

XI Зимняя школа по теоретической физике

**Математическая моделирования
системы длинных джозефсоновских
переходов**

Докладчик: И.Р. Рахмонов

Руководитель: Ю.М. Шукринов

**Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова,
Объединенный институт ядерных исследований**

28 января - 3 февраля 2013 г. Дубна

Оглавление

I. Введение

Джозефсоновский переход (ДП) и эффекты Джозефсона

Внутренние джозефсоновские переходы

Длинный и короткий джозефсоновский переход

II. Фазовая динамика системы длинных джозефсоновских переходов

Емкостная связь

Индуктивная связь

Система уравнений

III. Результаты численных расчетов

Вольт-амперные характеристики одного ДП

Пространство-временная зависимость магнитного поля в ДП

Сравнение поведения одного ДП с системой ДП

Введение

Джозефсонский переход (контакт)



Ψ_1 и Ψ_2 волновые функции сверхпроводящих электродов.

θ_1 и θ_2 фазы волновых функций.

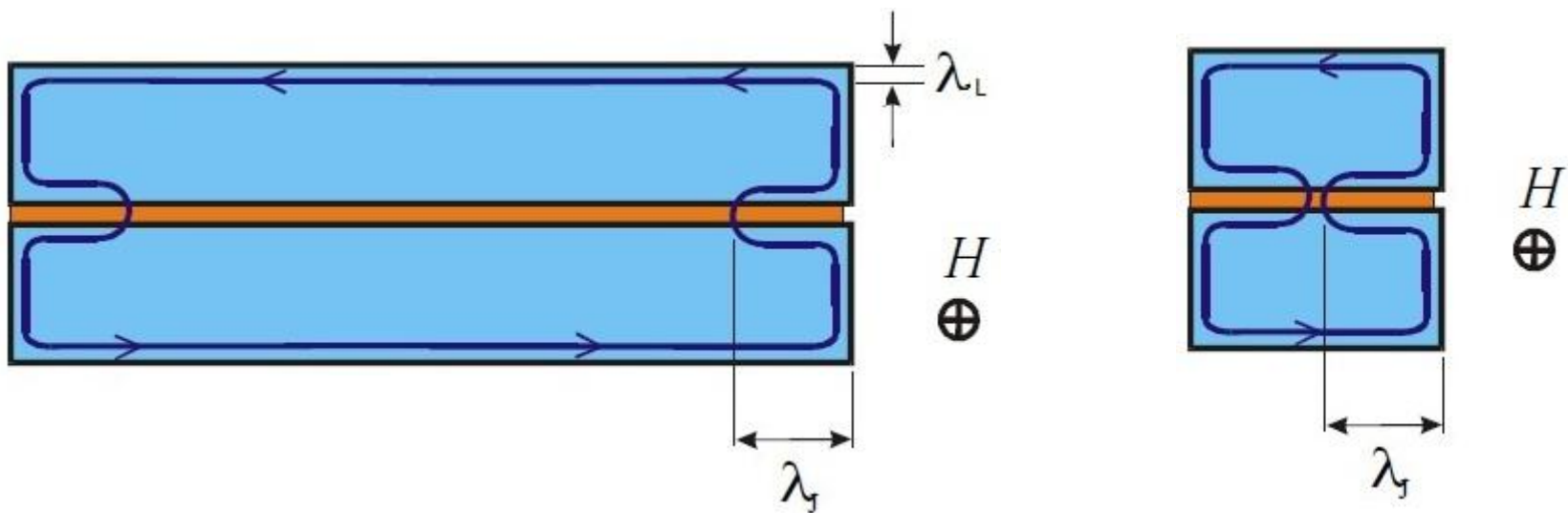
Стационарный эффект Джозефсона: $I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$

Нестационарный эффект Джозефсона: $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V$

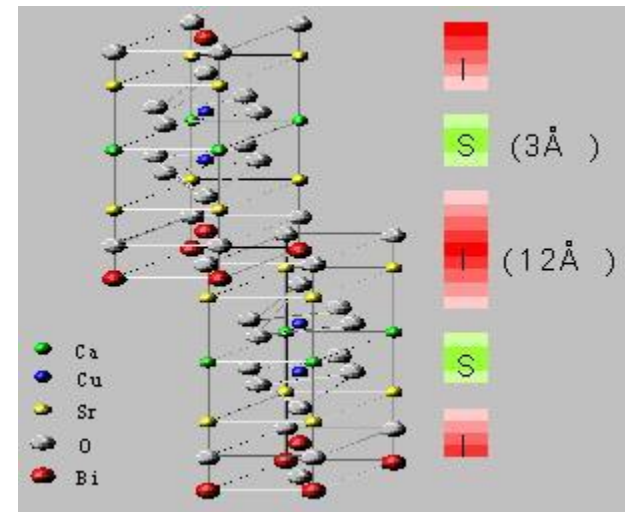
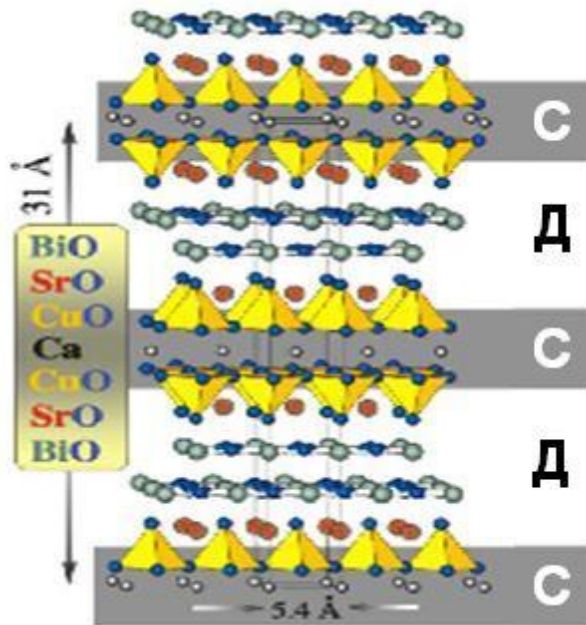
$\varphi = \theta_2 - \theta_1$ разность фаз

Получен Б. Джозефсоном 1962 г.

Длинный и короткий джозефсоновский переход (контакт)



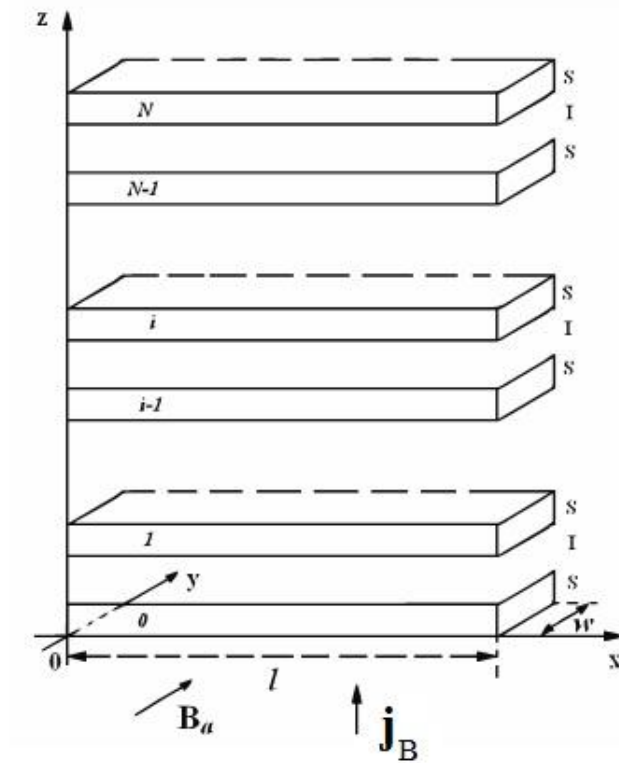
Внутренние джозефсоновские переходы



1. Внутренний эффект Джозефсона был обнаружен 1992 г. (R. Kleiner, P. Müller)
2. Анизотропный высокотемпературный сверхпроводник
3. Переход типа *сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник* (SIS)

Фазовая динамика системы длинных джозефсоновских переходов

Схема системы длинных джозефсоновских переходов



$$\varphi_{i,i-1} = \theta_i - \theta_{i-1} - \frac{2e}{\hbar c} \int_{i-1}^i A_z(z) dz$$

Ёмкостная связь

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_{i,i-1}}{\partial t} = -\frac{4\pi\lambda_e^2}{\varepsilon} \rho_i^D + \frac{4\pi\lambda_e^2}{\varepsilon} \rho_{i-1}^U + \int_{z_{i-1}}^{z_i} E_z dz$$

$$\rho_i = -\frac{\varepsilon}{4\pi\lambda_e^2} \left(\phi_i + \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial E_{z,i}}{\partial z} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho_i$$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_{i,i-1}}{\partial t} = D^C E_{i,i-1} + s^C E_{i+1,i} + s^C E_{i-1,i-2}$$

$$D^C = d_I + 2\lambda_e \coth(d_s/\lambda_e) \quad s^C = -\frac{\lambda_e}{\sinh(d_s/\lambda_e)}$$

Емкостная связь

$$V = E/d_I$$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_{i,i-1}}{\partial t} = D^C V_{i,i-1} + s^C V_{i+1,i} + s^C V_{i-1,i-2}$$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial t} = \hat{C} \hat{V}$$

$$\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi^{1,0} \\ \vdots \\ \varphi^{i,i-1} \\ \vdots \\ \varphi^{N,N-1} \end{pmatrix}$$

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} D^C & s^C & 0 & \dots & & & & s^C \\ s^C & D^C & s^C & 0 & \dots & & & \\ 0 & s^C & D^C & s^C & 0 & \dots & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \dots & 0 & s^C & D^C & s^C \\ s^C & & & & \dots & 0 & s^C & D^C \end{pmatrix};$$

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V^{1,0} \\ \vdots \\ V^{i,i-1} \\ \vdots \\ V^{N,N-1} \end{pmatrix}$$

$$D^C = 1 + \frac{2\lambda_e}{d_I} \coth\left(\frac{d_s}{\lambda_e}\right); \quad s^C = -\frac{\lambda_e}{d_I \sinh(d_s/\lambda_e)}$$

Индуктивная связь

$$\frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \varphi_{i,i-1}}{\partial x} = \frac{4\pi\lambda_L^2}{c} j_i^D - \frac{4\pi\lambda_L^2}{c} j_{i-1}^U + \int_{z_{i-1}}^{z_i} B_y dz$$

$$j_{x,i}^D = -\frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \left(A_{x,i} - \frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \theta_i}{\partial x} \right) \quad j_{x,i-1}^U = -\frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \left(A_{x,i-1} - \frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \theta_{i-1}}{\partial x} \right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \varphi_{i,i-1}}{\partial x} = D^L B_{i,i-1} + s^L B_{i+1,i} + s^L B_{i-1,i-2} \quad \frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} = \hat{L} \hat{B}$$

$$D^L = d_I + 2\lambda_L \coth \left(\frac{d_s}{\lambda_L} \right) \quad s^L = -\frac{\lambda_L}{\sinh(d_s/\lambda_L)}$$

$$\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi^{1,0} \\ \vdots \\ \varphi^{i,i-1} \\ \vdots \\ \varphi^{N,N-1} \end{pmatrix} \quad \hat{L} = \begin{pmatrix} D^L & s^L & 0 & \dots & & & s_L \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ & & 0 & s^L & D^L & s^L & 0 \\ & & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ s_L & & \dots & 0 & s^L & D^L & \end{pmatrix} \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} B_{1,0} \\ \vdots \\ B_{i,i-1} \\ \vdots \\ B_{N,N-1} \end{pmatrix}$$

Система уравнений

$$\frac{\partial \hat{B}}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \hat{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \hat{j} \qquad \frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} = \hat{L} \hat{B}$$

$$\frac{\hbar c^2}{8\pi e} \hat{L}^{-1} \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \hat{E}}{\partial t} + \hat{j}$$

$$\frac{\hbar c^2}{8\pi e} \hat{L}^{-1} \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon}{4\pi d_I} \frac{\partial \hat{V}}{\partial t} + \frac{\sigma}{d_I} \hat{V} + j_c \sin \hat{\varphi} - j_B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial t} = \hat{C} \hat{V} \\ \frac{\hbar c^2}{8\pi e} \hat{L}^{-1} \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon}{4\pi d_I} \frac{\partial \hat{V}}{\partial t} + \frac{\sigma}{d_I} \hat{V} + j_c \sin \hat{\varphi} - j_B \end{array} \right.$$

Нормировка системы уравнений

$$I = \frac{j_B}{j_c} \quad \tau = \omega_p t \quad \omega_p = \sqrt{\frac{8\pi d_I e j_c}{\hbar \varepsilon}} \quad V_0 = \frac{\hbar \omega_p}{2e} \quad \lambda_j = \sqrt{\frac{\hbar c^2}{8\pi e j_c D^L}}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \tau} = \hat{C} \hat{V} \\ \frac{\partial \hat{V}}{\partial \tau} = \hat{L}^{-1} \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial x^2} - \beta \hat{V} - \sin \hat{\varphi} + I \end{cases}$$

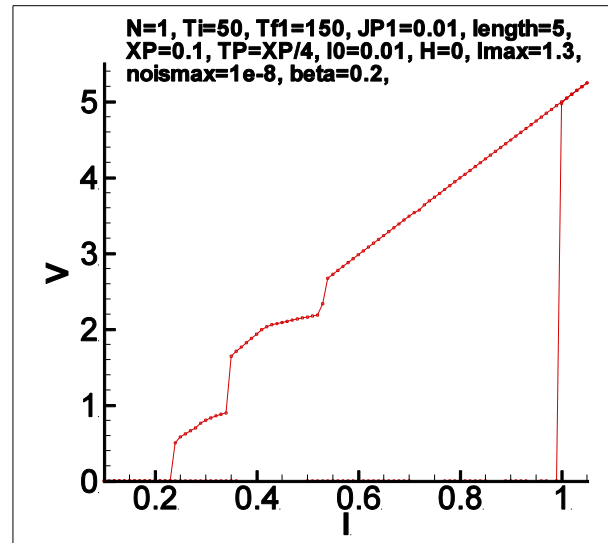
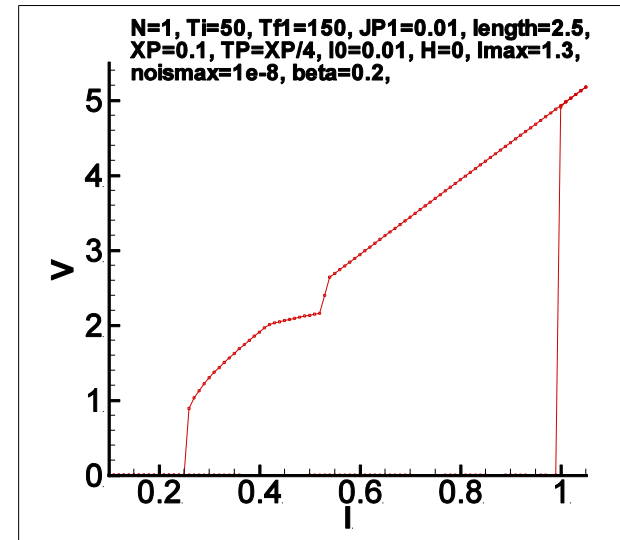
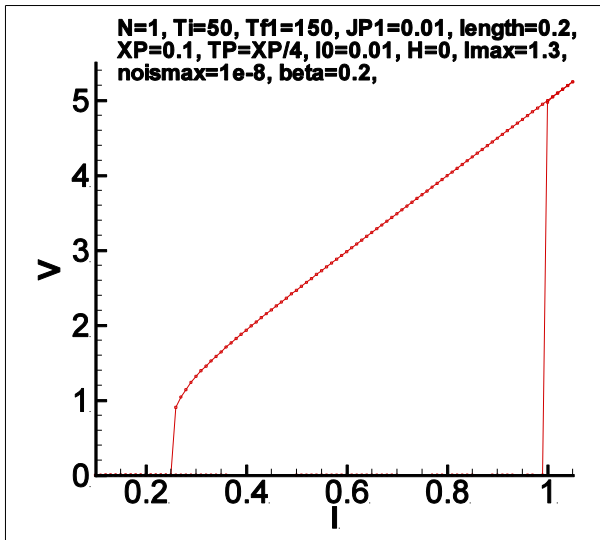
$$\hat{L} = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & & & & S \\ S & 1 & S & 0 & \dots & & & \\ 0 & S & 1 & S & 0 & \dots & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \dots & 0 & S & 1 & S \\ S & & & & \dots & 0 & S & 1 \end{pmatrix} \quad S = \frac{s^L}{D^L}$$

$$\beta = \frac{\sigma V_0}{d_I j_c}$$

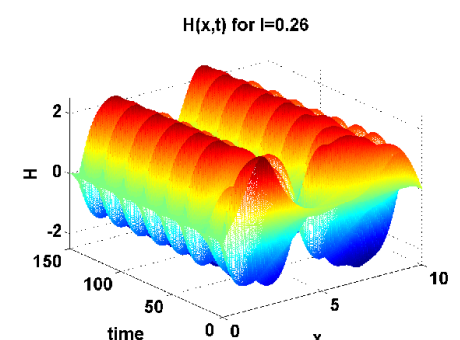
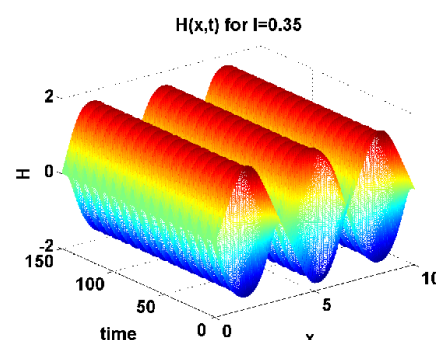
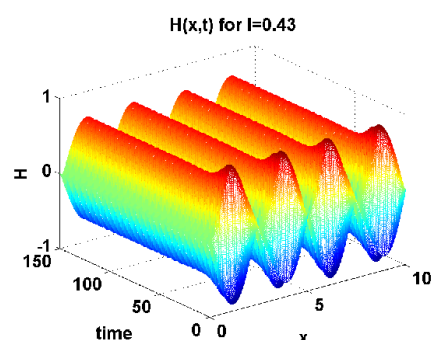
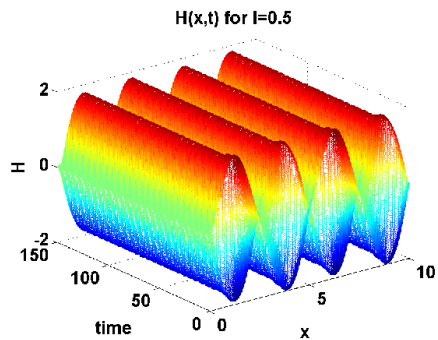
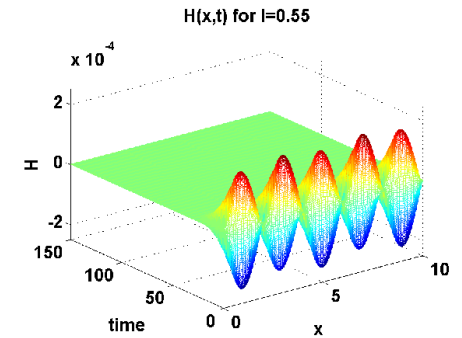
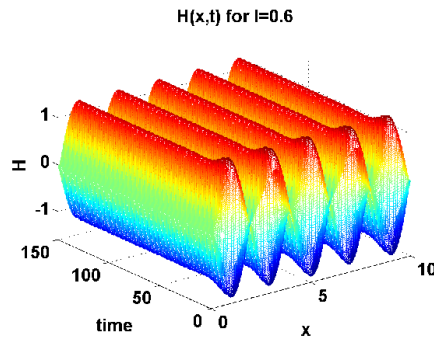
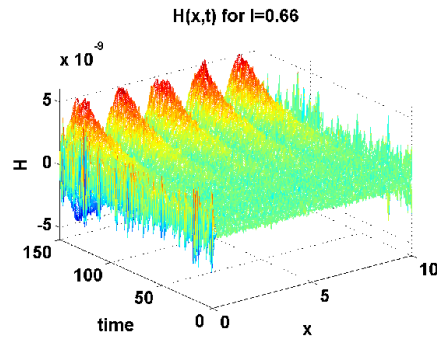
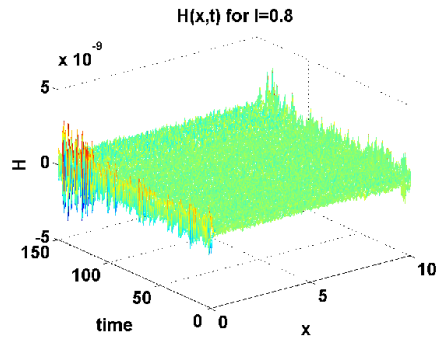
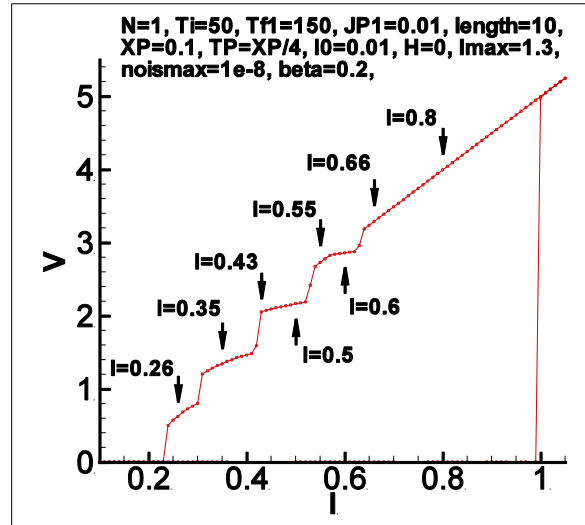
$$D^L = d_I + 2\lambda_L \coth\left(\frac{d_s}{\lambda_L}\right); \quad s^L = -\frac{\lambda_L}{\sinh(d_s/\lambda_L)}$$

Результаты численных расчетов

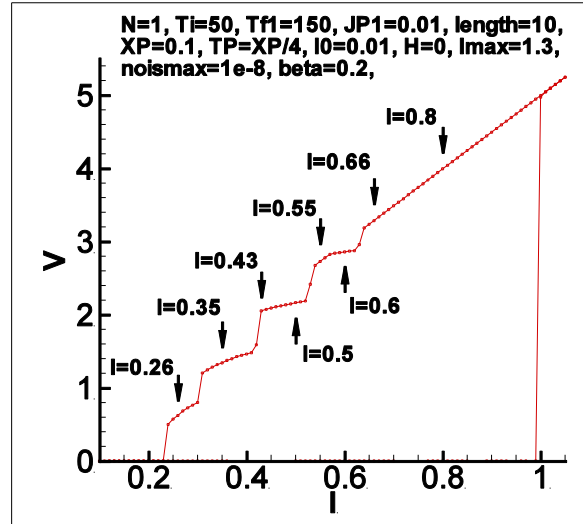
Вольт-амперные характеристики одного джозефсоновского перехода с разной длиной



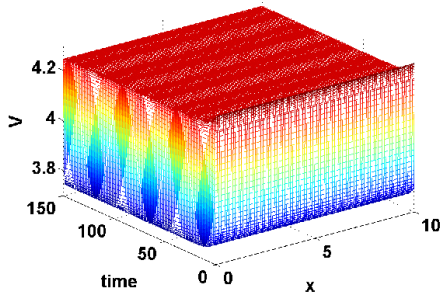
Пространство-временная зависимость магнитного поля при разных значениях внешнего тока



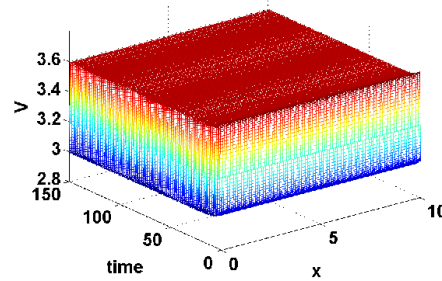
Пространство-временная зависимость напряжения при разных значениях внешнего тока



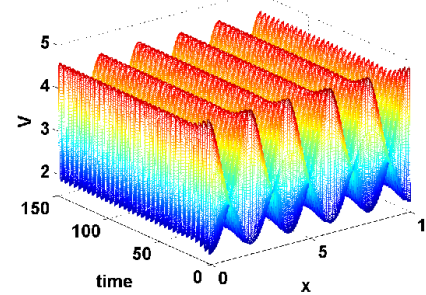
$V(x,t)$ for $I=0.8$



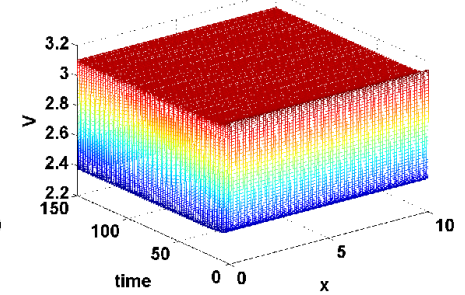
$V(x,t)$ for $I=0.66$



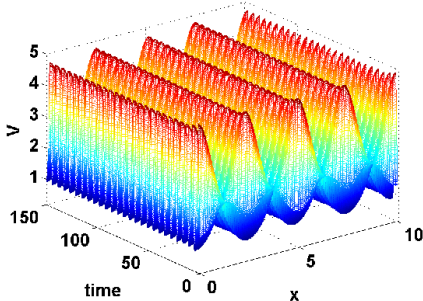
$V(x,t)$ for $I=0.6$



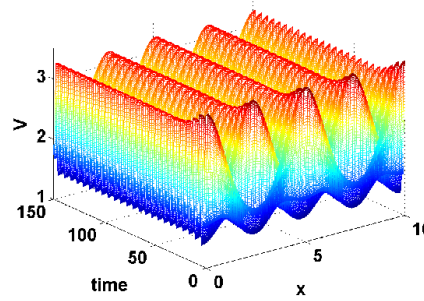
$V(x,t)$ for $I=0.55$



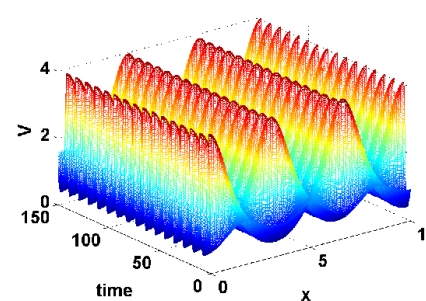
$V(x,t)$ for $I=0.5$



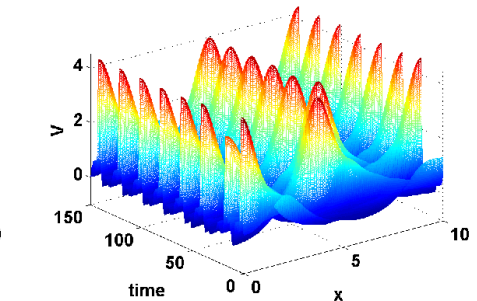
$V(x,t)$ for $I=0.43$



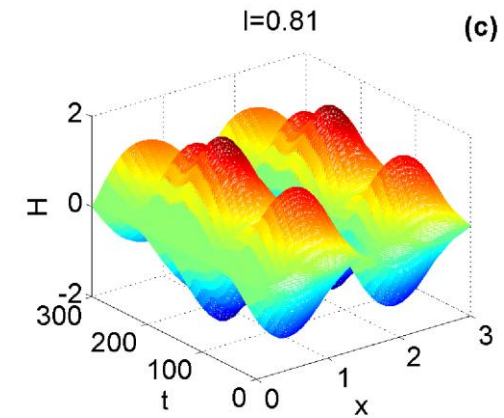
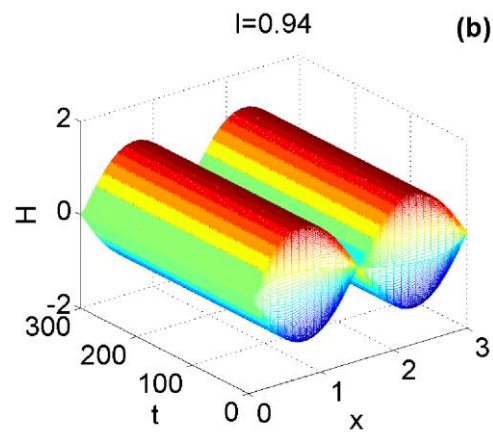
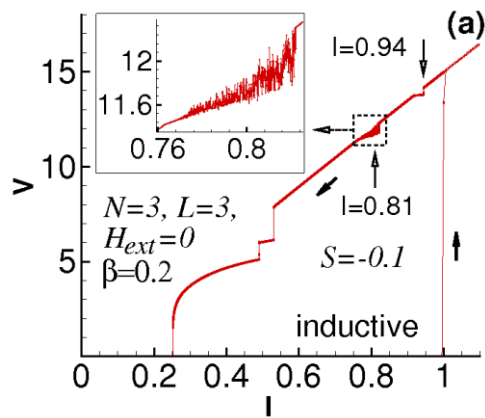
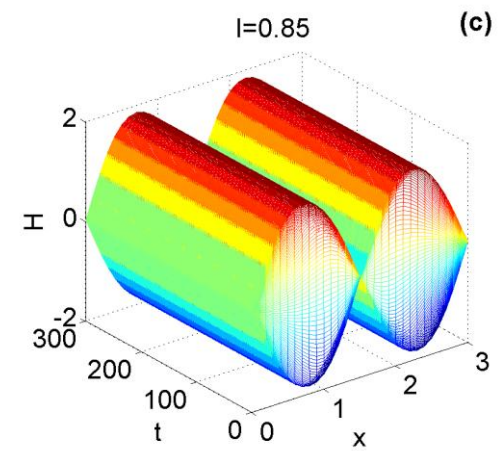
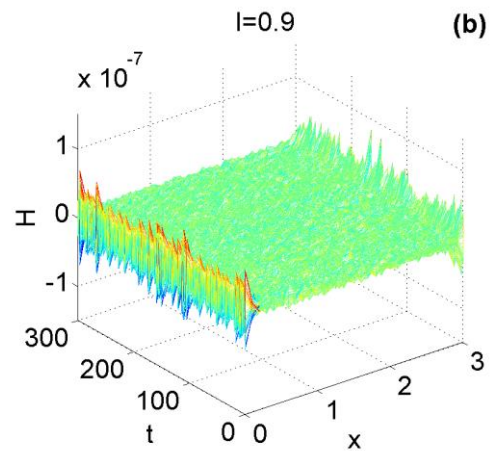
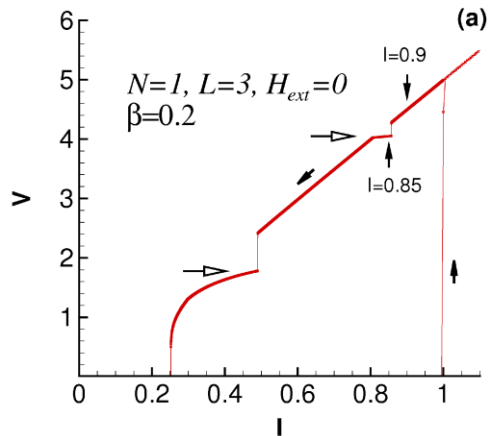
$V(x,t)$ for $I=0.35$



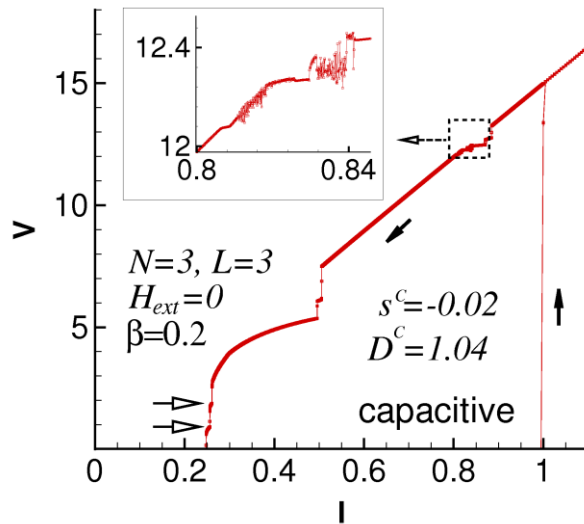
$V(x,t)$ for $I=0.26$



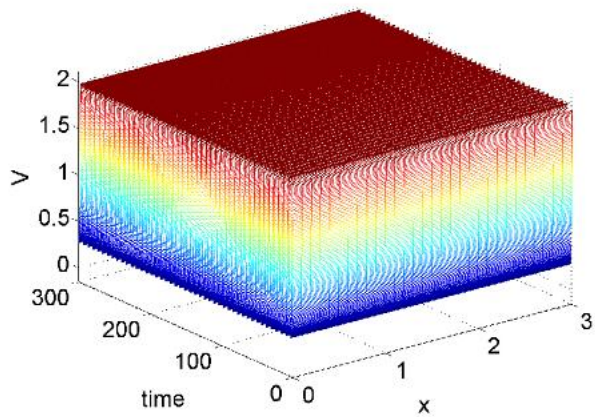
Сравнения одного ДП с системой ДП



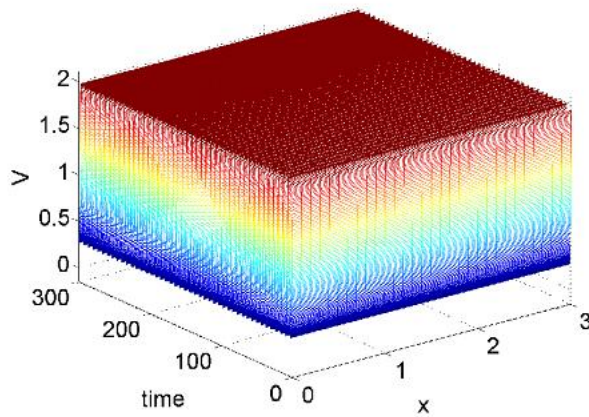
ВАХ и пространственно-временная зависимость напряжения во всех ДП



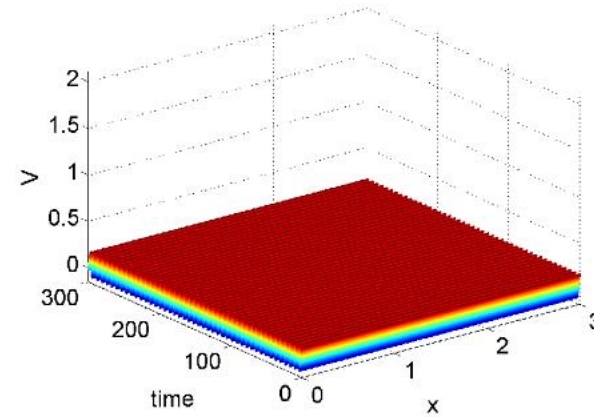
$I=0.26$, length=3, $N=3$, $s^C=-0.02$, $D^C=1.04$, J1



$I=0.26$, length=3, $N=3$, $s^C=-0.02$, $D^C=1.04$, J2



$I=0.26$, length=3, $N=3$, $s^C=-0.02$, $D^C=1.04$, J3



Список опубликованных работ

- [1]. S. Sakai, P. Bodin and NFPedersen , J. Appl. Phys., 73, 2411 (1993).
- [2]. M. Machida and S. Sakai, Phys. Rev. B, 70, 144520 (2004).
- [3]. I.R. Rahmonov, Yu.M. Shukrinov, E.V. Zemlyanaya, I. Sarhadov and O. Andreeva Journal of Physics: CS **393**, 012022, (2012).

Спасибо за внимание