объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-392

Л.С.Давтян, Г.С.Погосян*, А.Н.Сисакян,
В.М.Тер-Антонян*

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ, СВЯЗЫВАЮЩИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ БАЗИСЫ ДВУХМЕРНОГО АТОМА ВОДОРОДА В НЕПРЕРЫВНОМ СПЕКТРЕ

Направлено в журнал "Теоретическая и математическая физика"

* Ереванский государственный университет

1986

I. Введение

Двухмерным атомом водорода /ДАВ/ принято называть систему, стационарные состояния которой описываются уравнением Шредингера /$\hbar = \mu = e = 1$ /:

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Psi - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\Psi = E\Psi .$$

Известно /I/, что ДАВ наделен скрытой симметрией и что переменные в этом уравнении разделяются в полярных и двух параболических системах координат. Каждое из получающихся решений /фундаментальные базисы ДАВ/ является собственной функцией одного из генераторов группы скрытой симметрии. В работе /2/ были получены преобразования, связывающие фундаментальные базисы в дискретном спектре. Заметим, что исследование такого типа преобразований составляет одну из важных задач теории квантовых систем со скрытой симметрией /3/. Недавно нами в работе /4/ были получены разложения полярного базиса ДАВ по параболическим в непрерывном спектре. Для полного решения вопроса о преобразованиях в фундаментальных базисах ДАВ оставалось найти при $E>0$ разложения одного параболического базиса по другому. Цель настоящей работы - восполнить этот пробел.

2. Фундаментальные базисы ДАВ в непрерывном спектре

Координаты, о которых шла речь выше, имеют вид

$$x = r\cos\varphi, \qquad 0 \le r < \infty,$$

$$y = r\sin\varphi, \qquad 0 \le \varphi < 2\pi,$$

$$2x = u^2 - v^2, \qquad 0 \le u < \infty,$$

$$y = uv, \qquad -\infty < v < \infty,$$

$$x = \tilde{u}\tilde{v}, \qquad 0 \le \tilde{u} < \infty,$$

$$2y = \tilde{u}^2 - \tilde{v}^2, \qquad -\infty < \tilde{v} < \infty.$$

Согласно работе [4] при $E > 0 \, (K = \sqrt{2E})$ фундаментальные базисы ДАВ определяются следующими выражениями:

$$\Psi_{km}(r,\varphi) = C_{km} \frac{(-2ikr)^{|m|}}{(2|m|)!} e^{ikr} \times$$

$$\times {}_1F_1\left(\frac{1}{2} + |m| - \frac{i}{K}; 2|m|+1; -2ikr\right) \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad /1/$$

$$\Psi^{(+)}_{k\beta}(u,v) = C^{(+)}_{k\beta} \, e^{ik\frac{u^2+v^2}{2}} \times \qquad /2/$$

$$\times {}_1F_1\left(a_\beta; \frac{1}{2}; -iku^2\right) {}_1F_1\left(a_{-\beta}; \frac{1}{2}; -ikv^2\right),$$

$$\Psi^{(-)}_{k\beta}(u,v) = C^{(-)}_{k\beta} \, e^{ik\frac{u^2+v^2}{2}} \, 2kuv \times \qquad /3/$$

$$\times {}_1F_1\left(\frac{1}{2} + a_\beta; \frac{3}{2}; -iku^2\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2} + a_{-\beta}; \frac{3}{2}; -ikv^2\right).$$

Второй параболический базис $\Psi^{(+)}_{k\mu}$, $\Psi^{(-)}_{k\mu}$ получается из /2/ и /3/ заменами $\beta \to \mu$, $(u,v) \to (\tilde{u},\tilde{v})$. Как видно, каждый из параболических базисов разбивается на два подбазиса, имеющих определенную четность относительно замены $y \to -y$ и $x \to -x$ соответственно [+]. Выше приняты следующие обозначения: β и μ - это константы разделения в параболических координатах (u,v) и $(\tilde{u},\tilde{v})$, пробегающие непрерывный спектр вещественных значений $(-\infty < \beta < \infty, \ -\infty < \mu < \infty)$.

[+] В двухмерных системах такое разбиение носит принципиальный характер. Этот вопрос детально освещен в работах [1,5].

Величина a_b определена формулой

$$a_b = \frac{1}{4} - \frac{i}{2k}(1+b). \qquad /4/$$

Если придерживаться условий нормировки

$$\int_0^\infty r\,dr \int_0^{2\pi} d\varphi\, \psi^*_{k'm'}(r,\varphi)\,\psi_{km}(r,\varphi) = 2\pi\delta(k'-k)\,\delta_{mm'},$$

$$\int_0^\infty d\lambda \int_{-\infty}^\infty dw\,(\lambda^2+w^2)\,\psi^{*(\pm)}_{k'b'}(\lambda,w)\,\psi^{(\pm)}_{kb}(\lambda,w) = 2\pi\delta(k'-k)\delta(b'-b),$$

то константы C_{km} и $C^{(\pm)}_{kb}$ имеют вид

$$C_{km} = i^m e^{\frac{\pi}{2k}}\sqrt{2k}\,\left|\Gamma\left(\frac{1}{2}+|m|-\frac{i}{k}\right)\right|,$$

$$C^{(+)}_{kb} = \frac{e^{\frac{\pi}{2k}}}{2\pi^{3/2}}\left|\Gamma(a_b)\,\Gamma(a_{-b})\right|,$$

$$C^{(-)}_{kb} = \frac{e^{\frac{\pi}{2k}}}{\pi^{3/2}}\left|\Gamma\left(\frac{1}{2}+a_b\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}+a_{-b}\right)\right|.$$

Фазовый множитель i^m в C_{km} принят ради удобства.

3. Преобразования, связывающие два параболических базиса

Свойством полноты в непрерывном спектре обладает система волновых функций, включающая в себя параболические базисы обеих четностей. Из сказанного следует, что интересующие нас разложения могут быть записаны следующим образом:

$$\psi^{(+)}_{k\mu}(\tilde{u},\tilde{v}) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[P^{(++)}_{k\mu\beta}\,\psi^{(+)}_{k\beta}(u,v) + P^{(+-)}_{k\mu\beta}\,\psi^{(-)}_{k\beta}(u,v)\right]d\beta, \qquad /5/$$

$$\Psi^{(-)}_{k\mu}(\tilde{u},\tilde{v}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\Big[P^{(-+)}_{k\mu\beta}\Psi^{(+)}_{k\beta}(u,v) + P^{(--)}_{k\mu\beta}\Psi^{(-)}_{k\beta}(u,v)\Big] d\beta . \qquad /6/$$

Из формул /2-3/ видно, что межбазисные интегралы перекрытия сложны для прямого вычисления. Поэтому мы используем косвенный метод, опирающийся на установленные в работе /4/ разложения параболических подбазисов по полярным:

$$\Psi^{(\pm)}_{k\beta}(u,v) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} W^{(\pm)}_{k\beta m}\Psi_{km}(\tau,\varphi), \qquad /7/$$

$$\Psi^{(\pm)}_{k\mu}(\tilde{u},\tilde{v}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\frac{\pi}{2}} W^{(\pm)}_{k\mu m}\Psi_{km}(\tau,\varphi). \qquad /8/$$

Заметим, что разложение /8/ получается из /7/, если учесть, что замена $(u,v) \longleftrightarrow (\tilde{u},\tilde{v})$ эквивалентна преобразованию $x \longleftrightarrow y$. Из /5-8/ легко показать, что коэффициенты $P_{k\mu\beta}$ связаны с коэффициентами $W_{k\beta m}$ следующими соотношениями:

$$P^{(\tau,t)}_{k\mu\beta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m W^{(\tau)}_{k\mu m} W^{*(t)}_{k\beta,-m}, \qquad /9/$$

в которых индексы (τ) и (t) принимают значения $(+)$ и $(-)$. Формула /9/ составляет основу дальнейших вычислений.

4. Интегральные представления для коэффициентов

Для коэффициентов W интегральные представления были получены в работе /4/:

$$W^{(+)}_{k\beta m} = 2\sqrt{\pi}\, 2^{-\frac{i}{k}} \frac{C^{(+)}_{k\beta}\Gamma\left(\frac{1}{2}+|m|+\frac{i}{k}\right)}{C_{km}\Gamma(a^*_{\beta})\Gamma(a^*_{-\beta})} \int\limits_0^{\pi} (1-\cos\varphi)^{-a_{\beta}}(1+\cos\varphi)^{-a_{-\beta}}\cos m\varphi\, d\varphi,$$

$$W^{(-)}_{k\varepsilon m} = \sqrt{\pi}\, 2^{-\frac{i}{k}} \frac{C^{(-)}_{k\varepsilon}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}+|m|+\frac{i}{k}\right)}{C_{km}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}+a^*_{\varepsilon}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}+a^*_{\varepsilon}\right)} \int\limits_0^{\pi} (1-\cos\varphi)^{-a_{\varepsilon}} (1+\cos\varphi)^{-a_{-\varepsilon}} \sin m\varphi\, d\varphi .$$

Подставляя эти формулы в /9/ и используя тождество

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\varphi - 2\pi m),$$

после довольно долгих вычислений получим следующие интегральные представления для коэффициентов $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{D}^{(++)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{2} A^{(++)}_{k\mu\beta} \left(B_{k\mu\beta} + B^*_{k\beta,-\mu} + B_{k\mu,-\beta} + B^*_{k,-\beta,-\mu} \right),$$

$$\mathcal{D}^{(+-)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{2i} A^{(+-)}_{k\mu\beta} \left(B^*_{k\beta,-\mu} - B_{k\mu\beta} + B^*_{k,-\beta,-\mu} - B_{k\mu,-\beta} \right),$$

$$\mathcal{D}^{(-+)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{2i} A^{(-+)}_{k\mu\beta} \left(B_{k\mu\beta} + B^*_{k\beta,-\mu} - B_{k\mu,-\beta} - B^*_{k,-\beta,-\mu} \right),$$

$$\mathcal{D}^{(--)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{2} A^{(--)}_{k\mu\beta} \left(B_{k\mu\beta} - B^*_{k\beta,-\mu} + B^*_{k,-\beta,-\mu} - B_{k\mu,-\beta} \right).$$

Здесь величина $B_{k\mu\beta}$ задается интегралом

$$B_{k\mu\beta} = \int\limits_0^{\pi/2} (1-\sin\varphi)^{-a_{-\mu}} (1+\sin\varphi)^{-a_{\mu}} (1-\cos\varphi)^{-a^*_{-\beta}} (1+\cos\varphi)^{-a^*_{\beta}} d\varphi ,$$

а постоянные A определяются выражениями

$$A^{(++)}_{k\mu\beta} = \frac{2\pi}{k}\,\frac{C^{(+)}_{k\mu}C^{(+)}_{k\beta}\,e^{-\pi/k}}{\Gamma(a^*_\mu)\Gamma(a^*_{-\mu})\Gamma(a_\beta)\Gamma(a_{-\beta})},$$

$$A^{(+-)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{k}\,\frac{C^{(+)}_{k\mu}C^{(-)}_{k\beta}\,e^{-\pi/k}}{\Gamma(a^*_\mu)\Gamma(a^*_{-\mu})\Gamma(\frac{1}{2}+a_\beta)\Gamma(\frac{1}{2}+a_{-\beta})},$$

$$A^{(-+)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{k}\,\frac{C^{(-)}_{k\mu}C^{(+)}_{k\beta}\,e^{-\pi/k}}{\Gamma(\frac{1}{2}+a^*_\mu)\Gamma(\frac{1}{2}+a^*_{-\mu})\Gamma(a_\beta)\Gamma(a_{\beta})},$$

$$A^{(--)}_{k\mu\beta} = \frac{\pi}{2k}\,\frac{C^{(-)}_{k\mu}C^{(-)}_{k\beta}\,e^{-\pi/k}}{\Gamma(\frac{1}{2}+a^*_\mu)\Gamma(\frac{1}{2}+a^*_{-\mu})\Gamma(\frac{1}{2}+a_\beta)\Gamma(\frac{1}{2}+a_{-\beta})}.$$

Наконец, совершив замену переменной $\sin\varphi = th\,\nu$ в $B_{k\mu\beta}$ и $B_{k\mu,-\beta}$ и $\cos\varphi = th\,\nu$ в $B^*_{k\beta,-\mu}$ и $B^*_{k,-\beta,-\mu}$ и введя функцию

$$g_\beta(\nu) = (ch\,\nu - 1)^{-a^*_{-\beta}}(ch\,\nu + 1)^{-a^*_\beta},$$

приходим к следующим интегральным представлениям:

$$P^{(++)}_{k\mu\beta} = \pi A^{(++)}_{k\mu\beta}\int_0^\infty \cos\left(\frac{\mu\nu}{k}\right)\left\{g_\beta(\nu) + g_{-\beta}(\nu)\right\}d\nu, \quad /10/$$

$$P^{(+-)}_{k\mu\beta} = -\pi A^{(+-)}_{k\mu\beta}\int_0^\infty \sin\left(\frac{\mu\nu}{k}\right)\left\{g_\beta(\nu) + g_{-\beta}(\nu)\right\}d\nu, \quad /11/$$

$$\mathcal{P}^{(-+)}_{k\mu\beta} = -i\pi A^{(-+)}_{k\mu\beta} \int\limits_0^\infty \cos\left(\frac{\mu\nu}{k}\right)\left\{ g_\beta(\nu) - g_{-\beta}(\nu) \right\} d\nu\,, \qquad /12/$$

$$\mathcal{P}^{(--)}_{k\mu\beta} = i\pi A^{(--)}_{k\mu\beta} \int\limits_0^\infty \sin\left(\frac{\mu\nu}{k}\right)\left\{ g_\beta(\nu) - g_{-\beta}(\nu) \right\} d\nu\,. \qquad /13/$$

Полученные формулы позволяют непосредственно проверить ряд общих соотношений, которым должны подчиняться коэффициенты $\mathcal{P}_{k\mu\beta}$; с их помощью можно совершить аналитическое продолжение межбазисных преобразований /5/ и /6/ в область дискретного спектра и восстановить результаты, полученные в работе /5/. Мы не будем останавливаться на этих вопросах и перейдем к вычислению интегралов /10-13/.

5. Явный вид коэффициентов $\mathcal{P}^{(\mp,+)}_{k\mu\beta}$

Для нахождения явного вида коэффициентов $\mathcal{P}$ воспользуемся известными формулами /6/:

$$\cos\left(\frac{\mu\nu}{k}\right) = \left(\mathrm{ch}\,\frac{\nu}{2}\right)^{-\frac{2i\mu}{k}} {}_2F_1\left(\frac{i\mu}{k}, \frac{1}{2} + \frac{i\mu}{k}; \frac{1}{2}; \mathrm{th}^2\frac{\nu}{2}\right), \qquad /14/$$

$$\sin\left(\frac{\mu\nu}{k}\right) = \frac{2\mu}{k}\,\mathrm{th}\,\frac{\nu}{2}\left(\mathrm{ch}\,\frac{\nu}{2}\right)^{-\frac{2i\mu}{k}} {}_2F_1\left(1 + \frac{i\mu}{k}, \frac{1}{2} + \frac{i\mu}{k}; \frac{3}{2}; \mathrm{th}^2\frac{\nu}{2}\right). \qquad /15/$$

Подставив /14/ и /15/ в интегральные представления /10-13/, разложив функции ${}_2F_1$ в ряд и учтя соотношение /6/

$$\int\limits_0^\infty (\mathrm{sh}\,\nu)^\alpha (\mathrm{ch}\,\nu)^{-\gamma} d\nu = \frac{1}{2}\,\frac{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\gamma-\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)}\,,$$

справедливое при $Re\,\alpha > -1$, $Re(\alpha-\gamma)>0$, приходим окончательно к следующим выражениям для $\mathcal{P}_{k\mu\beta}$:

$$\mathcal{P}^{(++)}_{k\mu\beta} = \frac{\sqrt{\pi^3}}{2^p k} e^{-\pi/k} C^{(+)}_{k\beta} C^{(+)}_{k\mu} \frac{\Gamma(1-a_\mu)}{\Gamma(1/2-a_\mu)} \times \tag{16}$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Gamma(a_\beta)\Gamma(1-p-a_\beta)} {}_3F_2\left(\begin{matrix} -p,\ 1/2-p,\ a_{-\beta} \\ 1/2,\ 1-p-a_\beta \end{matrix} \middle| 1 \right) + (\beta \to -\beta) \right\},$$

$$\mathcal{P}^{(+-)}_{k\mu\beta} = -\frac{ip\sqrt{\pi^3}}{k\,2^p} e^{-\pi/k} C^{(+)}_{k\mu} C^{(-)}_{k\beta} \frac{\Gamma(1-a_\mu)}{\Gamma(1/2-a_\mu)} \times \tag{17}$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Gamma(1/2+a_\beta)\Gamma(3/2-p-a_{-\beta})} {}_3F_2\left(\begin{matrix} 1/2-p,\ 1-p,\ 1/2+a_\beta \\ 3/2,\ 3/2-p-a_{-\beta} \end{matrix} \middle| 1 \right) + (\beta \to -\beta) \right\},$$

$$\mathcal{P}^{(-+)}_{k\mu\beta} = -\frac{i\sqrt{\pi^3}}{2k\,2^p} e^{-\pi/k} C^{(-)}_{k\mu} C^{(+)}_{k\beta} \frac{\Gamma(1/2-a_{-\mu})}{\Gamma(1-a_\mu)} \times \tag{18}$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Gamma(a_\beta)\Gamma(1-p-a_\beta)} {}_3F_2\left(\begin{matrix} -p,\ 1/2-p,\ a_{-\beta} \\ 1/2,\ 1-p-a_\beta \end{matrix} \middle| 1 \right) + (\beta \to -\beta) \right\},$$

$$\mathcal{P}^{(--)}_{k\mu\beta} = -\frac{p\sqrt{\pi^3}}{2k\,2^p} e^{-\pi/k} C^{(-)}_{k\mu} C^{(-)}_{k\beta} \frac{\Gamma(1/2-a_{-\mu})}{\Gamma(1-a_\mu)} \times \tag{19}$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Gamma(1/2+a_\beta)\Gamma(3/2-p-a_\beta)} {}_3F_2\left(\begin{matrix} 1/2-p,\ 1-p,\ 1/2+a_\beta \\ 3/2,\ 3/2-p-a_{-\beta} \end{matrix} \middle| 1 \right) + (\beta \to -\beta) \right\},$$

где введено обозначение $-i\mu/k = p$. Приведем для сравнения также явный вид коэффициентов W. Согласно /4/

$$W^{(+)}_{k\beta m} = \sqrt{2\pi}\,\frac{C^{(+)}_{k\beta}\,\Gamma(1-a_{-\beta})}{C_{km}\,\Gamma(1-a_{-\beta}-|m|)}\times \qquad /20/$$

$$\times\, {}_3F_2\left(\begin{matrix}-|m|,\ 1/2-|m|,\ a_\beta\\ 1/2,\ 1-|m|-a_{-\beta}\end{matrix}\middle|\,1\right),$$

$$W^{(-)}_{k\beta m} = m\sqrt{2\pi}\,\frac{C^{(-)}_{k\beta}\,\Gamma(1/2-a_{-\beta})}{C_{km}\,\Gamma(3/2-a_{-\beta}-|m|)}\times \qquad /21/$$

$$\times\, {}_3F_2\left(\begin{matrix}1/2-|m|,\ 1-|m|,\ 1/2+a_\beta\\ 3/2,\ 3/2-|m|-a_{-\beta}\end{matrix}\middle|\,1\right).$$

Из формул /9/ и /16-21/ легко выводятся следующие математические соотношения:

$$\sum_m i^m\,{}_3F_2\left(\begin{matrix}-|m|,|m|,a_\mu\\ 1/2,\ 1/2-i/k\end{matrix}\middle/1\right){}_3F_2\left(\begin{matrix}-|m|,|m|,\ 1/2-a_\beta\\ 1/2,\ 1/2+i/k\end{matrix}\middle/1\right)=$$

$$=\frac{\Gamma(1-a_{-\mu})\sqrt{\pi^3}}{2^p\,\Gamma(1/2-a_\mu)\,ch\frac{\pi}{k}}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{\Gamma(a_\beta)\Gamma(1-p-a_{-\beta})}\,{}_3F_2\left(\begin{matrix}-p,\ 1/2-p,\ a_{-\beta}\\ 1/2,\ 1-p-a_\beta\end{matrix}\middle/1\right)+(\beta\to-\beta)\right\},$$

$$\sum_m i^m m\, {}_3F_2\left(\begin{matrix}-|m|, |m|, a_\mu \\ 1/2, 1/2 - i/k\end{matrix}\Big| 1\right) {}_3F_2\left(\begin{matrix}1-|m|, 1+|m|, 1-a_\beta \\ 3/2, 3/2 + i/k\end{matrix}\Big| 1\right) =$$

$$= \frac{ip\,(1/2 + i/k)\sqrt{\pi^3}\,\Gamma(1-a_{-\mu})}{2^p \operatorname{ch}\frac{\pi}{k}\,\Gamma(1/2 - a_\mu)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Gamma(1/2 + a_\beta)\Gamma(3/2 - p - a_\beta)}\, {}_3F_2\left(\begin{matrix}1-p, 1/2 - p, 1/2 + a_{-\beta} \\ 3/2, 3/2 - p - a_\beta\end{matrix}\Big| 1\right) + (\beta \to -\beta) \right\},$$

$$\sum_m i^m m^2\, {}_3F_2\left(\begin{matrix}1-|m|, 1+|m|, 1/2 + a_\mu \\ 3/2, 3/2 - i/k\end{matrix}\Big| 1\right) {}_3F_2\left(\begin{matrix}1-|m|, 1+|m|, 1-a_\beta \\ 3/2, 3/2 + i/k\end{matrix}\Big| 1\right) =$$

$$= -\frac{p\sqrt{\pi^3}\,(1/4 + 1/k^2)\,\Gamma(1/2 - a_{-\mu})}{2^{p+1} \operatorname{ch}\pi/k\ \ \Gamma(1-a_\mu)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Gamma(1/2 + a_\beta)\Gamma(3/2 - p - a_\beta)}\, {}_3F_2\left(\begin{matrix}1/2 - p, 1-p, 1/2 + a_{-\beta} \\ 3/2, 3/2 - p - a_\beta\end{matrix}\Big| 1\right) + (\beta \to -\beta) \right\}.$$

Заметим, что в частном случае $\mu=0$ коэффициенты $\mathcal{P}$ заметно упрощаются:

$$\mathcal{P}^{(+-)}_{k0\beta} = \mathcal{P}^{(--)}_{k0\beta} = 0,$$

$$\mathcal{P}^{(++)}_{k0\beta} = \frac{e^{-\pi/2k}}{k} \operatorname{ch}\frac{\pi\beta}{2k}\, C^{(+)}_{k\beta},$$

$$\mathcal{P}^{(-+)}_{k0\beta} = -\frac{e^{-\pi/2k}}{k} \operatorname{sh}\frac{\pi\beta}{2k}\, C^{(+)}_{k\beta}.$$

Ввиду вещественности коэффициентов W из /9/ следует свойство симметрии

$$\mathcal{P}_{k\mu\beta} = \mathcal{P}_{k\beta\mu} .$$

Поэтому аналогичные выражения справедливы и для частного случая $\beta=0$. Наконец, при $\mu=\beta=0$

$$\mathcal{P}_{k00}^{(+-)} = \mathcal{P}_{k00}^{(--)} = \mathcal{P}_{k00}^{(-+)} = 0 ,$$

$$\mathcal{P}_{k00}^{(++)} = \frac{|\Gamma(1/4 + i/2k)|^2}{2k\sqrt{\pi^3}} .$$

Мы признательны С.И.Виницкому, И.В.Луценко, Л.Г.Мардояну и Л.И.Пономареву за полезные обсуждения.

Литература

1. Englefield M.J. Group Theory and the Coulomb Problem. Wiley-Interscience, New-York, Sydney, Toronto, 1972.
2. Mardoyan L.G., Pogosyan G.S., Sissakian A.N., Ter-Antonyan V.M. J.Phys., 1985, A18, No.3, 455-466.
3. Kalnins E.G., W.Miller Jr., P.Winternitz. SIAM J.Appl. Math., vol. 30, No. 4, June 1976, 630-664.
4. Давтян Л.С., Погосян Г.С., Сисакян А.Н., Тер-Антонян В.М. ТМФ, 66, № 2, 1986, стр. 222-233.
5. Cisneros A., McIntosh H.Y. J.Math.Phys., 1968, 10, 277-286.
6. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. I. "Наука", М., 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июня 1986 года.

Давтян Л.С. и др. P2-86-392

Преобразования, связывающие параболические базисы двухмерного атома водорода в непрерывном спектре

Исследован вопрос о разложениях в фундаментальных параболических базисах двухмерного атома водорода в непрерывном спектре. Получены интегральные представления для коэффициентов, определяющих такие разложения. Доказано, что эти коэффициенты выражаются через обобщенные гипергеометрические функции ${}_3F_2$ от единичного аргумента.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Т.Ю.Думбрайс.

Davtyan L.S. et al. P2-86-392

Transformations between Parabolic Bases of a Two-Dimensional Hydrogen Atom in the Continuous Spectrum

Expansions are studied for a two-dimensional hydrogen atom over fundamental parabolic bases in the continuous spectrum. Integral representations are found for expansion coefficients. It is proved that these coefficients are expressed through generalized hypergeometrical functions ${}_3F_2$ of unity.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986

14 коп.

Редактор Т.Я.Жабицкая. Макет Н.А.Киселевой.

Подписано в печать 03.07.86.
Формат 60х90/16. Офсетная печать. Уч.-изд.листов 0,94.
Тираж 490. Заказ 37896.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Дубна Московской области.