значит, если $M_h \sim 10^2$ ГэВ и $g \sim 10^{-1}$, то $M_{SUSY} \sim 10^3$ ГэВ для того, чтобы соотношение (2.9) было справедливо. Следовательно, мы опять получаем ту же оценку шкалы нарушения суперсимметрии $M_{SUSY} \sim 1$ ТэВ, что и из условия объединения констант связи.

Поэтому обычно говорят, что суперсимметрия решает проблему иерархий. Мы покажем ниже, что суперсимметрия может также объяснить и происхождение иерархии.

2.4 Астрофизика и космология

Светящаяся материя не составляет всю материю во Вселенной. Значительное количество материи составляет так называемая *тёмная материя*. Прямым указанием на существование тёмной материи являются кривые вращения галактик (см. рис. 4). Для объяснения этих кривых



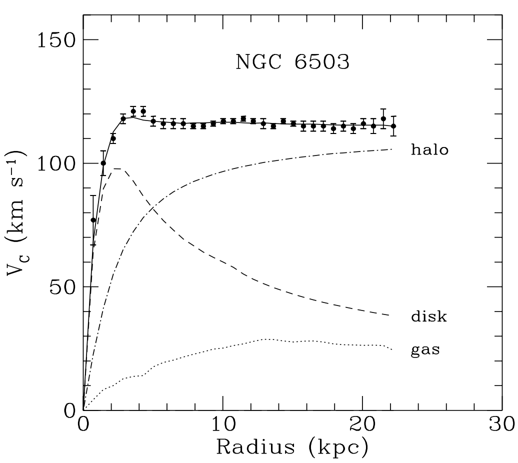


Рис. 4: Ротационные кривые для солнечной системы и для типичной галактики

обычно предполагают существование галактического гало, состоящего из несветящейся материи, которая участвует в гравитационном взаимодействии. Согласно последним данным [9], материя во Вселенной распределена следующим образом:

$$\Omega h^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \rho = \rho_{\text{крит}},$$

$$\Omega_{\text{вакуум}} \approx 73~\%, \quad \Omega_{\text{темная материя}} \approx 23~\%, \quad \Omega_{\text{барион}} \approx 4~\%,$$

т. е. тёмная материя составляет значительную часть, превосходящую в 6 раз долю видимой материи.

Существуют два возможных вида тёмной материи: горячая тёмная материя, состоящая из лёгких релятивистских частиц, и холодная, состоящая из массивных слабовзаимодействующих частиц (WIMPs). Горячая тёмная материя могла бы состоять из нейтрино, но это проблематично с точки зрения механизма образования галактик. Нейтрино также слишком легки для образования достаточного количества тёмной материи. Что касается холодной тёмной материи, то в СМ нет подходящей для этой цели частицы. В то же время суперсимметрия предлагает прекрасного кандидата на роль холодной материи, а именно: нейтралино, легчайшую суперсимметричную частицу. Она стабильна (или почти стабильна), так что реликтовые нейтралино могли бы сохраниться во Вселенной со времени Большого взрыва.

2.5 За пределами ТВО: суперструны

Другим мотивом для введения суперсимметрии является ещё более радикальное изменение основных положений, связанное с конечной целью построения единой теории всего сущего. В настоящий момент имеется только одна жизнеспособная концепция, а именно теория суперструн [10]. В этой теории фундаментальными объектами выступают струны; замкнутые или открытые, они являются нелокальными по своей природе. Обычные частицы рассматриваются как моды возбуждения струн. Взаимодействия струн носят локальный характер и генерируют соответствующие взаимодействия обычных частиц, включая гравитационное.

Для того чтобы быть самосогласованной, теория струн должна быть конформно-инвариантной на 2-мерной мировой поверхности струны и иметь стабильный вакуум. Первое требование справедливо в классической теории, но может нарушаться квантовыми аномалиями. Сокращение квантовых аномалий возможно, если размерность пространства-времени равна критической, что есть $D_c = 26$ для бозонной струны и $D_c = 10$ для фермионной.

Второе требование означает, что безмассовые струнные возбуждения (частицы СМ) устойчивы. Это подразумевает отсутствие тахионов, состояний с мнимой массой, что можно гарантировать лишь в суперсимметричных струнных теориях!

3 Основы суперсимметрии

3.1 Алгебра суперсимметрии

В комбинации с обычной алгеброй Пуанкаре и алгеброй внутренней симметрии супер-Пуанкаре алгебра Ли содержит дополнительные СУСИ-генераторы Q^i_α и $\bar{Q}^i_{\dot\alpha}$ [3]:

$$
\begin{aligned}
&[P_\mu, P_\nu] = 0,\\
&[P_\mu, M_{\rho\sigma}] = i(g_{\mu\rho}P_\sigma - g_{\mu\sigma}P_\rho),\\
&[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i(g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} - g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho}),\\
&[B_r, B_s] = iC^t_{rs}B_t,\\
&[B_r, P_\mu] = [B_r, M_{\mu\sigma}] = 0,\\
&[Q^i_\alpha, P_\mu] = [\bar{Q}^i_{\dot\alpha}, P_\mu] = 0,\\
&[Q^i_\alpha, M_{\mu\nu}] = \tfrac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})^\beta_\alpha Q^i_\beta, \qquad [\bar{Q}^i_{\dot\alpha}, M_{\mu\nu}] = -\tfrac{1}{2}\bar{Q}^i_{\dot\beta}(\bar\sigma_{\mu\nu})^{\dot\beta}_{\dot\alpha},\\
&[Q^i_\alpha, B_r] = (b_r)^i_j Q^j_\alpha, \quad [\bar{Q}^i_{\dot\alpha}, B_r] = -\bar{Q}^j_{\dot\alpha}(b_r)^i_j,\\
&\{Q^i_\alpha, \bar{Q}^j_{\dot\beta}\} = 2\delta^{ij}(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta}P_\mu,\\
&\{Q^i_\alpha, Q^j_\beta\} = 2\epsilon_{\alpha\beta}Z^{ij}, \quad Z_{ij} = a^r_{ij}b_r, \qquad Z^{ij} = Z^+_{ij},\\
&\{\bar{Q}^i_{\dot\alpha}, \bar{Q}^j_{\dot\beta}\} = -2\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta}Z^{ij}, \quad [Z_{ij}, \text{всё}] = 0,\\
&\alpha, \dot\alpha = 1, 2 \quad i, j = 1, 2, \ldots, N.
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

Здесь P_μ и $M_{\mu\nu}$ являются операторами четырёхимпульса и углового момента соответственно, B_r – генераторы внутренней симметрии, Q^i и $\bar{Q}^i$ – спинорные СУСИ-генераторы, а Z_{ij} – так называемые центральные заряды; $\alpha, \dot\alpha, \beta, \dot\beta$ – спинорные индексы. В простейшем случае имеется один спинорный генератор Q_α (и сопряжённый с ним $\bar{Q}_{\dot\alpha}$), что соответствует обыкновенной или N=1 суперсимметрии. Когда $N > 1$, мы имеем дело с расширенной суперсимметрией.

Возникает естественный вопрос: сколько может быть генераторов суперсимметрии, т. е. чему равно число N? Для ответа на этот вопрос рассмотрим безмассовые состояния. Начнём с основного состояния, маркированного энергией и спиральностью, т. е. проекцией спина частицы на направление движения, и предположим, что оно обращается в нуль при действии оператора суперсимметрии Q_i:

$$\text{Вакуум} = |E,\lambda>, \qquad Q_i|E,\lambda>=0.$$

Тогда одно и многочастичные состояния могут быть построены действуя на вакуум операторами рождения:

<u>Состояние</u>	<u>Выражение</u>	# <u>состояний</u>
вакуум	$\|E,\lambda>$	1
1 – частичное сост.	$\bar{Q}_i\|E,\lambda>=\|E,\lambda+1/2>_i$	$\begin{pmatrix} N \\ 1 \end{pmatrix} = N$
2 – частичное сост.	$\bar{Q}_i\bar{Q}_j\|E,\lambda>=\|E,\lambda+1>_{ij}$	$\begin{pmatrix} N \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{N(N-1)}{2}$
...	...	...
N – частичное сост.	$\bar{Q}_1\bar{Q}_2...\bar{Q}_N\|E,\lambda>=\|E,\lambda+\frac{N}{2}>$	$\begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix} = 1$
Полное # состояний	$\sum\limits_{k=0}^{N}\begin{pmatrix} N \\ k \end{pmatrix} = 2^N = 2^{N-1}$бозонов $+\ 2^{N-1}$ферм.	

Энергия E не меняется, так как согласно (3.1) операторы $\bar{Q}_i$ коммутируют с гамильтонианом.

Таким образом, имеем последовательность бозонных и фермионных состояний, и полное число бозонов равно числу фермионов. Это является общим свойством суперсимметричных теорий. Однако из CPT-инвариантности следует, что число состояний удваивается, потому что CPT-преобразования изменяют знак спиральности. Следовательно, в CPT-инвариантных теориях нужно добавить состояния с противоположной спиральностью к уже имеющимся.

Рассмотрим несколько примеров. Положим $N=1$ и $\lambda=0$. Тогда имеем следующие состояния:

$$N=1 \quad \lambda=0 \qquad \begin{array}{lcc} \text{спиральность} & 0 & 1/2 \\ \\ \#\ \text{состояний} & 1 & 1 \end{array} \quad \stackrel{CPT}{\Longrightarrow} \quad \begin{array}{lcc} \text{спиральность} & 0 & -1/2 \\ \\ \#\ \text{состояний} & 1 & 1 \end{array}$$

Следовательно, полный $N = 1$ мультиплет имеет вид

$$\begin{array}{llccc} N=1 & \text{спиральность} & -1/2 & 0 & 1/2 \\ & \#\ \text{состояний} & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

что соответствует одному комплексному скаляру и одному фермиону с двумя состояниями спиральности.

Это есть пример так называемого самосопряжённого мультиплета. Существуют также самосопряжённые мультиплеты с $N > 1$, соответствующие расширенной суперсимметрии. Два нижеследующих примера отвечают $N = 4$ суперсимметричному янг-миллсовскому мультиплету и $N = 8$ мультиплету супергравитации:

$$\begin{array}{lllccccc} N=4 & \text{SUSY YM} & \text{спиральность} & -1 & -1/2 & 0 & 1/2 & 1 \\ & \lambda=-1 & \#\ \text{состояний} & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{llccccccccc} N=8 & \text{SUGRA} & -2 & -3/2 & -1 & -1/2 & 0 & 1/2 & 1 & 3/2 & 2 \\ & \lambda=-2 & 1 & 8 & 28 & 56 & 70 & 56 & 28 & 8 & 1 \end{array}$$

Как видно, мультиплеты расширенной суперсимметрии весьма велики и содержат большое число частиц.

Ограничение на число СУСИ-генераторов следует из требования самосогласованности соответствующей КТП. Число суперсимметрий и максимальный спин частиц в супермультиплете связаны между собой:

$$N \leq 4S,$$

где S – максимальный спин. Так как теории со спином больше 1 неперенормируемы, а теории со спином больше $5/2$ не согласованы с гравитацией, то отсюда следует ограничение на число СУСИ-генераторов

$$\begin{array}{ll} N \leq 4 & \text{для ренормируемых теорий (YM)}, \\ N \leq 8 & \text{для (супер)гравитации}. \end{array}$$

В дальнейшем мы будем рассматривать простейшую суперсимметрию, или $N = 1$ суперсимметрию в отличие от расширенной суперсимметрии с $N > 1$. В этом случае имеется два типа супермультиплетов: так называемый *киральный* мультиплет с $\lambda = 0$, который содержит два физических состояния (ϕ, ψ) со спином 0 и $1/2$ соответственно, и *векторный* мультиплет с $\lambda = 1/2$, который также содержит два физических состояния (λ, A_μ) со спином spin $1/2$ и 1 соответственно.

3.2 Суперпространство и суперполя

Элегантную формулировку преобразований суперсимметрии и суперинвариантов можно получить на языке суперпространства [4]. Суперпространство отличается от обычного Евклидова (Минковского) пространства добавлением двух новых координат, θ_α и $\bar\theta_{\dot\alpha}$, которые являются грассмановыми, т. е. антикоммутирующими переменными:

$$\{\theta_\alpha, \theta_\beta\} = 0, \quad \{\bar\theta_{\dot\alpha}, \bar\theta_{\dot\beta}\} = 0, \quad \theta_\alpha^2 = 0, \quad \bar\theta_{\dot\alpha}^2 = 0, \quad \alpha, \beta, \dot\alpha, \dot\beta = 1, 2.$$

Таким образом, мы переходим от пространства к суперпространству:

$$\begin{array}{ccc} \text{Пространство} & \Rightarrow & \text{Суперпространство} \\ x_\mu & & x_\mu, \theta_\alpha, \bar\theta_{\dot\alpha} \end{array}$$

Групповой элемент, отвечающий суперсимметрии, может быть построен в суперпространстве таким же способом, как и обыкновенная трансляция в обычном пространстве:

$$G(x, \theta, \bar\theta) = e^{i\left(-x^\mu P_\mu + \theta Q + \bar\theta \bar Q\right)}. \tag{3.2}$$

Это приводит к супертрансляции в суперпространстве:

$$\begin{array}{rcl} x_\mu & \to & x_\mu + i\theta\sigma_\mu\bar\varepsilon - i\varepsilon\sigma_\mu\bar\theta, \\ \theta & \to & \theta + \varepsilon, \quad \bar\theta \to \bar\theta + \bar\varepsilon, \end{array} \tag{3.3}$$

где ε и $\bar\varepsilon$ – грассмановы параметры преобразования. Из уравнения (3.3) можно легко получить представления для суперзарядов (3.1), действующих в суперпространстве,

$$Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta_\alpha} - i\sigma^\mu_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\alpha}\partial_\mu, \quad \bar Q_{\dot\alpha} = -\frac{\partial}{\partial\bar\theta_{\dot\alpha}} + i\theta_\alpha\sigma^\mu_{\alpha\dot\alpha}\partial_\mu. \tag{3.4}$$

Для определения полей на суперпространстве рассмотрим представления группы супер-Пуанкаре (3.1) [3]. Простейшим является скалярное суперполе $F(x, \theta, \bar\theta)$, которое есть суперинвариант. Его разложение в ряд Тейлора по θ и $\bar\theta$ содержит лишь несколько членов в силу нильпотентного характера грассмановых переменных. Однако это суперполе оказывается приводимым представлением СУСИ. Чтобы получить неприводимое представление, определим *киральное* суперполе, которое подчиняется уравнению

$$\bar D_{\dot\alpha} F = 0, \qquad \text{где} \quad \bar D_{\dot\alpha} = -\frac{\partial}{\partial\bar\theta_{\dot\alpha}} - i(\theta\sigma^\mu)_{\dot\alpha}\partial_\mu \tag{3.5}$$

– ковариантная производная на суперпространстве.

Для кирального суперполя грассманово разложение имеет вид ($y = x + i\theta\sigma\bar{\theta}$)

$$\begin{aligned} \Phi(y,\theta) &= A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \\ &= A(x) + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu A(x) + \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\Box A(x) \\ &+ \sqrt{2}\theta\psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\partial_\mu\psi(x)\sigma^\mu\bar{\theta} + \theta\theta F(x). \end{aligned} \tag{3.6}$$

Коэффициенты являются обыкновенными функциями от x, будучи обычными полями. Они называются *компонентами* суперполя. В (3.7) имеются 2 бозонных (комплексное скалярное поле A) и 2 фермионных (вейлевское спинорное поле ψ) степени свободы. Компонентные поля A и ψ называются *суперпартнёрами*. Поле F является вспомогательным полем, оно имеет "неправильную"размерность и не имеет физического содержания. Это поле требуется для замыкания алгебры (3.1) и может быть исключено с использованием уравнения движения.

Таким образом, суперполе содержит равное число бозонных и фермионных степеней свободы. Под действием суперсимметрии они переходят друг в друга:

$$\begin{aligned} \delta_\varepsilon A &= \sqrt{2}\varepsilon\psi, \\ \delta_\varepsilon\psi &= i\sqrt{2}\sigma^\mu\bar{\varepsilon}\partial_\mu A + \sqrt{2}\varepsilon F, \\ \delta_\varepsilon F &= i\sqrt{2}\bar{\varepsilon}\sigma^\mu\partial_\mu\psi. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Заметим, что вариация F-компоненты есть полная производная, т. е. исчезает при интегрировании по пространству-времени.

Можно построить также и антикиральное суперполе Φ^+, подчиняющееся уравнению

$$D_\alpha\Phi^+ = 0, \quad \text{где} \quad D_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta_\alpha} + i(\sigma^\mu\bar{\theta})_\alpha\partial_\mu.$$

Произведение киральных (антикиральных) суперполей Φ^2, Φ^3, и т. д. есть тоже киральное (антикиральное) суперполе, в то время как произведение кирального на антикиральное суперполе $\Phi^+\Phi$ есть общее суперполе.

Для произвольной функции киральных суперполей имеем

$$\mathcal{W}(\Phi_i) = \mathcal{W}(A_i + \sqrt{2}\theta\psi_i + \theta\theta F) \tag{3.8}$$

$$= \mathcal{W}(A_i) + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial A_i}\sqrt{2}\theta\psi_i + \theta\theta\left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial A_i}F_i - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial A_i \partial A_j}\psi_i\psi_j\right).$$

$\mathcal{W}$ называется *суперпотенциалом*, который заменяет обычный потенциал для скалярных полей.

Для построения калибровочно-инвариантного взаимодействия нам понадобится действительное векторное суперполе $V = V^+$. Это не киральное суперполе, а общее действительное суперполе со следующим грассмановым разложением:

$$\begin{aligned} V(x,\theta,\bar\theta) &= C(x) + i\theta\chi(x) - i\bar\theta\bar\chi(x) + \frac{i}{2}\theta\theta[M(x)+iN(x)] \\ &- \frac{i}{2}\bar\theta\bar\theta[M(x)-iN(x)] - \theta\sigma^\mu\bar\theta v_\mu(x) + i\theta\theta\bar\theta[\lambda(x) + \frac{i}{2}\bar\sigma^\mu\partial_\mu\chi(x)] \\ &- i\bar\theta\bar\theta\theta[\lambda + \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu\bar\chi(x)] + \frac{1}{2}\theta\theta\bar\theta\bar\theta[D(x) + \frac{1}{2}\Box C(x)]. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Физические степени свободы, соответствующие действительному векторному суперполю V, – векторное калибровочное поле v_μ и майорановское спинорное поле λ. Все другие компоненты являются нефизическими и их можно исключить. Действительно, под действием абелевых (супер)калибровочных преобразований суперполе V изменяется как

$$V \quad \to \quad V + \Phi + \Phi^+,$$

где Φ и Φ^+ - некоторые киральные суперполя. В компонентах это выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} C &\to C + A + A^*, \\ \chi &\to \chi - i\sqrt{2}\psi, \\ M + iN &\to M + iN - 2iF, \\ v_\mu &\to v_\mu - i\partial_\mu(A - A^*), \\ \lambda &\to \lambda, \\ D &\to D, \end{aligned} \tag{3.10}$$

и соответствует обычному калибровочному преобразованию для физических компонент. Согласно (3.10), можно выбрать калибровку (калибровку Весса–Зумино), где $C = \chi = M = N = 0$, оставляющую только физические степени свободы, за исключением вспомогательного поля

D. В этой калибровке

$$\begin{aligned} V &= -\theta\sigma^\mu\bar\theta v_\mu(x) + i\theta\theta\bar\theta\bar\lambda(x) - i\bar\theta\bar\theta\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar\theta\bar\theta D(x), \\ V^2 &= -\frac{1}{2}\theta\theta\bar\theta\bar\theta v_\mu(x)v^\mu(x), \\ V^3 &= 0 \quad \text{и т.д.} \end{aligned} \tag{3.11}$$

Можно также определить тензор напряжённости поля (аналог $F_{\mu\nu}$ в калибровочных теориях)

$$W_\alpha = -\frac{1}{4}\bar D^2 e^V D_\alpha e^{-V}, \quad \bar W_{\dot\alpha} = -\frac{1}{4}D^2 e^V \bar D_\alpha e^{-V}, \tag{3.12}$$

который является полиномом по полям в калибровке Весса–Зумино. (Здесь Ds – суперковариантные производные.)

Тензор напряжённости есть киральное суперполе

$$\bar D_{\dot\beta} W_\alpha = 0, \quad D_\beta \bar W_{\dot\alpha} = 0.$$

В калибровке Весса–Зумино он полиномиален:

$$W_\alpha = T^a\left(-i\lambda^a_\alpha + \theta_\alpha D^a - \frac{i}{2}(\sigma^\mu\bar\sigma^\nu\theta)_\alpha F^a_{\mu\nu} + \theta^2(\sigma^\mu D_\mu\bar\lambda^a)_\alpha\right), \tag{3.13}$$

где

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu v^a_\nu - \partial_\nu v^a_\mu + f^{abc}v^b_\mu v^c_\nu, \quad D_\mu\bar\lambda^a = \partial\bar\lambda^a + f^{abc}v^b_\mu\bar\lambda^c.$$

В абелевом случае уравнения (3.12) упрощаются и принимают вид

$$W_\alpha = -\frac{1}{4}\bar D^2 D_\alpha V, \quad \bar W_{\dot\alpha} = -\frac{1}{4}D^2\bar D_\alpha V.$$

3.3 Построение суперсимметричных лагранжианов

Начнём с лагранжиана, который не имеет калибровочной симметрии. В суперполевых обозначениях СУСИ-инвариантный лагранжиан является полиномом по суперполям. Имея в виду, что в компонентах мы должны получить обычный вид лагранжиана и отмеченное выше свойство суперинвариантности высшей компоненты суперполя (F-компоненты), общее выражение СУСИ-инвариантного лагранжиана может быть записано в виде

$$\mathcal{L} = \Phi^+_i\Phi_i|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} + [(\lambda_i\Phi_i + \frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}g_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k)|_{\theta\theta} + \text{э.с.}]. \tag{3.14}$$

Здесь и далее вертикальная черта означает соответствующий член тейлоровского разложения.

Первое слагаемое - это кинетический член. Он содержит киральное и антикиральное суперполя Φ_i и Φ_i^+ соответственно и есть функция грассмановых параметров θ и $\bar{\theta}$. Будучи разложенным по θ и $\bar{\theta}$ он приводит к обычным кинетическим членам для соответствующих компонентных полей.

Слагаемое в скобках образует суперпотенциал. Он построен только из киральных полей (плюс сопряжённое слагаемое, построенное из антикиральных) и является киральным суперполем. Так как произведения кирального и антикирального суперполей дают общее суперполе, то они недопустимы в суперпотенциале. Последний член разложения суперпотенциала по грассманову параметру θ суперсимметрично-инвариантен и даёт обычный потенциал после избавления от вспомогательных полей.

Лагранжиан (3.14) может быть записан гораздо более элегантным образом, если ввести суперпространство. Так же как обычное действие есть интеграл по пространству-времени от лагранжевой плотности, так и в суперсимметричном случае действие есть интеграл по суперпространству. Пространственно-временная лагранжева плотность тогда может быть записана как интеграл по грассмановым координатам [3, 4]:

$$\mathcal{L} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\ \Phi_i^+\Phi_i + \int d^2\theta\ [\lambda_i\Phi_i + \frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}y_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k] + э.с., \quad (3.15)$$

где первое слагаемое – кинетический член, а второе – суперпотенциал $\mathcal{W}$. Здесь вместо взятия соответствующих компонент мы использовали интегрирование по суперпространству согласно правилам грассманова интегрирования [11]:

$$\int\ d\theta_\alpha = 0, \qquad \int \theta_\alpha\ d\theta_\beta = \delta_{\alpha\beta}.$$

Производя непосредственное интегрирование по грассмановым параметрам, мы получаем из (3.15)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \ &= \ i\partial_\mu\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^\mu\psi_i + A_i^*\Box A_i + F_i^*F_i \qquad (3.16) \\ &+ \ [\lambda_i F_i + m_{ij}(A_iF_j - \frac{1}{2}\psi_i\psi_j) + y_{ijk}(A_iA_jF_k - \psi_i\psi_jA_k) + э.с.]. \end{aligned}$$

Последние два слагаемых представляют собой взаимодействие. Чтобы получить лагранжиан в привычной форме, мы должны разрешить связи

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_k^*} = F_k + \lambda_k^* + m_{ik}^* A_i^* + y_{ijk}^* A_i^* A_j^* = 0, \qquad (3.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_k} = F_k^* + \lambda_k + m_{ik} A_i + y_{ijk} A_i A_j = 0. \qquad (3.18)$$

Выражая вспомогательные поля F и F^* из этих уравнений, окончательно получим

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= i\partial_\mu \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \psi_i + A_i^* \Box A_i - \frac{1}{2} m_{ij} \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} m_{ij}^* \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \\ &\quad - y_{ijk} \psi_i \psi_j A_k - y_{ijk}^* \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j A_k^* - V(A_i, A_j), \end{aligned} \qquad (3.19)$$

где скалярный потенциал имеет вид $V = F_k^* F_k$. Мы вернёмся к обсуждению скалярного потенциала в суперсимметричных теориях ниже.

Рассмотрим теперь калибровочно-инвариантные суперсимметричные лагранжианы. Они должны содержать калибровочно инвариантное взаимодействие материальных полей, а также кинетический член и самодействие для самих калибровочных полей.

Начнём с кинетического члена для калибровочных полей. В калибровке Весса–Зумино имеем

$$W^\alpha W_\alpha|_{\theta\theta} = -2i\lambda\sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda} - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} D^2 + i\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}, \qquad (3.20)$$

где $D_\mu = \partial_\mu + ig[v_\mu,]$ – обычная ковариантная производная, а последний, так называемый топологический член – полная производная.

Калибровочно-инвариантный лагранжиан теперь принимает знакомый вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{4}\int d^2\theta\, W^\alpha W_\alpha + \frac{1}{4}\int d^2\bar{\theta}\, \bar{W}^{\dot{\alpha}} \bar{W}_{\dot{\alpha}} \\ &= \frac{1}{2} D^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - i\lambda\sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}. \end{aligned} \qquad (3.21)$$

Для получения калибровочно-инвариантного взаимодействия с киральными суперполями материи рассмотрим калибровочные (абелевы) преобразования последних:

$$\Phi \;\to\; e^{-ig\Lambda}\Phi, \quad \Phi^+ \;\to\; \Phi^+ e^{ig\Lambda^+}, \quad V \;\to\; V + i(\Lambda - \Lambda^+),$$

где Λ – калибровочный параметр (киральное суперполе).

Теперь очевидно, как построить калибровочно- и суперсимметрично-инвариантное взаимодействие (ср. с ковариантной производной в обычной калибровочной теории):

$$\Phi_i^+ \Phi_i|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \Rightarrow \Phi_i^+ e^{gV} \Phi_i|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta}. \tag{3.22}$$

Полный суперсимметрично- и калибровочно-инвариантный лагранжиан принимает вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{inv} &= \frac{1}{4}\int d^2\theta\ W^\alpha W_\alpha + \frac{1}{4}\int d^2\bar\theta\ \bar W^{\dot\alpha} \bar W_{\dot\alpha} + \int d^2\theta d^2\bar\theta\ \Phi_i^+ e^{gV}\Phi_i \\ &+ \int d^2\theta\ (\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}y_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k) + \text{э.с.}\end{aligned} \tag{3.23}$$

Неабелево обобщение тривиально:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{SUSY\ YM} &= \frac{1}{4}\int d^2\theta\ Tr(W^\alpha W_\alpha) + \frac{1}{4}\int d^2\bar\theta\ Tr(\bar W^\alpha \bar W_\alpha) \\ &+ \int d^2\theta d^2\bar\theta\ \bar\Phi_{ia}(e^{gV})^a_b \Phi_i^b + \int d^2\theta\ \mathcal{W}(\Phi_i) + \int d^2\bar\theta\ \bar{\mathcal{W}}(\bar\Phi_i),\end{aligned} \tag{3.24}$$

где $\mathcal{W}$ – суперпотенциал, который должен быть инвариантным относительно группы симметрии конкретной модели.

В терминах компонент приведённый выше лагранжиан принимает вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{SUSY\ YM} &= -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - i\lambda^a\sigma^\mu D_\mu\bar\lambda^a + \frac{1}{2}D^aD^a \\ &+ (\partial_\mu A_i - igv^a_\mu T^a A_i)^\dagger(\partial_\mu A_i - igv^a_\mu T^a A_i) - i\bar\psi_i\bar\sigma^\mu(\partial_\mu\psi_i - igv^a_\mu T^a\psi_i) \\ &- D^a A_i^\dagger T^a A_i - i\sqrt{2}A_i^\dagger T^a\lambda^a\psi_i + i\sqrt{2}\bar\psi_i T^a A_i\bar\lambda^a + F_i^\dagger F_i \\ &+ \frac{\partial\mathcal{W}}{\partial A_i}F_i + \frac{\partial\bar{\mathcal{W}}}{\partial A_i^\dagger}F_i^\dagger - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\mathcal{W}}{\partial A_i\partial A_j}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\bar{\mathcal{W}}}{\partial A_i^\dagger\partial A_j^\dagger}\bar\psi_i\bar\psi_j.\end{aligned} \tag{3.25}$$

Избавляясь от вспомогательных полей D^a и F_i, мы воспроизводим обычное выражение для лагранжиана физических компонент.

3.4 Скалярный потенциал

В отличие от СМ, где скалярный потенциал произволен и ограничивается только требованиями калибровочной инвариантности, в суперсимметричных теориях он полностью определяется суперпотенциалом. Он состоит из вкладов, возникающих от D- и F-членов. Кинетическая энергия калибровочных полей (см. (3.21)) содержит член вида

$1/2D^aD^a$, а взаимодействие полей материи с калибровочными полями даёт (см.(3.23)) $gD^aT^a_{ij}A^*_iA_j$. Вместе они приводят к следующему выражению:

$$\mathcal{L}_D = \frac{1}{2}D^aD^a + gD^aT^a_{ij}A^*_iA_j. \tag{3.26}$$

Отсюда следует уравнение движения для вспомогательного поля D:

$$D^a = -gT^a_{ij}A^*_iA_j. \tag{3.27}$$

Подставляя его обратно в (3.26), получаем вклад D-члена в потенциал:

$$\mathcal{L}_D = -\frac{1}{2}D^aD^a \quad \Longrightarrow V_D = \frac{1}{2}D^aD^a, \tag{3.28}$$

где D^a имеет вид (3.27).

Вклад F-члена получается из самодействия полей материи (3.16). Для суперпотенциала W общего вида имеем

$$\mathcal{L}_F = F^*_iF_i + (\frac{\partial W}{\partial A_i}F_i + \text{э.с.}). \tag{3.29}$$

Используя уравнения движения для вспомогательных полей F_i

$$F^*_i = -\frac{\partial W}{\partial A_i}, \tag{3.30}$$

получаем

$$\mathcal{L}_F = -F^*_iF_i \quad \Longrightarrow V_F = F^*_iF_i, \tag{3.31}$$

где F даётся уравнением (3.30). Полный потенциал есть сумма этих двух вкладов:

$$V = V_D + V_F. \tag{3.32}$$

Таким образом, форма лагранжиана практически фиксирована требованиями симметрии. Единственная свобода состоит в выборе набора полей материи, значения калибровочной константы связи g, юкавских констант связи y_{ijk} и масс частиц. В силу требования перенормируемости $V \leq A^4$ суперпотенциал должен быть ограничен кубичными членами $\mathcal{W} \leq \Phi^3$, как в (3.15). При этом все члены супермультиплета имеют одно и то же значение массы, т. е. бозоны и фермионы вырождены по массе. Это свойство суперсимметричных теорий противоречит феноменологии и требует нарушения суперсимметрии.

3.5 Спонтанное нарушение суперсимметрии

Так как суперсимметричная алгебра ведёт к вырожденности масс в супермультиплете, то для объяснения отсутствия суперпартнёров при современных энергиях она должна быть нарушена. Существуют несколько путей нарушения суперсимметрии. Она может быть нарушена или непосредственно, или спонтанно. Нарушая суперсимметрию, нужно быть осторожным, чтобы не разрушить сокращение квадратичных расходимостей, что ведёт к решению проблемы иерархий. Этого можно добиться путём спонтанного нарушения суперсимметрии.

В отличие от несуперсимметричных теорий в СУСИ-моделях энергия всегда неотрицательна. Действительно, согласно квантовой механике

$$E =< 0|\ H\ |0 >,$$

а в силу алгебры суперсимметрии (3.1) $\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta}P_\mu$, и учитывая, что $tr(\sigma^\mu P_\mu) = 2P_0$, получаем

$$E = \frac{1}{4}\sum_{\alpha=1,2} < 0|\{Q_\alpha, \bar{Q}_\alpha\}|0 >= \frac{1}{4}\sum_\alpha |Q_\alpha|0 > |^2 \geq 0.$$

Отсюда

$$E =< 0|\ H\ |0 >\neq 0 \quad \text{тогда и только тогда, когда} \quad Q_\alpha|0 >\neq 0.$$

Следовательно, суперсимметрия спонтанно нарушена, а именно вакуум не инвариантен ($Q_\alpha|0 >\neq 0$) *тогда и только тогда, когда* минимум суперпотенциала положителен, т. е. $E > 0$.

Спонтанное нарушение суперсимметрии достигается тем же путём что и нарушение электрослабой симметрии. Вводится поле, вакуумное среднее которого не равно нулю и ведёт к спонтанному нарушению симметрии. Однако в силу специального характера суперсимметрии это должно быть суперполе, чьи вспомогательные F- и D-компоненты приобретают ненулевое среднее. Поэтому среди возможных механизмов нарушения суперсимметрии различают F- и D-механизмы.

1) Механизм Файе-Иллиопулоса (D-механизм) [12].
В этом случае к лагранжиану добавляется линейный D-член:

$$\Delta\mathcal{L} = \xi V|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} = \xi \int d^4\theta\ V. \tag{3.33}$$

Сам по себе он калибровочно- и суперсимметрично-инвариантен, но может привести к спонтанному нарушению и той, и другой в зависимости от величины параметра ξ. Для иллюстрации мы приводим на рис. 5,a типичный спектр в случае двух киральных мультиплетов. Недостаток

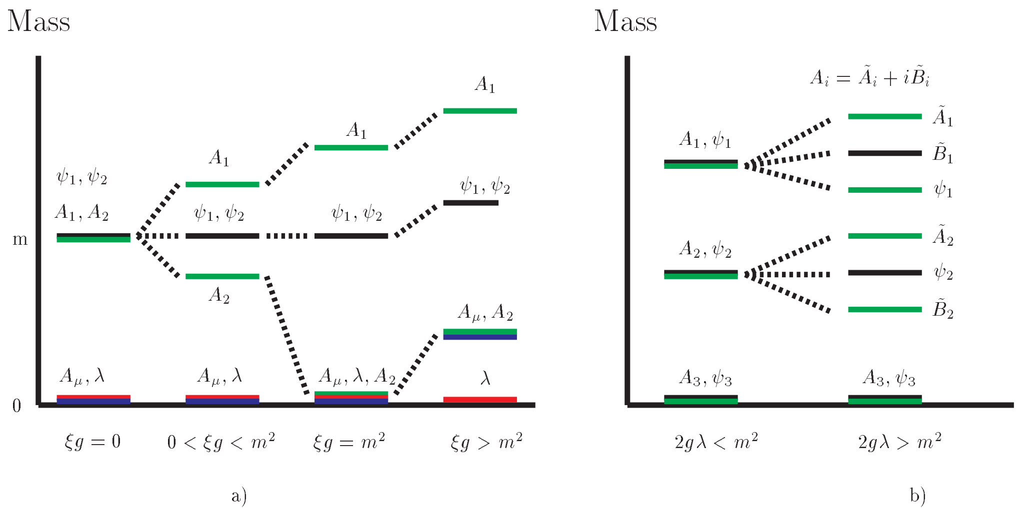


Рис. 5: Спектр спонтанно нарушенных суперсимметричных теорий

этого механизма состоит в $U(1)$ калибровочной инвариантности. Он может быть использован в обобщениях СМ, но не в теориях Великого объединения.

Спектр масс также не вполне удовлетворителен, поскольку справедливо следующее правило сумм:

$$\sum_{\text{бозонные состояния}} m_i^2 = \sum_{\text{фермионные состояния}} m_i^2, \tag{3.34}$$

что не соответствует феноменологии.

2) Механизм О'Райферти (F-механизм) [13].
В этом случае требуются несколько киральных полей и суперпотенциал должен быть выбран таким образом, чтобы отсутствовали нулевые вакуумные средние у вспомогательных F-компонент. Например, выбирая суперпотенциал в виде

$$\mathcal{W}(\Phi) = \lambda\Phi_3 + m\Phi_1\Phi_2 + g\Phi_3\Phi_1^2,$$

получаем следующие уравнения для вспомогательных полей:

$$\begin{aligned} F_1^* &= mA_2 + 2gA_1A_3, \\ F_2^* &= mA_1, \\ F_3^* &= \lambda + gA_1^2, \end{aligned}$$

которые не имеют решений с $< F_i >= 0$, и суперсимметрия спонтанно нарушается. Типичный спектр масс в этом случае показан на рис. 5,b.

Недостатком этого механизма является большая степень произвола в выборе суперпотенциала. Правило сумм (3.34) тоже оказывается справедливым в этом случае.

К сожалению, ни один из этих механизмов не может быть непосредственно использован в суперсимметричных расширениях СМ. Ни одно из полей СМ не может получить ненулевое вакуумное среднее у своих F- или D-компонент без нарушения $SU(3)$ или $U(1)$ калибровочной симметрии, поскольку они не являются синглетами по отношению к этим группам. Данное обстоятельство предполагает наличие других источников спонтанного нарушения суперсимметрии, которые мы рассмотрим ниже. Однако все они основаны на тех же F- и D-механизмах.

4 СУСИ обобщение Стандартной модели. МССМ

Как уже упоминалось, в суперсимметричных теориях число бозонных степеней свободы равно числу фермионных. В то же время в СМ имеется 28 бозонных и 90 фермионных степеней свободы (с безмассовыми нейтрино, иначе - 96). Поэтому СМ в высшей степени несуперсимметрична. Добавляя новые частицы для суперсимметризации СМ, следует иметь в виду следующее:

• в СМ нет фермионов с квантовыми числами калибровочных бозонов;

• хиггсовские поля, имеющие ненулевые вакуумные средние, не могут быть суперпартнёрами кварков и лептонов, поскольку это привело бы к нарушению барионного и лептонного чисел;

• требуется по крайней мере два комплексных киральных дублета хиггсовских полей, чтобы дать массы верхним и нижним кваркам.

Последнее является следствием формы суперпотенциала и киральности суперполей материи. Действительно, суперпотенциал должен быть инвариантным относительно калибровочной группы $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Если посмотреть на юкавские взаимодействия в СМ, то видно, что они, действительно, $U(1)$-инвариантны, так как сумма гиперзарядов в каждой вершине равна нулю. В случае верхних кварков это достигается при помощи сопряжённого хиггсовского дублета $\tilde{H} = i\tau_2 H^\dagger$ вместо H. Однако в суперсимметричных теориях H есть киральное суперполе и, следовательно, суперпотенциал, который построен из киральных полей, может содержать только H, но не $\tilde{H}$, который есть антикиральное суперполе.

Другая причина, по которой необходим второй хиггсовский дублет, связана с киральными аномалиями. Известно, что киральные аномалии разрушают калибровочную инвариантность и, следовательно, перенормируемость теории. Они сокращаются в СМ между кварками и лептонами в каждом поколении. Однако, если ввести киральное хиггсовское суперполе, оно содержит поле хиггсино, являющееся киральным фермионом, и приводит к аномалиям. Для их сокращения необходимо добавить второй хиггсовский дублет с противоположным гиперзарядом. Поэтому хиггсовский сектор в суперсимметричных моделях с необходимостью расширен, он содержит чётное количество дублетов.

Вывод: в СУСИ-моделях суперсимметрия связывает *известные* бозоны с *новыми* фермионами и *известные* фермионы с *новыми* бозонами.

4.1 Состав полей

Рассмотрим состав полей Минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ) [14]. Согласно предыдущей дискуссии, в минимальной версии мы удваиваем число частиц (вводя суперпартнёра для каждой частицы) и добавляем второй хиггсовский дублет (со своим суперпартнёром). Таким образом, характерной особенностью суперсимметричного обобщения СМ является присутствие суперпартнёров (см. рис. 6) [15].

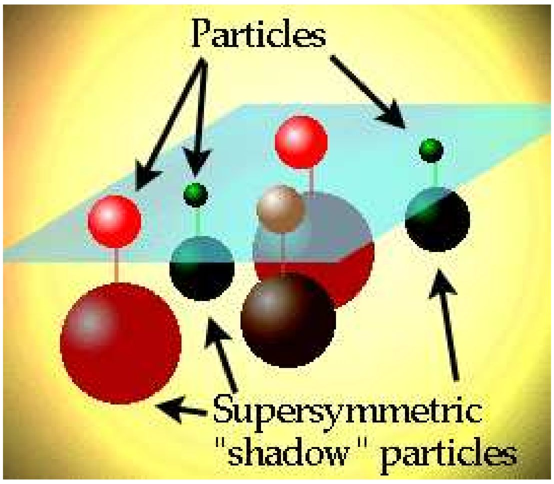


Рис. 6: Теневой мир суперсимметричных частиц

Если суперсимметрия не нарушена, суперпартнёры обычных частиц должны иметь те же массы, что и сами частицы, и должны наблюдаться. Считается, что их отсутствие при современных энергиях объясняется тем фактом, что они заметно тяжелее, т. е. суперсимметрия должна быть нарушена . Следовательно, если увеличить энергию ускорителей, то суперпартнёры должны рождаться.

Состав полей МССМ выглядит следующим образом:

Состав полей МССМ

Супер	Бозоны		Фермионы		$SU(3)$	$SU(2)$	$U_Y(1)$
Вектор							
$\mathbf{G^a}$	глюон	g^a	глюино	$\tilde{g}^a$	8	0	0
$\mathbf{V^k}$	слабые	W^k $(W^\pm, Z)$	вино, зино	$\tilde{w}^k$ $(\tilde{w}^\pm, \tilde{z})$	1	3	0
$\mathbf{V'}$	гиперзаряд	B (γ)	бино	$\tilde{b}(\tilde{\gamma})$	1	1	0
Материя							
$\mathbf{L_i}$	слептоны	$\tilde{L}_i = (\tilde{\nu}, \tilde{e})_L$	лептоны	$L_i = (\nu, e)_L$	1	2	-1
$\mathbf{E_i}$		$\tilde{E}_i = \tilde{e}_R$		$E_i = e_R$	1	1	2
$\mathbf{Q_i}$	скварки	$\tilde{Q}_i = (\tilde{u}, \tilde{d})_L$	кварки	$Q_i = (u, d)_L$	3	2	$1/3$
$\mathbf{U_i}$		$\tilde{U}_i = \tilde{u}_R$		$U_i = u_R^c$	3^*	1	$-4/3$
$\mathbf{D_i}$		$\tilde{D}_i = \tilde{d}_R$		$D_i = d_R^c$	3^*	1	$2/3$
Хиггс							
$\mathbf{H_1}$	хиггс	H_1	хиггсино	$\tilde{H}_1$	1	2	-1
$\mathbf{H_2}$		H_2		$\tilde{H}_2$	1	2	1

Здесь и далее тильда над символом обозначает суперпартнёра обычной частицы.

Присутствие дополнительного хиггсовского бозона в суперсимметричной модели есть новое свойство теории. В МССМ имеются два дублета с квантовыми числами (1,2,-1) и (1,2,1) соответственно:

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{S_1 + iP_1}{\sqrt{2}} \\ H_1^- \end{pmatrix}, \ H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ v_2 + \frac{S_2 + iP_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

где v_i – вакуумные средние нейтральных компонент.

Следовательно, имеем 8=4+4=5+3 степеней свободы. Как и в случае СМ, 3 степени свободы могут быть откалиброваны и останется 5 физических состояний по сравнению с 1 в СМ. Поэтому в МССМ, как и в любой двухдублетной модели, присутствуют пять физических хиггсовских бозонов: два нейтральных CP-чётных, один нейтральный CP-нечётный и два заряженных. Ниже мы рассмотрим собственные массовые состояния.

4.2 Лагранжиан МССМ

Лагранжиан МССМ состоит из двух частей: первая часть есть суперсимметричное обобщение СМ, а вторая осуществляет нарушение суперсимметрии, упомянутое выше:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{Breaking}, \tag{4.1}$$

где

$$\mathcal{L}_{SUSY} = \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Yukawa} \tag{4.2}$$

и

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Gauge} &= \sum_{SU(3),SU(2),U(1)} \frac{1}{4}\left(\int d^2\theta\ TrW^{\alpha}W_{\alpha} + \int d^2\bar{\theta}\ Tr\bar{W}^{\dot{\alpha}}\bar{W}_{\dot{\alpha}}\right) \\ &+ \sum_{Matter} \int d^2\theta d^2\bar{\theta}\ \Phi_i^{\dagger} e^{g_3\hat{V}_3 + g_2\hat{V}_2 + g_1\hat{V}_1}\Phi_i, \qquad (4.3)\\ \mathcal{L}_{Yukawa} &= \int d^2\theta\ (\mathcal{W}_R + \mathcal{W}_{NR}) + \text{э.с.} \qquad (4.4)\end{aligned}$$

Индекс R у суперпотенциала относится к так называемой R-чётности [16], специальной симметрии, которая присваивает заряд "+" всем обычным частицам и заряд "−" их суперпартнёрам. Первая часть суперпотенциала $\mathcal{W}$ R-симметрична:

$$W_R = \epsilon_{ij}(y^U_{ab}Q^j_aU^c_bH^i_2 + y^D_{ab}Q^j_aD^c_bH^i_1 + y^L_{ab}L^j_aE^c_bH^i_1 + \mu H^i_1H^j_2), \tag{4.5}$$

где $i, j = 1, 2, 3$ – индексы группы $SU(2)$, а $a, b = 1, 2, 3$ – индексы поколений; цветовые индексы опущены. Эта часть лагранжиана почти полностью повторяет СМ за исключением того, что теперь поля - это суперполя, а не обычные поля СМ. Единственная разница состоит в том последнем члене, который описывает смешивание хиггсовских полей. Он отсутствует в СМ, поскольку там имеется только один хиггсовский дублет.

Вторая часть суперпотенциала R-несимметрична:

$$W_{NR} = \epsilon_{ij}(\lambda^L_{abd}L^i_aL^j_bE^c_d + \lambda^{L\prime}_{abd}L^i_aQ^j_bD^c_d + \mu'_aL^i_aH^j_2) + \lambda^B_{abd}U^c_aD^c_bD^c_d. \tag{4.6}$$

Подобные взаимодействия отсутствуют в СМ. Причина проста: невозможно заменить суперполя в уравнении (4.6) на обычные поля, как в (4.5) из-за требования лоренц инвариантности. Роль этих членов другая. Они нарушают лептонное (первые три слагаемых в (4.6)) или барионное (последнее слагаемое) число. Так как оба эффекта не наблюдаются в природе, то эти члены должны быть подавлены или исключены. Можно избавиться от таких членов, введя специальную симметрию, называемую R-симметрией. Это глобальная $U(1)_R$-симметрия

$$U(1)_R: \quad \theta \to e^{i\alpha}\theta, \quad \Phi \to e^{in\alpha}\Phi, \tag{4.7}$$

которая редуцируется до дискретной подгруппы Z_2, называемой R-чётностью. Квантовые числа по R-чётности для частиц спина S выглядят как $R = (-1)^{3(B-L)+2S}$. Следовательно, все обычные частицы имеют R-чётность $R = +1$, в то время как суперпартнёры имеют R-четность $R = -1$. R-чётность, очевидно, запрещает W_{NR} часть суперпотенциала. Однако вполне возможно, что эти члены присутствуют, хотя экспериментальные пределы на такие константы связи весьма жёстки:

$$\lambda^L_{abc}, \quad \lambda^{L\prime}_{abc} < 10^{-4}, \qquad \lambda^B_{abc} < 10^{-9}.$$

4.3 Свойства взаимодействий

Если предположить, что R-чётность сохраняется, то взаимодействия суперпартнёров по существу являются точно такими же, как в СМ, только две из трёх частиц, участвующих во взаимодействии в любой вершине, должны быть заменены на их суперпартнёров. Причина состоит в R-чётности. Сохранение R-чётности имеет два следствия:

• суперпартнёры рождаются парами;

• легчайшая суперчастица (LSP) стабильна. Обычно это фотино $\tilde{\gamma}$, суперпартнёр фотона с некоторой примесью нейтрального хиггсино.

Типичные вершины взаимодействия показаны на рис. 7. Тильда над буквой обозначает соответствующего суперпартнёра. Отметим, что константа связи остаётся той же самой во всех вершинах, включающих суперпартнёров.

4.4 Рождение и распад суперпартнёров

Отмеченное выше правило для построения вершин взаимодействия суперпартнёров вместе с правилами Фейнмана для СМ позволяют на-

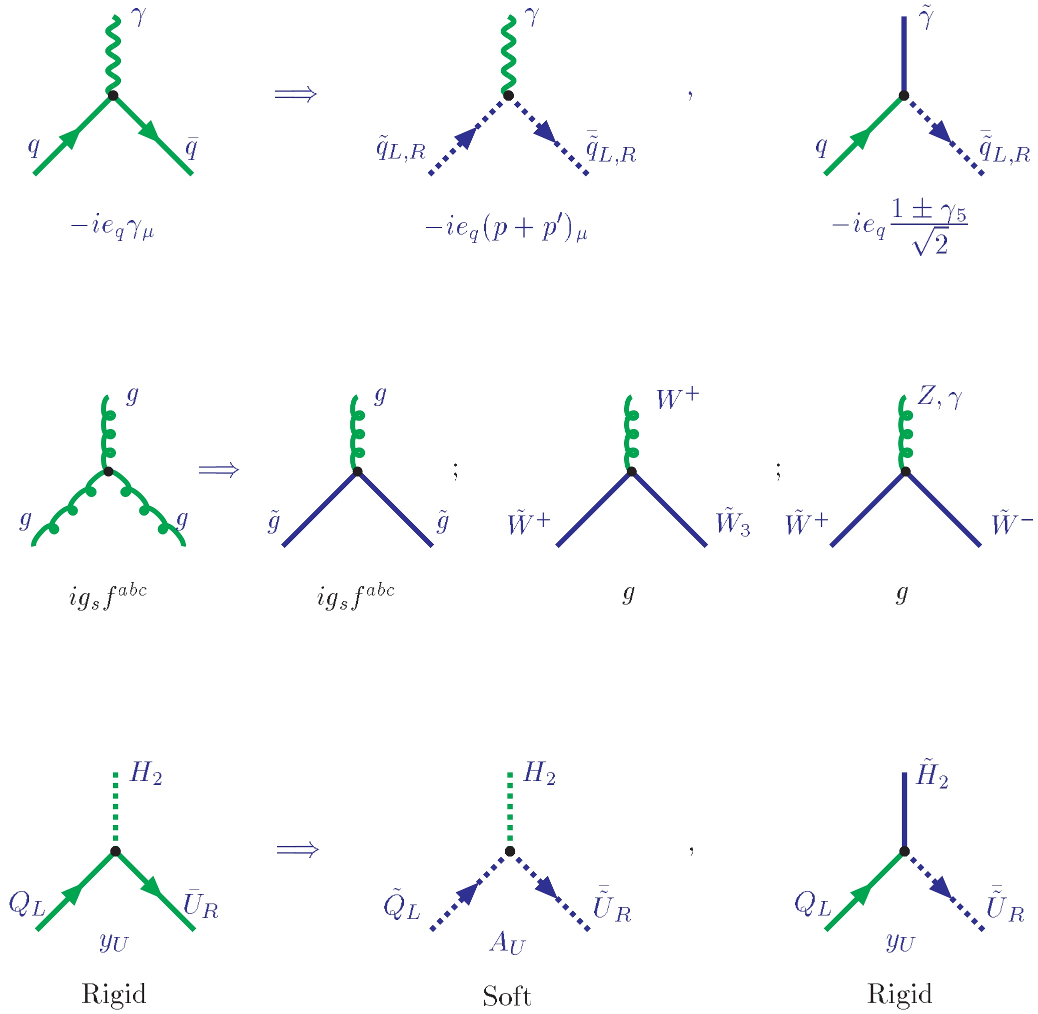


Рис. 7: Взаимодействие калибровочных полей с полями материи, самодействие калибровочных полей и юкавское взаимодействие в МССМ

рисовать диаграммы, описывающие рождение и распад суперпартнёров. Одним из многообещающих процессов является процесс электрон-позитронной аннигиляции (см. рис. 8).

При этом имеют место обычные кинематические ограничения; в системе центра масс $m^{max}_{sparticle} \leq \frac{\sqrt{s}}{2}$. Подобные процессы происходят и на адронных коллайдерах с заменой электронов и позитронов на кварки, антикварки и глюоны.

Рождение суперпартнёров может сопровождаться рождением обычных частиц. Мы рассмотрим различные экспериментальные проявления суперпартнёров на e^+e^-- и адронных коллайдерах ниже. Они существенным образом зависят от специфики нарушения суперсимметрии и спектра масс суперпартнёров.

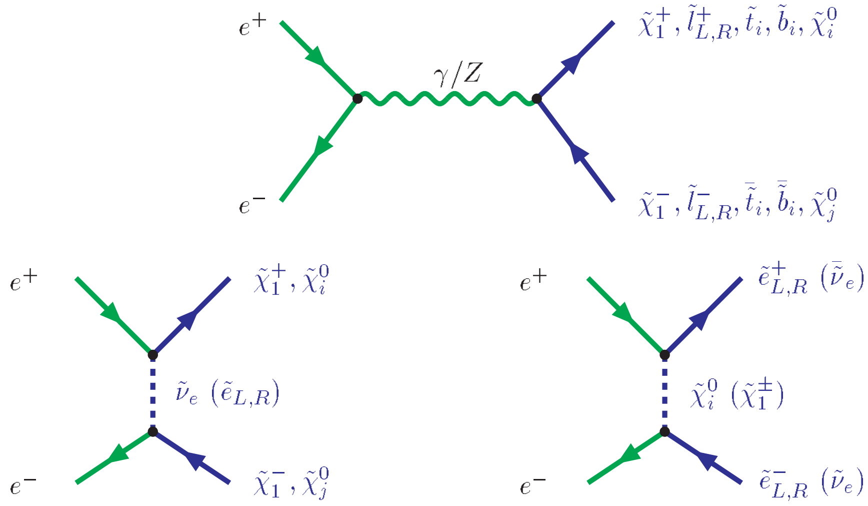


Рис. 8: Рождение суперпартнёров

Особенности распада суперпартнёров также зависят от их масс. Для кварковых и лептонных суперпартнёров основные процессы распада показаны на рис. 9.

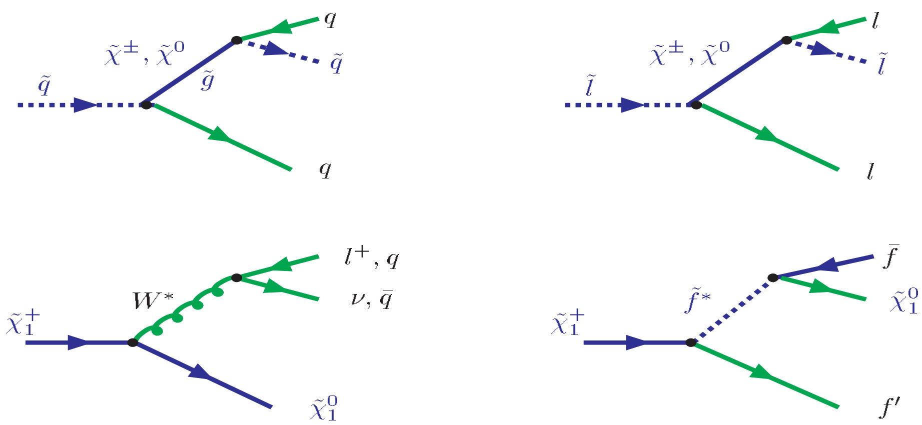


Рис. 9: Распад суперпартнёров

Когда R-чётность сохраняется, новые частицы в конце концов распадаются и остаются одни нейтралино (легчайшие суперчастицы), чьи взаимодействия сравнимы с взаимодействиями нейтрино, и они исчезают недетектированными. Следовательно, характерной особенностью этих процессов будет недостающая энергия и поперечный импульс. Поэтому, если суперсимметрия существует в природе и если она нарушена на шкале порядка 1 ТэВ, будет возможно обнаружить её в ближайшем будущем.

Примеры. Рассмотрим конкретные примеры распада суперпартнёров:

$$
\begin{array}{llcll}
\text{скварки :} & \tilde{q}_{L,R} & \to & q+\tilde{\chi}_i^0 & (\text{кварк} + \text{фотино}) \\
 & \tilde{q}_L & \to & q'+\tilde{\chi}_i^\pm & (\text{кварк} + \text{чарджино}) \\
 & \tilde{q} & \to & q+\tilde{g} & (\text{кварк} + \text{глюино})\ \text{для}\ m_{\tilde{q}} > m_{\tilde{g}} \\
 & \tilde{t}_1 & \to & c+\tilde{\chi}_1^0 & (\text{основная мода})\ \ 2\ \text{струи} + \not{E}_T \\
 & \tilde{t}_1 & \to & b+\tilde{\chi}_1^+ & 2\ \text{b струи} + 2\ \text{лептона} + \not{E}_T \\
 & & & \hookrightarrow \tilde{\chi}_1^0 f\bar{f}' & (f\bar{f}' = l\bar{\nu}, q\bar{q}) \quad (4\ \text{струи}) + \not{E}_T \\
\text{слептоны :} & \tilde{l} & \to & l+\tilde{\chi}_i^0 & (\text{лептон} + \text{фотино}) \\
 & \tilde{l}_L & \to & \nu_l+\tilde{\chi}_i^\pm & (\text{нейтрино} + \text{чарджино}) \\
\text{глюино :} & \tilde{g} & \to & q+\bar{q}+\tilde{\gamma} & (\text{кварк} + \text{антикварк} + \text{фотино}) \\
 & \tilde{g} & \to & g+\tilde{\gamma} & (\text{глюон} + \text{фотино}) \\
\text{чарджино :} & \tilde{\chi}_i^\pm & \to & e+\nu_e+\tilde{\chi}_i^0 & (\text{электрон} + \text{нейтрино} + \text{фотино}) \\
 & \tilde{\chi}_i^\pm & \to & q+\bar{q}'+\tilde{\chi}_i^0 & (\text{кварк} + \text{антикварк} + \text{фотино}) \\
\text{нейтралино :} & \tilde{\chi}_2^0 & \to & \tilde{\chi}_1^0+X &
\end{array}
$$

В последнем случае существует много возможных каналов распада, видимых и невидимых.

$$
\begin{array}{lll@{\qquad}l}
 & & \underline{\text{Видимые каналы}} & \underline{\text{Конечные состояния}} \\
\tilde{\chi}_2^0 & \to & \tilde{\chi}_1^0 l^+ l^- \quad (l=e,\mu,\tau) & \\
 & \to & \tilde{\chi}_1^\pm l^\mp \nu_l & l^+l^- + \not{E}_T \\
 & & \hookrightarrow \tilde{\chi}_1^0 l^\pm \nu_l & \\
 & \to & \tilde{\chi}_1^0 q\bar{q} & 2\ \text{струи} + \not{E}_T \\
 & \to & \tilde{\chi}_\gamma^0 & \gamma + \not{E}_T \\
 & \to & \tilde{\chi}_1^\pm q\bar{q}' & \\
 & & \hookrightarrow \tilde{\chi}_1^0 l^\pm q\bar{q}' & 2\ \text{струи} + \not{E}_T \\
 & \to & \tilde{\chi}_1^\pm l^\mp \nu_l & \\
 & & \hookrightarrow \tilde{\chi}_1^0 q\bar{q}' & l^\pm + 2\ \text{струи} + \not{E}_T \\
 & \to & \tilde{\chi}_1^\pm q\bar{q}' & \\
 & & \hookrightarrow \tilde{\chi}_1^0 l^\pm \nu_l & l^\pm + 2\ \text{струи} + \not{E}_T \\
 & & \underline{\text{Невидимый канал}} & \underline{\text{Конечное состояние}} \\
 & \to & \tilde{\chi}_1^0 \nu_l \bar{\nu}_l & \not{E}_T
\end{array}
$$

5 Нарушение суперсимметрии в МССМ

Так как ни одно из полей МССМ не может иметь отличное от нуля вакуумное среднее, требующееся для нарушения СУСИ, не нарушая при этом калибровочной инвариантности, предполагается, что спонтанное нарушение суперсимметрии происходит с помощью каких-то других полей. Наиболее распространённым сценарием для получения низкоэнергетической нарушенной суперсимметрии является так называемый сценарий *скрытого сектора* [17]. Согласно ему, существуют два сектора: обычная материя принадлежит "видимому" сектору, в то время как второй, "скрытый" сектор содержит поля, которые приводят к нарушению суперсимметрии. Эти два сектора взаимодействуют друг с другом путём обмена некоторыми полями, называемыми "посредниками". Они переносят нарушение суперсимметрии из скрытого сектора в видимый. Посредниками могут служить различные поля: гравитоны, калибровочные бозоны и т. д. Скрытый сектор представляет собой наиболее уязвимую часть МССМ. В нём содержится большой произвол, что ведёт к неопределённости в предсказаниях МССМ, которые мы рассмотрим ниже.

В настоящий момент существуют четыре основных механизма переноса нарушения суперсимметрии из скрытого в видимый сектор. Посредниками при этом выступают:

- гравитоны (супергравитация) [18];
- калибровочные поля [19];
- аномалии [20];
- калибрино [21].

Все четыре механизма мягкого нарушения суперсимметрии различаются в деталях, но сходятся в результатах. Они генерируют нарушающие суперсимметрию калибровочно-инвариантные операторы размерности ≤ 4:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{soft} &= -\sum_i m_i^2 |A_i|^2 - \sum_i M_i(\lambda_i\lambda_i + \bar{\lambda}_i\bar{\lambda}_i) \\
&\quad -\sum_{ij} B_{ij}A_iA_j - \sum_{ijk} A_{ijk}A_iA_jA_k + \text{э.с.},
\end{aligned} \tag{5.1}$$

которые являются единственно возможными операторами, не разрушающими перенормируемость теории и сохраняющими суперсимметричные тождества Уорда [22]. По этой причине их принято называть *мягкими* операторами.

Предсказания спектра масс зависят от механизма нарушения суперсимметрии. Для сравнения четырёх упомянутых механизмов мы представили на рис. 10 типичный спектр масс в каждом случае нормированный на массу калибрино M_2 [23].

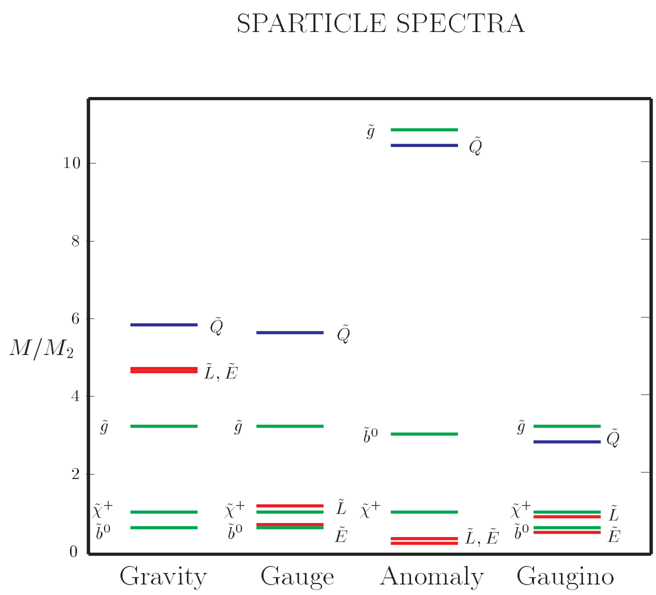


Рис. 10: Спектр масс суперчастиц для различных механизмов нарушения суперсимметрии

Для вычисления спектра масс суперпартнёров необходимо знать явный вид нарушающих суперсимметрию членов. В случае МССМ и при сохранении R-чётности они имеют вид

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{Breaking} &= \sum_i m_{0i}^2|\varphi_i|^2 + \Big(\frac{1}{2}\sum_\alpha M_\alpha \tilde\lambda_\alpha \tilde\lambda_\alpha + BH_1H_2 \qquad (5.2)\\ &+ A_{ab}^U \tilde Q_a \tilde U_b^c H_2 + A_{ab}^D \tilde Q_a \tilde D_b^c H_1 + A_{ab}^L \tilde L_a \tilde E_b^c H_1 + \text{э.с.}\Big)\,, \end{aligned}$$

где $SU(2)$-индексы опущены. Здесь φ_i – все скалярные поля, $\tilde\lambda_\alpha$ – поля калибрино, $\tilde Q, \tilde U, \tilde D$ и $\tilde L, \tilde E$ – скварковые и слептонные поля соответственно, а $H_{1,2}$ – SU(2)-дублеты хиггсовских полей.

Лагранжиан (5.2) содержит огромное число свободных параметров, которые снижают предсказательную силу модели. Для уменьшения их числа мы примем так называемую гипотезу *универсальности*, т. е. предположим, универсальность или равенство различных мягких параметров при высоких энергиях, а именно: положим массы всех частиц спина 0 равными универсальному значению m_0, массы всех частиц спина $1/2$ (калибрино) равными $m_{1/2}$, а все кубичные и квадратичные члены, пропорциональные A и B, повторяющими структуру юкавского суперпотенциала (4.5), в свою очередь, фиксированного требованием калибровочной инвариантности. Эти дополнительные требования мотивированы супергравитационным механизмом нарушения суперсимметрии. Универсальность не есть необходимое требование, вполне можно рассматривать и неуниверсальные члены. Однако это не приведёт к качественным различиям в предсказаниях. Поэтому ниже мы рассмотрим универсальные граничные условия. В этом случае, лагранжиан (5.2) принимает вид

$$
\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Breaking} &= m_0^2 \sum_i |\varphi_i|^2 + \Big(\frac{1}{2} m_{1/2} \sum_\alpha \tilde{\lambda}_\alpha \tilde{\lambda}_\alpha \\
&+ A[y^U_{ab} \tilde{Q}_a \tilde{U}^c_b H_2 + y^D_{ab} \tilde{Q}_a \tilde{D}^c_b H_1 + y^L_{ab} \tilde{L}_a \tilde{E}^c_b H_1] + B[\mu H_1 H_2] + \text{э.с.}\Big) .
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

Мягкие члены непосредственно нарушают суперсимметрию. Как будет показано ниже, они приводят к спектру масс, отличающемуся от спектра масс обычных частиц. Напомним, что массы кварков и лептонов остаются нулевыми до тех пор, пока $SU(2)$-симметрия остаётся ненарушенной.

5.1 Мягкие члены и массовые формулы

Существуют два основных источника массовых членов в лагранжиане: D-члены и мягкие члены. Имея значения параметров $m_0, m_{1/2}, \mu, Y_t, Y_b, Y_\tau, A$ и B, можно построить массовые матрицы для всех частиц. Зная значения параметров на шкале ТВО, можно решить соответствующие РГ-уравнения и вычислить их значения на электрослабой шкале. Подставляя эти значения в массовые матрицы, можно предсказать спектр масс суперпартнёров [24, 25].

5.1.1 Массы калибрино-хиггсино

Массовые матрицы для калибрино, суперпартнёров калибровочных бозонов, и для хиггсино, суперпартнёров хиггсовских бозонов, недиагональны, что ведёт к смешиванию этих полей. Массовые члены выглядят следующим образом:

$$\mathcal{L}_{Gaugino-Higgsino} = -\frac{1}{2}M_3\bar{\lambda}_a\lambda_a - \frac{1}{2}\bar{\chi}M^{(0)}\chi - (\bar{\psi}M^{(c)}\psi + \text{э.с.}), \qquad (5.4)$$

где λ_a, $a = 1, 2, \ldots, 8$, – майорановские поля калибрино, а

$$\chi = \begin{pmatrix} \tilde{B}^0 \\ \tilde{W}^3 \\ \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ \\ \tilde{H}^+ \end{pmatrix} \qquad (5.5)$$

– соответственно майорановские поля нейтралино и дираковские поля чарджино.

Массовая матрица нейтралино имеет размерность 4×4:

$$M^{(0)} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & \text{-}M_Z\cos\beta\sin_W & M_Z\sin\beta\sin_W \\ 0 & M_2 & M_Z\cos\beta\cos_W & \text{-}M_Z\sin\beta\cos_W \\ \text{-}M_Z\cos\beta\sin_W & M_Z\cos\beta\cos_W & 0 & \text{-}\mu \\ M_Z\sin\beta\sin_W & \text{-}M_Z\sin\beta\cos_W & \text{-}\mu & 0 \end{pmatrix}, \qquad (5.6)$$

где $\tan\beta = v_2/v_1$ есть отношение вакуумных средних двух хиггсовских полей, а $\sin_W = \sin\theta_W$ – обычный синус электрослабого угла смешивания. Физические значения масс нейтралино $M_{\tilde{\chi}_i^0}$ являются собственными значениями матрицы (5.6).

Для чарджино имеем 2×2 матрицу:

$$M^{(c)} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W\sin\beta \\ \sqrt{2}M_W\cos\beta & \mu \end{pmatrix}. \qquad (5.7)$$

Данная матрица имеет два собственных состояния $\tilde{\chi}_{1,2}^{\pm}$ с собственными значениями

$$\begin{aligned} M_{1,2}^2 \;=\; & \frac{1}{2}\Big[M_2^2 + \mu^2 + 2M_W^2 \qquad (5.8) \\ & \mp \sqrt{(M_2^2-\mu^2)^2 + 4M_W^4\cos^2 2\beta + 4M_W^2(M_2^2+\mu^2+2M_2\mu\sin 2\beta)}\Big]. \end{aligned}$$

5.1.2 Массы скварков и слептонов

Неисчезающие юкавские взаимодействия приводят к смешиванию между электрослабыми собственными значениями и массовыми собственными значениями для третьего поколения частиц. Массовые матрицы для

$\tilde{m}_t^2, \tilde{m}_b^2$ и $\tilde{m}_\tau^2$ имеют вид

$$\begin{pmatrix} \tilde{m}_{tL}^2 & m_t(A_t - \mu\cot\beta) \\ m_t(A_t - \mu\cot\beta) & \tilde{m}_{tR}^2 \end{pmatrix}, \tag{5.9}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{m}_{bL}^2 & m_b(A_b - \mu\tan\beta) \\ m_b(A_b - \mu\tan\beta) & \tilde{m}_{bR}^2 \end{pmatrix}, \tag{5.10}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{m}_{\tau L}^2 & m_\tau(A_\tau - \mu\tan\beta) \\ m_\tau(A_\tau - \mu\tan\beta) & \tilde{m}_{\tau R}^2 \end{pmatrix}, \tag{5.11}$$

где

$$\begin{aligned}
\tilde{m}_{tL}^2 &= \tilde{m}_Q^2 + m_t^2 + \frac{1}{6}(4M_W^2 - M_Z^2)\cos 2\beta, \\
\tilde{m}_{tR}^2 &= \tilde{m}_U^2 + m_t^2 - \frac{2}{3}(M_W^2 - M_Z^2)\cos 2\beta, \\
\tilde{m}_{bL}^2 &= \tilde{m}_Q^2 + m_b^2 - \frac{1}{6}(2M_W^2 + M_Z^2)\cos 2\beta, \\
\tilde{m}_{bR}^2 &= \tilde{m}_D^2 + m_b^2 + \frac{1}{3}(M_W^2 - M_Z^2)\cos 2\beta, \\
\tilde{m}_{\tau L}^2 &= \tilde{m}_L^2 + m_\tau^2 - \frac{1}{2}(2M_W^2 - M_Z^2)\cos 2\beta, \\
\tilde{m}_{\tau R}^2 &= \tilde{m}_E^2 + m_\tau^2 + (M_W^2 - M_Z^2)\cos 2\beta.
\end{aligned}$$

Массы являются собственными значениями этих массовых матриц. Для лёгких поколений смешивание несущественно.

Первые слагаемые ($\tilde{m}^2$) – это мягкие члены нарушения суперсимметрии, которые вычисляются с помощью уравнений ренормгруппы, начиная с их значений на шкале ТВО или планковской шкале. Вторые представляют собой обычные массы кварков и лептонов, а последние – D-члены из потенциала.

5.2 Хиггсовский потенциал

Как уже упоминалось, хиггсовский потенциал в МССМ полностью определяется суперпотенциалом (и мягкими членами). Имея в виду структуру суперпотенциала $\mathcal{W}$ (4.5), самодействие полей хиггса определяется исключительно D-членами, в то время как F-члены дают вклад в массовую матрицу. На древесном уровне потенциал имеет вид

$$\begin{aligned}
V_{tree}(H_1, H_2) &= m_1^2|H_1|^2 + m_2^2|H_2|^2 - m_3^2(H_1H_2 + \text{э.с.}) \\
&+ \frac{g^2 + g'^2}{8}(|H_1|^2 - |H_2|^2)^2 + \frac{g^2}{2}|H_1^+ H_2|^2,
\end{aligned} \tag{5.12}$$

где $m_1^2 = m_{H_1}^2 + \mu^2, m_2^2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$. На шкале ТВО $m_1^2 = m_2^2 = m_0^2+\mu_0^2$, $m_3^2 = -B\mu_0$. Заметим, что константа самодействия хиггсовских полей в (5.12) фиксирована и определяется калибровочными взаимодействиями в отличие от СМ.

Хиггсовский потенциал (5.12) в соответствии с суперсимметрией положительно определён и устойчив. Он не имеет нетривиального минимума, отличного от нуля. Действительно, запишем условия минимума потенциала (5.12):

$$\frac{1}{2}\frac{\delta V}{\delta H_1} = m_1^2 v_1 - m_3^2 v_2 + \frac{g^2+g'^2}{4}(v_1^2 - v_2^2)v_1 = 0, \qquad (5.13)$$

$$\frac{1}{2}\frac{\delta V}{\delta H_2} = m_2^2 v_2 - m_3^2 v_1 + \frac{g^2+g'^2}{4}(v_1^2 - v_2^2)v_2 = 0, \qquad (5.14)$$

где введены обозначения

$$< H_1 > \equiv v_1 = v\cos\beta, \;\; < H_2 > \equiv v_2 = v\sin\beta, \;\; v^2 = v_1^2 + v_2^2, \;\; \tan\beta \equiv \frac{v_2}{v_1}.$$

Решения уравнений (5.13), (5.14) могут быть выражены в терминах v^2 и $\sin 2\beta$:

$$v^2 = \frac{4(m_1^2 - m_2^2\tan^2\beta)}{(g^2+g'^2)(\tan^2\beta - 1)}, \quad \sin 2\beta = \frac{2m_3^2}{m_1^2+m_2^2}. \qquad (5.15)$$

Из (5.15) легко увидеть, что если $m_1^2 = m_2^2 = m_0^2+\mu_0^2$, то значение v^2 оказывается отрицательным, т. е. минимум не существует. В действительности положительные вещественные решения уравнений (5.13), (5.14) существуют, если выполняются следующие условия:

$$m_1^2 + m_2^2 > 2m_3^2, \qquad m_1^2 m_2^2 < m_3^4, \qquad (5.16)$$

что не выполняется на шкале ТВО. Это означает, что спонтанное нарушение $SU(2)$ калибровочной инвариантности, необходимое в СМ для придания масс всем частицам, не имеет место в МССМ.

Это сильное утверждение справедливо, однако, только на шкале ТВО. Если двигаться ниже по энергии, параметры потенциала (5.12) перенормируются. Они становятся так называемыми "бегущими" параметрами, причём их энергетическая зависимость описывается уравнениями ренормгруппы. Это приводит к замечательному явлению, называемому *радиационным спонтанным нарушением симметрии*, которое мы обсудим ниже.

В том случае, когда условия (5.16) выполняются, массовые матрицы на древесном уровне принимают вид:
CP-нечётные компоненты P_1 и P_2 :

$$\mathcal{M}^{odd} = \left.\frac{\partial^2 V}{\partial P_i \partial P_j}\right|_{H_i=v_i} = \begin{pmatrix} \tan\beta & 1 \\ 1 & \cot\beta \end{pmatrix} m_3^2; \tag{5.17}$$

CP-чётные нейтральные компоненты S_1 и S_2:

$$\mathcal{M}^{even} = \left.\frac{\partial^2 V}{\partial S_i \partial S_j}\right| = \begin{pmatrix} \tan\beta & -1 \\ -1 & \cot\beta \end{pmatrix} m_3^2 + \begin{pmatrix} \cot\beta & -1 \\ -1 & \tan\beta \end{pmatrix} M_Z^2 \frac{\sin 2\beta}{2}; \tag{5.18}$$

заряженные компоненты H^- и H^+:

$$\mathcal{M}^{ch} = \left.\frac{\partial^2 V}{\partial H_i^+ \partial H_j^-}\right|_{H_i=v_i} = \begin{pmatrix} \tan\beta & 1 \\ 1 & \cot\beta \end{pmatrix} (m_3^2 + M_W^2 \cos\beta \sin\beta). \tag{5.19}$$

Диагонализируя массовые матрицы, мы приходим к следующим собственным состояниям:

$$\begin{cases} G^0 &= -\cos\beta P_1 + \sin\beta P_2, \qquad \text{голдстоуновский бозон } \to Z_0, \\ A &= \sin\beta P_1 + \cos\beta P_2, \qquad \text{нейтральный } CP = -1 \text{ хиггс}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} G^+ &= -\cos\beta (H_1^-)^* + \sin\beta H_2^+, \quad \text{голдстоуновский бозон } \to W^+, \\ H^+ &= \sin\beta (H_1^-)^* + \cos\beta H_2^+, \quad \text{заряженный хиггс}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} h &= -\sin\alpha S_1 + \cos\alpha S_2, \qquad \text{хиггсовский бозон СМ } CP = 1, \\ H &= \cos\alpha S_1 + \sin\alpha S_2, \qquad \text{дополнительный тяжёлый хиггс}, \end{cases}$$

где угол смешивания α имеет вид

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \left(\frac{m_A^2 + M_Z^2}{m_A^2 - M_Z^2}\right).$$

Физические хиггсовские бозоны приобретают следующие массы [14]:

$$\text{CP-нечётный нейтральный хиггс} \quad A: \quad m_A^2 = m_1^2 + m_2^2, \tag{5.20}$$
$$\text{заряженные хиггсы} \quad H^\pm: \quad m_{H^\pm}^2 = m_A^2 + M_W^2,$$

CP-чётные нейтральные хиггсы H, h:

$$m_{H,h}^2 = \frac{1}{2}\left[m_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(m_A^2 + M_Z^2)^2 - 4m_A^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta}\right], \tag{5.21}$$

где, как обычно, $M_W^2 = \frac{g^2}{2}v^2, \;\; M_Z^2 = \frac{g^2+g'^2}{2}v^2.$

Это приводит к знаменитым СУСИ-условиям на значения масс хиггсовских бозонов

$$\begin{gathered} m_{H^\pm} \geq M_W, \quad m_h \leq m_A \leq M_H, \\ m_h \leq M_Z|\cos 2\beta| \leq M_Z, \quad m_h^2 + m_H^2 = m_A^2 + M_Z^2. \end{gathered} \tag{5.22}$$

Таким образом, легчайший хиггсовский бозон оказывается легче Z-бозона, что отличает его от хиггсовского бозона СМ, ибо хотя мы и не знаем значение массы хиггсовского бозона в СМ, существуют различные косвенные ограничения, приводящие к нижней границе $m_h^{SM} \geq 135$ ГэВ. После включения радиационных поправок, масса легчайшего хиггсовского бозона, m_h, в МССМ возрастает. Мы рассмотрим этот вопрос более подробно ниже.

5.3 Ренормгрупповой анализ

Для вычисления низкоэнергетических значений мягких параметров мы используем уравнения ренормгруппы. В однопетлевом приближении РГ-уравнения для констант связи МССМ имеют вид [26]

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\alpha}_i}{dt} &= b_i\tilde{\alpha}_i^2, \quad\quad t \equiv \log Q^2/M_{GUT}^2, \\ \frac{dY_U}{dt} &= -Y_L\left(\frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 + 3\tilde{\alpha}_2 + \frac{13}{15}\tilde{\alpha}_1 - 6Y_U - Y_D\right), \\ \frac{dY_D}{dt} &= -Y_D\left(\frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 + 3\tilde{\alpha}_2 + \frac{7}{15}\tilde{\alpha}_1 - Y_U - 6Y_D - Y_L\right), \\ \frac{dY_L}{dt} &= -Y_L\left(3\tilde{\alpha}_2 + \frac{9}{5}\tilde{\alpha}_1 - 3Y_D - 4Y_L\right), \end{aligned} \tag{5.23}$$

где мы использовали обозначения $\tilde{\alpha} = \alpha/4\pi = g^2/16\pi^2, \; Y = y^2/16\pi^2$.

Для мягких параметров находим

$$\begin{aligned} \frac{dM_i}{dt} &= b_i\tilde{\alpha}_i M_i, \\ \frac{dA_U}{dt} &= \frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 M_3 + 3\tilde{\alpha}_2 M_2 + \frac{13}{15}\tilde{\alpha}_1 M_1 + 6Y_U A_U + Y_D A_D, \\ \frac{dA_D}{dt} &= \frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 M_3 + 3\tilde{\alpha}_2 M_2 + \frac{7}{15}\tilde{\alpha}_1 M_1 + 6Y_D A_D + Y_U A_U + Y_L A_L, \\ \frac{dA_L}{dt} &= 3\tilde{\alpha}_2 M_2 + \frac{9}{5}\tilde{\alpha}_1 M_1 + 3Y_D A_D + 4Y_L A_L, \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{dB}{dt} &= 3\tilde{\alpha}_2 M_2 + \frac{3}{5}\tilde{\alpha}_1 M_1 + 3Y_U A_U + 3Y_D A_D + Y_L A_L, \\
\frac{d\tilde{m}_Q^2}{dt} &= -\Big[(\frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 M_3^2 + 3\tilde{\alpha}_2 M_2^2 + \frac{1}{15}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) \\
&- Y_U(\tilde{m}_Q^2 + \tilde{m}_U^2 + m_{H_2}^2 + A_U^2) - Y_D(\tilde{m}_Q^2 + \tilde{m}_D^2 + m_{H_1}^2 + A_D^2)\big], \\
\frac{d\tilde{m}_U^2}{dt} &= -\Big[(\frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 M_3^2 + \frac{16}{15}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) - 2Y_U(\tilde{m}_Q^2 + \tilde{m}_U^2 + m_{H_2}^2 + A_U^2)\Big], \\
\frac{d\tilde{m}_D^2}{dt} &= -\Big[(\frac{16}{3}\tilde{\alpha}_3 M_3^2 + \frac{4}{15}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) - 2Y_D(\tilde{m}_Q^2 + \tilde{m}_D^2 + m_{H_1}^2 + A_D^2)\Big], \\
\frac{d\tilde{m}_L^2}{dt} &= -\Big[3(\tilde{\alpha}_2 M_2^2 + \frac{1}{5}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) - Y_L(\tilde{m}_L^2 + \tilde{m}_E^2 + m_{H_1}^2 + A_L^2)\Big], \\
\frac{d\tilde{m}_E^2}{dt} &= -\Big[(\frac{12}{5}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) - 2Y_L(\tilde{m}_L^2 + \tilde{m}_E^2 + m_{H_1}^2 + A_L^2)\Big], \\
\frac{d\mu^2}{dt} &= -\mu^2\Big[3(\tilde{\alpha}_2 + \frac{1}{5}\tilde{\alpha}_1) - (3Y_U + 3Y_D + Y_L)\Big], \qquad (5.24) \\
\frac{dm_{H_1}^2}{dt} &= -\Big[3(\tilde{\alpha}_2 M_2^2 + \frac{1}{5}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) - 3Y_D(\tilde{m}_Q^2 + \tilde{m}_D^2 + m_{H_1}^2 + A_D^2) \\
& -Y_L(\tilde{m}_L^2 + \tilde{m}_E^2 + m_{H_1}^2 + A_L^2)\big], \\
\frac{dm_{H_2}^2}{dt} &= -\Big[3(\tilde{\alpha}_2 M_2^2 + \frac{1}{5}\tilde{\alpha}_1 M_1^2) - 3Y_U(\tilde{m}_Q^2 + \tilde{m}_U^2 + m_{H_2}^2 + A_U^2)\Big].
\end{aligned}
$$

Имея все РГ-уравнения, можно найти поток ренормгруппы для мягких параметров. Выбирая начальные данные для мягких масс на шкале ТВО в интервале $10^2 \div 10^3$ ГэВ, что согласуется со шкалой нарушения СУСИ, получаемой из объединения калибровочных констант (2.7), находим поток ренормгруппы для мягких масс, показанный на рис. 11 [24, 25].

Отметим следующие общие черты "бега" мягких параметров, независимые от выбора начальных данных.

1. Массы калибрино повторяют "бег" калибровочных констант связи и расщепляются при низких энергиях, причём масса глюино изменяется быстрее остальных. Глюино является обычно самой тяжёлой частицей из калибрино из-за того, что оно участвует в сильных взаимодействиях.

2. Массы скварков и слептонов также расщепляются при низких энергиях, причём стопы (и сботтомы) оказываются легче остальных скварков из-за относительно больших юкавских констант связи у третьего поколения.

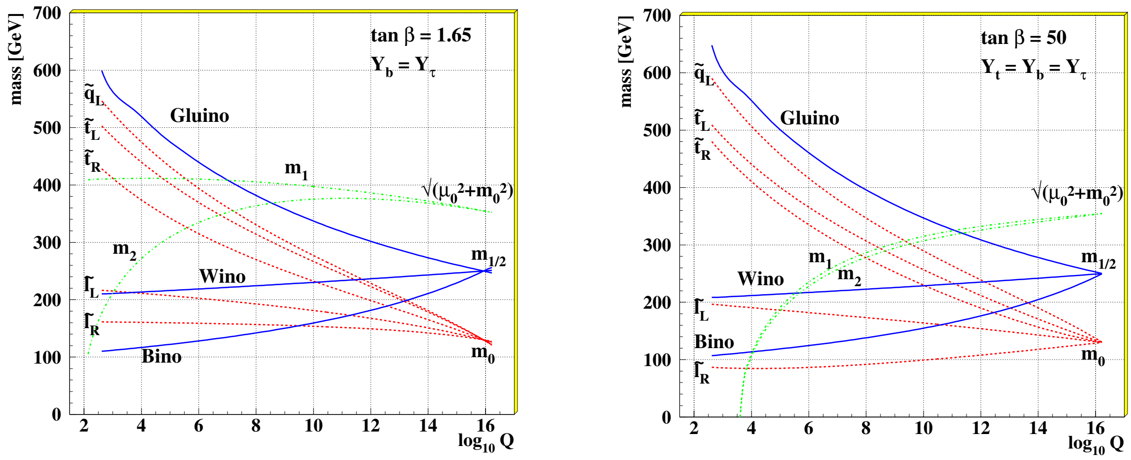


Рис. 11: Типичная эволюция масс суперпартнёров и параметров мягкого нарушения суперсимметрии $m_1^2 = m_{H_1}^2 + \mu^2$ и $m_2^2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$ для малого (слева) и большого (справа) значения $\tan\beta$

3. Хиггсовские массы (или по крайней мере одна из них) изменяются очень быстро и их значения могут стать отрицательными.

Типичная зависимость спектра масс от начальных условий (m_0) показана на рис. 12 [27]. Для фиксированного значения $m_{1/2}$ масса легчайших частиц практически не зависит от m_0, в то время как масса тяжёлых частиц возрастает с m_0 монотонно. Как видно, легчайшие нейтралино и чарджино, а также стоп-кварк могут быть весьма лёгкими.

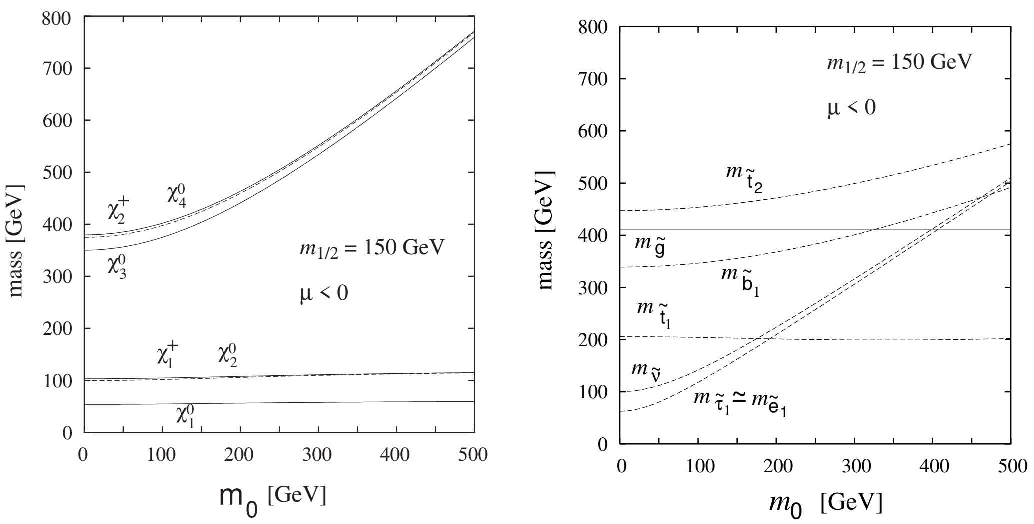


Рис. 12: Массы суперчастиц как функции начального значения m_0

5.4 Радиационное нарушение электрослабой симметрии

Бег хиггсовских масс приводит к явлению, известному как *радиационное нарушение электрослабой симметрии.* Действительно, как можно увидеть из рис. 11, m_2^2 (или обе m_1^2 и m_2^2) уменьшаются при движении от шкалы ТВО к шкале M_Z и их значения могут даже стать отрицательными. Как результат при некотором значении Q^2 условия минимума потенциала (5.16) выполняются и появляется нетривиальный минимум. Это вызывает спонтанное нарушение $SU(2)$ калибровочной симметрии. Вакуумные средние хиггсовских полей приобретают ненулевые значения, что обеспечивает массы кваркам, лептонам и $SU(2)$ калибровочным бозонам в силу эффекта Хиггса, а соответствующие суперпартнёры получают добавки к массам.

Отсюда следует также и объяснение того, почему две шкалы столь различны. В силу логарифмического характера бега параметров, требуется большое "время", чтобы m_2^2 (или обе m_1^2 и m_2^2) стали отрицательными, если мы стартуем с положительных значений порядка $M_{SUSY} \sim 10^2 \div 10^3$ ГэВ на шкале ТВО.

6 Ограниченная МССМ

6.1 Пространство параметров МССМ

Минимальная суперсимметричная стандартная модель имеет следующий набор свободных параметров: 1) три калибровочных константы связи α_i; 2) три матрицы юкавских констант связи y^i_{ab}, где $i = L, U, D$; 3) параметр смешивания хиггсовских полей μ; 4) параметры мягкого нарушения суперсимметрии. По сравнению со СМ здесь есть дополнительный параметр смешивания хиггсовских полей, но зато константа самодействия хиггсов, которая произвольна в СМ, фиксирована суперсимметрией. Главная неопределённость возникает за счёт неизвестных мягких параметров.

В рамках гипотезы универсальности остаётся следующий набор из пяти свободных параметров, которые определяют шкалу масс:

$$\mu,\ m_0,\ m_{1/2},\ A \text{ и } B \leftrightarrow \tan\beta = \frac{v_2}{v_1}.$$

Выбирая определённые значения свободных параметров и делая предсказания, можно действовать двумя способами:

1) выбрать низкоэнергетические параметры, например массы суперчастиц $\tilde{m}_{t1}, \tilde{m}_{t2}, m_A$, $\tan\beta$, параметры смешивания X_{stop}, μ и т. д., в качестве исходных данных и вычислить сечения взаимодействия и пр. как функции этих параметров;

2) выбрать высокоэнергетические параметры, типа указанных выше пяти мягких параметров нарушения суперсимметрии, решить уравнения ренормгруппы и определить их низкоэнергетические значения. Теперь все вычисления проводятся в терминах малого числа начальных параметров. Экспериментальные ограничения достаточны, чтобы найти допустимые значения этих параметров, хотя и с большой неопределённостью.

6.2 Выбор ограничений

При наложении различных требований на пространство параметров МССМ, пожалуй, наиболее замечательным фактом является то, что все они могут выполняться одновременно. В нашем анализе мы накладываем следующие экспериментальные и теоретические ограничения.

• Объединения калибровочных констант связи.

Это одно из наиболее жёстких ограничений, которое мы обсуждали в разд. 2. Оно фиксирует шкалу нарушения суперсимметрии порядка 1 ТэВ.

• Масса Z-бозона M_Z.

Радиационный механизм нарушения электрослабой симметрии (см. (5.15)) определяет массу Z-бозона как

$$M_Z^2 = 2\frac{m_1^2 - m_2^2 \tan^2\beta}{\tan^2\beta - 1}. \tag{6.1}$$

Из этого условия определяется параметр μ для данных значений m_0 и $m_{1/2}$.

• Объединение юкавских констант связи.

Массы топ и кварков, а также τ-лептона могут быть получены из низкоэнергетических значений юкавских констант связи согласно формулам

$$m_t = y_t\ v \sin\beta, \quad m_b = y_b\ v \cos\beta, \quad m_\tau = y_\tau\ v \cos\beta. \tag{6.2}$$

Они могут быть переписаны через полюсные массы с учётом радиационных поправок. Полюсные массы для третьего поколения частиц имеют следующие значения [7]:

$$\begin{aligned} M_t &= 174.3 \pm 5.1 \text{ ГэВ}/c^2, \\ M_b &= 4.94 \pm 0.15 \text{ ГэВ}/c^2, \\ M_\tau &= 1.7771 \pm 0.0005 \text{ ГэВ}/c^2. \end{aligned} \tag{6.3}$$

Требование объединения b и τ юкавских констант связи на шкале ТВО сильно ограничивает возможные решения в плоскости m_t и $\tan\beta$ [28], как это видно на рис. 13.

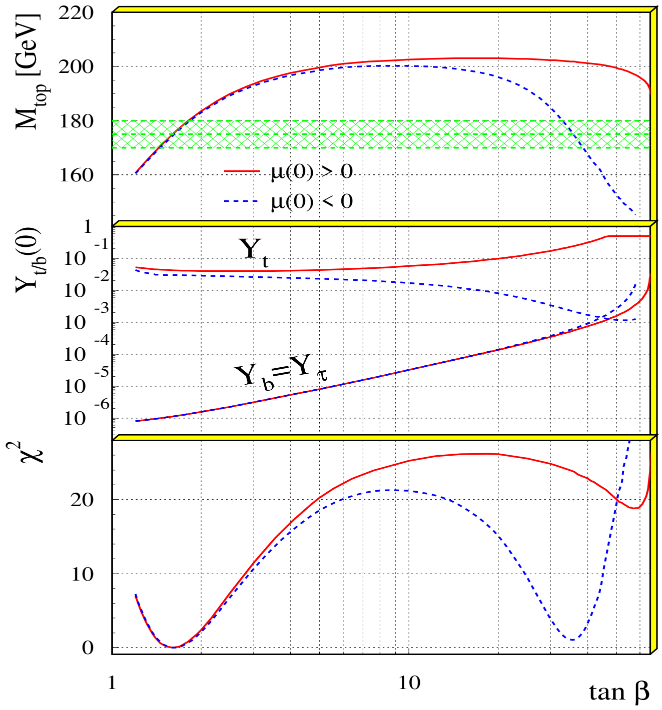


Рис. 13: Сверху показана масса топ-кварка как функция $\tan\beta$ для $m_0 = 600$ ГэВ, $m_{1/2} = 400$ ГэВ. В середине показаны значения юкавских констант связи на шкале ТВО, и на нижней части рисунка приведены соответствующие значения χ^2

- Точные измерения вероятностей распадов.

Радиационные поправки от суперпартнёров могут существенно влиять на вероятности распадов даже в подпороговой области. Мы взяли вероятность распада $BR(b \to s\gamma)$, которая измерялась коллаборациями CLEO [29] и ALEPH [30], что дало мировое среднее $BR(b \to s\gamma) = (3.14 \pm 0.48) \cdot 10^{-4}$. В СМ получается несколько меньший результат, оставляя, таким образом, место для СУСИ. Требование соответствия с экспериментом довольно сильно ограничивает пространство параметров, особенно в случае большого $\tan\beta$.

• Аномальный магнитный момент мюона.

Недавнее измерение аномального магнитного момента мюона указывает на небольшое отклонение от предсказаний СМ – порядка 2σ. Недостаток может быть легко заполнен вкладом суперсимметрии, который пропорционален параметру μ. Это требует положительного знака μ, что закрывает половину пространства параметров МССМ [31].

• Экспериментальные ограничения на массы суперчастиц.

Суперпартнёры не наблюдались в эксперименте и из поисков суперсимметрии на LEP известны ограничения снизу на массы заряженных лептонов и чарджино. Они составляют около половины суммарной энергии в системе центра масс [32]. Ограничение на массу нейтралино примерно в два раза меньше. Существуют также ограничения на массы скварков и глюино, полученные на адронных коллайдерах [33]. Эти ограничения накладывают требования на минимальные значения параметров нарушения суперсимметрии.

• Тёмная материя.

Недавние очень точные астрофизические данные ограничивают количество тёмной материи во Вселенной на уровне 23 %. Предполагая, что постоянная Хаббла $h_0 > 0.4$, находим, что вклад каждой реликтовой частицы χ должен удовлетворять условию $\Omega_\chi h_0^2 \sim 0.1 \div 0.3$. Это служит очень сильным ограничением на СУСИ-параметры [34].

Имея в виду упомянутые выше ограничения, можно найти наиболее вероятную область пространства параметров, минимизируя функцию χ^2. Для целей настоящего анализа мы использовали следующее определение χ^2 [25]:

$$\begin{aligned}
\chi^2 \;=\; & \sum_{i=1}^{3} \frac{(\alpha_i^{-1}(M_Z) - \alpha_{MSSM_i}^{-1}(M_Z))^2}{\sigma_i^2} \\
& + \frac{(M_Z - 91.18)^2}{\sigma_Z^2} + \frac{(M_t - 174)^2}{\sigma_t^2} \\
& + \frac{(M_b - 4.94)^2}{\sigma_b^2} + \frac{(M_\tau - 1.7771)^2}{\sigma_\tau^2} \\
& + \frac{(Br(b \to s\gamma) - 3.14 \times 10^{-4})^2}{\sigma(b \to s\gamma)^2} \\
& + \frac{(\Omega h^2 - 1)^2}{\sigma_\Omega^2} \qquad (\text{для } \Omega h^2 > 1)
\end{aligned} \tag{6.4}$$

$$+\frac{(\Delta a_\mu - 4.3\cdot 10^{-10})^2}{\sigma^2_{a_\mu}}$$
$$+\frac{(\tilde{M}-\tilde{M}_{exp})^2}{\sigma^2_{\tilde{M}}} \qquad (\text{для } \tilde{M}<\tilde{M}_{exp})$$
$$+\frac{(\tilde{m}_{LSP}-\tilde{m}_\chi)^2}{\sigma^2_{LSP}} \qquad (\text{для заряженной } \tilde{m}_{LSP}).$$

Прежде всего найдём значение параметра смешивания хиггсовских полей μ из требования радиационного нарушения электрослабой симметрии, затем мы выберем значения $\tan\beta$ из требования объединения юкавских констант связи (см. рис. 13). Существуют два возможных решения: решение с малым $\tan\beta$ соответствует значению $\tan\beta \approx 1.7$, а решение с большим $\tan\beta$ - значению $\tan\beta \approx 30 \div 60$. Остаются значе-

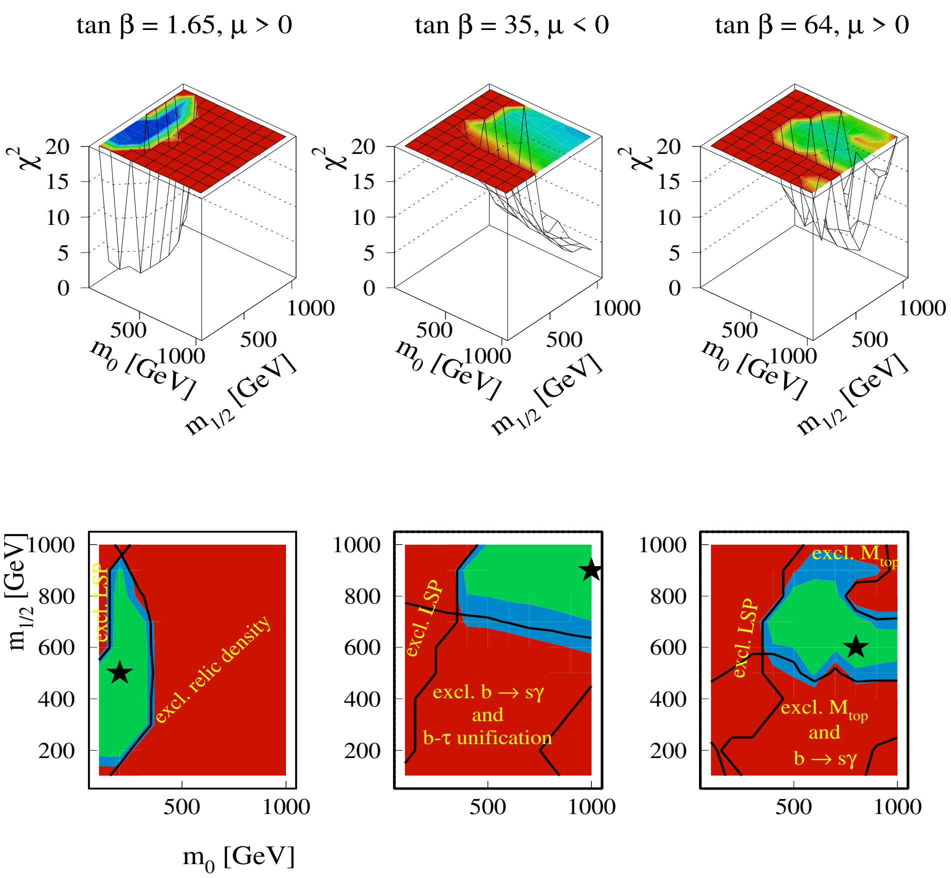


Рис. 14: χ^2-распределение для решений с малым и большим $\tan\beta$. Различные цвета на рисунке соответствуют изменениям χ^2 с шагом $\Delta\chi^2 = 4$. Звёздочкой обозначено оптимальное решение. Контуры обозначают области приложения конкретных условий, используемых в анализе

ния параметров A, m_0 и $m_{1/2}$. Однако роль тройной константы связи A

несущественна. В дальнейшем мы рассмотрим проекцию на плоскость $m_0, m_{1/2}$ и найдём разрешённые области в этой плоскости. Каждой точке на плоскости соответствует набор параметров, что позволяет вычислить спектр масс, сечения взаимодействия и т. д.

Разрешённые области пространства параметров в случае малого и большого $\tan\beta$ представлены на рис. 14. Этот рисунок демонстрирует роль различных условий и их вклад в функцию χ^2. Контуры обозначают области приложения различных условий, использованных в анализе [35].

6.3 Спектр масс суперпартнёров

Когда набор параметров фиксирован, то можно вычислить спектр масс суперпартнёров. Ниже мы приводим образец спектра масс, соответствующий оптимальному выбору набора параметров, обозначенному звёздочкой на рис. 14 (см. табл. 1) [25].

Массы суперчастиц в [ГэВ]		
Символ	малый $\tan\beta$	большой $\tan\beta$
$\tilde\chi_1^0(\tilde B)$, $\tilde\chi_2^0(\tilde W^3)$	214, 413	170, 322
$\tilde\chi_3^0(\tilde H_1)$, $\tilde\chi_4^0(\tilde H_2)$	1028, 1016	481, 498
$\tilde\chi_1^\pm(\tilde W^\pm)$, $\tilde\chi_2^\pm(\tilde H^\pm)$	413, 1026	322, 499
$\tilde g$	1155	950
$\tilde e_L$, $\tilde e_R$	303, 270	663, 621
$\tilde\nu_L$	290	658
$\tilde q_L$, $\tilde q_R$	1028, 936	1040, 1010
$\tilde\tau_1$, $\tilde\tau_2$	279, 403	537, 634
$\tilde b_1$, $\tilde b_2$	953, 1010	835, 915
$\tilde t_1$, $\tilde t_2$	727, 1017	735, 906
h, H	95, 1344	119, 565
A, $H^\pm$	1340, 1344	565, 571

Таблица 1: Значения масс суперпартнёров при малом и большом $\tan\beta$

Чтобы продемонстрировать зависимость масс легчайших частиц от выбора параметров, мы показываем на рис. 15 их значения во всей плоскости $m_0, m_{1/2}$ [35].

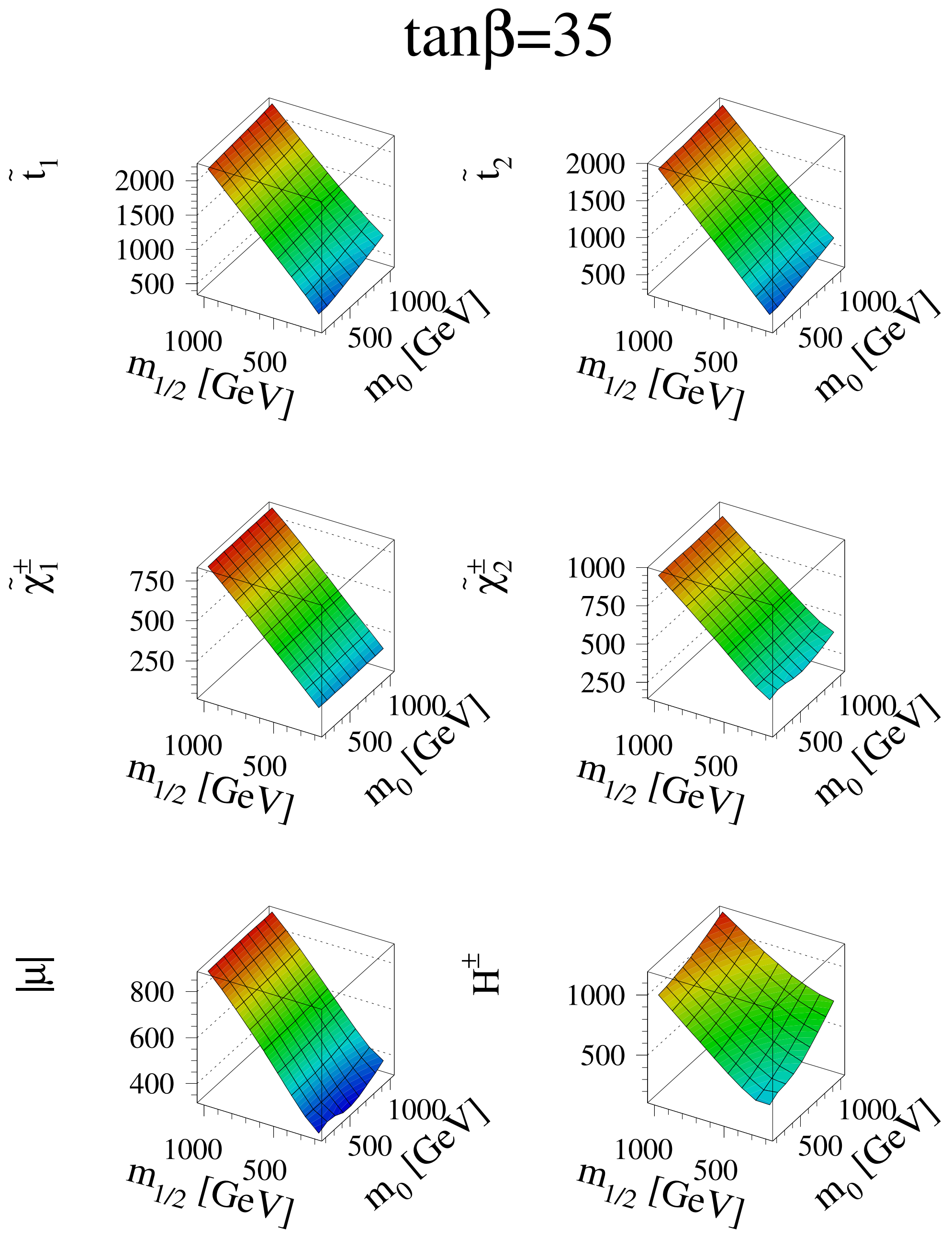


Рис. 15: Значения масс частиц и параметра смешивания μ для $\tan\beta = 35, \mu < 0$

6.4 Экспериментальные проявления на e^+e^-– коллайдерах

Эксперименты, наконец, начинают проникать в существенную часть пространства параметров МССМ. Мы знаем, какие есть суперчастицы и каковы их взаимодействия, но мы не знаем их массы и параметры смешивания. Зная спектр масс, можно вычислить сечения взаимодействия и рассмотреть возможности наблюдения новых частиц на современных ускорителях. В противном случае, можно получить ограничения на неизвестные параметры.

Начнём с e^+e^-- коллайдеров и, прежде всего, с LEP II. В лидирующем порядке рождение суперчастиц описывается диаграммами, представленными на рис. 8 выше. Для данной энергии в системе центра масс сечения зависят от масс рождающихся частиц и исчезают на кинематической границе. Экспериментальные проявления определяются модами распада, которые варьируются в зависимости от спектра масс. Основные экспериментальные проявления суперчастиц суммированы ниже.

Рождение	Основные моды распада	Проявления
• $\tilde{l}_{L,R}\tilde{l}_{L,R}$	$\tilde{l}^{\pm}_{R} \to l^{\pm}\tilde{\chi}^0_i \searrow$ каскад	пара
	$\tilde{l}^{\pm}_{L} \to l^{\pm}\tilde{\chi}^0_i \nearrow$ распады	заряженных лептонов $+ \not{E}_T$
• $\tilde{\nu}\tilde{\nu}$	$\tilde{\nu} \to l^{\pm}\tilde{\chi}^0_1$	$\not{E}_T$
• $\tilde{\chi}^{\pm}_1\tilde{\chi}^{\pm}_1$	$\tilde{\chi}^{\pm}_1 \to \tilde{\chi}^0_1 l^{\pm}\nu,\ \tilde{\chi}^0_1 q\bar{q}'$	изолир лептон + 2 струи $+ \not{E}_T$
	$\tilde{\chi}^{\pm}_1 \to \tilde{\chi}^0_2 f\bar{f}'$	пара
	$\tilde{\chi}^{\pm}_1 \to l\tilde{\nu}_l \to l\nu_l\tilde{\chi}^0_1$	лептонов $+ \not{E}_T$
	$\tilde{\chi}^{\pm}_1 \to \nu_l\tilde{l} \to \nu_l l\tilde{\chi}^0_1$	4 струи $+ \not{E}_T$
• $\tilde{\chi}^0_i\tilde{\chi}^0_j$	$\tilde{\chi}^0_i \to \tilde{\chi}^0_1 X, \tilde{\chi}^0_j \to \tilde{\chi}^0_1 X'$	$X = \nu_l\bar{\nu}_l$ невидимые
		$= \gamma, 2l, 2$ струи
		$2l + \not{E}_T, l + 2j + \not{E}_T$
• $\tilde{t}_i\tilde{t}_j$	$\tilde{t}_1 \to c\tilde{\chi}^0_1$	2 струи $+ \not{E}_T$
	$\tilde{t}_1 \to b\tilde{\chi}^{\pm}_1 \to bf\bar{f}'\tilde{\chi}^0_1$	2 b струи + 2 лептона $+ \not{E}_T$
		2 b струи + лептон $+ \not{E}_T$
• $\tilde{b}_i\tilde{b}_j$	$\tilde{b}_i \to b\tilde{\chi}^0_1$	2 b струи $+ \not{E}_T$
	$\tilde{b}_i \to b\tilde{\chi}^0_2 \to bf\bar{f}'\tilde{\chi}^0_1$	2 b струи + 2 лептона $+ \not{E}_T$
		2 b струи + 2 струи $+ \not{E}_T$

Характерной особенностью всех проявлений суперсимметрии является недостающая энергия и импульс, что может служить экспериментальным сигналом для её обнаружения.

Многочисленные попытки найти суперпартнёров на ускорителе LEP II не дали положительных результатов и позволили получить нижние оценки на их массы [32]. Они показаны на рис. 16.

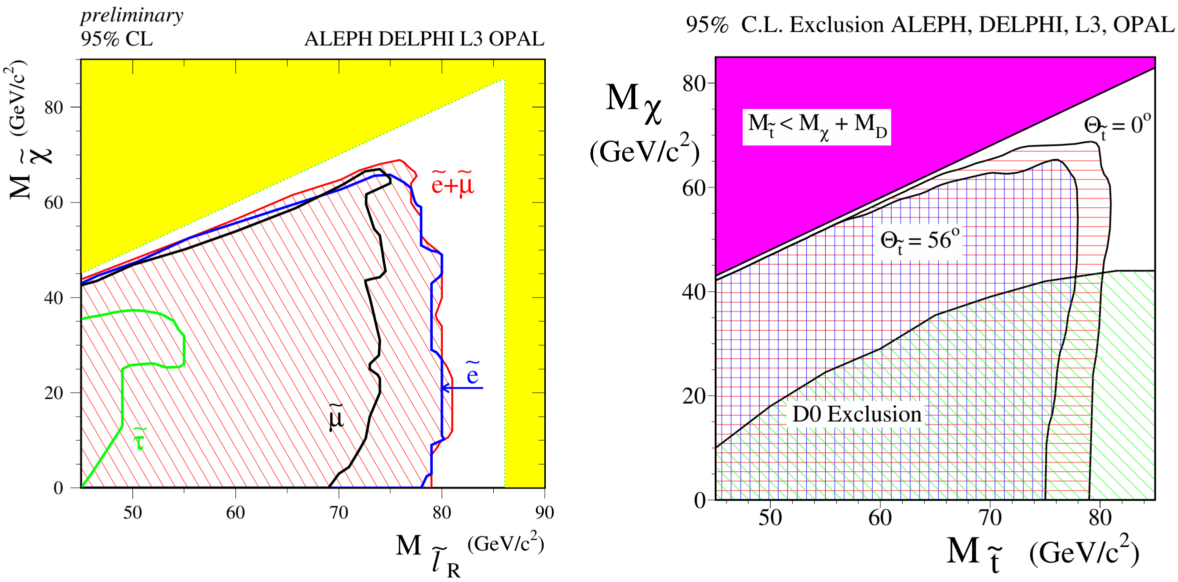


Рис. 16: Исключённые области параметров в плоскости масс чарджино-слептон и чарджино-стоп

Типичные пределы на массы суперпартнёров, полученные на LEP II имеют вид

$$\begin{array}{lll} m_{\chi_1^0} > 40\ \text{ГэВ}, & m_{\tilde{e}_{L,R}} > 105\ \text{ГэВ}, & m_{\tilde{t}} > 90\ \text{ГэВ}, \\ m_{\chi_1^\pm} > 100\ \text{ГэВ}, & m_{\tilde{\mu}_{L,R}} > 100\ \text{ГэВ}, & m_{\tilde{b}} > 80\ \text{ГэВ}, \\ & m_{\tilde{\tau}_{L,R}} > 80\ \text{ГэВ}. & \end{array} \tag{6.5}$$

6.5 Экспериментальные проявления на адронных коллайдерах

Экспериментальные проявления на адронных коллайдерах похожи на то, что мы имеем на e^+e^-– машинах, однако здесь имеется гораздо больше возможностей. Помимо обычного аннигиляционного канала, аналогичного e^+e^- с очевидной заменой электронов на кварки (см. рис. 8), имеются многочисленные процессы глюонного слияния, кварк-антикваркового и кварк-глюонного рассеяния (см. рис. 17).

Экспериментальные проявления суперсимметрии на Тэватроне и строящемся Большом адронном коллайдере (LHC) имеют следующий вид

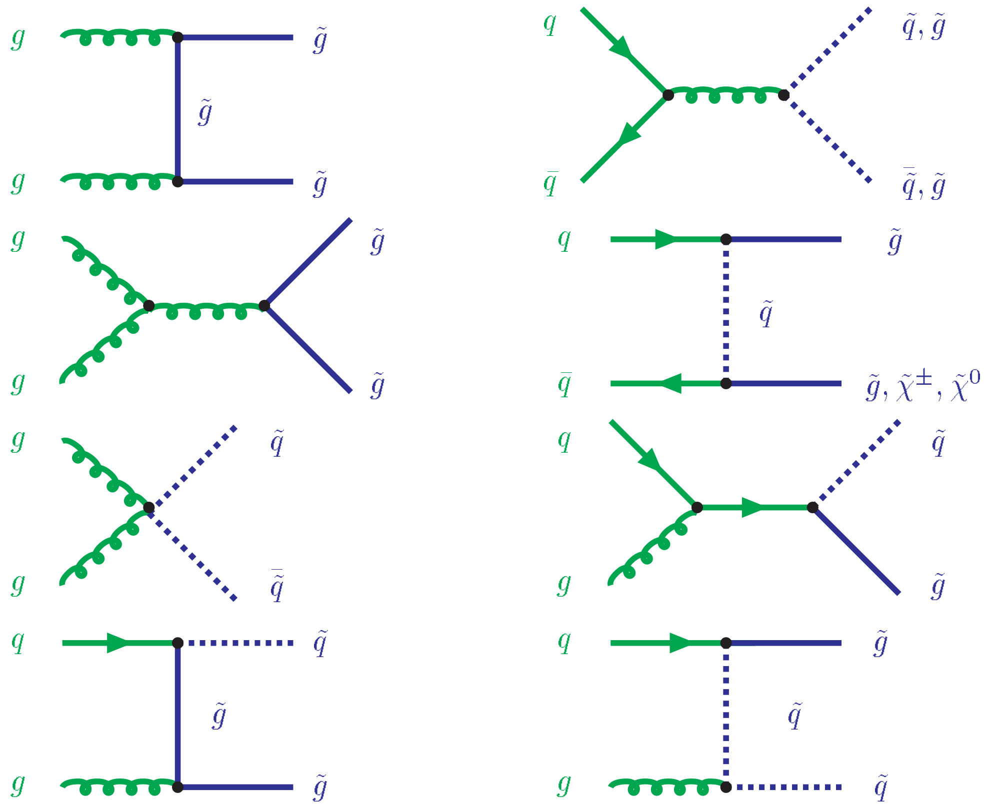


Рис. 17: Глюонное слияние, $q\bar q$-рассеяние, кварк-глюонное рассеяние

Рождение	Основные моды распада	Проявления
• $\tilde g\tilde g, \tilde q\tilde q, \tilde g\tilde q$	$\left.\begin{array}{l}\tilde g \to q\bar q\tilde\chi_1^0\\ \quad q\bar q'\tilde\chi_1^\pm\\ \quad g\tilde\chi_1^0\end{array}\right\} m_{\tilde q} > m_{\tilde g}$ $\left.\begin{array}{l}\tilde q \to q\tilde\chi_i^0\\ \tilde q \to q'\tilde\chi_i^\pm\end{array}\right\} m_{\tilde g} > m_{\tilde q}$	$\not{E}_T$ + мультиструи (+лептоны)
• $\tilde\chi_1^\pm\tilde\chi_2^0$	$\tilde\chi_1^\pm \to \tilde\chi_1^0 l^\pm\nu,\ \tilde\chi_2^0 \to \tilde\chi_1^0 ll$	трилептон + $\not{E}_T$
	$\tilde\chi_1^\pm \to \tilde\chi_1^0 q\bar q', \tilde\chi_2^0 \to \tilde\chi_1^0 ll,$	дилептоны + струя + $\not{E}_T$
• $\tilde\chi_1^+\tilde\chi_1^-$	$\tilde\chi_1^+ \to l\tilde\chi_1^0 l^\pm\nu$	дилептон + $\not{E}_T$
• $\tilde\chi_i^0\tilde\chi_i^0$	$\tilde\chi_i^0 \to \tilde\chi_1^0 X, \tilde\chi_i^0 \to \tilde\chi_1^0 X'$	дилептон+струя + $\not{E}_T$
• $\tilde t_1\tilde t_1$	$\tilde t_1 \to c\tilde\chi_1^0$	2 неколлинерных струи + $\not{E}_T$
	$\tilde t_1 \to b\tilde\chi_1^\pm, \tilde\chi_1^\pm \to \tilde\chi_1^0 q\bar q'$	единичный лептон + $\not{E}_T$ + $b's$
	$\tilde t_1 \to b\tilde\chi_1^\pm, \tilde\chi_1^\pm \to \tilde\chi_1^0 l^\pm\nu,$	дилептон + $\not{E}_T$ + $b's$
• $\tilde l\tilde l, \tilde l\tilde\nu, \tilde\nu\tilde\nu$	$\tilde l^\pm \to l \pm \tilde\chi_i^0, \tilde l^\pm \to \nu_l\tilde\chi_i^\pm$	дилептон + $\not{E}_T$
	$\tilde\nu \to \nu\tilde\chi_1^0$	единичный лептон + $\not{E}_T$

Отметим опять характерные события с недостающей энергией и поперечным импульсом. В отличие от e^+e^-– коллайдеров на адронных машинах фоновые процессы очень многочисленны и существенны.

6.6 Легчайшая суперчастица

Одним из критических вопросов является вопрос о свойствах легчайшей суперчастицы (LSP). Различные механизмы нарушения суперсимметрии приводят к различным экспериментальным следствиям и различным LSP.

• Гравитационный механизм.

В этом случае LSP есть легчайшее нейтралино $\tilde{\chi}_1^0$, которое почти на 90 % фотино для решения с малым $\tan\beta$ и содержит несколько большую примесь хиггсино для большего $\tan\beta$. Обычным проявлением LSP является недостающая энергия; $\tilde{\chi}_1^0$ стабильно и представляет из себя наилучшего кандидата на роль холодной тёмной материи во Вселенной. Типичный процесс, в котором рождается LSP, заканчивается несколькими струями + $\not{E}_T$, или лептонами + $\not{E}_T$, или и тем и другим + $\not{E}_T$.

• Калибровочный механизм.

В этом случае LSP – гравитино $\tilde{G}$, что также приводит к недостающей энергии. Здесь важнее, какая частица является следующей легчайшей частицей (NLSP). Возможны два варианта:

1) $\tilde{\chi}_1^0$ есть NLSP, тогда моды распада таковы: $\tilde{\chi}_1^0 \to \gamma\tilde{G},\ h\tilde{G},\ Z\tilde{G}$. Как результат получаем два жёстких фотона + $\not{E}_T$ или струи + $\not{E}_T$.

2) $\tilde{l}_R$ есть NLSP, тогда основная мода распада $\tilde{l}_R \to \tau\tilde{G}$, и на выходе получаем заряженный лептон и недостающую энергию.

• Аномальный механизм.

В этом случае также имеются две возможности:

1) $\tilde{\chi}_1^0$ есть LSP и подобна вино. Она почти вырождена по массе с NLSP.

2) $\tilde{\nu}_L$ есть LSP, тогда она возникает из распада чарджино $\tilde{\chi}^+ \to \tilde{\nu}l$ и проявляется как заряженный лептон и недостающая энергия.

• Теории с нарушенной R-чётностью.

В этом случае LSP не является стабильной частицей и может распадаться на обычные частицы. Она может быть заряженной (и даже цветной) и может приводить к редким распадам типа безнейтринного двойного β-распада и т. п.

Экспериментальные пределы на значения массы LSP следуют из ненаблюдения соответствующих событий. Современный нижний предел составляет около 40 ГэВ (см. рис. 18).

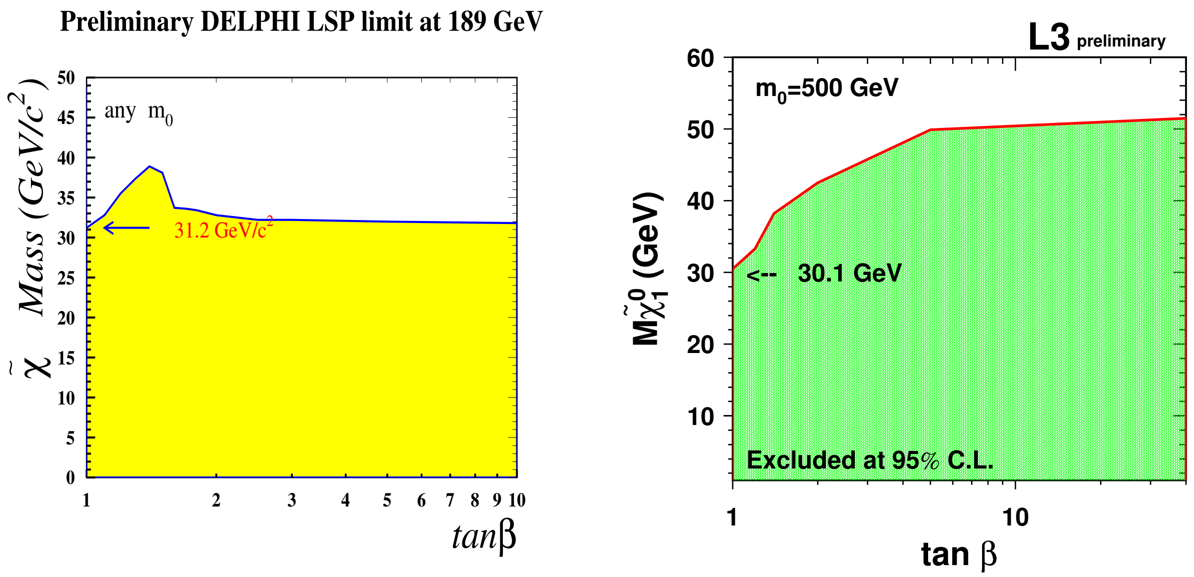


Рис. 18: Пределы на значения массы легчайшей суперчастицы в МССМ [32]

7 Хиггсовский бозон в СМ и МССМ

Одна из основных задач экспериментальной проверки СМ – поиск хиггсовского бозона. Он является последней неоткрытой частицей СМ, и его открытие позволило бы завершить проверку СМ и подтвердить справедливость механизма спонтанного нарушения симметрии. И наоборот, отсутствие хиггсовского бозона посеяло бы сомнения в справедливости всей картины и потребовало бы новых концепций. Это может быть также окном в новую физику. Ниже мы рассмотрим свойства хиггсовского бозона в МССМ.

7.1 Разрешённая область масс в СМ

Экспериментальные пределы на массу хиггсовского бозона следуют из прямого поиска на LEP II и Тэватроне и из косвенных оценок подгонки точных электрослабых данных, прежде всего из радиационных поправок к массе W-бозона и топ-кварка. Комбинированный фит современных экспериментальных данных даёт [36]

$$m_h = 90^{+55}_{-47} \text{ ГэВ}, \tag{7.1}$$

что с вероятностью 95 % приводит к значению верхней границы в 200 ГэВ (см. рис. 19). В то же время, последние прямые поиски хиггсовского бозона на LEP II для энергии 209 ГэВ устанавливают значение нижнего предела в 113.4 ГэВ [36].

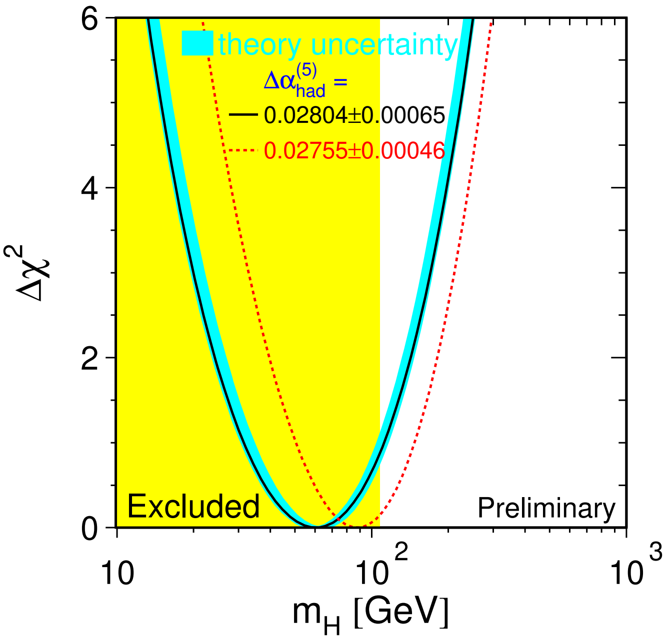


Рис. 19: χ^2-распределение как функция массы хиггсовского бозона из фита электрослабых данных и массы топ-кварка. Затенённая область исключена из данных по прямому поиску хиггсовского бозона

В СМ значение массы хиггсовского бозона m_h не предсказывается. Однако, можно получить границы на значения массы. Они следуют из поведения константы самодействия, которая связана с массой хиггсовского бозона уравнением $m_h^2 = 2\lambda v$.

На рис. 20 [37] показаны значения верхнего и нижнего ограничений на массу хиггсовского бозона в СМ как функции шкалы Λ, до которой, предполагается, справедлива СМ. Как видно на рис. 20, если СМ справедлива вплоть до планковской шкалы, то значение массы хиггсовского бозона сильно ограничено и находится в области 150-200 ГэВ. Напротив, если новая физика (суперсимметрия) существует на меньших энергиях, то масса хиггсовского бозона может быть меньше. Тем самым откры-

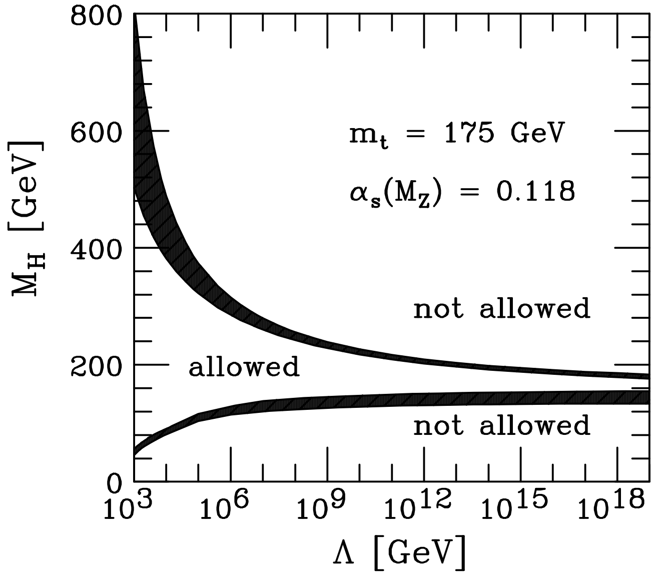


Рис. 20: Ограничения на значения массы хиггсовского бозона в СМ. Λ обозначает шкалу энергий, до которой СМ справедлива

тие лёгкого хиггсовского бозона служило бы указанием на то, что новая физика должна появиться на шкале в несколько ТэВ.

7.2 Масса хиггсовского бозона в МССМ

Как уже отмечалось, масса легчайшего хиггсовского бозона в МССМ оказывается меньше, чем Z-бозона. Это справедливо, однако, лишь на древесном уровне и подвержено радиационным поправкам. С учётом однопетлевых радиационных поправок масса легчайшего хиггсовского бозона равна

$$m_h^2 \approx M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{3g^2 m_t^4}{16\pi^2 M_W^2} \log \frac{\tilde{m}_{t_1}^2 \tilde{m}_{t_2}^2}{m_t^4}. \tag{7.2}$$

Как видно, однопетлевые поправки положительны и увеличивают значение массы бозона хиггса. Двухпетлевые поправки имеют противоположный эффект, но они малы [38].

Масса хиггсовского бозона зависит главным образом от следующих параметров: массы топ-кварка, масс скварков, смешивания в скварковом секторе и $\tan\beta$. Максимальное значение получается для большого $\tan\beta$, для максимальных значений масс топ-кварка и скварков и при минимальном смешивании стоп-кварков. На рис. 21 и 22 представлено значение массы легчайшего хиггсовского бозона во всей плоскости

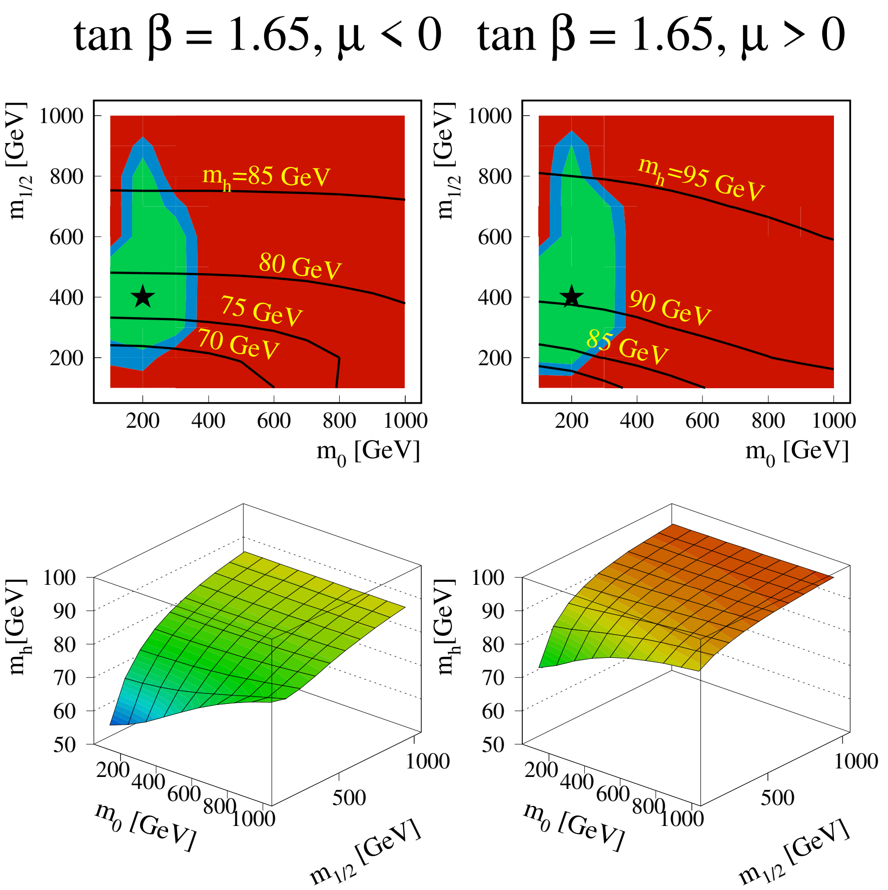


Рис. 21: Масса легчайшего хиггсовского бозона для случая малого $\tan\beta$ как функция m_0 и $m_{1/2}$. Контуры на верхней части рисунка соответствуют фиксированному значению хиггсовской массы. На нижней части рисунка демонстрируется выход массы на постоянное значение при больших значениях параметров

$m_0, m_{1/2}$ для случая малого и большого $\tan\beta$ соответственно [39]. Как видно, она практически постоянна во всей плоскости и насыщается при больших значениях m_0 и $m_{1/2}$.

Масса легчайшего хиггсовского бозона m_h как функция $\tan\beta$ показана на рис. 23 [39]. Затенённая полоса соответствует неопределённости в массе топ-кварка и смешивании при среднем значении массы топ-кварка $m_t = 175$ ГэВ. Верхняя граница соответствует m_t=170 ГэВ, а нижняя – m_t=180 ГэВ.

Комбинируя все неопределённости, получаем следующий вывод о величине хиггсовской массы в МССМ:

• сценарий с малым $\tan\beta$ ($\tan\beta < 3.3$) исключается исходя из значения нижнего экспериментального предела на массу хиггсовского бозона в 113.3 ГэВ [7];

• в сценарии с большим $\tan\beta$ масса хиггсовского бозона равна [39]:

$$m_h = 115 \pm 3\ (\text{stopm})\ \pm 1.5\ (\text{stopmix})\ \pm 2\ (\text{theory})\ \pm 5\ (\text{topm})\ \text{ГэВ},$$

где ошибки представляют собой стандартные отклонения от среднего значения.

Подобные пределы на значение массы хиггсовского бозона в СУСИ могут быть и не столь жёсткими, если рассмотреть неминимальные суперсимметричные модели. В этих случаях можно добиться повышения предела на 20-30 ГэВ при малом значении $\tan\beta$, но при большом $\tan\beta$

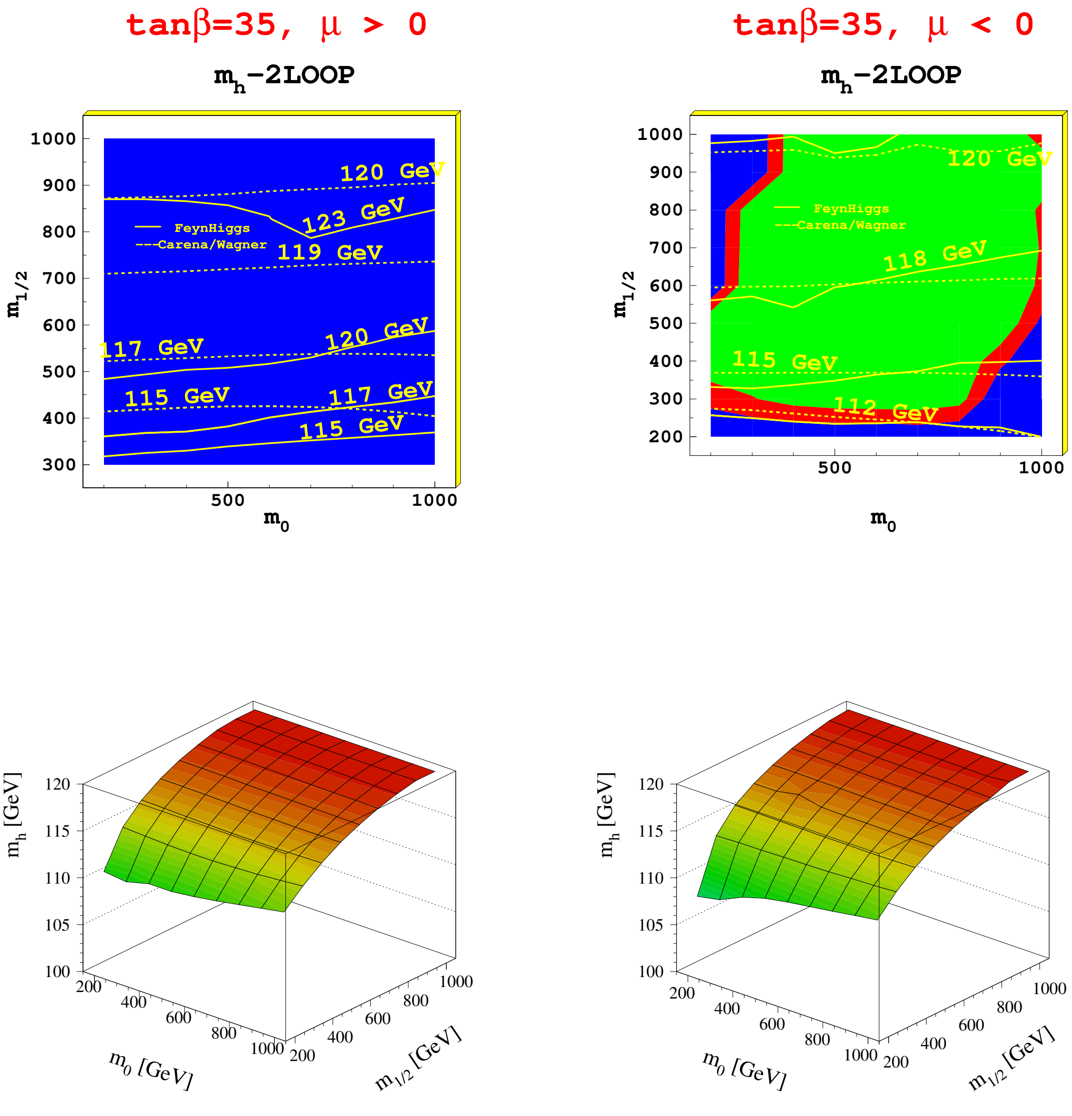


Рис. 22: То же, что и на рис. 21, но при большом значении $\tan\beta = 35$

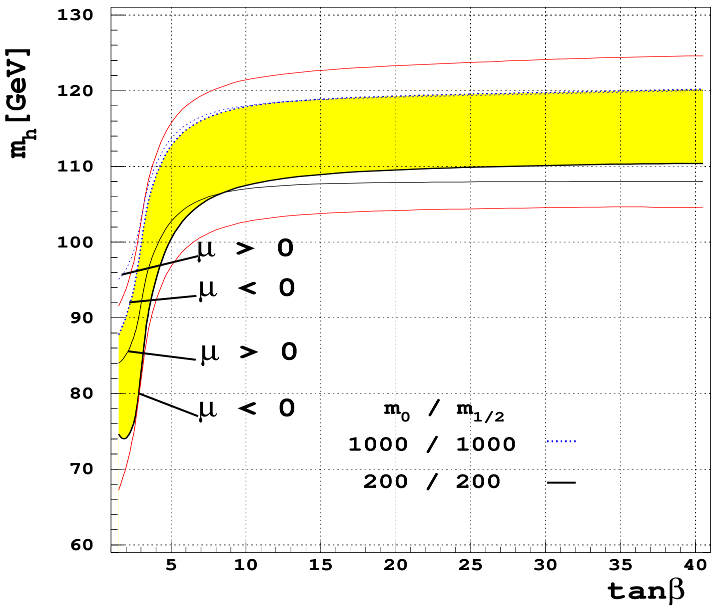


Рис. 23: Масса легчайшего хиггсовского бозона в МССМ как функция $\tan\beta$

получаются те же значения. Так что даже эти более сложные модели не меняют общих свойств СУСИ-теорий – присутствие лёгкого хиггсовского бозона.

8 Перспективы наблюдения суперсимметрии

С закрытием LEP дальнейшие попытки открыть суперсимметрию связаны с адронными коллайдерами Тэватрон и LHC.

8.1 Тэватрон

Адронный коллайдер Тэватрон на втором этапе имеет энергию в системе центра масс равную 2 ТэВ и планируемую светимость в 10 раз превышающую ту, что достигнута на первом. Однако так как это адронный коллайдер, то не вся энергия уходит в столкновения, часть её уносится теми кварками в протоне, которые не участвуют во взаимодействиях. Из-за очень высокого уровня фона этому коллайдеру требуется много времени, чтобы достичь полной светимости, необходимой для открытия суперсимметрии.

В табл. 2 [40] проиллюстрированы границы возможности Тэватрона по открытию скварков третьего поколения. Также на рис. 24 [41] показаны современные исключённые области. Как видно, они всё ещё далеки от ожидаемых интервалов значений масс суперпартнёров, приведённых в табл. 1.

Распад ($Br = 100$ %)	Последующий распад	Конечное сост $\tilde{b}_1\bar{\tilde{b}}_1$ или $\tilde{t}_1\bar{\tilde{t}}_1$	Предел @20 фб$^{-1}$	достижимости (I этап)
$\tilde{b}_1 \to b\tilde{\chi}_1^0$		$bb\not{E}_T$	260 ГэВ/c^2	(146 ГэВ/c^2)
$\tilde{t}_1 \to c\tilde{\chi}_1^0$		$cc\not{E}_T$	220 ГэВ/c^2	(116 ГэВ/c^2)
$\tilde{t}_1 \to bl\tilde{\nu}$	$\tilde{\nu} \to \nu\tilde{\chi}_1^0$	$l^+l^-b\not{E}_T$	240 ГэВ/c^2	(140 ГэВ/c^2)
$\tilde{t}_1 \to bl\tilde{\nu}\tilde{\chi}_1^0$		$l^+l^-b\not{E}_T$	-	(129 ГэВ/c^2)
$\tilde{t}_1 \to b\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_1^\pm \to W^{(*)}\tilde{\chi}_1^0$	$l^+l^-b\not{E}_T$;	210 ГэВ/c^2	(-)
$\tilde{t}_1 \to bW\tilde{\chi}_1^0$		$l^+l^-bj\not{E}_T$	190 ГэВ/c^2	(-)

Таблица 2: Пределы достижимости для $M_{\tilde{b}}$ и $M_{\tilde{t}}$, ожидаемые на II этапе

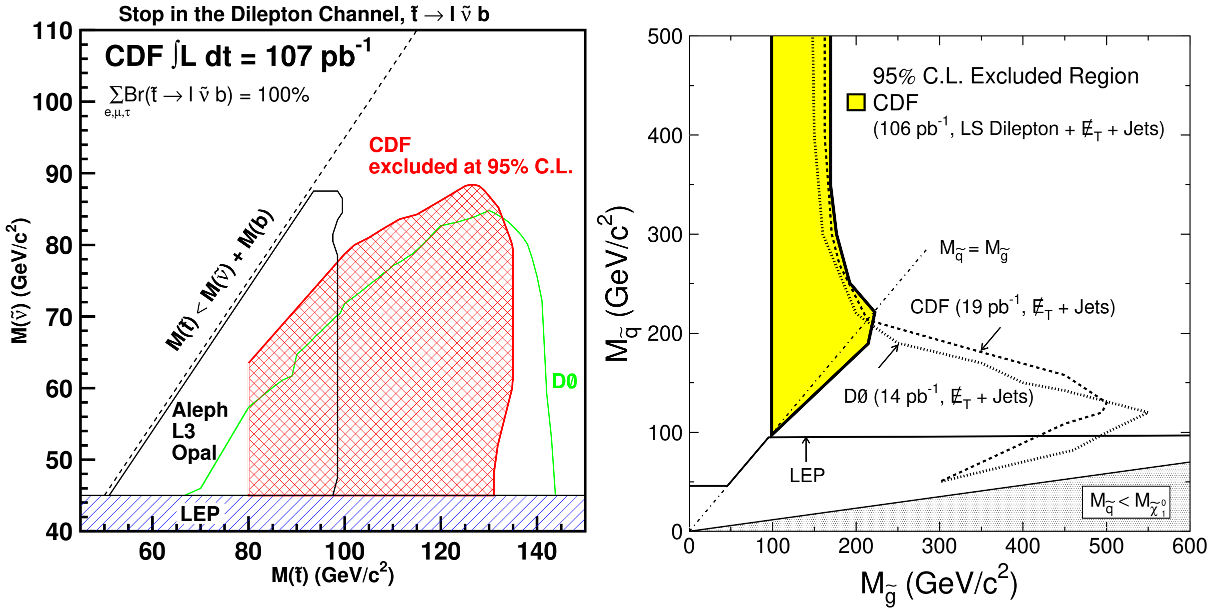


Рис. 24: Исключённые области для значений масс скварков и снейтрино (слева) и скварков и глюино (справа) на Тэватроне

8.2 Большой адронный коллайдер (LHC)

Большой адронный коллайдер (LHC) предназначен для поиска новой физики на тэвной шкале. Планируется, что значение его энергии в системе центра масс достигнет 14 ТэВ со светимостью до нескольких сотен фб$^{-1}$. Ожидается, что LHC перекроет широкую область пространства параметров МССМ (см. рис. 25 [42]) и откроет суперпартнёров со значениями масс до 2 ТэВ [43]. Это будет критическим тестом МССМ и вообще всей концепции низкоэнергетической суперсимметрии.

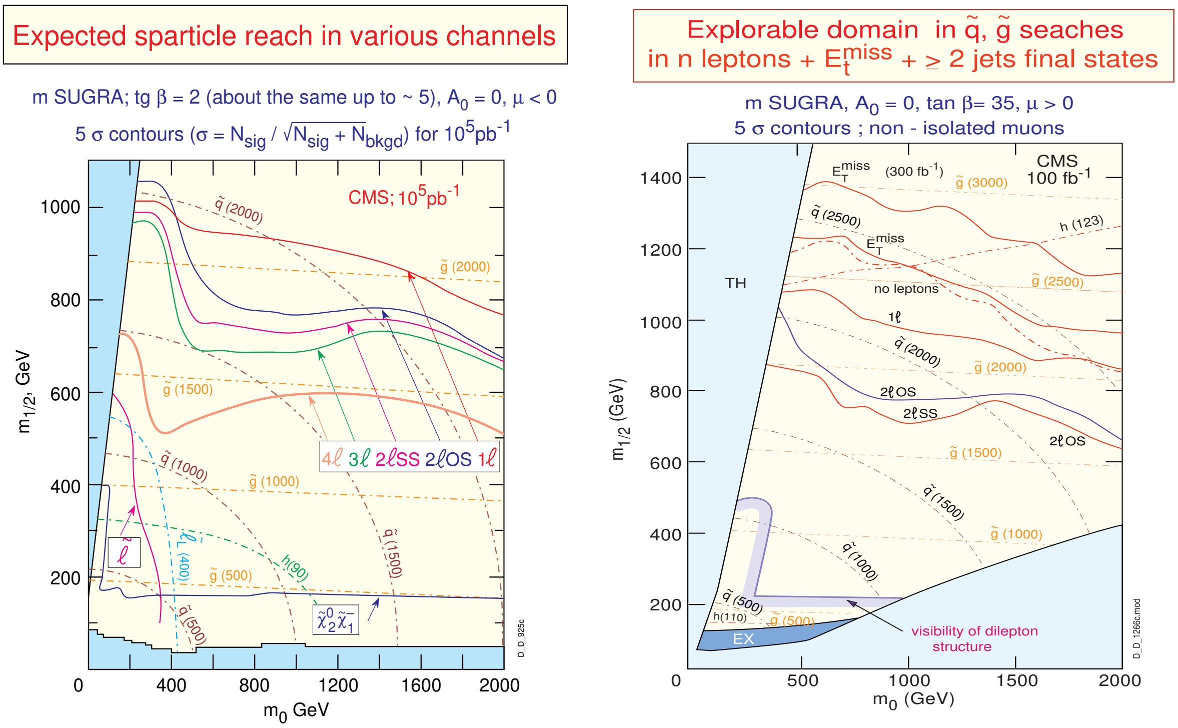


Рис. 25: Ожидаемая область достижения LHC по поиску суперсимметрии

LHC также или откроет хиггсовский бозон, или докажет его отсутствие. В терминах разрешённых областей пространства параметров МССМ LHC покроет весь интересующий нас интервал (см. рис. 26 [42]). Различные моды распада позволяют проверить различные области, хотя фоновые процессы очень существенны.

9 Заключение

Суперсимметрия является не только наиболее популярным расширением Стандартной модели. Она обещает нам, что новая физика появится уже на тэвной шкале, что позволит увидеть её уже на ускорителях ближайшего десятилетия. Если наши предсказания оправдаются, очень скоро нас ожидают новые открытия: возникнет целый мир суперсимметричных частиц, и таблица фундаментальных частиц заметно рас-

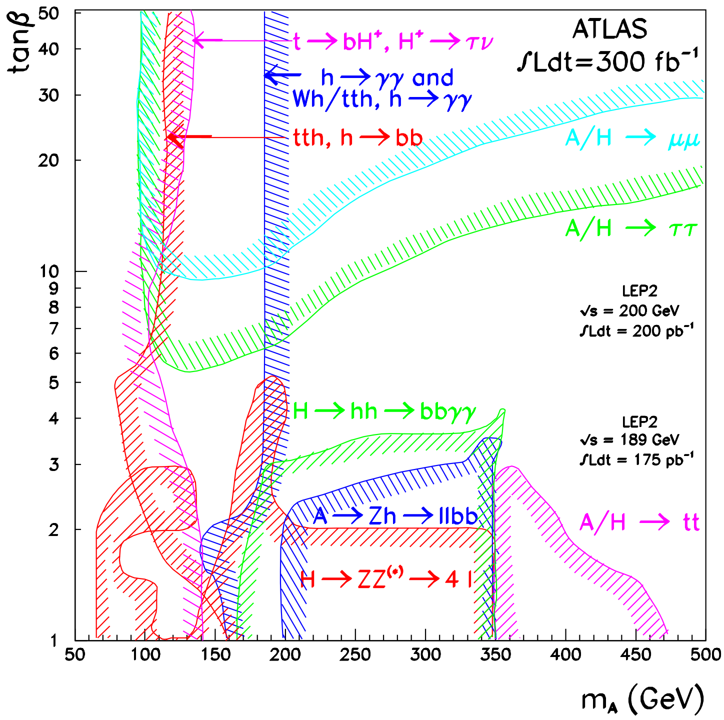


Рис. 26: Области достижения коллайдера LHC по поиску хиггсовского бозона для различных мод распада

ширится. Это будет большим шагом вперёд в понимании устройства микромира.

Благодарности

Автор благодарен РФФИ (грант № 02-02-16889) и Министерству науки (грант № 2339.2003.2) за финансовую поддержку.

Я признателен администрации УНЦ ОИЯИ за организацию лекций, студентам за внимание и Издательскому отделу ОИЯИ за помощь в оформлении рукописи.

Литература

[1] Ю. А. Гольфанд, Е. П. Лихтман, *Письма в ЖЭТФ* **13** (1971) 452; Д. В. Волков, В. П. Акулов, *Письма в ЖЭТФ* **16** (1972) 621; J. Wess and B. Zumino, *Phys. Lett.* **B49** (1974) 52.

[2] P. Fayet and S. Ferrara, *Phys. Rep.* **32** (1977) 249; M. F. Sohnius, *Phys. Rep.* **128** (1985) 41; H. P. Nilles, *Phys. Rep.* **110** (1984) 1; H. E. Haber and G. L. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1985) 75; A. B. Lahanas and D. V. Nanopoulos, *Phys. Rep.* **145** (1987) 1.

[3] Ю. Весс и Дж. Баггер, *"Суперсимметрия и Супергравитация"*, М. Мир, 1986.

[4] S. J. Gates, M. Grisaru, M. Roček and W. Siegel, *"Superspace or One Thousand and One Lessons in Supersymmetry"*, Benjamin & Cummings, 1983.

[5] S. Coleman and J. Mandula, *Phys.Rev.* **159** (1967) 1251.

[6] G. G. Ross, *"Grand Unified Theories"*, Benjamin & Cummings, 1985.

[7] D. E. Groom *et al.*, "Review of Particle Physics", Eur. Phys. J. **C15** (2000) 1.

[8] U. Amaldi, W. de Boer and H. Fürstenau, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.

[9] C. L. Bennett et al., *Astrophys.Journal*, **148** (2003) 1.

[10] M. B. Green, J. H. Schwarz and E. Witten, *"Superstring Theory"*, Cambridge, UK: Univ. Press, 1987. *Cambridge Monographs On Mathematical Physics.*

[11] Ф. А. Березин, *"Метод вторичного квантования"*, М., Наука, 1965.

[12] P. Fayet and J. Iliopoulos, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 461.

[13] L. O'Raifeartaigh, *Nucl. Phys.* **B96** (1975) 331.

[14] H. E. Haber, *"Introductory Low-Energy Supersymmetry"*, Lectures given at TASI 1992, (SCIPP 92/33, 1993), hep-ph/9306207.
D. I. Kazakov, *"Beyond the Standard Model (In search of supersymmetry)"*, Lectures at the European school on high energy physics, CERN-2001-003, hep-ph/0012288.

[15] http://atlasinfo.cern.ch/Atlas/documentation/EDUC/physics14.html

[16] P. Fayet, *Nucl. Phys.* **B90**(1975) 104; A. Salam and J. Srathdee, *Nucl. Phys.* **B87**(1975) 85.

[17] L. Hall, J. Lykken and S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D27** (1983) 2359; S. K. Soni and H. A. Weldon, *Phys. Lett.* **B126** (1983) 215; I. Affleck, M. Dine and N. Seiberg, *Nucl. Phys.* **B256** (1985) 557.

[18] H. P. Nilles, *Phys. Lett.* **B115** (1982) 193; A. H. Chamseddine, R. Arnowitt and P. Nath, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 970; *Nucl. Phys.* **B227** (1983) 121; R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, *Phys. Lett.* **B119** (1982) 343.

[19] M. Dine and A. E. Nelson, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 1277, M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 1362.

[20] L. Randall and R. Sundrum, *Nucl. Phys.* **B557** (1999) 79; G. F. Giudice, M. A. Luty, H. Murayama and R. Rattazzi, *JHEP*, **9812** (1998) 027.

[21] D. E. Kaplan, G. D. Kribs and M. Schmaltz, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 035010; Z. Chacko, M. A. Luty, A. E. Nelson and E. Ponton, *JHEP*, **0001** (2000) 003.

[22] L. Girardello and M. Grisaru, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[23] M. E. Peskin, *"Theoretical summary lecture for EPS HEP99"*, hep-ph/0002041.

[24] G. G. Ross and R. G. Roberts, *Nucl. Phys.* **B377** (1992) 571.
V. Barger, M. S. Berger and P. Ohmann, *Phys. Rev.* **D47** (1993) 1093.

[25] W. de Boer, R. Ehret and D. Kazakov, *Z. Phys.* **C67** (1995) 647;
W. de Boer et al., *Z. Phys.* **C71** (1996) 415.

[26] L. E. Ibáñez, C. Lopéz and C. Muñoz, *Nucl. Phys.* **B256** (1985) 218.

[27] W. Barger, M. Berger, P. Ohman, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 4908.

[28] V. Barger, M. S. Berger, P. Ohmann and R. Phillips, *Phys. Lett.* **B314** (1993) 351. P. Langacker and N. Polonsky, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 1454. S. Kelley, J. L. Lopez and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **B274** (1992) 387.

[29] S. Ahmed et al. (CLEO Collaboration), CLEO CONF 99/10, hep-ex/9908022.

[30] R. Barate et al. (ALEPH Collaboration), *Phys. Lett.* **B429** (1998) 169.

[31] W. de Boer, M. Huber, C. Sander, D. I. Kazakov, *Phys.Lett.* **B515** (2001) 283.

[32] ALEPH Collaboration, *Phys.Lett.* **B499** (2001) 67.

[33] S. Abel *et al.* [SUGRA Working Group Collaboration], *Report of the SUGRA working group for run II of the Tevatron*, hep-ph/0003154.

[34] M. Drees and M. M. Nojiri, *Phys. Rev.* **D47** (1993) 376;
J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos and H. Pois, *Phys. Rev.* **D47** (1993) 2468; P. Nath and R. Arnowitt, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 3696.

[35] W. de Boer, H. J. Grimm, A. Gladyshev, D. Kazakov, *Phys. Lett.* **B438** (1998) 281.

[36] The LEP Higgs Working group, R. Bock et al., CERN-EP-2000-055 and LEP experiments, ALEPH 2000-28, DELPHI 2000-050, L3-Note 2525, OPAL TN646.

[37] T. Hambye, K. Reisselmann, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 7255;
H. Dreiner, hep-ph/9902347.

[38] S. Heinemeyer, W. Hollik and G. Weiglein, *Phys. Lett.* **B455** (1999) 179; *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 343.

[39] W. de Boer, M. Huber, A. Gladyshev, D. Kazakov, *Eur.Phys.J.* **C20** (2001) 689.

[40] T. Kamon, hep-ex/0301019, Proc. of IX Int. Conf. "SUSY-01", WS 2001, p.196.

[41] CDF Collaboration (D. Acosta et al.), *Phys.Rev.Lett.* **90** (2003) 251801; CDF Collaboration (T. Affolder et al.), *Phys.Rev.Lett.* **87** (2003) 251803.

[42] http://CMSinfo.cern.ch/Welcome.html/CMSdocuments/CMSplots

[43] N. V. Krasnikov and V. A. Matveev, "Search for new physics at LHC", hep-ph/0309200.