МЕЖДУНАРОДНЫЙ СИМПОЗИУМ ПО ФИЗИКЕ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ДРЕЗДЕН 1971г.

16

ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ БЕТЕ-СОЛПИТЕРА

С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, М.В.Савельев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев

Объединённый институт ядерных исследований

Вследствие трансляционной инвариантности функция Грина G в импульсном пространстве зависит от трёх независимых переменных p, q и E, связанных с внешними импульсами соотношениями

$$p = \frac{q_1 - p_1}{2}, \quad q = \frac{q_2 - p_2}{2}, \quad E = p + q,$$

где p_1 и q_1 - импульсы входящих, а p_2 и q_2 - выходящих частиц.

Уравнение Бете-Солпитера в этом случае имеет вид

$$\left[\left(p + \frac{E}{2}\right)^2 - m^2 + i\varepsilon\right]\left[\left(p - \frac{E}{2}\right)^2 - m^2 + i\varepsilon\right] G(p, q / E) =$$
$$= \delta^4(p-q) + \frac{g^2}{(2\pi)^4 i} \int d^4p' \, K(p, p'/E) \, G(p', q/E). \tag{I}$$

Далее мы будем рассматривать лишь те ядра $K(p, p'/E)$, которые зависят от разности $p - p'$.

Для решения уравнения (I) перейдём в координатное пространство и используем метод пятого параметра Фока

$$G(x, y/E) = i \int_0^\infty d\nu \, \Phi(\nu), \tag{2}$$

где $\Phi(\nu)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению с граничным условием

$$i \frac{\partial \Phi(\nu)}{\partial \nu} = \left[\left(-\Box + \frac{E^2}{4} - m^2\right)^2 + \left(E^\mu \partial_\mu\right)^2 + i g^2 K(x/E) + \right.$$
$$\left. + 2i\varepsilon\left(-\Box + \frac{E^2}{4} - m^2\right)\right] \Phi(\nu),$$
$$\Phi(\nu = 0) = \frac{1}{(2\pi)^4} \delta^4(x-y). \tag{3}$$

Будем искать $\Phi(\nu)$ в виде

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{(2\pi)^8}\int d^4k \, exp \, i\{\sum_{n=1}^{\infty}(g^2)^n T_n(x,k,\nu) + k(x-y) + [(kE)^2 - (k^2 + \frac{E^2}{4} - m^2) - 2i\varepsilon(k^2 + \frac{E^2}{4} - m^2)]\nu\}, \tag{4}$$

где $T_n(x,k,\nu)$ удовлетворяет граничному условию

$$T_n(x,k,\nu=0) = 0. \tag{5}$$

Нетрудно получить уравнения для произвольной коэффициентной функции $T_n(x,k,\nu)$. В частности, для T_1 получаем следующее уравнение

$$\frac{\partial T_1}{\partial \nu} = -i\Box^2 T_1 + 4k^\mu(\Box\partial_\mu T_1) + i(4k^\mu k^\nu - E^\mu E^\nu)(\partial_\mu\partial_\nu T_1) + 2i(k^2 + \frac{E^2}{4} - m^2 + i\varepsilon)(\Box T_1) - 4(k^2 + \frac{E^2}{4} - m^2 + i\varepsilon)k^\mu(\partial_\mu T_1) + 2(Ek)E^\mu\partial_\mu T_1 - iK(x|E), \tag{6}$$

$$T_1(x,k,\nu=0) = 0,$$

решение которого имеет вид

$$T_1(x,k,\nu) = \frac{1}{(2\pi)^4 i}\int d^4p\int_0^\nu d\nu' K(p|E)\, e^{ipx - \alpha p^4} \cdot exp\{-i\{[p^2 + 2(kp)]^2 + 2[p^2 + 2(kp)](k^2 + \frac{E^2}{4} - m^2 + i\varepsilon) - (E, p+k)^2 + (Ek)^2\}\nu'\}. \tag{7}$$

Тогда функция Грина уравнения Бете-Солпитера в этом приближении равна

$$G_1(p,q|E) = \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4x \, e^{-i(p-q)x} \int_0^\infty d\nu \, exp\{-i\nu[(q+\frac{E}{2})^2 - m^2 + i\varepsilon][(q-\frac{E}{2})^2 - m^2 + i\varepsilon]\} \cdot exp\{\frac{g^2}{(2\pi)^4}\int d^4p\int_0^\nu d\nu' K(p|E)\, e^{ipx - \alpha p^4} exp\{-i[[(p+q+\frac{E}{2})^2 - m^2 + i\varepsilon][(p+q-\frac{E}{2})^2 - m^2 + i\varepsilon] - [(q+\frac{E}{2})^2 - m^2 + i\varepsilon][(q-\frac{E}{2})^2 - m^2 + i\varepsilon]]\nu'\}\}. \tag{8}$$

Как известно, для нахождения амплитуды рассеяния из функции Грина (8) необходимо выделить четыре полюсных члена, соответствующих свободным концам, и перейти затем к пределу

$$\tilde{f}_1(p_1,q_1,p_2,q_2)=\lim_{p_i^2,q_i^2\to m^2}(p_1^2-m^2)(q_1^2-m^2)(p_2^2-m^2)(q_2^2-m^2)\,i\,G_1(p_1,q_1,p_2,q_2). \tag{9}$$

Подставляя (8) в (9) и исключая член без взаимодействия $\tilde{f}(g^2=0)$, после несложных, но достаточно громоздких вычислений[I] для амплитуды рассеяния в первом порядке по модифицированной теории возмущений[2] получаем выражение

$$f_1(p_1,q_1;p_2,q_2)=\frac{2i^2}{(2\pi)^4}\int d^4x\, e^{i(p_1-p_2)x}\, e^{ig^2\varphi(x)}\,\mathcal{H}n\, g^2\varphi(x)\,\frac{\varphi_0(x)}{\varphi(x)}, \tag{I0}$$

где

$$\varphi_0(x)=-\frac{1}{2(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{ikx}\, K(k/\varepsilon), \tag{II}$$

$$\varphi(x)=-\frac{1}{2(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{ikx}\, \mathcal{D}^c(k+q_2)\,\mathcal{D}^c(k-p_2). \tag{I2}$$

Разлагая амплитуду (I0) в ряд по степеням константы взаимодействия g^2, нетрудно убедиться, что мы получили замкнутое выражение, соответствующее сумме лестничных графов с обобщённым пропагатором $K(k/\varepsilon)$ в так называемом приближении "$K_i K_j = 0$". Сущность данного приближения заключается в том, что в нуклонных пропагаторах отбрасываются члены типа $K_i K_j$, где K_i и K_j есть импульсы различных мезонов.

Изучим теперь вопрос об асимптотическом поведении амплитуды рассеяния в области больших энергий s и фиксированных передач импульса t. Справедливость такого рассмотрения в рамках указанного выше приближения для лестничных графов была обоснована в работах[3].

Переходя в систему центра масс и направляя при этом ось z вдоль направления импульса p_2, в случае ядер $K(k) \sim \frac{1}{k^{2+\varepsilon}}$ после некоторых вычислений для амплитуды рассеяния f_1 получаем выражение

$$f_1 = f^{(1)} - \frac{s \ln s}{\pi (2\pi)^4} \int d^2 \vec{x}_\perp e^{-i \vec{\Delta}_\perp \vec{x}_\perp} \left[e^{-\frac{ig^2}{2s} \Phi_0(\vec{x}_\perp)} - 1 + \frac{ig^2}{2s} \Phi_0(\vec{x}_\perp) \right], \qquad (13)$$

где

$$\Phi_0(\vec{x}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2 \vec{k}_\perp e^{-i \vec{k}_\perp \vec{x}_\perp} \tilde{K}(\vec{k}_\perp),$$
$$\tilde{K}(\vec{k}_\perp) = K(k) \quad \text{при} \quad k = \{0, \vec{k}_\perp; 0\}. \qquad (14)$$

Если ядро $K(k)$ задаётся представлением

$$K(k) = \int_0^\infty \frac{\rho(\varkappa)\, d\varkappa}{k^2 - \varkappa^2 + i\varepsilon},$$

то

$$\Phi_0(\vec{x}_\perp) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\varkappa\, \rho(\varkappa)\, K_0(\varkappa |\vec{x}_\perp|), \qquad (15)$$

где K_0 - функция Макдональда.

В формуле (13) величина $f^{(1)}$ является амплитудой рассеяния в первом порядке по g^2 и определяется очевидными выражениями

$$f^{(1)} = \frac{g^2}{(2\pi)^4} K(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^2 \vec{x}_\perp e^{-i \vec{\Delta}_\perp \vec{x}_\perp} \Phi_0(\vec{x}_\perp). \qquad (16)$$

Формула (13) является обобщением эйконального представления на случай лестничных графов с модифицированными пропагаторами. Появление "лишнего" члена $\frac{ig^2}{2s} \Phi_0(\vec{x}_\perp)$ в квадратных скобках связано с тем фактом, что $f^{(1)}$ вообще не зависит от s, а зависимость фазы такова, что $\ln s$, появляющийся во всех следующих порядках, никоим образом не может сократиться (как это происходит в случае учёта кросс-симметричных диаграмм[4]). Отметим также, что в случае скалярной φ^3-теории (т.е. $\rho(\varkappa)=\delta(\varkappa-\mu)$ в формуле (I5)) полученное выражение (I3) воспроизводит правильную асимптотику для лестничных графов в каждом порядке по g^2 (см., например,[2]).

Поскольку выражение (I3) имеет своим квантово-механическим аналогом представление Мольера-Глаубера, мы можем найти соответствующий потенциал взаимодействия $V(s,r)$. Именно,

$$\frac{g^2}{2s}\,\Phi_0(\vec{x}_\perp) = \frac{1}{s}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} V\left(\sqrt{x_z^2+\vec{x}_\perp^{\,2}}\right), \qquad \text{(I7)}$$

откуда

$$V(s,r) = -\frac{g^2}{8\pi}\int\limits_0^{\infty} d\varkappa\;\rho(\varkappa)\,\frac{e^{-\varkappa r}}{r}. \qquad \text{(I8)}$$

При $\rho(\varkappa)=\delta(\varkappa-\mu)$ мы имеем юкавский потенциал $V(r)=-\frac{g^2}{8\pi}\frac{e^{-\mu r}}{r}$ (срвзни[4]). В более общем случае получаем, как естественно было ожидать, суперпозицию потенциалов Юкавы. Легко видеть, что при определённом выборе спектральной плотности $\rho(\varkappa)$, можно получить несингулярный потенциал $V(r)$, на важную роль которого при рассеянии частиц высоких энергий было указано в работах[5].

Приведём ряд примеров гладких потенциалов и соответствующих им спектральных плотностей

$V(r)$	$\rho(\varkappa)$
$\frac{const}{r^2+a^2}\left(1-e^{-\frac{2\pi r}{a}}\right)$	$\begin{cases}\cos(\varkappa a), & \varkappa<\frac{2\pi}{a},\\ 0, & \varkappa>\frac{2\pi}{a},\end{cases}\quad a>0$
$const\;\frac{1+b\sqrt{r^2+a^2}}{(r^2+a^2)^{3/2}}\,e^{-b\sqrt{r^2+a^2}}$	$\begin{cases}0, & \varkappa<b\\ \varkappa J_0\left(a\sqrt{\varkappa^2-b^2}\right), & \varkappa>b\end{cases}$
$const\cdot e^{-\alpha\sqrt{r}}$	$\left(\frac{\alpha^2}{2\varkappa}-3\right)\frac{\exp(-\alpha^2/4\varkappa)}{\varkappa^{5/2}}$

Литература

1. S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, M.V. Savelyev, A.N. Sissakian, M.A. Smondyrev. JINR Communications, E2-5640, Dubna (1971).
2. Е.С. Фрадкин. Труды ФИАН, 29, 7, "Наука", М. (1965).
3. Б.М. Барбашов, В.В. Нестеренко. ТМФ, 4, N3, 293 (1970).
   G. Tiktopoulos, S.B. Treiman. Preprint "Validity of the Relativistic Eikonal Approximation", Princeton University (1970).
4. B.M. Barbashov, S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, A.N. Sissakian. JINR Communications, E2-4692, Dubna (1969).
   B.M. Barbashov, S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, V.N. Pervushin, A.N. Sissakian, A.N. Tavkhelidze. Phys.Lett., 33B, 484 (1970).
5. D.I. Blokhintsev. Nucl.Phys., 31, 628 (1962).
   S.P. Alliluyev, S.S. Gershtein, A.A. Logunov. Phys.Lett., 18, 195 (1965).
   O.A. Khrustalev, V.I. Savrin, N.E. Tyurin. JINR Communications, E2-4479, Dubna (1969).
   B.M. Barbashov, S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, A.N. Sissakian, A.N. Tavkhelidze. Phys.Lett., 33B, 419 (1970).