Нейтринные процессы во внешнем магнитном поле в технике матрицы плотности.

Осокина Е.В.

Ярославский гос.университет им.П.Г.Демидова

ОИЯИ, 2014г.

План доклада

1. Формализм матрицы плотности заряженной спинорной частицы во внешнем магнитном поле
2. Нейтринное остывание плазмы в магнитарной модели гигантской вспышки SGR
3. Процесс $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$ в пределе нейтрино высоких энергий

Введение

В дальнейшем будем использовать систему единиц $c = \hbar = k = 1$

Сильные магнитные поля: $B > B_{\text{кр}}$, где $B_{\text{кр}} = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$Гс,

Астрофизические объекты, в которых реализуются сильные магнитные поля:

- Магнитары
- Сильно замагниченный гипераккреционный диск керровской черной дыры
- Магниторотационный взрыв сверхновой

- Процессы рождения нейтрино

Процесс синхротронного излучения пары нейтрино

$$e^{\mp} \xrightarrow{B} e^{\mp} + \nu_i \tilde{\nu}_i, \; (i = e, \mu, \tau),$$

Процесс аннигиляции электрон-позитронной пары в пару:

$$e^{+} + e^{-} \to \nu_i + \tilde{\nu}_i, \; (i = e, \mu, \tau),$$

- Процессы с образованием плазмы

$$\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^{+} + e^{-},$$

$$\nu_i + \tilde{\nu}_i \to e^{+} + e^{-},$$

Матрица плотности

Вычисление квадрата S-матричного элемента

$$\frac{|S_{if}|^2}{\tau} \sim \sum_{\lambda} \int d^4x\, d^4x'\, Sp\left\{\psi_{E,p,\lambda}(x)\overline{\psi}_{E,p,\lambda}(x')...\right\}$$

Волновая функция заряженной частицы в вакууме:

$$\psi_{\lambda}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} e^{-ipx}\, u_{\lambda}(p)$$

$$\psi_{\lambda,p}^{(+)}(\mathrm{x})\ \overline{\psi}_{\lambda,p}^{(+)}(\mathrm{x}') = \frac{1}{2EV} e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\ \rho_{\lambda}^{(+)}(p),$$

Матрица плотности :

$$\rho^{(+)}(p) = \sum_{\lambda} u_{\lambda}(p)\bar{u}_{\lambda}(p) = \hat{p} + m$$

Волновая функция в магнитном поле:

$$\psi_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\mathrm{x}) = \frac{e^{-i(E_n t - p_2 y - p_3 z)}}{\sqrt{2E_n L_y L_z}}\ U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta)$$

Матрица плотности в магнитном поле $\rho_{n,\,s}^{(+)}(p)$ – ?

Калибровка $B = (0, 0, B)$, $A^{\mu} = (0, 0, xB, 0)$
$F_{\mu\nu}$ – тензор напряженности электромагнитного поля,
$\tilde{F}_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma}/2$ – дуальный тензор.

$$\varphi_{\mu\nu} = \frac{F_{\mu\nu}}{B}, \qquad \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \frac{\tilde{F}_{\mu\nu}}{B},$$

Алгебра матриц:

$$\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu} \qquad \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu}$$

$$\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \Lambda_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Связь с метрическим тензором:

$$\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \Lambda_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}.$$

Постоянное однородное магнитное поле разбивает четырехмерное пространство на 2 непересекающихся подпространства (*Скобелев,ЖЭТФ,1976).*

$$A_{\mu} = \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} A^{\nu} - \Lambda_{\mu\nu} A^{\nu} = A_{\parallel\mu} - A_{\perp\mu},$$

$$(AB) \quad = \quad (AB)_{\parallel} - (AB)_{\perp},$$

Спиновый оператор:

$$\hat{M} = \frac{e}{2m^2}\tilde{F}_{\mu\nu}p^{\mu}S^{\nu}, \quad \text{в системе покоя: } \hat{M} = -\mu\mathbf{B}$$

$\mu = -e\,\mathbf{\Sigma}/2\,m =$ – оператор магнитного момента,
$S^{\nu} = \gamma^5(\gamma^{\nu} - P^{\nu}/m)$, $P^{\nu} = p^{\nu} - \varrho e A^{\nu}$,
p^{ν} — оператор кинематического импульса, ϱ – знак заряда.

$$\psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}) = \frac{e^{-i(E_n t - p_2 y - p_3 z)}}{\sqrt{2E_n L_y L_z}}\, U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta),$$

$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=\varrho}(\eta) = W_s\,\chi_n(\eta) - V_{-s}\,\chi_{n-1}(\eta),$$

$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=-\varrho}(\eta) = V_{-s}\,\chi_n(\eta) + W_s\,\chi_{n-1}(\eta).$$

Функции Эрмита

$$\chi_k(\eta) = \frac{(eB)^{1/4}e^{-\eta^2/2}}{\sqrt{2^k k!\sqrt{\pi}}}\, H_k(\eta),$$

и полиномы Эрмита

$$H_k(\eta) = (-1)^k e^{\eta^2}\,\frac{d^k}{d\eta^k}\,e^{-\eta^2}, \quad \eta = \sqrt{eB}(x - \varrho p_2/eB)$$

(Борисов А.В., Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. "Квантовая электродинамика" , 1983)

Биспиноры

$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=\varrho}(\eta) = W_s\,\chi_n(\eta) - V_{-s}\,\chi_{n-1}(\eta),$$
$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=-\varrho}(\eta) = V_{-s}\,\chi_n(\eta) + W_s\,\chi_{n-1}(\eta).$$

$$W_- = i\sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp + m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}}\begin{pmatrix} 0 \\ E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ -E_n - p_3 + \tilde{p}_\perp \end{pmatrix},\; W_+ = \sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp + m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}}\begin{pmatrix} E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ E_n + p_3 - \tilde{p}_\perp \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V_- = i\sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp - m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}}\begin{pmatrix} 0 \\ -E_n - p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \end{pmatrix},\; V_+ = -\sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp - m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}}\begin{pmatrix} E_n + p_3 - \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \end{pmatrix}$$

здесь $\tilde{p}_\perp = \sqrt{2eBn + m^2}$, $\quad E_n = \sqrt{p_3^2 + 2eBn + m^2}$, $\quad n = 0, 1, 2...$ – уровни Ландау

Рассмотрим как можно получить матрицу плотности в магнитном поле:

$$I^{(+)}_{n,p_3,s}(\mathrm{x},\mathrm{x}') = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x})\, \overline{\psi}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}')\, dp_2 =$$

$$= \frac{e^{-i[E_n(t-t')-p_3(z-z')]}}{2E_n L_y L_z} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{ip_2(y-y')} \left[U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta)\, \overline{U}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta') \right] dp_2,$$

где $\eta = \sqrt{eB}(x - \varrho p_2/eB)$ и $\eta' = \sqrt{eB}(x' - \varrho p_2/eB)$
Перейдём от интегрирования по переменной p_2 к интегрированию по η:

$$I^{(+)}_{n,p_3,s}(\mathrm{x},\mathrm{x}') = \frac{\sqrt{eB}}{2E_n L_y L_z}\, e^{i\varrho\,\Phi(\mathrm{x},\mathrm{x}')}\, e^{-i[E_n(t-t')-p_3(z-z')]}\, \widetilde{F}(\xi_1,\xi_2),$$

$$\widetilde{F}(\xi_1,\xi_2) = e^{i\varrho\,\xi_1\xi_2/2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-i\varrho\,\xi_2\eta} \left[U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta)\, \overline{U}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta-\xi_1) \right] d\eta,$$

где $\xi_1 = \sqrt{eB}(x - x')$ и $\xi_2 = \sqrt{eB}(y - y')$.

Сделаем прямое и обратное Фурье преобразования функции $\widetilde{F}(\xi_1, \xi_2)$:

$$F(p_1, p_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\xi_1 p_1 + \xi_2 p_2)/\sqrt{eB}}\, \widetilde{F}(\xi_1, \xi_2)\, d\xi_1 d\xi_2,$$

$$\widetilde{F}(\xi_1, \xi_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i(p_1 \xi_1 + p_2 \xi_2)/\sqrt{eB}}\, F(p_1, p_2)\, \frac{dp_1 dp_2}{eB}.$$

Интеграл запишется через Фурье-образ функции:

$$I^{(+)}_{n,p_3,s}(\mathrm{x}, \mathrm{x}') = \frac{e^{i\varrho\, \Phi(\mathrm{x},\mathrm{x}')}}{2E_n L_y L_z} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\, F(p_1, p_2)\, \frac{dp_1 dp_2}{\sqrt{eB}}.$$

Изначально определяли:

$$I^{(+)}_{n,p_3,s}(\mathrm{x}, \mathrm{x}') = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x})\, \overline{\psi}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}')\, dp_2$$

следовательно получаем выражение для билинейной комбинации волновых функций:

$$\psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x})\, \overline{\psi}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}') = \frac{e^{i\varrho\, \Phi(\mathrm{x},\mathrm{x}')}}{2E_n L_y L_z} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\, F(p_1, p_2)\, \frac{dp_1}{\sqrt{eB}}$$

Сравним значения вакуумной и полевой билинейных комбинаций волновых функций:

$$\psi^{(+)}_{\lambda,p}(\mathrm{x})\,\overline{\psi}^{(+)}_{\lambda,p}(\mathrm{x}') = \frac{1}{2EV}\, e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\, \rho^{(+)}_{\lambda}(p),$$

$$\psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x})\,\overline{\psi}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}') = \frac{e^{i\varrho\,\Phi(\mathrm{x},\mathrm{x}')}}{2E_n L_y L_z} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\, F(p_1,p_2)\, \frac{dp_1}{\sqrt{eB}}$$

Можно определить матрицу плотности в магнитном поле:

$$\rho^{(+)}_{n,\,s}(p) = \frac{2\pi}{\sqrt{eB}} F(p_1,p_2).$$

здесь $$F(p_1,p_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\varrho\,(\xi_1/2-\eta-\varrho p_2/\sqrt{eB})\xi_2}\, e^{-i\xi_1 p_1/\sqrt{eB}} \times$$
$$\times \left[U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta)\,\overline{U}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta-\xi_1)\right] \frac{d\xi_2\, d\xi_1\, d\eta}{(2\pi)^2}.$$

Выпишем явно матрицы в $\left[U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}\,\overline{U}^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}\right]$ для каждой из поляризаций:

$$F_{s=+\varrho}(p_1,p_2) = (-1)^n\,\frac{\sqrt{eB}}{\pi}\,e^{-u/2}\left\{L_n(u)\left[W_\varrho\,\overline{W}_\varrho\right] - L_{n-1}(u)\left[V_{-\varrho}\,\overline{V}_{-\varrho}\right]\right\}$$
$$+\,(-1)^n\frac{\sqrt{2n}}{\pi}\,\frac{e^{-u/2}}{u}\left[L_n(u) - L_{n-1}(u)\right]\times$$
$$\times\left\{(\varrho p_2 + ip_1)\left[W_\varrho\,\overline{V}_{-\varrho}\right] + (\varrho p_2 - ip_1)\left[V_{-\varrho}\,\overline{W}_\varrho\right]\right\},$$

$$F_{s=-\varrho}(p_1,p_2) = (-1)^n\,\frac{\sqrt{eB}}{\pi}\,e^{-u/2}\left\{L_n(u)\left[V_\varrho\,\overline{V}_\varrho\right] - L_{n-1}(u)\left[W_{-\varrho}\,\overline{W}_{-\varrho}\right]\right\}$$
$$+\,(-1)^n\frac{\sqrt{2n}}{\pi}\,\frac{e^{-u/2}}{u}\times\left[L_n(u) - L_{n-1}(u)\right]\times$$
$$\times\left\{(-\varrho p_2 + ip_1)\left[W_{-\varrho}\,\overline{V}_\varrho\right] - (\varrho p_2 + ip_1)\left[V_\varrho\,\overline{W}_{-\varrho}\right]\right\},$$

L_n - полиномы Лагерра, $u = 2p_\perp^2/eB$, $\hat{p}_{||} = p_0\gamma_0 - p_3\gamma_3$, $\hat{p}_\perp = p_1\gamma_1 + p_2\gamma_2$.

Вычислим билинейные комбинации биспиноров в явном виде:

$$W_{\pm\varrho}\overline{W}_{\pm\varrho} = \frac{1}{2}\left[\left(1 + \frac{m}{\sqrt{2eBn + m^2}}\right)(\widehat{p}_{\parallel} + m) + \frac{2eBn}{\sqrt{2eBn + m^2}}\right]\Pi_{\pm\varrho},$$

$$V_{\pm\varrho}\overline{V}_{\pm\varrho} = \frac{1}{2}\left[\left(1 - \frac{m}{\sqrt{2eBn + m^2}}\right)(\widehat{p}_{\parallel} + m) - \frac{2eBn}{\sqrt{2eBn + m^2}}\right]\Pi_{\pm\varrho},$$

$$(ip_1 - \varrho p_2)\left[V_{-\varrho}\,\overline{W}_{\varrho}\right] - (ip_1 + \varrho p_2)\left[W_{\varrho}\,\overline{V}_{-\varrho}\right] =$$
$$= \frac{\sqrt{2eBn}}{2}\left[\widehat{p}_{\perp} - i\varrho\,\frac{\widehat{p}_{\parallel}\,(p\varphi\gamma)}{\sqrt{2eBn + m^2}}\right],$$

$$(ip_1 + \varrho p_2)\left[V_{\varrho}\,\overline{W}_{-\varrho}\right] - (ip_1 - \varrho p_2)\left[W_{-\varrho}\,\overline{V}_{\varrho}\right] =$$
$$= \frac{\sqrt{2eBn}}{2}\left[\widehat{p}_{\perp} + i\varrho\,\frac{\widehat{p}_{\parallel}\,(p\varphi\gamma)}{\sqrt{2eBn + m^2}}\right].$$

Поляризационный оператор:

$$\Pi_{\pm\varrho} = \frac{1}{2}\left[I \mp \frac{i\,\varrho}{2}\,(\gamma\varphi\gamma)\right]$$

Матрица плотности в импульсном пространстве для разных проекций спина:

$$\begin{aligned}
\rho^{(+)}_{n,s=\rho}(p) \quad &= \quad (-1)^n\, e^{-u/2} \left\{ \left[\left(1 + \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{\|} + \tilde{p}_\perp + m\right] \Pi_{\varrho}\, L_n(u) - \right. \\
&\left. - \left[\left(1 - \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{\|} - \tilde{p}_\perp + m\right] \Pi_{-\varrho}\, L_{n-1}(u) + 2\left[\widehat{p}_\perp - i\varrho\, \frac{\widehat{p}_{\|}}{\tilde{p}_\perp}\,(p\varphi\gamma)\right] L^1_{n-1}(u) \right\} \\
\rho^{(+)}_{n,s=-\rho}(p) \quad &= \quad (-1)^n\, e^{-u/2} \left\{ \left[\left(1 - \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{\|} - \tilde{p}_\perp + m\right] \Pi_{\varrho}\, L_n(u) - \right. \\
&\left. - \left[\left(1 + \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{\|} + \tilde{p}_\perp + m\right] \Pi_{-\varrho}\, L_{n-1}(u) + 2\left[\widehat{p}_\perp + i\varrho\, \frac{\widehat{p}_{\|}}{\tilde{p}_\perp}\,(p\varphi\gamma)\right] L^1_{n-1}(u) \right\}
\end{aligned}$$

$$u = 2p_\perp^2/eB, \quad \tilde{p}_\perp = \sqrt{2eBn + m^2}$$

Просуммируем по поляризациям:

$$\rho_n^{(+)}(p) = \sum_{s=\pm\rho} \rho_{n,s}^{(+)}(p) = (-1)^n \, 2 \, e^{-u/2} \times$$
$$\times \left[\left(\widehat{p}_{\|} + m \right) \left(\Pi_{\varrho} \, L_n(u) - \Pi_{-\varrho} \, L_{n-1}(u) \right) + 2 \, \widehat{p}_{\perp} \, L_{n-1}^{1}(u) \right] .$$

- Ю.Швингер (1951)
- Клепиков (1954)
- Шторк (1968)
- .....

Результаты

Впервые получено лоренц - инвариантное выражение для релятивистской матрицы плотности заряженной частицы определенной поляризации в постоянном магнитном поле произвольной напряженности в импульсном пространстве.

Процесс нейтринного синхротронного излучения

$$e^{\mp} \xrightarrow{B} e^{\mp} + \nu_i \tilde{\nu}_i, \; (i = e, \mu, \tau),$$

$\mathcal{P}_\mu = \{Q, \mathbf{F}\}$ – 4-импульс, уносимый в реакции нейтрино из единичного объема среды в единицу времени

$$\mathcal{P}_\mu = \frac{1}{V} \sum_{n,\, n'} \sum_{s,\, s'} \int \frac{V\, d^3 k}{(2\,\pi)^3} \left[1 - f_\nu(\omega)\right] \int \frac{V\, d^3 k'}{(2\,\pi)^3} \left[1 - f_\nu(\omega')\right] (-1)^{n+n'}$$

$$\int \frac{L_2\, L_3\, dp_2\, dp_3}{(2\,\pi)^2}\, f(\varepsilon_n) \int \frac{L_2\, L_3\, dp_2'\, dp_3'}{(2\,\pi)^2} \left[1 - f(\varepsilon'_{n'})\right] q_\mu\, \frac{|S_{if}|^2}{\tau}.$$

$$e^{\mp} \xrightarrow{B} e^{\mp} + \nu_i \tilde{\nu}_i, \; (i = e, \mu, \tau),$$

Начальное состояние: $e^{\pm} \{\varepsilon_n, p_2, p_3\}$
Конечное состояние: $e^{\pm}\{\varepsilon'_{n'}, p'_2, p'_3\}, \quad \nu_i\{\omega, k\}, \quad \tilde{\nu}_i\{\omega', k'\}$
Лагранжиан процесса:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\mathrm{x}) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\overline{\psi}^{(e)}(\mathrm{x})\gamma_\alpha \left(c_v + c_a\gamma_5\right) \psi^{(e)}(\mathrm{x})\right] \left[\overline{\psi}^{(\nu)}(\mathrm{x})\gamma_\alpha \left(1 + \gamma_5\right) \psi^{(\nu)}(\mathrm{x})\right],$$

c_v, c_a – векторная и аксиальная константы нейтральных слабых токов,
$\nu = \nu_e$: $\quad c_v = 1/2 + 2 \sin^2\theta_W$, $c_a = 1/2$,
$\nu = \nu_\mu, \nu_\tau$: $c_v = -1/2 + 2\sin^2\theta_W$, $c_a = -1/2$,
θ_W – угол Вайнберга.

$$\sum_{s,s'=\pm 1} |S_{if}|^2 = \frac{G_1^2}{2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_1\, dp'_1}{4\pi^2} \mathrm{Sp}\left[\rho_{n'}^{(e)}(p')\widetilde{O}_\alpha(c)\rho_n^{(e)}(p)\widetilde{O}_\beta(c)\right] \times$$

$$\times\, \mathrm{Sp}\left[\rho^{(\nu)}(k')O_\alpha\rho^{(\nu)}(k)O_\beta\right] \int d^4\mathrm{x}\, d^4\mathrm{x}' \, \frac{e^{-i(p-k-p'-k')(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}}{16\,\varepsilon_n\omega\varepsilon'_{n'}\omega'\, L_y^2 L_z^2 V^2},$$

$\widetilde{O}_\alpha(c) = \gamma_\alpha\left(1 + c\,\gamma_5\right)$, $O_\alpha = \gamma_\alpha\left(1+\gamma_5\right)$, где $G_1 = G_F\, c_v, c = c_a/c_v$

Процесс нейтринного синхротронного излучения

Интегрирование квадрата S-матричного элемента по x и x' приводит к виду:

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|S_{if}|^2}{\tau} = \frac{(-1)^{n+n'}\pi^2 G_1^2}{2\varepsilon_n \omega \varepsilon'_{n'} \omega' L_y^2 L_z^2 V} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left[L_{\alpha\beta}^{(e)} L_{\alpha\beta}^{(\nu)} \right] e^{-(u+u')/2} \times$$

$$\times\ \delta^{(4)}(p - k - p' - k')\, dp_1 dp'_1,$$

$$L_{\alpha\beta}^{(e)} = (-1)^{n+n'} e^{(u+u')/2} \frac{1}{4} \,\mathrm{Sp} \left[\rho_{n'}^{(e)}(p') \widetilde{O}_\alpha(c) \rho_n^{(e)}(p) \widetilde{O}_\beta(c) \right],$$

$$L_{\alpha\beta}^{(\nu)} = \mathrm{Sp} \left[\rho^{(\nu)}(k') O_\alpha \rho^{(\nu)}(k) O_\beta \right], \quad \rho^{(\nu)}(k) = \hat{k}(1 - \gamma_5)/2$$

Вычислим 4-импульс переданный в реакции из единицы объема в единицу времени:

$$\mathcal{P}_\mu = \frac{G_1^2}{8\, V} \int \frac{d^3k\, V}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k'\, V}{(2\pi)^3} (k + k')_\mu \sum_{n,n'=0}^{\infty} (-1)^{n+n'} \times$$

$$\times \int \frac{dp_2 dp_3}{(2\pi)^2} L_y\, L_z\, f(\varepsilon_n) \int \frac{dp'_2 dp'_3}{(2\pi)^2} L_y\, L_z \left[1 - f(\varepsilon'_{n'}) \right] e^{-(u+u')/2} \frac{|S_{if}|^2}{\tau}$$

После подстановки в светимость квадрата S-матричного элемента в явном виде:

$$\mathcal{P}_\mu = \frac{G_1^2}{8(2\pi)^8} \int \frac{d^3k}{\omega} \int \frac{d^3k'}{\omega'} (k+k')_\mu \sum_{n,n'=0}^{\infty} (-1)^{n+n'} \times$$

$$\times \int \frac{d^3p}{\varepsilon_n} f(\varepsilon_n) \int \frac{d^3p'}{\varepsilon'_{n'}} \left[1 - f(\varepsilon'_{n'})\right] e^{-(u+u')/2} \left[L_{\alpha\beta}^{(e)} L_{\alpha\beta}^{(\nu)}\right] \delta^{(4)}(p - p' - k - k'),$$

$$L_{\alpha\beta}^{(\nu)} = 8[k_\alpha k'_\beta + k_\beta k'_\alpha - (kk')g_{\alpha\beta} + i\epsilon_{\mu\alpha\nu\beta} k_\mu k'_\nu]$$

Интегрирование по импульсам нейтрино:

$$\int \frac{d^3k}{\omega} \int \frac{d^3k'}{\omega'} \delta^{(4)}(k + k' - q) L_{\alpha\beta}^{(\nu)} = \frac{16\pi}{3} \left(q_\alpha q_\beta - q^2 g_{\alpha\beta}\right) \theta(q^2).$$

Свертка шпуров разбивается на сумму:

$$\left[L_{\alpha\beta}^{(e)} L_{\alpha\beta}^{(\nu)}\right] = \left(q_\alpha q_\beta L_{\alpha\beta}^{(e)} - q^2 g_{\alpha\beta} L_{\alpha\beta}^{(e)}\right)$$

Затем проинтегрируем по поперечным к полю импульсам электронов:

$$S^{(n',n)}(\upsilon) \quad = \quad \int d^2 p_\perp \int d^2 p'_\perp \, \delta^{(2)}_\perp L_n(u) L_{n'}(u') \, e^{-(u+u')/2} = (-1)^{n'-n} \, \frac{\pi eB}{2} \, F^2_{n',n}(\upsilon),$$

$$V_\alpha^{(n',n)}(\upsilon) = \int d^2 p_\perp \int d^2 p'_\perp \, \delta^{(2)}_\perp p_{\perp\alpha} \, L^1_{n-1}(u) L_{n'}(u') \, e^{-(u+u')/2} = \\ = (-1)^{n'-n-1} \, \frac{\pi eB}{4} \, \sqrt{\frac{n}{\upsilon}} \, q_{\perp\alpha} \, F_{n',n}(\upsilon) \, F_{n',n-1}(\upsilon),$$

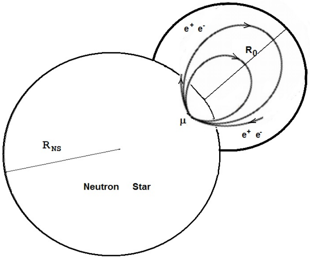
$$T_{\alpha\beta}^{(n,n')}(\upsilon) = \int d^2 p_\perp \int d^2 p'_\perp \, \delta^{(2)}_\perp p_{\perp\alpha} p'_{\perp\beta} \, L^1_{n-1}(u) L^1_{n'-1}(u') \, e^{-(u+u')/2} = \\ = (-1)^{n'-n} \, \frac{\pi eB}{16} \, \frac{\sqrt{nn'}}{\upsilon} \, \Big[\left(2 q_{\perp\alpha} \, q_{\perp\beta} - q^2_\perp \, \Lambda_{\alpha\beta} \right) F_{n',n-1}(\upsilon) \, F_{n'-1,n}(\upsilon) + \\ + \, q^2_\perp \, \Lambda_{\alpha\beta} \, F_{n',n}(\upsilon) \, F_{n'-1,n-1}(\upsilon) \Big],$$

$F_{n',n}(\upsilon) = \sqrt{n'!/n!} \, \upsilon^{(n-n')/2} \, e^{-\upsilon/2} \, L^{n-n'}_{n'}(\upsilon)$ – нормированные функции Лагерра

$$Q_S = \frac{G_1^2 eB}{6(2\pi)^6} \int d^4q\, q_0\, \theta(q^2) \sum_{n,n'} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{\varepsilon_n} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3'}{\varepsilon_{n'}'} f(\varepsilon_n) \left[1 - f(\varepsilon_{n'}')\right] \delta_{\parallel}^{(2)} \times$$
$$\times \Big\{ \left(1 + c^2\right) q^2 \left[2eB(n+n')\Big(\Psi(\upsilon) - \Phi(\upsilon)\Big) - q^2\Psi(\upsilon)\right] -$$
$$- 2m^2 \Big[q^2 \left(\Phi(\upsilon) - 2c^2\Psi(\upsilon)\right) + c^2 q_\perp^2 \left(\Phi(\upsilon) - \Psi(\upsilon)\right)\Big]\Big\},$$

здесь $\Phi(\upsilon) = F^2_{n',n}(\upsilon) + F^2_{n'-1,n-1}(\upsilon)$, $\Psi(\upsilon) = F^2_{n',n-1}(\upsilon) + F^2_{n'-1,n}(\upsilon)$,
$\delta_{\parallel}^{(2)} = \delta(\varepsilon_n - \varepsilon_{n'}' - q_0)\, \delta(p_3 - p_3' - q_3)$ – произведение δ-функций в продольном пространстве, $\upsilon = q_\perp^2/(2eB)$,

V.G. Bezchastnov, , P. Haensel, , A.D. Kaminker , D.G. Yakovlev 1997 "Neutrino synchrotron emission from dense magnetized electron gas of neutron stars"



Параметры магнитара:

$B \sim 4 \cdot 10^{14} - 4 \cdot 10^{15}$Гс,
$R \simeq 10$км,
$P \sim (2 - 12)$ сек

Гигантские вспышки SGR:
$\Delta E \simeq (10^{44} - 10^{46})$ эрг, $\Delta t \simeq (200 - 400)$ сек

Гигантская вспышка SGR
(Thompson C. and Duncan R. C., Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995, V. 275)

Светимость в процессе аннигиляции в асимптотике сверхсильного магнитного поля $(n = n' = 0)$

$$Q_A^{(B)} = \frac{\zeta(3)}{48\pi^3} \left(1 + c^2\right) G_1^2 \, eB \, m^2 \, T^5.$$

Оценка светимости в процессе $e^{\mp} \xrightarrow{B} e^{\mp} + \nu_i \tilde{\nu}_i$ при при переходе электрона с первого уровня на нулевой, по отношению к светимости в аннигиляци на основном уровне Ландау:

$$R_S^{(1)}(T, B) = \frac{Q_S^{(1,0)}}{Q_A^{(B)}}$$

$$R_S^{(1)} = \frac{64}{\pi^2 \zeta(3)} \left(\frac{T}{m}\right)^2 I_S(x)\,,$$

где $x = \sqrt{eB/2T^2}$ и введены следующие функции:

$$I_S(x) = x^7 \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\upsilon \int\limits_0^1 du \left[e^{-u} + u - 1\right] \Phi_1(u, \upsilon; x),$$

$$\Phi_1(u, \upsilon; x) = \left\{\exp\left[\frac{\alpha}{u}\left((1+u)\sqrt{u+\upsilon^2} - (u-1)\,\upsilon\right)\right] + 1\right\}^{-1} \times$$
$$\times \left\{\exp\left[\frac{x}{u}\,(u-1)\left(\sqrt{u+\upsilon^2} + \upsilon\right)\right] + 1\right\}^{-1}.$$

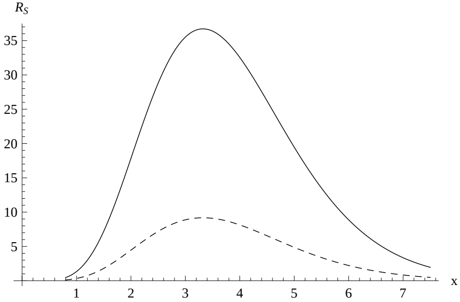
здесь $\upsilon = q_\perp^2/2eB, u = p_\perp^2/eB$

$B \sim (10^{15} - 10^{16})$Гс

$Q_S^{(1,0)}$ - светимость в процессе синхротронного излучения ($n = 1, \quad n' = 0$)

$Q_A^{(0,0)}$ - светимость в процессе аннигиляции ($n = 0, \quad n' = 0$)

$$R_S(T, B) = Q_S^{(1,0)}/Q_A^{(0,0)}, \quad x = \sqrt{eB/2T^2}$$



(Письма Астроном. Ж. 2011. Т.37 №5 С.365–376.)
Гвоздев А.А., Огнев И.С., Осокина Е.В.

Пунктирная линия - T=1 МэВ, сплошная линия - T=2 МэВ

Результаты

Техникой матрицы плотности воспроизведен результат для светимости в процессе нейтринного синхротронного излучения электроном (позитроном). Показано, что для значений магнитных полей типичных для магнитаров, потери энергии невырожденной плазмы на нейтринное излучение в процессе нейтринного синхротронного излучения велики и должны быть учтены при моделировании гигантской вспышки SGR.

Список публикаций

- Гвоздев А.А., Огнев И.С., Осокина Е.В. Нижнее ограничение на напряженность магнитного поля магнитара из анализа гигантской вспышки SGR // Письма Астроном. Ж. 2011. Т.37 №5 С.365–376.
- А. А. Гвоздев, Е. В. Осокина, "Нейтринные процессы во внешнем магнитном поле в формализме матрицы плотности" // ТМФ, 2012, 170:3 , 423–447
- Гвоздев А. А., Огнев И. С., Осокина Е. В. Нейтринное остывание плазмы, порождающей гигантскую вспышку SGR // Вестник ЯрГУ. Серия «Естественные и технические науки». 2010. Вып. 1. С. 24–32.

Положения, выносимые на защиту

- Впервые получено лоренц - инвариантное выражение для релятивистской матрицы плотности заряженной частицы определенной поляризации в постоянном магнитном поле произвольной напряженности в импульсном пространстве. Построена ковариантная техника вычисления интегральной величины $\mathcal{P}_\alpha$ в одновершинных процессах, подобная технике вычисления фейнмановских диаграмм в вакууме.
- Техникой матрицы плотности воспроизведен результат для светимости в процессе нейтринного синхротронного излучения электроном (позитроном). Показано, что для значений магнитных полей типичных для магнитаров, потери энергии невырожденной плазмы на нейтринное излучение в процессе нейтринного синхротронного излучения велики и должны быть учтены при моделировании гигантской вспышки SGR.
- В пределе умеренно сильного магнитного поля $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$ впервые вычислена энергия и импульс электрон-позитронной пары в процессе $\nu_i \to \nu_i + e^+ + e^-$. В этом же пределе впервые оценен полевой вклад в сечение процесса $\nu_i + \tilde{\nu}_i \to e^+ + e^-$. Полученные значение могут быть использованы для моделирования электрон-позитронного джета от гипераккреционного диска керровской черной дыры.

Спасибо за внимание!