АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

5

Том 3

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

3

МОСКВА · 1970

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 3, № 3
июнь
1970

ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭЙКОНАЛА В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Б. М. Барбашов, С. П. Кулешов, В. А. Матвеев, А. Н. Сисакян

В работе на основе метода функционального интегрирования изучается асимптотическое поведение амплитуды рассеяния при высоких энергиях и фиксированных передачах импульса в теоретико-полевой модели $L_{\text{вз}} = g : \psi^2(x)\varphi(x):$.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время при описании рассеяния частиц высоких энергий большое распространение получило эйкональное представление для амплитуды рассеяния на малые углы, хорошо известное из нерелятивистской квантовой механики [1, 2].

В связи с этим возникает проблема обоснования метода, использующего эйкональное представление, на случай релятивистской квантовой теории поля.

Изучение амплитуды рассеяния частиц высоких энергий на основе квазипотенциального уравнения Логунова и Тавхелидзе [3, 4] показало [5, 6], что эйкональное или глауберовское представление может быть получено в рамках квантовой теории поля в случае малых углов рассеяния и гладких квазипотенциалов [7—10].

Представляет большой интерес рассмотрение различных теоретико-полевых моделей с целью изучения вопроса о справедливости эйконального представления, а также вопроса о структуре эффективного квазипотенциала при высоких энергиях.

Отметим в этой связи работы [11—13], в которых вопрос о справедливости эйконального приближения был рассмотрен в рамках низших порядков теории возмущений.

В настоящей работе при изучении поставленных здесь вопросов используются методы функционального интегрирования в квантовой теории поля [14]. В качестве примера в работе рассматривается модель взаимодействия скалярного нуклона со скалярным мезоном с лагранжианом взаимодействия

$$L_{\text{вз}} = g : \psi^2(x)\varphi(x): . \tag{1.1}$$

Методами функционального интегрирования в пренебрежении эффектами поляризации вакуума для амплитуды рассеяния двух скалярных нуклонов получено замкнутое аналитическое релятивистски-инвариантное выражение [15]. При этом был использован приближенный метод вычисления возникающих функциональных интегралов, развитый в работах

[16, 17], который соответствует отбрасыванию членов $k_i k_j$ $(i \neq j)$ в нуклонных пропагаторах [18, 19].

В ряде недавних работ [20—22], посвященных исследованию эйконального приближения, было фактически использовано более грубое приближение, соответствующее отбрасыванию, кроме $k_i k_j$ $(i \neq j)$, и k^2.

Отметим, однако, что даже приближение $k_i k_j = 0$ $(i \neq j)$ справедливо, вообще говоря, лишь для некоторого класса диаграмм в определенной области энергий и углов рассеяния.

В частности, метод пренебрежения в нуклонных пропагаторах членами типа $k_i k_j$ $(i \neq j)$ не обоснован для ряда диаграмм, имеющих смысл радиационных поправок к диаграммам лестничного типа, и искажает асимптотику амплитуды при больших (нефизических) косинусах угла рассеяния [15]. Более подробно область применимости данного приближения обсуждается ниже.

Полученное в работе выражение для амплитуды рассеяния в пределе высоких энергий $s \to \infty$ и при фиксированных передачах импульса t, а также в пренебрежении вкладами радиационных поправок, принимает форму эйконального или глауберовского представления, соответствующего эффективному юкавскому потенциалу взаимодействия между нуклонами.

2. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ ДВУХ СКАЛЯРНЫХ НУКЛОНОВ

Одночастичная функция Грина квантового поля $\psi(x)$ во внешнем поле $\varphi(x)$ удовлетворяет уравнению

$$[-\partial_\mu^2 - m_0^2 - g\varphi(x)]G(x, y|\varphi) = -\delta^4(x-y), \tag{2.1}$$

решение которого может быть записано в виде функционального интеграла [17]

$$G(x,y|\varphi) = i\int_0^\infty d\tau\, e^{-i\tau m_0^2} C_\nu \int \delta^4\nu \exp\left\{-i\int_0^\tau d\xi \left[\nu_\mu^2(\xi) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - g\varphi\left(x - 2\int_\xi^\tau \nu(\eta)\,d\eta\right)\right]\right\} \delta^4\left(x - y - 2\int_0^\tau \nu(\eta)\,d\eta\right). \tag{2.2}$$

Квантовая двухчастичная функция Грина связана с одночастичной следующим образом:

$$G(x_1, x_2|x_3, x_4) = C_\varphi \int \delta\varphi \exp\left\{-\frac{i^2}{2}\int \varphi(q) D^{-1}(q)\varphi(-q)\,dq\right\} \times \tag{2.3}$$

$$\times [G(x_1, x_3|\varphi)G(x_2, x_4|\varphi) + G(x_1, x_4|\varphi)G(x_2, x_3|\varphi)]S_0(\varphi),$$

где $S_0(\varphi)$ — среднее от S-матрицы по вакууму поля $\psi(x)$. Как уже отмечалось, мы не будем учитывать эффекты поляризации вакуума и положим $S_0(\varphi) = 1$.

Подставляя (2.2) в (2.3) и выполняя функциональное интегрирование по φ, которое сводится в этом случае к простым гауссовым квадратурам, получаем для фурье-образа двухчастичной функции Грина

$$G(q_1, q_2|p_1, p_2) = \frac{1}{(2\pi)^8} \int d^4x_1 \int d^4x_2 \int d^4x_3 \int d^4x_4 G(x_1, x_2|x_3, x_4) \times$$
$$\times \exp\{-ip_1x_1 - ip_2x_2 + iq_1x_3 + iq_2x_4\} \tag{2.4}$$

следующее замкнутое выражение:

$$G(q_1, q_2|p_1, p_2) = -\frac{1}{(2\pi)^4}\delta^4(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \int_0^\infty d\tau_1 \times$$
$$\times \int_0^\infty d\tau_2\, e^{i\tau_1(p_1^2 - m_0^2) \pm i\tau_2(p_2^2 - m_0^2)} \int d^4x\, e^{ix(p_1 - q_1)} C_\nu \int \delta\nu_1 \int \delta\nu_2 \times$$
$$\times \exp\left\{-i\int_0^{\tau_1} \nu_1^2(\eta)\, d\eta - i\int_0^{\tau_2} \nu_2^2(\eta)\, d\eta + \frac{ig^2}{2}\int_0^{\tau_1} d\xi_1 \int_0^{\tau_2} d\xi_2 \times\right.$$
$$\times D\left[2p_1(\xi_2 - \xi_1) + 2\int_{\xi_2}^{\xi_1} \nu_1(\eta)\, d\eta\right] + \frac{ig^2}{2}\int_0^{\tau_2} d\xi_1 \int_0^{\tau_2} d\xi_2 \times$$
$$\times D\left[2p_2(\xi_2 - \xi_1) + 2\int_{\xi_2}^{\xi_1} \nu_2(\eta)\, d\eta\right] + ig^2\int_0^{\tau_1} d\xi_1 \int_0^{\tau_2} d\xi_2 \times$$
$$\left.\times D\left[x + 2p_1\xi_1 + 2p_2\xi_2 + 2\int_{\tau_2 - \xi_2}^{\tau_2} \nu_2(\eta)\, d\eta - 2\int_{\tau_1 - \xi_1}^{\tau_1} \nu_1(\eta)\, d\eta\right]\right\} + (q_1 \leftrightarrow q_2). \tag{2.5}$$

Если выражение (2.5) разложить по константе связи и взять функциональные интегралы по ν, которые при использовании фурье-преобразования сводятся к простым гауссовым квадратурам, получим известный ряд теории возмущений для $G(q_1, q_2|p_1, p_2)$.

Выражение для амплитуды рассеяния двух частиц определяется формулой

$$(2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) f(q_1, q_2|p_1, p_2) = \lim_{q_1^2, q_2^2, p_1^2, p_2^2 \to m^2} (q_1^2 - m^2) \times$$
$$\times (q_2^2 - m^2)(p_1^2 - m^2)(p_2^2 - m^2)\, iG(q_1, q_2|p_1, p_2). \tag{2.6}$$

Используя (2.5), после ряда промежуточных преобразований получим следующее выражение для амплитуды рассеяния (2.6):

$$f(q_1, q_2|p_1, p_2) = \frac{ig^2}{(2\pi)^4}\int dx\, D(x)\, e^{-ix(p_1 - q_1)} \int_0^1 d\lambda\, S_\lambda(q_1, q_2|p_1, p_2) + (q_1 \leftrightarrow q_2), \tag{2.7}$$

где

$$S_\lambda(q_1, q_2|p_1, p_2) = C_\nu \int \delta\nu_1 \int \delta\nu_2 \exp\left\{-i\int_{-\infty}^{\infty} \nu_1^2(\eta)\, d\eta - i\int_{-\infty}^{\infty} \nu_2^2(\eta)\, d\eta\right\} \times$$
$$\times \exp\left\{ig^2\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2\, D\left[-x + 2\xi_1(p_1\theta(\xi_1) + q_1\theta(-\xi_2)) - \right.\right.$$

$$-2\xi_2(p_2\theta(\xi_2)-q_2\theta(-\xi_2))-2\int_{-\xi_1}^{0}\nu_1(\eta)d\eta+2\int_{-\xi_2}^{0}\nu_2(\eta)d\eta\Big]\Big\}\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{ig^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_1\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_2 D\left[-2p_1(\xi_1-\xi_2)+2(p_1-q_1)\int_{\xi_2}^{\xi_1}\theta(\eta)d\eta+\right.\right.$$

$$\left.+2\int_{\xi_2}^{\xi_1}\nu_1(\eta)d\eta\right]+\frac{ig^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_1\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_2 D\left[2p_2(\xi_2-\xi_1)-2(p_1-q_1)\int_{\xi_2}^{\xi_1}\theta(\eta)d\eta+\right.$$

$$\left.\left.+2\int_{\xi_2}^{\xi_1}\nu_1(\eta)d\eta\right]\right\}-i\delta m^2(A\to\infty). \qquad (2.8)$$

При выводе выражения (2.7) для амплитуды рассеяния была произведена операция вычитания единицы в формуле (2.5) из экспоненты, содержащей в показателе $D(x)$-функцию, по формуле

$$e^{ig^2D(x)}-1=ig^2\int_0^1 d\lambda D(x)e^{i\lambda g^2D(x)}. \qquad (2.9)$$

Это соответствует исключению из функции Грина членов, описывающих распространение двух частиц без взаимодействия между ними. Кроме того, в формуле (2.8) произведена перенормировка массы $m_0^2=m^2+\delta m^2$, устраняющая расходимости, возникающие при интегрировании по переменным ξ_1 и ξ_2.

Точное вычисление функциональных интегралов, однако, не представляется возможным и требует развития приближенных методов.

Простейшая возможность состоит в исключении ν из аргумента D-функций в (2.8), что соответствует на языке диаграмм Фейнмана пренебрежению квадратичной зависимостью от k_i в нуклонных пропагаторах, т. е.

$$\frac{1}{\left(p+\sum_i k_i\right)^2-m^2}\to\frac{1}{2p\sum_i k_i}. \qquad (2.10)$$

Такое приближение, как известно, применимо при изучении инфракрасной асимптотики в квантовой электродинамике [16, 17, 18]. В области высоких энергий оно, однако, не доказано. Поэтому мы воспользуемся приближенным методом вычисления функциональных интегралов по ν, который позволит удержать квадратичную зависимость пропагаторов от импульсов k_i.

Метод основан на следующей формуле разложения:

$$C_\nu\int\delta^4\nu\exp\left\{-i\int_0^\tau\nu^2(\eta)\,d\eta\right\}e^{g^2F(s,t,u,\nu)}=$$

$$=e^{\bar F(s,t,u)}\int\delta^4\nu\exp\left\{-i\int_0^\tau\nu^2(\eta)\,d\eta\right\}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(g^2)^n(F-\bar F)^n}{n!}, \qquad (2.11)$$

где

$$\bar{F}(s,t,u)=C_\nu\int_0^\tau \delta^4\nu\exp\left\{-i\int_0^\tau \nu^2(\eta)\,d\eta\right\}F(s,t,u). \tag{2.12}$$

Если ограничиться в сумме по n первым членом $(n=0)$, то такое приближение

$$C_\nu\int\delta\nu e^{-i\int_0^\tau \nu^2(\eta)\,d\eta}e^{g^2F(s,\,t,\,u,\,\nu)}\approx e^{g^2\bar{F}(s,\,t,\,u)} \tag{2.13}$$

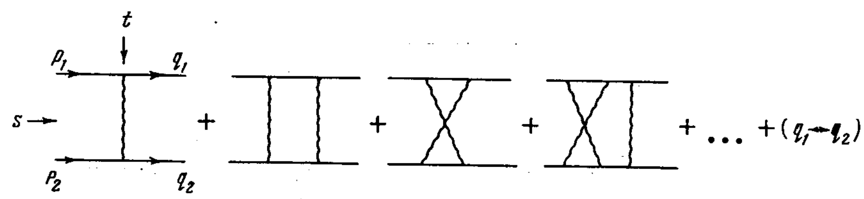
будет означать, что показатель экспоненты в (2.8), зависящий от ν, должен быть заменен на среднее значение по гауссовой мере согласно (2.12). Такое интегрирование D-функции приводит к появлению в фурье-образе квадратичной зависимости от импульса k. Действительно, подставляя

$$D\left(x+\int_{\xi_2}^{\xi_1}\nu(\eta)\,d\eta\right)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int D(k)\,e^{ikx+ik\int_{\xi_2}^{\xi_1}\nu(\eta)d\eta}d^4k \tag{2.14}$$

в (2.10), можно провести интегрирование:

$$C_\nu\int\delta\nu e^{-i\int_0^\tau \nu^2(\eta)d\eta}D\left(x+\int_{\xi_2}^{\xi_1}\nu(\eta)\,d\eta\right)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int D(k)\,e^{ikx+ik^2(\xi_1-\xi_2)}. \tag{2.15}$$

При интегрировании по ξ_1 и ξ_2 зависимость от k^2 попадет в знаменатель нуклонного пропагатора $\dfrac{1}{p^2+2p\sum\limits_i k_i+\sum\limits_i k_i^2-m^2}$. Однако в этом приближении в пропагаторах отсутствуют члены типа k_ik_j, где k_i и k_j принадлежат разным мезонам, взаимодействующим с нуклонами. Следующие члены в сумме (2.11) учитывают поправки к приближению $k_ik_j=0$ $(i\neq j)$.



Применимость данного приближения в области больших энергий s при фиксированных переданных импульсах t может быть выяснена в рамках теории возмущений. Можно показать, в частности, что отбрасывание членов k_ik_j $(i\neq j)$ в знаменателях функций распространения нуклонов в случае обычных лестничных диаграмм, получающихся итерированием диаграммы одномезонного обмена, не меняет асимптотику при высоких энергиях, которая при обмене n мезонами имеет вид $\dfrac{\ln s}{s^{n-1}}$. Справедливость этого приближения доказана также для более широкого класса диаграмм с пересекающимися мезонными линиями. Следует, однако, отметить, что это приближение искажает асимптотику диаграмм теории возмущений в области больших нефизических косинусов угла рассеяния, т. е. когда $t \to \infty$, s фиксированное.

Как отмечалось во введении, применимость приближения $k_i k_j = 0$ $(i \neq j)$ еще не обоснована для учета вклада радиационных поправок к диаграммам лестничного типа. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать лишь диаграммы, изображенные на рисунке.

Выполняя интегрирование по ξ_1 и ξ_2, получим релятивистски-инвариантное выражение для амплитуды рассеяния

$$f(q_1, q_2 | p_1, p_2) = \frac{(ig)^2}{(2\pi)^4} \int d^4x\, D(x)\, e^{-ix(p_1 - q_1)} \int_0^1 d\lambda e^{-i\lambda\chi(x;\, q_1,\, q_2;\, p_1,\, p_2)} + (q_1 \leftrightarrow q_2), \tag{2.16}$$

где

$$\chi(x; q_1, q_2; p_1, p_2) = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k e^{-ikx}}{k^2 - \mu^2 + i\varepsilon} \times$$
$$\times \left[\frac{1}{(k^2 + 2kp_1)(k^2 - 2kp_2)} + \frac{1}{(k^2 - 2kq_1)(k^2 - 2kp_2)} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(k^2 + 2kp_1)(k^2 + 2kq_2)} + \frac{1}{(k^2 - 2kq_1)(k^2 + 2kq_2)} \right] \tag{2.17}$$

3. ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим асимптотическое поведение амплитуды рассеяния (2.16) в области высоких энергий и фиксированных передач импульса. В дальнейшем удобно перейти в систему центра масс

$$\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2, \quad \mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2, \quad p_{10} = p_{20} = q_{10} = q_{20}, \tag{3.1}$$

в которой мандельстамовские переменные s, t, u имеют вид

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = 4(\mathbf{p}_1^2 + m^2), \\ t &= T^2 = -2\mathbf{p}_1^2(1 - \cos\vartheta), \\ u &= U^2 = -2\mathbf{p}_1^2(1 + \cos\vartheta), \end{aligned} \tag{3.2}$$

где

$$\begin{aligned} T &= (p_1 - q_1) = (q_2 - p_2), \\ U &= (p_2 - q_1) = (q_2 - p_1). \end{aligned} \tag{3.3}$$

Нетрудно показать, что при больших энергиях s и фиксированных передачах t переданный импульс T перпендикулярен импульсам p_1 и p_2:

$$T = \frac{t}{s}(p_2 - p_1) + \Delta, \tag{3.4}$$

где

$$(\Delta p_1) = (\Delta p_2) = 0. \tag{3.5}$$

Выбирая направление импульса $\mathbf{p}$ вдоль оси z:

$$p_1 = (p_0, 0, 0, p_z),$$

$$p_2 = (p_0, 0, 0, -p_z), \tag{3.6}$$

получаем

$$\Delta = (0, \Delta_\perp, 0). \tag{3.7}$$

Для изучения асимптотического поведения амплитуды рассеяния в рассматриваемой области проведем анализ фазовой функции (2.17), которую представим в виде

$$\chi(x; q_1, q_2; p_1, p_2) = \chi_1 + \chi_2, \tag{3.8}$$

где

$$\begin{gathered}\chi_1 = \frac{g^2}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k e^{-ikx}}{k^2-\mu^2+i\varepsilon}\times \\ \times\left[\frac{1}{(k^2+2kp_1)(k^2-2kp_2)}+\frac{1}{(k^2-2kq_1)(k^2+2kq_2)}\right], \\ \chi_2 = \frac{g^2}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k e^{-ikx}}{k^2-\mu^2+i\varepsilon}\times \\ \times\left[\frac{1}{(k^2-2kq_1)(k^2-2kp_2)}+\frac{1}{(k^2+2kp_1)(k^2+2kq_2)}\right].\end{gathered} \tag{3.10}$$

Нетрудно видеть, что учет только χ_1 соответствует в теории возмущений лестничным диаграммам без перекрестий и зависит от s, а фазовая функция χ_2 ответственна за появление неплоских графов с пересекающимися мезонными линиями и зависит от u.

Рассмотрим более подробно фазовую функцию χ_1. В принципе, она может быть найдена с помощью теории вычетов. Однако более просто воспользоваться аналитическими свойствами функции χ_1 по переменной s. Ее скачок на разрезе, проходящем вдоль действительной положительной полуоси s, определяется по известным правилам [23] и равен

$$\begin{gathered}\Delta_s\chi_1 = -\frac{g^2}{(2\pi)^2}\int\frac{d^4k e^{-ikx}}{k^2-\mu^2+i\varepsilon}\,[\delta(k^2+2kp_1)\,\delta(k^2-2kp_2)+ \\ +\delta(k^2-2kq_1)\,\delta(k^2+2kq_1)] = \frac{g^2}{4(2\pi)^4 p_0}\int\frac{d^2\mathbf{k}_\perp e^{i\mathbf{k}_\perp \mathbf{x}_\perp}}{\sqrt{p_0^2-\mathbf{k}_\perp^2}}\times \\ \times\left\{\frac{e^{-ix_z\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2p_0}}}{\mu^2+\mathbf{k}_\perp^2+\left(\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2p_0}\right)^2}+\frac{e^{-2ix_z p_0}}{\mu^2+\mathbf{k}_\perp^2+(2p_0)^2}\right\}.\end{gathered} \tag{3.11}$$

Отметим, что выражение (3.11) для скачка функции χ_1 на разрезе не зависит от x_0 и, следовательно, не содержит запаздывания.

В пределе высоких энергий, когда $p_0 = \frac{\sqrt{s}}{2} \to \infty$ при $x_\perp$, отличных от нуля, выражение (3.11) принимает следующий вид:

$$\Delta_s\chi_1 = \frac{g^2}{(2\pi)^2 s}\int\frac{d^2\mathbf{k}_\perp e^{i\mathbf{k}_\perp\mathbf{x}_\perp}}{\mathbf{k}_\perp^2+\mu^2} = \frac{g^2}{2\pi s}K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|), \tag{3.12}$$

где $K_0(z)$ есть функция Кельвина нулевого порядка.

Используя безвычитательное дисперсионное соотношение, можно восстановить фазовую функцию χ_1 при высоких энергиях

$$\chi_1=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{s_0}^{\infty}\frac{ds'\Delta_{s'}\chi_1}{(s'-s)}=-\frac{g^2K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|)}{i2\pi^2 s}\ln\left(-\frac{s}{s_0}\right). \tag{3.13}$$

Аналогичным образом может быть исследована фазовая функция χ_2. Скачок функции χ_2 на разрезе, проходящем вдоль действительной отрицательной полуоси s, равен

$$\Delta_s\chi_2=-\frac{g^2}{(2\pi)^2}\int\frac{d^4ke^{-ikx}}{k^2-\mu^2+i\varepsilon}\,[\delta(k^2-2kq_1)\,\delta(k^2-2kp_2)+$$
$$+\delta(k^2+2kp_1)\,\delta(k^2+2kq_2)]=\frac{g^2}{4(2\pi)^2p_0}\int\frac{d^2\mathbf{k}_\perp e^{i\mathbf{k}_\perp\mathbf{x}_\perp}}{\sqrt{p_0^2-\mathbf{k}_\perp^2}}\times$$
$$\times\left\{\frac{e^{ix_0\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2p_0}}}{\mathbf{k}_\perp^2+\mu^2-\left(\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2p_0}\right)^2}+\frac{e^{-2ix_0p_0}}{\mathbf{k}_\perp^2+\mu^2-(2p_0)^2}\right\}. \tag{3.14}$$

Выражение (3.14) содержит, вообще говоря, зависимость от x_0, однако в пределе высоких энергий при $\mathbf{x}_\perp$, отличном от нуля, ею можно пренебречь.

В результате получим

$$\Delta_s\chi_2=\frac{g^2}{(2\pi)^2s}\int\frac{d^2\mathbf{k}_\perp e^{i\mathbf{k}_\perp\mathbf{x}_\perp}}{\mathbf{k}_\perp^2+\mu^2}=\frac{g^2}{2\pi s}K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|). \tag{3.15}$$

Используя безвычитательное дисперсионное соотношение, получим следующее выражение для фазовой функции χ_2 при высоких энергиях:

$$\chi_2=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{-s_0}\frac{ds'\Delta_{s'}\chi_2}{(s'-s)}=\frac{g^2K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|)}{i2\pi^2s}\ln\frac{s}{s_0}. \tag{3.16}$$

Таким образом, полная фазовая функция при высоких энергиях частиц для $x_\perp\neq0$ будет иметь вид

$$\chi=\chi_1+\chi_2=\frac{g^2}{2\pi s}K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|). \tag{3.17}$$

Интересно отметить, что в сумме двух частей фазовой функции (3.13) и (3.16) члены, содержащие логарифмическую зависимость от энергии, сократились. Этот факт является в данном случае следствием кросс-симметричности выражения (2.17).

Поведение фазовой функции на малых прицельных расстояниях, меньших чем длина волны частиц

$$x_\perp\leqslant\lambda=\frac{1}{p_0}, \tag{3.18}$$

может быть определено с помощью выражений (3.11) и (3.14). Фиксируя $\lambda=\dfrac{1}{p_0}$ и устремляя $\mathbf{x}_\perp$ к нулю, получим

$$\chi|_{\mathbf{x}_\perp\to0}\to\chi_0(s). \tag{3.19}$$

Величина $\chi_0(s)$ конечна и при больших энергиях имеет следующее асимптотическое поведение:

$$\chi_0(s) \sim \frac{1}{s}\ln^2\frac{s}{\mu^2}. \tag{3.20}$$

Выделяя в плоскости $x_\perp$ малую окрестность ε точки нуль, можно показать, что вклад от этой области в амплитуду рассеяния при $\varepsilon \to 0$ исчезает.

Учитывая, что в пределе высоких энергий фазовая функция (3.17) не содержит зависимости от x_0 и x_z, и используя формулу

$$\int dx_0 \int dx_z\, D(x)\, e^{-i\left(\frac{t}{\sqrt{s}}\right)x_t} = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{d^2\mathbf{k}_\perp\, dk_z\, e^{i\mathbf{k}_\perp \mathbf{x}_\perp}}{\mathbf{k}_\perp^2 + k_z^2 + \mu^2}\,\delta\left(k_z - \frac{t}{\sqrt{s}}\right) =$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{d^2\mathbf{k}_\perp e^{i\mathbf{k}_\perp \mathbf{x}_\perp}}{\mathbf{k}_\perp^2 + \mu^2 + \left(\frac{t}{\sqrt{s}}\right)^2}, \tag{3.21}$$

получим для первой части амплитуды (2.17) в области малых углов рассеяния $\frac{t}{s} \to 0$ выражение

$$f_1(s, t) = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{-is}{(2\pi)^4}\int\limits_{|\mathbf{x}_\perp|>\varepsilon} d^2\mathbf{x}_\perp e^{i\mathbf{x}_\perp \Delta_\perp}\left(e^{\frac{-ig^2}{2\pi s}K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|)} - 1\right), \tag{3.22}$$

где

$$\Delta_\perp^2 \cong t.$$

Вторая часть амплитуды рассеяния, получающаяся заменой $T \leftrightarrow -U$ или $q_1 \leftrightarrow q_2$, имеет вид

$$f_2(s, u) = -\frac{g^2}{(2\pi)^4}\int d^4x D(x)\, e^{ixU}\int\limits_0^1 d\lambda e^{-i\lambda\chi(q_1\leftrightarrow q_2)}. \tag{3.23}$$

Выражение (3.23) при рассеянии частиц на малые углы и высоких энергиях содержит под интегралом быстро осциллирующую экспоненту e^{ixU} и убывает на одну степень $1/s$ быстрее по сравнению с $f_1(s, t)$.

Легко видеть, что при разложении амплитуды рассеяния (3.22) в ряд по g^2 n-ый член будет иметь асимптотическое поведение $1/s^{n-1}$. Это согласуется с результатами работ [11, 24], в которых аналогичная асимптотика суммы лестничных и кросс-лестничных графов была получена в рамках теории возмущений.

Таким образом, мы получили для амплитуды рассеяния при высоких энергиях на малые углы интегральное представление (3.22), которое совпадает с глауберовским представлением в квантовой механике с функцией эйконала

$$\chi(s, \mathbf{x}_\perp) = -\frac{g^2}{2\pi s}K_0(\mu|\mathbf{x}_\perp|) = \frac{1}{s}\int\limits_{-\infty}^{\infty} V(\sqrt{x_z^2 + \mathbf{x}_\perp^2})\, dx_z, \tag{3.24}$$

где

$$V(s, |\mathbf{x}|) = -\frac{g^2}{4\pi}\frac{e^{-\mu|\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}|}$$

есть юкавский потенциал взаимодействия между частицами.

Возникновение в глауберовском представлении (3.22) именно юкавского потенциала является следствием рассматриваемой модели. В принципе можно рассмотреть более сложную модель, в которой взаимодействие между нуклонами осуществляется путем обмена бозонами с различными массами и спинами.

Следует отметить, что при рассмотрении модели, в которой нуклоны взаимодействуют посредством векторных мезонов, в рамках нашего метода нетрудно получить эйкональное представление типа (3.22) с функцией эйконала, не зависящей от энергии [25].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен метод нахождения в рамках функционального интегрирования замкнутого релятивистски-инвариантного кросс-симметричного выражения для амплитуды рассеяния двух частиц высоких энергий. В пределе асимптотически больших энергий $s \to \infty$ и фиксированных переданных импульсов t это выражение для амплитуды рассеяния принимает глауберовский вид (3.22) с функцией эйконала, соответствующей юкавскому потенциалу взаимодействия между частицами (3.24). При этом, однако, были учтены лишь диаграммы лестничного типа с перекрывающимися мезонными линиями в пренебрежении эффектами поляризации вакуума и радиационными поправками к нуклонным линиям. Полученный результат фактически означает, что в рамках использованных приближений эффекты запаздывания исчезают в пределе высоких энергий и малых углов рассеяния.

Следует отметить, однако, что роль эффектов запаздывания и радиационных поправок при рассеянии частиц высоких энергий требует дальнейшего изучения.

Пользуясь случаем, авторы приносят свою глубокую благодарность Н. Н. Боголюбову, Д. И. Блохинцеву, А. Н. Тавхелидзе за многочисленные критические замечания и плодотворные дискуссии, И. В. Андрееву, М. К. Волкову, А. В. Ефремову, М. А. Мествиришвили, Р. М. Мурадяну, В. В. Нестеренко, В. Н. Первушину, М. В. Савельеву, Л. А. Слепченко, О. А. Хрусталеву за полезные обсуждения.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
20 января 1970 г.

Литература

[1] G. Moliere. Z. Naturforsch., 2, 133, 1947.
[2] R. J. Glauber. In «Lectures in Theoretical Physics», N. Y., 1, 315, 1959.
[3] A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380, 1963.
[4] A. N. Tavkhelidze. Lectures on Quasipotential Method in Field Theory, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1964.
[5] V. R. Garsevanishvili, V. A. Matveev, L. A. Slepchenko, A. N. Tavkhelidze. Phys. Lett., 29B, 191, 1969; Talk given at the Coral Gables Conference, Miami, 1969.
[6] V. R. Garsevanishvili, V. A. Matveev, L. A. Slepchenko, A. N. Tavkhelidze. Preprint IC-69-87, Miramare — Trieste, 1969.
[7] S. P. Alliluyev, S. S. Gershtein, A. A. Logunov. Phys. Lett., 18, 195, 1965.
[8] D. I. Blokhintsev. Nucl. Phys., 31, 628, 1962.

[9] O. A. Khrustalev, V. I. Savrin, N. Ye. Tyurin. Preprint JINR E2-4479, Dubna, 1969.
[10] T. Wu, C. Yang. Phys. Rev., 137B, 70, 1965.
[11] R. Torgerson. Phys. Rev., 143, 1194, 1966.
[12] R. C. Arnold. Phys. Rev., 153, 1523, 1967.
[13] H. Cheng T. Wu. Phys. Rev. Lett., 22, 666, 1969.
[14] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Гостехиздат, 1957.
[15] B. M. Barbashov, S. P. Kuleshov, V. A. Matveev, A. N. Sissakian. Preprint JINR, E2-4692, Dubna, 1969.
[16] Б. М. Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607, 1965.
[17] Б. М. Барбашов, М. К. Волков. ЖЭТФ, 50, 660, 1966.
[18] Г. А. Милехин, Е. С. Фрадкин. ЖЭТФ, 45, 1926, 1963.
[19] E. S. Fradkin. Nucl. Phys., 76, 588, 1966.
[20] H. D. I. Abarbanel, C. Itsykson. Phys. Rev. Lett., 23, 53, 1969.
[21] M. Levy, J. Sucher. Technical Report N. 983, University of Maryland, 1969.
[22] И. В. Андреев. ЖЭТФ, 58, 257, 1970.
[23] Новый метод в теории сильных взаимодействий, ИЛ, 1960.
[24] M. Prevost. Memoire de Licence, Fac. Sciences, Universite Libre de Bruxelles, 1969.
[25] В. Н. Первушин. Препринт P2-4866, ОИЯИ, 1969.

EIKONAL APPROXIMATION IN QUANTUM FIELD THEORY

B. M. Barbashov, S. P. Kuleshov, V. A. Matveev, A. N. Sissakian

The asymptotic behaviour of the scattering amplitude at high energies and fixed momentum transfers is investigated in the $L_{int} = g : \psi^2(x)\varphi(x):$ model by means of the functional integration method in quantum field theory.
