Труды III Международного семинара по проблемам физики высоких энергий и КТП, Протвино, 1980. Протвино, 1981.

# КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА АССОЦИАТИВНЫХ МНОЖЕСТВЕННОСТЕЙ В АДРОННЫХ ПРОЦЕССАХ

Я.З.Дарбаидзе, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

I. В рамках инклюзивного подхода [I] за последнее десятилетие был изучен ряд закономерностей множественного рождения адронов при высоких энергиях. В частности, была установлена масштабная инвариантность в глубоконеупругих, инклюзивных и полуинклюзивных процессах [2-5], изучены эффекты, сопровождающие образования частиц с большими поперечными импульсами (см. [6] и цитированную там литературу) и т.д. Однако следует обратить внимание, вообще говоря, на трудности обнаружения корреляций, связанных с кластеризацией вторичных частиц. Не останавливаясь на обсуждении попыток разрешения этой проблемы, отметим, что применение идеи об использовании корреляционных функций или их интегральных аналогов, восходящей к работам Н.Н.Боголюбова в статистической физике [7], может внести определенную ясность в разрешении этого вопроса. Заметим, также, что отмеченная идея тесно была связана с "обрыванием" системы зацепляющихся уравнений с целью приведения ее к решаемому виду, при этом система должна приобрести определенный физический смысл (см., например, в [8]).

В рамках метода ренорм-группы [9] для характеристик инклюзивного процесса возникает система уравнений типа "зацепляющихся" [IO, II]. В частности, в однозарядовой модели квантовой теории поля уравнение для средней множественности[12], содержащее второй момент (дисперсию) по множественности, при решении может быть "оборвано" линеаризацией дисперсии. В двухзарядной (многозарядной) модели аналогичные уравнения для системы ассоциативных множественностей двух или больше сортов частиц содержат[11] также корреляционные моменты второго порядка следующего вида:

$$\mathcal{D}_{im} = \langle n_i n_m(p)\rangle - \langle n_i(\vec{p})\rangle\langle n_m(\vec{p})\rangle ,$$

где $i \neq m$, $\langle n_i(\vec{p})\rangle$ – ассоциативная множественность $i$ -го сорта частиц. В предположении $\mathcal{D}_{im} = 0$ при $i \neq m$ решение этой системы приводит к мультипликативному автомодельному соотношению по множественностям разных сортов частиц. Из-за свойства мультипликативности в усредненных по множественностям характеристиках инклюзивных каналов "память" о рождении систем разного сорта как бы "стирается". Например, ассоциативная множественность $\langle n_i(n_j;\vec{p})\rangle = \langle n_i(\vec{p})\rangle$ не зависит от $n_j$ -множественности $j$ -го сорта частиц. Упомянем, что анализ такого рода взаимосвязи между ассоциативными нейтральными и заряженными частицами типа $\langle n_i^0(n_i^c;\vec{p})\rangle = f(n_i^c,\vec{p})$ в предположении рождения двух сортов кластеров проведен в работе[13].

Следует отметить, что выявление эффектов корреляций и кластеризацией вторичных частиц особенно актуально в адрон-ядерных множественных реакциях в связи с возможностью регистрации разных сортов частиц (например, ливневых, серых и черных треков) в фотоэмульсиях.

Исходя из изложенных выше соображений, представляет интерес рассмотреть случай корреляции ассоциативных множественностей, когда $\mathcal{D}_{im} \neq 0$ при $i \neq m$ в рамках отмеченной выше системы уравнений[11], вытекающих из метода ренорм-группы[9] и принципа автомодельности[14]. Поскольку до настоящего времени не установлен критерий (хотя бы экспериментальный) выбора корреляционных ассоциативных моментов $\mathcal{D}_{im}$ при $i \neq m$, при "обрывании" системы ограничимся лишь соображениями удобства решения самих уравнений. При этом примем параметризацию

$$\mathcal{D}_{im} = (1/a)\langle n_i(\vec{p})\rangle\langle n_m(\vec{p})\rangle \tag{I}$$

для всех $i$, $m = 1, \ldots, \nu$ включая $i \neq m$. Параметр $a$ может определяться из эксперимента (при наличии соответствующих экспериментальных данных).

Перейдем теперь к описанию некоторых результатов исследования адрон-адронных взаимодействий с помощью формализма работ [II,I5].

Сечения $E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\ldots,n_\nu,\vec{p})$, $E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(\vec{p})$ процессов $a+b\to c(\vec{p})+$ $+n_1+\ldots+n_\nu$ и $a+b\to c(\vec{p})+X$, соответственно, в предположении (I) удовлетворяют автомодельному соотношению

$$\left(\sum_{m=1}^{\nu}\gamma_m\langle n_m(\vec{p})\rangle\right)^{\nu}\left[E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\ldots,n_\nu,\vec{p})/E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}\right]=C_\nu^a\Phi_\nu^{a-\nu+1}(z_\nu) \qquad (2)$$

по масштабно-инвариантной переменной

$$z_\nu=\left(\sum_{m=1}^{\nu}\gamma_m n_m/\sum_{m=1}^{\nu}\gamma_m\langle n_m(\vec{p})\rangle\right).$$

Здесь

$$\Phi_\nu^{\mu}(z_\nu)=(z_\nu)^{\mu-1}\exp\left[-a z_\nu\right];$$

$$C_\nu^a=\left(\prod_{m=1}^{\nu}\gamma_m\right)\Gamma(\nu)\left(a^a/\Gamma(a)\right);$$

$\gamma_m$ – аномальная размерность $m$-го; $\Gamma(m)$ – гамма-функция Эйлера.

В случае отсутствия корреляции $D_{im}=0$ при $i\neq m$ и линейных зависимостях $\sqrt{D_{ii}}=(1/\sqrt{a_i})\langle n_i(\vec{p})\rangle$, как было отмечено выше, вместо (2) имеем

$$\left(\prod_{m=1}^{\nu}\langle n_m(\vec{p})\rangle\right)\left[E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\ldots,n_\nu,\vec{p})/E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}\right]=\prod_{m=1}^{\nu}C_0^{a_m}\Phi_1^{a_m}(z_m), \qquad (3)$$

$$z_i=\left[n_i/\langle n_i(\vec{p})\rangle\right].$$

Характерным общим свойством соотношений (2) и (3) является то, что с их помощью можно вычислить сечения полуинклюзивных каналов $a+b\to c(\vec{p})+n_1^c+n_2^c+\ldots+X$ (усредненных по нейтральным частицам), а также "квазиинклюзивных" $a+b\to c(\vec{p})+n_1+n_2+$ $+\ldots+X$ (усредненных по некоторым сортам частиц) каналов множественной реакции. Поскольку получаемые при этом результаты по расчету одночастичных дифференциальных сечений взаимоподобны (в дальнейшем все усредненные каналы будем принимать за "квазиполуинклюзивные, если особо не будет оговорено).

Рассмотрим, например, сечение процесса $a+b\to c(\vec{p})+n_1+X$ просуммированного по $n_2,\ldots n_\nu$ -множественностям. Соотношение (2) дает

$$E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\vec{p}) = \frac{E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(\vec{p})}{\langle n_1(\vec{p})\rangle + d_1(\vec{p})}\,\Gamma(\nu)\,C_0^a\, z_1^{a-1}\, e^{-a z_1}\, \Psi(\nu-1, a, a z_1), \tag{4}$$

где $z_1 = n_1/(\langle n_1(\vec{p})\rangle + d_1(\vec{p}))$; $\Psi(\alpha, \beta, x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция; $d_1(\vec{p}) = \sum_{m=2}^{\nu} (\gamma_m/\gamma_1)\langle n_m(\vec{p})\rangle$ – приведенная ассоциативная множественность лидирующих адронов. Заметим, что не трудно привести аналогичное выражение для сечения полуинклюзивной реакции $a + b \to c(\vec{p}) + n_1^c + X$.

Соотношение (4) отличается от сечения этого же процесса следующего вида:

$$E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\vec{p}) = \frac{E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(\vec{p})}{\langle n(\vec{p})\rangle}\, C_0^a\, \Phi_1\left(\frac{n_1}{\langle n_1(\vec{p})\rangle}\right). \tag{5}$$

Последнее – следствие формулы (3) и соответствует отсутствию корреляции $b_{im} = 0$ между ассоциативными множественностями при $i \neq m$. Отличие состоит в зависимости формулы (4) от числа $\nu$ коррелированных подсистем и существовании так называемого "сдвига" ассоциативной множественности на величину $d_1(\vec{p})$, зависящего в принципе от импульса выделенной частицы $\vec{p}$.

Оба представления (4) и (5) имеют автомодельный вид

$$E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\vec{p}) = A(\vec{p})\, F\left(\frac{n_1}{\xi(\vec{p})}\right), \tag{6a}$$

предсказанный в работе /5/, и, таким образом, они проясняют смысл функций $A(\vec{p})$, $F(z_1)$ и $\xi(\vec{p})$, хотя специфичным свойством представления (4) является предельное поведение

$$E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(n_1,\vec{p}) = A(\vec{p}) \tag{6б}$$

при условии $a n_1 \ll [\langle n_1(\vec{p})\rangle + d_1(\vec{p})]$. Последнее может служить качественным объяснением того экспериментального факта, что сечение полуинклюзивных процессов при определенных конематических условиях не зависит от множественности /16/.

3. Изучим теперь зависимость средней ассоциативной множественности $i$-го сорта частиц $\langle n_i(n_j,\vec{p})\rangle$ от множественности $n_j$, другого $j$-го типа частиц. С помощью соотношения (2) получаем

$$\frac{\langle n_i(n_j,\vec{p})\rangle}{\langle n_i(\vec{p})\rangle + d_i(\vec{p})} = \frac{\int_{z_j} z_i\, dz_i\, \bar{\Phi}^{a\cdot\nu+1}_{\nu\cdot 2}(z_i)}{\bar{\Phi}^{a-\nu+1}_{\nu-1}(z_j)} \tag{7}$$

где

$$z_j = \frac{k}{\langle n_j(\vec{p})\rangle + d_j(\vec{p})} \quad ; \quad d_j(\vec{p}) = \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq j}}^{\nu} (\gamma_m/\gamma_j)\langle n_m(\vec{p})\rangle ;$$

$$\bar{\Phi}^{\mu}_{\nu}(z) = z^{\mu+\nu-1} \exp[-az]\, \Psi(\nu, \mu+\nu, az). \qquad (8)$$

Соотношение (7) указывает, во-первых, на сильную корреляцию между ассоциативными множественностями разного сорта частиц и, во-вторых, на масштабную инвариантность отношения $\langle n_i(n_j,\vec{p})\rangle / (\langle n_i(\vec{p})\rangle + d_i)$ по переменной $n_j/(\langle n_j(\vec{p})\rangle + d_j(\vec{p}))$.

Подобное соотношение между ассоциативной множественностью нейтральных частиц $\langle n_i^0(n_i^c,\vec{p})\rangle$ и множественностью $n_i^c$ заряженных частиц было предсказано в работе /I3/ и оно остается в силе в обоих случаях использования представления (2) и (3). Как было отмечено выше, в случае $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$ с помощью (3) нетрудно показать независимость $\langle n_i(n_j,\vec{p})\rangle$ от $n_j$. Таким образом, взаимосвязь (7) является сильным критерием проверки исследуемой корреляции между ассоциативными множественностями разных сортов частиц в смысле поиска этого эффекта в зависимостях между нейтральными и заряженными ассоциированными частицами.

4. Проведем теперь анализ корреляции между средней поперечной массой $\langle m_\perp\rangle_y$ и продольной быстротой $y$ на основе решений для сечений инклюзивного $a + b \to c(\vec{p}) + X$ и квазиинклюзивного $a + b \to c(\vec{p}) + n_i + X$ процессов, получаемых в формализме работ /II,I5/ в случае параметризации (I).

Для сечения инклюзивного процесса имеем

$$E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(\vec{p}) = E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(\vec{p}_0)\left(\frac{pp_0}{p_0^2}\right)^{-\mathcal{K}}\left[1 + \frac{1}{a}\left(\sum_{m=1}^{\nu}\gamma_m\langle n_m(\vec{p}_0)\rangle\right)\ln\frac{pp_0}{p_0^2}\right]^{-a}, \qquad (9)$$

где $\vec{p}_0$ – некоторое начальное значение импульса $\vec{p}$ ; $E\frac{d\sigma}{d\vec{p}}(\vec{p}_0)$ и $\langle n_m(\vec{p}_0)\rangle$ – начальные значения сечения и ассоциативной множественности соответственно; $\mathcal{K}$ – физическая размерность сечения.

В цилиндрической системе координат при $\vec{p}_0^{\perp} = 0$ имеем $\frac{pp_0}{p_0^2} = \frac{m_\perp}{m}\, ch(y - \eta)$, где $\eta = \frac{1}{2}\ln\frac{E_0 + P_0''}{E_0 - P_0''}$. Тогда с помощью решения (9) для средней поперечной массы имеем

$$\langle m_\perp\rangle_y = A\,\frac{\Psi(a,a,(\mathcal{K}-3)u)}{\Psi(a,a,(\mathcal{K}-2)u)},$$

где

$$A = m\left(\frac{\mathcal{K}-3}{\mathcal{K}-2}\right)^{a-1}; \qquad u = \frac{a+\left[\sum\limits_{m=1}^{\nu}\gamma_m\langle n_m(\vec p_0)\rangle\right]\ln ch(y-\eta)}{\sum\limits_{m=1}^{\nu}\gamma_m\langle n_m(\vec p_0)\rangle}.$$

Естественно предположить, что $\sum_{k=1}^{\nu}\gamma_m\langle n_m(\vec p_0)\rangle\gg a$. Тогда при $y=\eta$ средняя поперечная масса при $\mathcal{K}=4$, принимает минимальное значение $\langle m_\perp\rangle_\eta = m$ (если $a<1$, то $\langle m_\perp\rangle_{min}=m\cdot 2^{1-a}$). А максимальное значение $\langle m_\perp\rangle_{max}=2m$ достигается, когда $|y|\gg\eta$ и, таким образом, для "эффекта" чайки" (см. по этому поводу в /17/) на языке зависимости $\langle m_\perp\rangle_y$ от $y$ имеем следующую картину (рис. I).

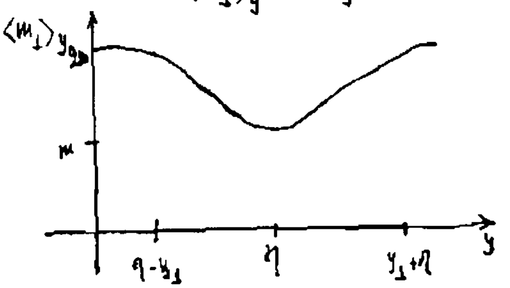

Рис. I.

Аналогичное поведение наблюдается при использовании решений для сечений квазиинклюзивных процессов в определенных условиях, например, для сечения (4) в пределе $a n_1\ll\left(\sum_{m=1}^{\nu}(I_m/\gamma_1)\langle n_m(\vec p)\rangle\right)$ т.е. если справедливо приближение (6б).

5. В заключение на основе проделанного анализа сформулируем следующие выводы:

- Автомодельное соотношение (2) или (3), соответствующее корреляции или ее отсутствию между ассоциативными множественностями разного сорта частиц, позволяет получить основные сведения о сечениях "квазиинклюзивных" процессов.

- Зависимость (7) между ассоциативными множественностями разного сорта частиц является важным критерием оценки корреляции множественностей ассоциированных частиц по отношению с поисками этого эффекта в таких соотношениях, как зависимость нейтральных ассоциированных частиц от заряженных /II,I3/, соотношение подобия (4) в квазиинклюзивных процессах, зависимость (I0) поперечной массы от продольной быстроты. Тем не менее проверка последних соотношений на основе соответствующих экспериментальных данных несомненно способствовала бы выяснению вопросов, связанных с корреляциями частиц разного сорта.

Авторы выражают благодарность А.Н.Тавхелидзе и В.А.Матвееву за интерес к работе и ценные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

I. A.A.Logunov, M.A.Mestvirishvili, Nguen Van Hieu. Phys. Lett., 25B, 611 (1967).
2. J.D.Bjorken. Phys. Rev., 179, 1547 (1969); R.Feynman. Phys. Rev. Lett., 23, 1415 (1969); В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. ОИЯИ Р2-4543, Дубна, 1969.
3. Н.Н.Боголюбов, В.С.Владимиров, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ, I2, 3 (I972).
4. Z.Koba, H.B.Nilsen, P.Olesen. Nucl. Phys., B40, 317 (1972); Z.Koba. In Proceedings of the CERN-JINR School of Physics, CERN, B-12, Geneva, 1973.
5. В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко. ЯФ, I2, 432 (I976).
6. А.Н.Квинихидзе, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко, А.Н.Тавхелидзе. ЭЧАЯ, 8, 478 (I977).
7. Н.Н.Боголюбов. Проблемы динамической теории в статистической физике. Гостехиздат, I946, см. Избранные труды, т. 2, "Наукова думка", Киев, I970.
8. Ю.Е.Румер, М.Ш.Рывкин. Термодинамика, статистическая физика и кинематика. М., "Наука", I977.
9. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Широков. Введение в теорию квантованных полей. М., "Наука", I976.
I0. W.Ernst, I.Schmitt. Nuovo Cim., 31A, 120 (1976); Я.З.Дарбаидзе, Н.В.Махалдиани, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко. ТМФ, 34, 303 (I978).
II. Я.З.Дарбаидзе, Н.В.Махалдиани. Сообщение ОИЯИ Р2-80-I60, I980.
I2. W.Ernst, I.Schmitt. Nuovo Cim., 33A, 195 (1976).
I3. Я.З.Дарбаидзе, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко, Г.Т.Торосян. ОИЯИ Р2-80-298, Дубна, I980.
I4. В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. ЭЧАЯ, 2, 5,(I97I).
I5. Я.З.Дарбаидзе. Труды ТГУ, т. 208, I979, стр. 5.
I6. Л.Н.Абесалашвили и др. ЯФ., 27, I548 (I978).
I7. D.R.O.Morrison. Preprint CERN/D.Ph.II/ PHYS 73-46, 1973.