

## ПРОБЛЕМА ГЕНЕРАЦИИ ДИОНОВ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Л.Г.Мардоян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян

Проблема генерации дионов является важной частью более общей проблемы поиска виттеновской дуальности в формализме квантовой механики. Согласно виттеновской дуальности, калибровочные теории с сильной связью асимптотически эквивалентны теориям, в которых с одной стороны действует слабая связь, с другой – присутствуют топологически нетривиальные объекты в виде монополей и дионов (N.Seiberg, E.Witten, Nucl. Phys., **V431**, 484, 1994). Виттеновская дуальность открывает путь к проведению надежных вычислений в теориях с сильной связью, т.е. к решению одной из важнейших задач теоретической физики.

В предложенном нами механизме генерации дионов исходной моделью с сильной связью служит изотропный осциллятор. Структура механизма такова, что он остается в силе и после добавления к осцилляторному потенциалу произвольной функции, не нарушающей конформанта. Другими словами речь идет о достаточно универсальном механизме.

Отправной точкой исследований по проблеме генерации дионов послужили работы, примыкающие к теории небиективных билинейных преобразований, связанных с алгеброй Клиффорда и удовлетворяющих важному с физической точки зрения условию Эйлера (L.S.Davtyan, L.G.Mardoyan, G.S. Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan, J.Phys., **A20**, 6121, 1987; D.Lambert, M.Kibler, J.Phys., **A21**, 307, 1988; Le Van Hoang, Tony J Vilorio, Le ahn Thu, J.Phys., **A24**, 3021, 1991). Однако лишь в 1994 г. нами была осознана связь этой проблемы с более фундаментальной проблемой поиска виттеновской дуальности в формализме квантовой механики. Такой взгляд активизировал наш интерес к проблеме, что в конечном счете привело к публикациям составившим основы настоящего сообщения. Некоторые из изложенных ниже результатов были получены совместно с А.П.Персесяном, выступившим в этом сборнике со статьей по антискобкам.

I. Математическую основу подхода составил цикл работ [1-4], относящихся к преобразованию Гурвица. В этих работах: (а) была установлена алгебраическая структура указанного преобразования [1]; (б)

выявлены наиболее эффективные с точки зрения квантовой теории углового момента механизмы редукции векторов состояний [2,3]; (в) развита теория, выходящая за рамки требования билинейности и позволяющая использовать мощную технику гиперсферических гармоник в решении конкретных задач [4];

II. По ходу дела мы столкнулись с задачами относящимися к спектральной теории линейных операторов и к теории межбазисных преобразований. Эти задачи были решены в работах [5-7].

III. Уникальность преобразования Гурвица состоит в том что оно переводит проблему осциллятора в проблему Кулона-Кеплера. Такой переход возможен, однако, лишь для осцилляторных пространств с размерностями 2,4, 8. Этот странный, с первого взгляда, факт связан с существованием трех фундаментальных структур: комплексных чисел, кватернионов и октанионов. Преобразование Гурвица переводит эти размерности в размерности 2, 3, 5, покрывающие весьма широкий спектр проблем теоретической физики. В самом деле, в пространствах с размерностью 1+2 в настоящее время успешно развивается квантовая теория гравитации и теория анионов. Очень существенно, что в эту тройку попадает и размерность 3, которая в особых комментариях не нуждается. Наконец, пространства с размерностью 5 являются полигоном для формулировки теории Калуцы-Клейна, внедрения в структуру теорий группы де Ситтера, развития теории монополей Янга и построения более сложных, чем было отмечено выше, моделей квантовой гравитации.

IV. Генерацию электрического заряда обеспечивает преобразование Гурвица, поскольку именно оно переводит осцилляторные модели в кулоновские. При отображениях  $(2,4,8) \rightarrow (2,3,5)$  теряются некоторые степени свободы. Мы придаем фундаментальную роль этим степеням свободы, используя их для построения калибровочных пространств над конфигурационными пространствами  $(2,3,5)$ . Генерация магнитного заряда производится преобразованием, связывающим осцилляторные пространства с калибровочными. В результате этих математических преобразований рождается связанная система заряд-дион [8-11].

V. Нами был также предложен механизм генерации дионов, подчиняющихся дробной статистике [12]. Соответствующая модель представляет собой трехмерный изотропный осциллятор, определенный на вложенном в трехмерное пространство двумерном полуконусе с выколотой вершиной и с углом раствора  $30^\circ$ . Выколотость вершины гарантирует

анионный характер модели, а выбор угла раствора объясняется тем, что только при  $30^0$  система заряд-дион оказывается определенной на евклидовой плоскости. В этой модели электрический и магнитный заряды генерируются преобразованием т'Хофта.

VI. Переход от осцилляторных моделей к системам заряд-дион несет в себе концептуально важный элемент дуальности, состоящий в том, что энергия и константа связи осциллятора трансформируется в константу связи и в энергию системы заряд-дион. Таким образом, осциллятор не тождественен, а дуален системе заряд-дион. Указанный факт есть основополагающее свойства оператора Шредингера, объясняющее связь проблемы генерации дионов с виттеновской дуальностью.

Наиболее значимыми, на наш взгляд, являются следующие результаты:

1. Доказано, что преобразование  $(8) \rightarrow (5)$  расщепляется на конформное преобразование  $(2) \rightarrow (2)$  и группу  $SU(2)$  преобразований, действующих в пространстве параметров Кэли-Клейна [11].

2. Предложена параметризация, в которой преобразование  $(8) \rightarrow (5)$  тождественна правилу сложения эйлеровых поворотов, а механизм редукции векторов состояний дается теоремой сложения для D-функций Вигнера [2].

3. Развита небилинейная версия [3] преобразования Гурвица позволяющая переводить гиперсферические деревья Виленкина - Кузнецова - Смородинского из восьмимерного евклидового пространства в пятимерное.

4. На базе преобразования Гурвица развит эйлеров механизм редукции, тождественный разложению Клебша-Гордана из теории квантового углового момента [4].

5. Решена восьмимерная осцилляторная и пятимерная кулоновская спектральная проблема методом факторизации оператора Шредингера в эйлеровых координатах [5,6].

6. Вычислена матрица Парка-Гартера для системы дион-дион. Показано, что эта матрица тождественна коэффициентам межбазисных разложений в четырехмерном осцилляторе [7].

7. Показано, что в результате преобразования  $(4) \rightarrow (3)$  и  $U(1)$ -редукции а также преобразование  $(2) \rightarrow (2)$  и  $Z_2$ -редукции рождается трехмерная система заряд-дион и двумерная система заряд-вихрь со спином  $1/2$  соответственно. Дан геометрический вывод правила квантования Дирака-Цванцигера-Швингера [8-10].

8. В рамках преобразования (8)  $\rightarrow$  (5) сконструирована неабелева  $SU(2)$  модель, описывающая систему заряд-дион [11]. Нетривиальным компонентом этой модели служит пятимерный монополь Янга.

9. Построена система заряд-дион, подчиняющаяся дробной статистике [12]. В качестве исходной системы взята модель трехмерного осциллятора на двумерном полуконусе с выколотой вершиной и с углом раствора  $30^\circ$ .

Среди нерешенных нами проблем осталась проблема подключения к описанной схеме генерации дионов элемента асимптотичности, являющегося неотъемлемой частью виттеновской дуальности. Не исключено, что для решения этой проблемы нам придется обратиться к пространствам, наделенным нетривиальной геометрией и топологией.

## Литература

1. A.N.Sissakian and V.M.Ter-Antonyan. *The Structure of the Hurwitz Transformation*. In Proceedings of the International Workshop "Finite Dimensional Integrable Systems", 191-196, Dubna, 1995.
2. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. *The Eulerian Parametrization of the Hurwitz Transformation*. In Proceedings of the International Workshop "Finite Dimensional Integrable Systems", 137-142, Dubna, 1995.
3. L.Davtyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. *The Hurwitz Transformation: Non-Bilinear Version*. J.Math.Phys., **33**, 1, 1995.
4. А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. *Редукция Эйлера-Гурвица*. Препринт ОИЯИ Р2-94-220, Дубна, 1994.
5. Kh.H.Karayan, L.G.Mardoyan and V.M.Ter-Antonyan. *The Eulerian Bound States: 5D Coulomb Problem*. Preprint JINR, E2-94-359, Dubna, 1994.
6. Kh.H.Karayan, L.G.Mardoyan and V.M.Ter-Antonyan. *The Eulerian Bound States: 8D Quantum Oscillator*. Preprint JINR, E2-94-439, Dubna, 1994.
7. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. *Park-Tarter Matrix for a Dyon-Dyon System*. Int. J. of Mod. Phys. **A**, **12**, 237-242, 1997.

8. A.Nersissian, V.M.Ter-Antonyan. *Charge-Dyon System as the Reduced Oscillator*. Mod. Phys. Lett., **A9**, 2431, 1994.
9. A.Nersissian, V.M.Ter-Antonyan. *Quantum Oscillator as a Bound System of Two Dyons*. Mod. Phys. Lett., **A10**, 2633, 1995.
10. A.Nersissian, V.M.Ter-Antonyan, M.Tsulaya. *A note on quantum Bolin transformations*. Mod. Phys. Lett., **A11**, 1605, 1996.
11. A.Maghakian, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. *Electromagnetic Duality for Anyons*. Phys.Lett., **A236**, 5-7, 1997.
12. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. *Oscillator as a Hidden Non-Abelian Monopole*. Preprint JINR E2-96-24, Dubna, 1996.

**МАРДОЯН ЛЕВОН ГРИГОРЬЕВИЧ**, родился в 1954 году, окончил физический факультет ЕГУ в 1978 году, кандидат физ.-мат. наук (1985 год, ВНИЦПВ, диссертация "Сфероидальный и эллиптический анализ некоторых квантовых систем со скрытой симметрией"), до 1994 года с.н.с. кафедры теоретической физики ЕГУ, с 15.11.1994 по 15.05.1995 с.н.с. ЛТФ ОИЯИ, а с 15.05.1995 по настоящее время с.н.с. ЛЯП ОИЯИ.

Телефон: 64535; E-mail: mardoyan@thsun1.jinr.dubna.su

**ТЕР - АНТОНЯН ВАЛЕРИЙ МКРТЫЧЕВИЧ**, родился в 1942 году, окончил физический факультет ЕГУ в 1967 году, аспирантура МГУ с 1969 по 1972 годы, кандидат физ.-мат. наук (1973 год, ЛТФ ОИЯИ, диссертация "Двухфотонные процессы образования адронов"), доктор физ.-мат. наук (1985 год, ЛТФ ОИЯИ, диссертация "Кулоновские и осцилляторные межбазисные разложения в нерелятивистской квантовой механике"), профессор (1987г.), до 1993 года профессор кафедры теоретической физики ЕГУ, с 1993 г.с.ла по настоящее время в.п.с. ЛТФ ОИЯИ.

Телефон: 62106; E-mail: terant@thsun1.jinr.dubna.su