сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-85-139

Л.Г.Мардоян,* Г.С.Погосян*, А.Н.Сисакян,
В.М.Тер-Антонян*

ИЗОТРОПНЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР:
ТРЕХЧЛЕННЫЕ РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАЗЛОЖЕНИЙ СФЕРОИДАЛЬНОГО БАЗИСА ПО СФЕРИЧЕСКОМУ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОМУ

* Ереванский государственный университет

1985

1. Как известно, в рамках метода разделения переменных уравнение Шредингера для изотропного осциллятора /и.о./ решается в декартовой, сферической, цилиндрической [1], вытянутой и сплюснутой сфероидальных [2] системах координат. Взаимные разложения между этими решениями /базисами/ обсуждались в статьях [3-7]. В настоящей работе развит другой подход к разложениям между сферическим, цилиндрическим, вытянутым и сплюснутым сфероидальным базисами и.о.

2. Сферический и цилиндрический базисы и.о. являются собственными функциями гамильтониана*

$$(-\Delta + r^2)\psi = 2(n + 3/2)\psi, \quad n = 0, 1, \ldots \qquad /1/$$

и операторов $\hat{\mathfrak{L}}^2$ и $\hat{A}_{zz} = z^2 + \hat{p}_z^2$ соответственно:

$$\mathfrak{L}^2 \psi_{n\ell m}(r, \theta, \phi) = \ell(\ell + 1)\, \psi_{n\ell m}(r, \theta, \phi), \qquad /2а/$$

$$A_{zz}\, \psi_{nn_3 m}(\rho, z, \phi) = (2n_3 + 1)\, \psi_{nn_3 m}(\rho, z, \phi). \qquad /2б/$$

Подставляя искомое разложение

$$\psi_{nn_3 m}(\rho, z, \phi) = \sum_{\ell=|m|,|m|+1}^{n} W^{n_3}_{n\ell m}\, \psi_{n\ell m} \qquad /3/$$

в /2б/, умножая на $\psi^*_{n\ell' m}$ и интегрируя по dv, получаем

$$(2n_3 + 1)\, W^{n_3}_{n\ell' m} = \sum_{\ell=|m|,|m|+1}^{n} W^{n_3}_{n\ell m} (\hat{A}_{zz})_{\ell'\ell}\,. \qquad /4/$$

Здесь

$$(\hat{A}_{zz})_{\ell'\ell} = \int \psi^*_{n\ell' m}(r, \theta, \phi)\, \hat{A}_{zz}\, \psi_{n\ell m}(r, \theta, \phi)\, dv. \qquad /5/$$

Для вычисления матричного элемента /5/ распишем оператор $\hat{A}_{zz}$ в сферических координатах:

$$\hat{A}_{zz} = \mu(1 - \mu^2)\frac{\partial}{\partial \mu}\left(\frac{3}{r^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) + \mu^2\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} + r^2 - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{(1 - \mu^2)^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \mu^2},$$

---

* Ниже везде выбрана система единиц, в которой $\hbar = M = \omega = 1$.

где $\mu = \cos\theta$. Так как $\partial/\partial\mu$ действует только на полиномы Лежандра $P_\ell^{|m|}(\mu)$, которые удовлетворяют уравнению

$$\left\{(1-\mu^2)\frac{\partial^2}{\partial\mu^2} - 2\mu\frac{\partial}{\partial\mu} - \frac{m^2}{1-\mu^2} + \ell(\ell+1)\right\} P_\ell^{|m|}(\mu) = 0,$$

то

$$(1-\mu^2)^2\frac{\partial^2}{\partial\mu^2} = 2\mu(1-\mu^2)\frac{\partial}{\partial\mu} - \ell(\ell+1)(1-\mu^2) + m^2. \qquad /6/$$

С другой стороны, из радиального уравнения Шредингера имеем

$$\left(-\frac{d}{dr} + r^2\right) R_{n\ell} = \left(\frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2n + 3 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right) R_{n\ell}. \qquad /7/$$

С помощью формул /6/ и /7/ оператор $\hat{A}_{zz}$ можно записать в виде

$$\hat{A}_{zz} = \mu^2\left(\frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r} + 2n + 3 - \frac{2\ell(\ell+1)}{r^2}\right) + \mu(1-\mu^2)\left(\frac{1}{r^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{\partial}{\partial\mu} + \qquad /8/$$

$$+ \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{m^2}{r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}.$$

Подставляя /8/ в /5/ и учитывая, что

$$\psi_{n\ell m}(r,\theta,\phi) = R_{n\ell}(r)\cdot(-1)^{\frac{m+|m|}{2}} e^{im\phi}\sqrt{\frac{2\ell+1}{2}\frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!}}\, P_\ell^{|m|}(\cos\theta),$$

$$R_{n\ell}(r) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{1/4}\frac{2}{(2\ell+1)!!}\sqrt{\frac{2^\ell(n+\ell+1)!!}{(n-\ell)!!}}\,(r)^\ell e^{-\frac{r^2}{2}},$$

$$F\left(-\frac{n-\ell}{2};\ \ell+3/2;\ r^2\right),$$

$$\int_{-1}^{1} P_{\ell'}^{|m|}(\mu)\, P_\ell^{|m|}(\mu)\, d\mu = \frac{2(\ell'+|m|)!}{(2\ell'+1)(\ell'-|m|)!}\,\delta_{\ell\ell'},$$

$$\int_{-1}^{1}\mu^2 P_{\ell'}^{|m|}(\mu)\, P_\ell^{|m|}(\mu)\, d\mu = \frac{2(\ell'+|m|)!\,[2\ell'(\ell'+1)-2m^2-1]}{(2\ell'-1)(2\ell'+1)(2\ell'+3)(\ell'-|m|)!}\,\delta_{\ell\ell'} +$$

$$+ \frac{2(\ell'+|m|)!}{(2\ell'-3)(2\ell'-1)(2\ell+1)(\ell-|m|-2)!!}\,\delta_{\ell\ell'-2} +$$

$$+\frac{2(\ell'+|m|+2)!}{(2\ell'+1)(2\ell'+3)(2\ell'+5)(\ell'-|m|)!}\,\delta_{\ell,\ell'+2}$$

$$\int_{-1}^{1}\mu(1-\mu^2)P_{\ell'}^{|m|}(\mu)\frac{d}{d\mu}P_{\ell}^{|m|}(\mu)\,d\mu=\frac{(\ell'+|m|)!}{(\ell'-|m|)!}\,\frac{2}{(2\ell'+1)(2\ell'+3)(2\ell'+5)}\,\delta_{\ell\ell'}$$

$$-\frac{2(\ell'-2)(\ell'+|m|)!\,\delta_{\ell,\ell'-2}}{(2\ell'-3)(2\ell'-1)(2\ell'+1)(\ell'-|m|-2)!}+\frac{2(\ell'+3)(\ell'+|m|+2)!\,\delta_{\ell,\ell'+2}}{(2\ell'+1)(2\ell'+3)(2\ell'+5)(\ell'-|m|)!},$$

$$\int_0^\infty rR_{n\ell'}\frac{d}{dr}R_{n,\ell'-r}\,dr=-\sqrt{\frac{n-\ell'+2}{n+\ell'+1}},$$

$$\int_0^\infty rR_{n\ell'}\frac{d}{dr}R_{n\ell+2}\,dr=\sqrt{\frac{(n-\ell')}{(n+\ell'+3)}},$$

получим

$$(\hat{A}_{zz})_{\ell\ell'}=(2n+3)\,\frac{2\ell(\ell+1)-2m^2-1}{(2\ell+1)(2\ell+3)}\,\delta_{\ell\ell'}-$$

$$-\frac{2}{2\ell-1}\sqrt{\frac{(\ell^2-m^2)[(\ell-1)^2-m^2](n-\ell+2)(n+\ell+1)}{(2\ell+1)(2\ell-3)}}\,\delta_{\ell',\ell-2}- \qquad /9/$$

$$-\frac{2}{2\ell+3}\sqrt{\frac{[(\ell+1)^2-m^2][(\ell+2)^2-m^2](n-\ell)(n+\ell+3)}{(2\ell+1)(2\ell+5)}}\,\delta_{\ell',\ell+2}.$$

Эта формула приводит к трехчленным рекуррентным соотношениям

$$\left[(2n+3)\,\frac{2\ell(\ell+1)-2m^2-1}{(2\ell-1)(2\ell+3)}-2n_3-1\right]W^{n_3}_{n\ell m}=$$

$$=\frac{1}{2\ell-1}\sqrt{\frac{(\ell^2-m^2)(n-\ell+2)(n+\ell+1)[(\ell-1)^2-m^2]}{(2\ell+1)(2\ell-3)}}\,W^{n_3}_{n,\ell-2,m}+ \qquad /10/$$

$$+\frac{1}{2\ell+3}\sqrt{\frac{[(\ell+1)^2-m^2][(\ell+2)^2-m^2](n-\ell)(n+\ell+3)}{(2\ell+1)(2\ell+5)}}\,W^{n_3}_{n,\ell+2,m},$$

которые нужно решать вместе с условием нормировки

$$\sum_{\ell=|m|,|m|+1}^{n}W^{n_3}_{n\ell m}W^{n_3}_{n\ell m}=1. \qquad /11/$$

Перейдем к обратному разложению

$$\psi_{n\ell m}(r,\theta,\phi) = \sum_{n_3=0,1}^{n-|m|} \tilde{W}_{n\ell m}^{n_3}\, \psi_{nn_3m}(\rho, z, \phi). \qquad /12/$$

Суммирование по n_3 начинается от нуля или единицы в зависимости от того, четна или нечетна разность $n - |m|$.

Подставляя /12/ в /2а/ и пользуясь ортогональностью цилиндрического базиса, получаем систему уравнений

$$W_{n\ell m}^{n_3}\ \ell(\ell+1) = \sum_{n_3'=0,1}^{n-|m|} W_{n\ell m}^{n_3'}(\hat{\mathfrak{L}}^2)_{n_3' n_3}, \qquad /13/$$

в которой

$$(\hat{\mathfrak{L}}^2)_{n_3' n_3} = \int \psi_{nn_3'm}(\rho, z, \phi)\, \hat{\mathfrak{L}}^2 \psi_{nn_3m}(\rho, z, \phi)\, dv. \qquad /14/$$

Оператор $\hat{\mathfrak{L}}^2$ в цилиндрических координатах имеет вид

$$\hat{\mathfrak{L}}^2 = -z^2\left(\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right) - \rho^2\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2\rho z\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} +$$

$$+ 2z\frac{\partial}{\partial z} + \rho\frac{\partial}{\partial\rho} - \frac{\partial^2}{\partial\phi^2}.$$

Из радиального уравнения Шредингера

$$\left(\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho} - \frac{m^2}{\rho^2}\right) R_{nn_3m}(\rho) = -[2(n - n_3 + 1) - \rho^2]\, R_{nn_3m}(\rho) -$$

и из уравнения Шредингера по переменной z

$$\frac{d^2}{dz^2}\bar{H}_{n_3}(z) = (2n_3 + 1 - z^2)\bar{H}_{n_3}(z)$$

имеем

$$\hat{\mathfrak{L}}^2 = 2z^2(n - n_3 + 1) + \rho^2(2n_3 + 1) - 2\rho^2 z^2 + \rho\frac{\partial}{\partial\rho} - \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \qquad /15/$$

$$+ 2z\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho} + 1\right)\frac{\partial}{\partial z}.$$

Подставляя /15/ в /14/ и учитывая формулы

$$\psi_{nn_3m}(\rho, z, \phi) = R_{nn_3m}(\rho)\cdot \bar{H}_{n_3}(z)\,\frac{e^{im\phi}}{\sqrt{2\pi}},$$

$$R_{nn_3m}(\rho) = \frac{1}{|m|!}\sqrt{\frac{2\left(\frac{n+|m|-n_3}{2}\right)!}{\left(\frac{n-|m|-n_3}{2}\right)!}}\ \rho^{|m|} e^{-\frac{\rho^2}{2}}\ \times$$

$$\times F\left(-\frac{n-|m|-n_3}{2};\,|m|+1;\,\rho^2\right),\quad \int_{-\infty}^{\infty}\bar{H}_{n_3'}(z)\bar{H}_{n_3}(z)\,dz=\delta_{n_3n_3'},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\bar{H}_{n_3'}(z)\,\bar{H}_{n_3}(z)\,z^2\,dz = (n_3'+1/2)\,\delta_{n_3n_3'} +$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{n_3'(n_3'-1)}\;\delta_{n_3,n_3'-1}+\frac{1}{2}\sqrt{(n_3'+1)(n_3'+2)}\,\delta_{n_3,n_3'+2},$$

$$x\bar{H}_n(x)=\sqrt{\frac{n+1}{2}}\,\bar{H}_n(x)+\sqrt{2n}\,\bar{H}_{n-1}(x),\quad \frac{d}{dx}\bar{H}_n(x)=-x\bar{H}_n(x)+\sqrt{2n}\,\bar{H}_{n-1}(x),$$

$$\int_0^{\infty}\rho\,R_{nn_3'm}(\rho)\,R_{nn_3m}(\rho)\,d\rho=\delta_{n_3n_3'},$$

$$\int_0^{\infty}\rho^3R_{nn_3'm}(\rho)\,R_{nn_3'+2m}(\rho) = -\int_0^{\infty}\rho^2R_{nn_3'm}(\rho)\,\frac{d}{d\rho}R_{nn_3'+2m}(\rho)\,d\rho =$$

$$=-\frac{1}{2}\sqrt{(n+|m|-n_3')\,(n-|m|-n_3')}\ ,$$

$$\int_0^{\infty}\rho^3R_{nn_3m}(\rho)\,R_{n,n_3'-2,m}(\rho)=\int_0^{\infty}\rho^2R_{nn_3'm}(\rho)\frac{d}{d\rho}R_{n,n_3'-2,m}(\rho)\,d\rho$$

$$=-\frac{1}{2}\sqrt{(n+|m|-n_3'+2)\,(n-|m|-n_3'+2)},$$

получим

$$(\hat{\mathcal{L}}^2)_{n_3n_3'}=[(2n_3+1)(n-n_3+1)+m^2-1]\;\delta_{n_3'n_3}+$$

$$+\sqrt{(n_3+1)(n_3+2)[(n-n_3)^2-m^2]}\;\delta_{n_3',n_3+2}+\sqrt{n_3(n_3-1)[(n-n_3+2)^2-m^2]}\,\delta_{n_3',n_3-2}. \qquad /16/$$

Теперь задача о вычислении коэффициентов $\tilde{W}^{n_3}_{n\ell m}$ сводится к раскручиванию трехчленных рекуррентных соотношений

$$[\ell(\ell+1)-(2n_3+1)(n-n_3+1)-m^2+1]\;\tilde{W}^{n_3}_{n\ell m}=$$

$$=\sqrt{(n_3+1)(n_3+2)[(n-n_3)^2-m^2]}\;\tilde{W}^{n_3+2}_{n\ell m}+ \qquad /17/$$

$$+\sqrt{n_3(n_3-1)[(n-n_3+2)^2-m^2]}\;\tilde{W}^{n_3-2}_{n\ell m}$$

и использованию условий нормировки

$$\sum_{n_3=0,1}^{n-|m|}\tilde{W}^{*n_3}_{n\ell m}\;\tilde{W}^{n_3}_{n\ell m}=1. \qquad /18/$$

3. Вытянутый сфероидальный базис и.о. является собственной функцией гамильтониана и.о. /1/ и интеграла движения

$$\hat{A} = \frac{1}{\xi^2-\eta^2}\left\{(1-\eta^2)\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^2-1)\frac{\partial}{\partial\xi} - (\xi^2-1)\frac{\partial}{\partial\eta}(1-\eta^2)\frac{\partial}{\partial\eta}\right\} - \\ - \frac{\xi^2+\eta^2-2}{(\xi^2+1)(1-\eta^2)}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} - \frac{R^4}{16}(\xi^2-1)(1-\eta^2) + \frac{ER^2}{2}. \qquad /19/$$

Собственные значения оператора $\hat{A}$ совпадают со сфероидальной константой разделения $A(R^2)$. Формула /19/ получается разделением переменных в уравнении Шредингера для и.о. в вытянутых сфероидальных координатах.

Смысл оператора $\hat{A}$ легко установить, переходя к декартовым координатам. Довольно длинные вычисления показывают, что $\hat{A} = \hat{\mathcal{L}}^2 + \frac{R^2}{4}\hat{A}_{zz}$, и потому вытянутый сфероидальный базис является "смесью" сферического и цилиндрического базисов и.о. Вместо оператора A удобнее иметь дело с оператором $\hat{\Lambda}$, равным

$$\hat{\Lambda} = \hat{A} - \frac{R^2}{4} = \hat{\mathcal{L}}^2 + \frac{R^2}{4}\hat{A}_{zz} - \frac{R^2}{4}. \qquad /20/$$

Обозначим собственные значения оператора $\hat{\Lambda}$ через λ_q. Очевидно, соблюдаются равенства

$$\hat{\Lambda}\psi_{nqm}(\xi,\eta,\phi;R) = \lambda_q\psi_{nqm}(\xi,\eta,\phi;R), \qquad /21$$

$$\lambda_q = A(R^2) - \frac{R^2}{4}. \qquad /22/$$

Представим теперь вытянутый сфероидальный базис и.о. в виде суперпозиций

$$\psi_{nqm}(\xi,\eta,\phi;R) = \sum_{\ell=|m|,|m|+1}^{n} U^q_{n\ell m}(R)\,\psi_{n\ell m}(r,\theta,\phi), \qquad /23/$$

$$\psi_{nqm}(\xi,\eta,\phi;R) = \sum_{n_3=0,1}^{n-|m|} U^q_{nn_3m}(R)\,\psi_{nn_3m}(\rho,z;\phi). \qquad /24/$$

Придерживаясь схемы, описанной в пункте 2, можно из формул /23/, /24/, /20/, /16/ и /9/ получить трехчленные рекуррентные соотношения

$$\frac{R^2}{2(2\ell-1)}\sqrt{\frac{(\ell^2-m^2)[(\ell-1)^2-m^2](n-\ell+2)(n+\ell+1)}{(2\ell+1)(2\ell+3)}}\;U^q_{n,\ell-2,m}(R) +$$

$$+[\lambda_q - \ell(\ell+1) - \frac{R^2}{2}\,\frac{\ell(\ell+1)(2n+1) - m^2(2n+3) - n}{(2\ell-1)(2\ell+3)}]\,U^q_{n\ell m}(R) +$$

$$\frac{R^2}{2(2\ell+3)}\sqrt{\frac{[(\ell+1)^2-m^2][(\ell+2)^2-m^2](n-\ell)(n+\ell+3)}{(2\ell+1)(2\ell+5)}}\,U^q_{n,\ell+2,m}(R) = 0,$$

$$\sqrt{n_3(n_3-1)[(n-n_3+2)^2-m^2]}\;U^q_{n,n_3-2,m}(R) -$$

$$-[\lambda_q - (2n_3+1)(n-n_3+1) - m^2 + 1 - \frac{R^2}{2}n_3]\,U^q_{nn_3m}(R) +$$

$$+\sqrt{(n_3+1)(n_3+2)[(n-n_3)^2-m^2]}\;U^q_{n,n_3+2,m}(R) = 0$$

и условия нормировки

$$\sum_{n_3=0,1}^{n-|m|} U^q_{nn_3m}(R)\,U^q_{nn_3m}(R) = 1, \qquad /27/$$

$$\sum_{\ell=|m|;|m|+1}^{n} U^q_{n\ell m}(R)\,U^q_{n\ell m}(R) = 1. \qquad /28/$$

Как уже отмечалось в работе /2/, сплюснутый сфероидальный базис получается из вытянутого заменой $\xi \to i\xi$, $R \to -iR$. В связи с этим очевидно, что коэффициенты, определяющие разложение сплюснутого сфероидального базиса и.о. по сферическому и цилиндрическому базисам, равно как и собственные значения константы разделения $\bar{\lambda}_q$, получаются из /25/-/28/ заменой $R \to -iR$.

Найдем теперь сфероидальные поправки. При $R \ll 1$ оператор $R^2(\hat{A}_{zz}-1)/4$ можно в $\hat{\Lambda}$ считать возмущением. Роль невозмущенных волновых функций при этом будет играть сферический базис. При $R \gg 1$ следует отправляться от уравнения, получающегося из /20/ делением на $R^2/4$. Теперь возмущением будет оператор $4L^2/R^2$, а невозмущенной волновой функцией - цилиндрический базис. Приведем окончательные результаты:

$$\lambda_q(R) = q(q+1) + \frac{R^2}{4}[(2n+3)\frac{2q(q+1)-2m^2-1}{(2q-1)(2q+3)} - 1] +$$

$$+\frac{R^2}{16(2q+1)}[\frac{(q^2-m^2)[(q-1)^2-m^2](n-q+2)(n+q+1)}{(q-1)(2q+3)(2q-1)^2} -$$

$$-\frac{[(q+1)^2-m^2][(q+2)^2-m^2](n-q)(n+q+3)}{(q+1)(2q+5)(2q+3)^2}],$$

$$\psi_{nqm}(\xi, \eta, \phi; R) = \psi_{nqm}(r, \theta, \phi) -$$

$$- \frac{R^2}{8(2q-1)(q-1)} \sqrt{\frac{(q^2-m^2)[(q-1)^2-m^2](n-q+2)(n+q+1)}{(2q+1)(2q-3)}}\ \psi_{n,q-2,m}(r,\theta,\phi) +$$

$$+ \frac{R^2}{8(2q+3)(q+1)} \sqrt{\frac{[(q+1)^2-m^2][(q+2)^2-m^2](n-q)(n+q+3)}{(2q+1)(2q+5)}}\ \psi_{n,q+2,m}(r,\theta,\phi),$$

$$\lambda_q(R) = \frac{R^2}{2} q + (2q+1)(n-q+1) + m^2 - 1] -$$

$$- \frac{4}{R^2} [2q(q-1)(|m|+1) + (2q+1)(n+|m|-q)(n-|m|-q)]$$

$$\psi_{nqm}(\xi, \eta, \phi; R) = \psi_{nqm}(\rho, z, \phi) +$$

$$+ \frac{2}{R^2} \sqrt{q(q-1)[(n-q+2)^2-m^2]}\ \psi_{n,q-2,m}(\rho, z, \phi) -$$

$$- \frac{2}{R^2} \sqrt{(q+1)(q+2)[(n-q)^2-m^2]}\ \psi_{n,q+2,m}(\rho, z, \phi).$$

Мы признательны Г.С.Саакяну, Я.А.Смородинскому, Л.И.Пономареву, А.В.Матвеенко и С.И.Виницкому за интересные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Флюгге З. Задачи по квантовой механике. "Мир", М., 1974.
2. Мардоян Л.Г. и др. ОИЯИ, Р2-85-141, Дубна, 1985.
3. Мардоян Л.Г. и др. ОИЯИ, Р2-85-140, Дубна, 1985.
4. Погосян Г.С., Тер-Антонян В.М. ОИЯИ, Р2-11962, Дубна, 1978.
5. Chasman R.R., Wahlborn S. Nucl.Phys., 1967, A90, p. 401.
6. Phuhaz Z., Tolar G., Czech G. Phys., 1964, B14,p. 287.
7. Chacon E., M. de Zlano. Rev.Mex. de Fis., 1963, XII, p. 57.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля 1985 года.

Мардоян Л.Г. и др. Р2-85-139

Изотропный осциллятор: трехчленные рекуррентные соотношения для коэффициентов разложений сфероидального базиса по сферическому и цилиндрическому

Найдены трехчленные рекуррентные соотношения, определяющие разложения вытянутого и сплюснутого сфероидального базисов изотропного осциллятора по сферическому и цилиндрическому. Вычислены сфероидальные поправки к сферическому и цилиндрическому базисам.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Mardoyan L.G. et al. P2-85-139

Isotropic Oscillatori Trinomial Recurrent Relations for Expansion Coefficients of the Spheroidal Over Spherical and Cylindrical Basis

Trinomial recurrent relations are found which determine expansions of an oblate and prolate spheroidal bases of an isotropic oscillator over a spherical and a cylindrical basis. Spheroidal corrections are computed to the spherical and cylindrical basis.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985

12 коп.

Редактор М.И.Зарубина. Макет Н.А.Киселевой.
Набор Н.П.Боголюбовой, И.Г.Андреевой.

Подписано в печать 03.04.85.
Формат 60x90/16. Офсетная печать. Уч.-изд.листов 0,79.
Тираж 510. Заказ 36068.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Дубна Московской области.