

**Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
Объединенный институт ядерных исследований**

**Влияние диффузионного тока на вольт
амперную характеристику системы
связанных джозефсоновских
контактов**

И. Р. Рахмонов

30 января – 6 февраля 2011 г. Дубна

I. Введение

- Джозефсоновский контакт и эффекты Джозефсона
- Внутренние джозефсоновские контакты

II. Модели системы джозефсоновских контактов

- Обобщенное соотношение Джозефсона
- RCSJ модель
- ССJJ модель
- ССJJ+DC модель

III. Метод численного расчета

- Метод расчета ВАХ системы связанных джозефсоновских контактов

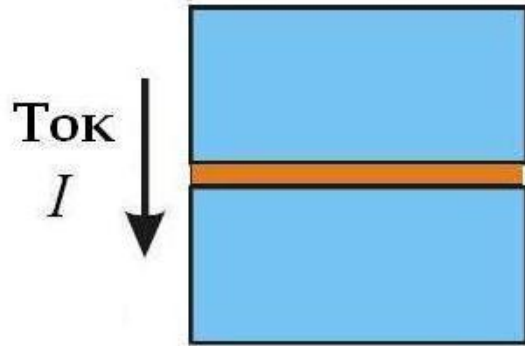
IV. Результаты численного расчета

- Сравнение ВАХ в рамках ССJJ и ССJJ+DC моделей
- Зависимость отдельных токов от полного тока в области гистерезиса
- Зависимость отдельных токов от полного тока в области параметрического резонанса



Введение

Джозефсонский переход (контакт)



Сверхпроводник S_1

$$\Psi_1 = |\Psi_1| \exp(i\theta_1)$$

Тунельный переход

Сверхпроводник S_2

$$\Psi_2 = |\Psi_2| \exp(i\theta_2)$$

Ψ_1 и Ψ_2 волновые функции сверхпроводящих электродов.

θ_1 и θ_2 фазы волновых функций.

Стационарный эффект Джозефсона:

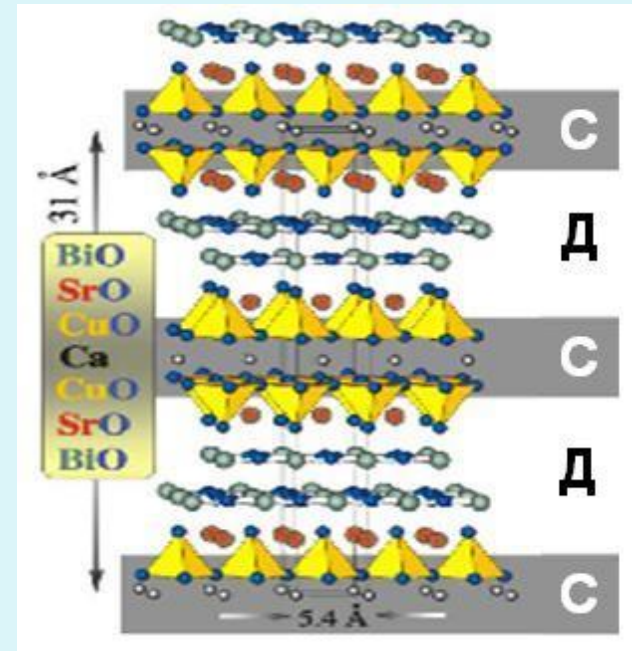
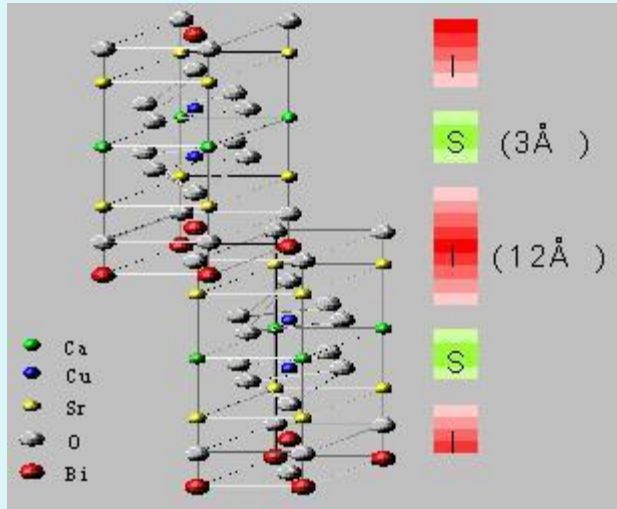
$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$$

Нестационарный эффект Джозефсона:

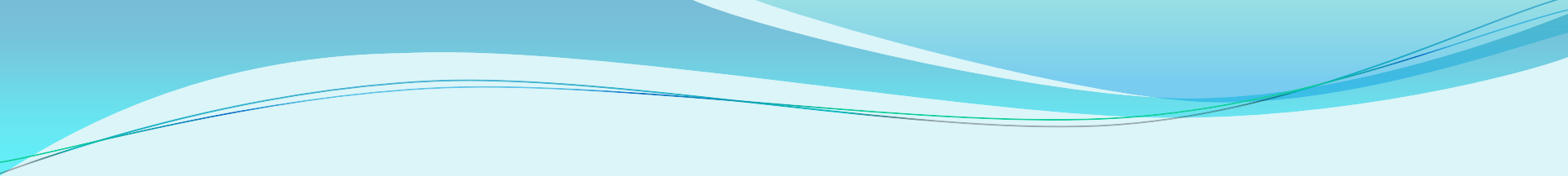
$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V$$

$\varphi = \theta_2 - \theta_1$ разность фаз

Получен Б. Джозефсоном 1962 г.

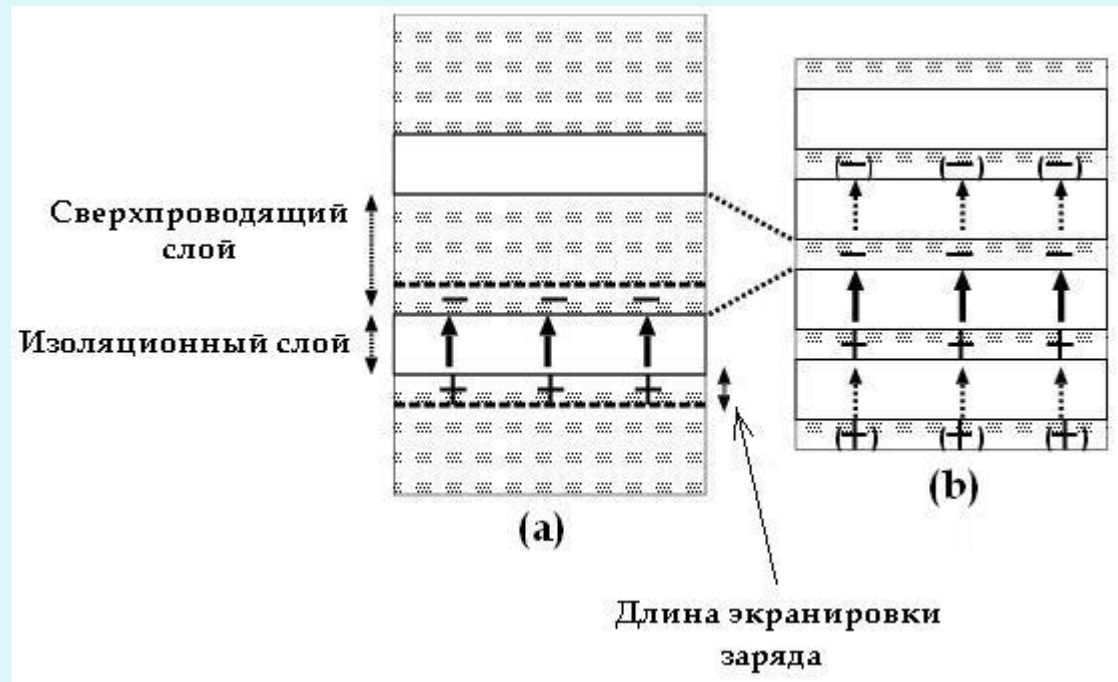
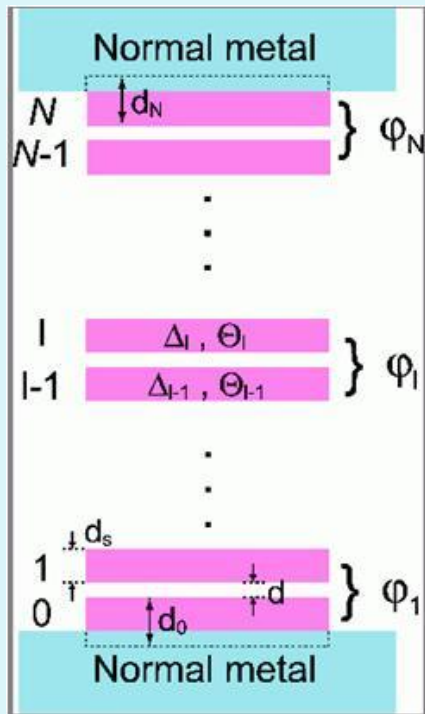


1. Внутренний эффект Джозефсона был обнаружен 1992 г. (R. Kleiner, P. Müller)
2. Анизотропный высокотемпературный сверхпроводник
3. Переход типа *сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник* (SIS)
4. Вольтамперная характеристика имеет гистерезис



**Модели системы
джозефсоновских контактов
с емкостной связью**

Схема системы джозефсонских переходов (СДП)



Толщина сверхпроводящего слоя сравнима с дебаевской длиной экранирования, поэтому в отдельном сверхпроводящем слое нарушается динамическая нейтральность электрического заряда

Это приводит к образованию емкостной связи между переходами

Обобщенное джозефсоновское соотношение

Отсутствие полного экранирование заряда в S-слое приводит к новому величину - обобщенному скалярному потенциалу

[D. A. Ryndyk, Phys. Rev. Lett. **80**, (1998), 3376-3379]

$$\Phi_l = \phi_l - \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \theta_l}{\partial t}$$

$$\rho_l = -\frac{\Phi_l}{4\pi\mu^2}$$

При этом соотношение джозефсона для напряжении обобщается

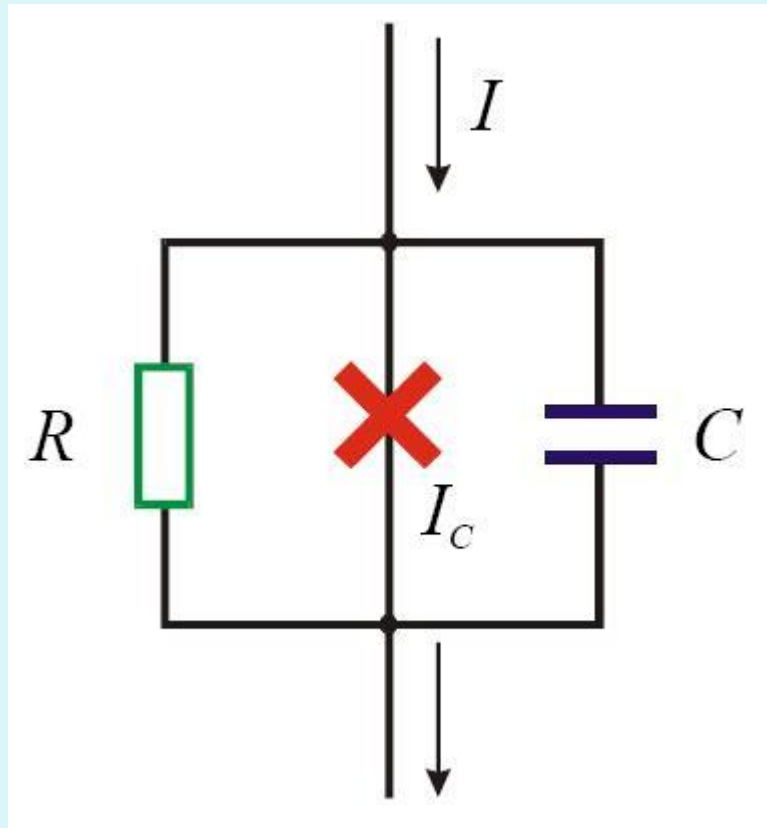
[T. Koyama and M. Tachiki, Phys. Rev. B **54**, 16183 (1996)]

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V_l + \frac{2e}{\hbar} (\Phi_{l+1} - \Phi_l)$$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha (V_{l-1} + V_{l+1} - 2V_l)$$

$$\alpha = \frac{\epsilon \mu^2}{d_s d_I}$$

- RCSJ –от английского **Resistively - capacitively shunted junctions**



$$I_{\text{disp}}^l = C \frac{\partial V_l}{\partial t} \quad \text{ток смещение}$$

$$I_{\text{qp}}^l = \frac{V_l}{R} \quad \text{квазичастичный ток}$$

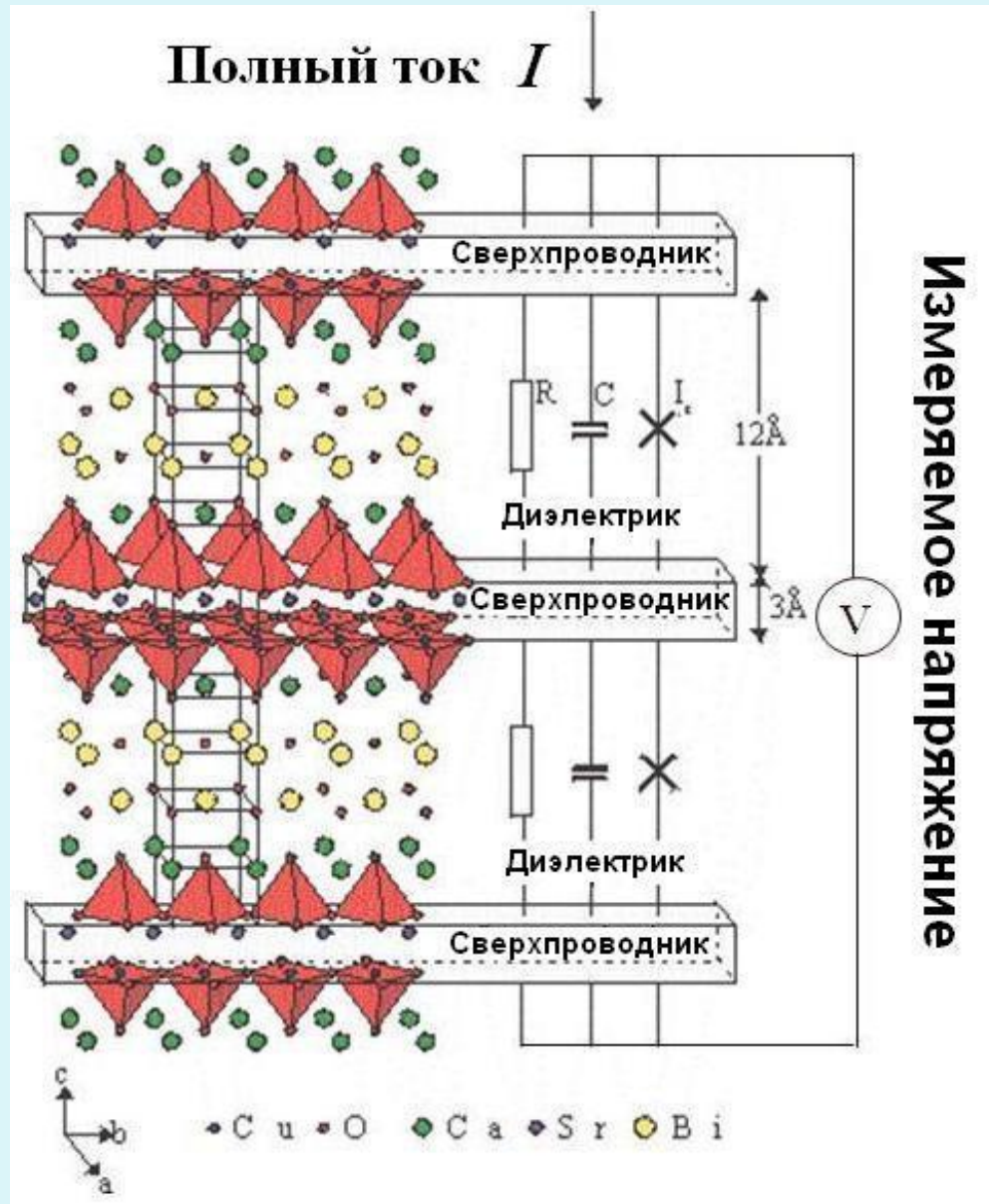
$$I_s^l = I_c \sin \varphi_l \quad \text{сверхпроводящий ток}$$

$$I = C \frac{\partial V_l}{\partial t} + \frac{V_l}{R} + I_c \sin \varphi_l$$

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V_l$$

ССJJ модель (Кояма, Tachiki, 1996)

ССJJ – от английского **capacitive coupled Josephson junctions**



ССJJ модель (Кояма, Tachiki, 1996)

$$I = C \frac{\partial V_l}{\partial t} + \frac{V_l}{R} + I_c \sin \varphi_l$$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha (V_{l-1} + V_{l+1} - 2V_l)$$

$$\tau = \omega_p t$$

$$\omega_p^2 = \frac{2eI_c}{\hbar C}$$

$$V_0 = \frac{\hbar \omega_p}{2e}$$

$$\beta = \frac{\hbar \omega_p}{2e R I_c}$$

$$\beta^2 = \frac{1}{\beta_c}$$

$$\frac{V_l}{V_0} \rightarrow V_l$$

$$\frac{I}{I_c} \rightarrow I$$

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau} = V_l - \alpha (V_{l-1} + V_{l+1} - 2V_l)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial \tau^2} = (I - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}) + \alpha (\sin \varphi_{l+1} + \sin \varphi_{l-1} - 2 \sin \varphi_l)$$

ССJJ модель (Кояма, Тачики, 1996)

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau} = \sum_{l'} A_{ll'} V_{l'}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial \tau^2} = \sum_{l'} A_{ll'} \left[\frac{I}{I_c} - \sin \varphi_{l'} \right] - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}$$

При периодическом граничном условии разность фаз N-го перехода равна разности фаз первого перехода и используется следующая матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 + 2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & & & -\alpha \\ -\alpha & 1 + 2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & & \\ 0 & -\alpha & 1 + 2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha & & & \dots & 0 & -\alpha & 1 + 2\alpha \end{pmatrix}$$

При непериодическом граничном условии используется нижеуказанная матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \alpha G & -\alpha & 0 & \dots & & & \\ -\alpha & 1 + 2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & & \\ 0 & -\alpha & 1 + 2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & & & \dots & 0 & -\alpha & 1 + \alpha G \end{pmatrix}$$

$$G = 1 + \gamma$$

$$\gamma = \frac{d_s}{d_1} = \frac{d_s}{d_N}$$

Yu. Shukrinov, F. Mahfouzi, Supercond. Sci. Technol. **20** (2007) s38-s42

$$I = C \frac{\partial V_l}{\partial t} + \frac{V_l}{R} + I_c \sin \varphi_l \quad + \quad I_{\text{dif}} = \frac{\Phi_{l+1} - \Phi_l}{R}$$

$$I = C \frac{\partial V_l}{\partial t} + I_c \sin \varphi_l + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t}$$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha (V_{l-1} + V_{l+1} - 2V_l)$$

После перехода в безразмерных величин получается уравнение второго порядка относительно разности фаз

$$\frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial \tau^2} = (I - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}) + \alpha (\sin \varphi_{l+1} + \sin \varphi_{l-1} - 2 \sin \varphi_l) + \alpha \beta (\frac{\partial \varphi_{l+1}}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi_{l-1}}{\partial \tau} - 2 \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau})$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_l}{\partial \tau^2} = \sum_{l'} A_{ll'} [I - \sin \varphi_{l'} - \beta \frac{\partial \varphi_{l'}}{\partial \tau}]$$

Данная уравнение было получено в рамках микроскопической теории в работе

М. Machida, Т. Koyama, А. Tanaka and М. Tachiki, Physika C, **331** 85-96 (2000)

Метод численного расчета

Система дифференциальных уравнений второго порядка относительно разности фаз решается численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка

Вычисления проводятся при фиксированном токе во временном домене, вычисляется разность фаз в каждый момент времени, затем с использованием обобщенного джозефсоновского соотношения вычисляется напряжение

Полученные значения напряжений усредняются во временном домене

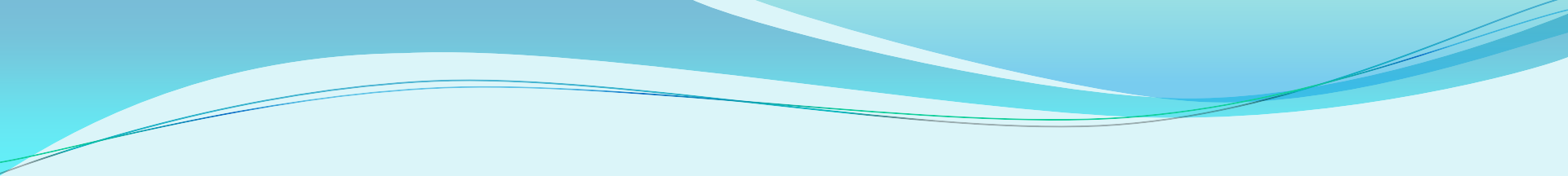
$$\bar{V}_l = \frac{1}{T_{\max} - T_{\min}} \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} V_l dt$$

Суммируя усредненные напряжения отдельных переходов, вычисляется полное напряжение в системе

$$V = \sum_{l=1}^N \bar{V}_l$$

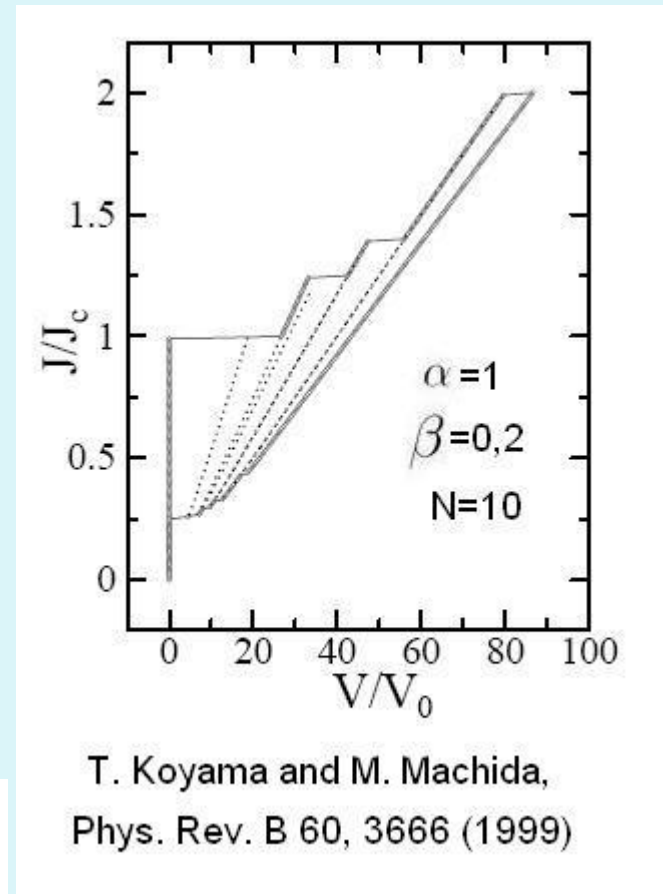
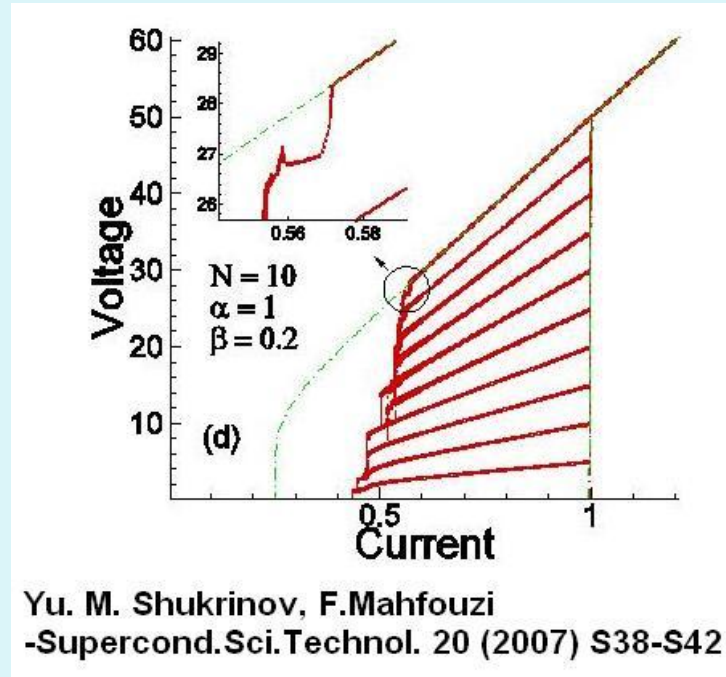
Затем добавляется шаг по току δI и все вышеуказанные пункты повторяются

Ток постепенно увеличивается от нуля до некоторого I_{max} и уменьшается обратно до нуля



Результаты численного расчета

Ветвистая структура



R - state : $\left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\rangle = const, \left\langle \sin \varphi \right\rangle = 0$

O - state : $\left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\rangle = 0, \left\langle \sin \varphi \right\rangle = const$

Краткое описание экспериментальной ВАХ

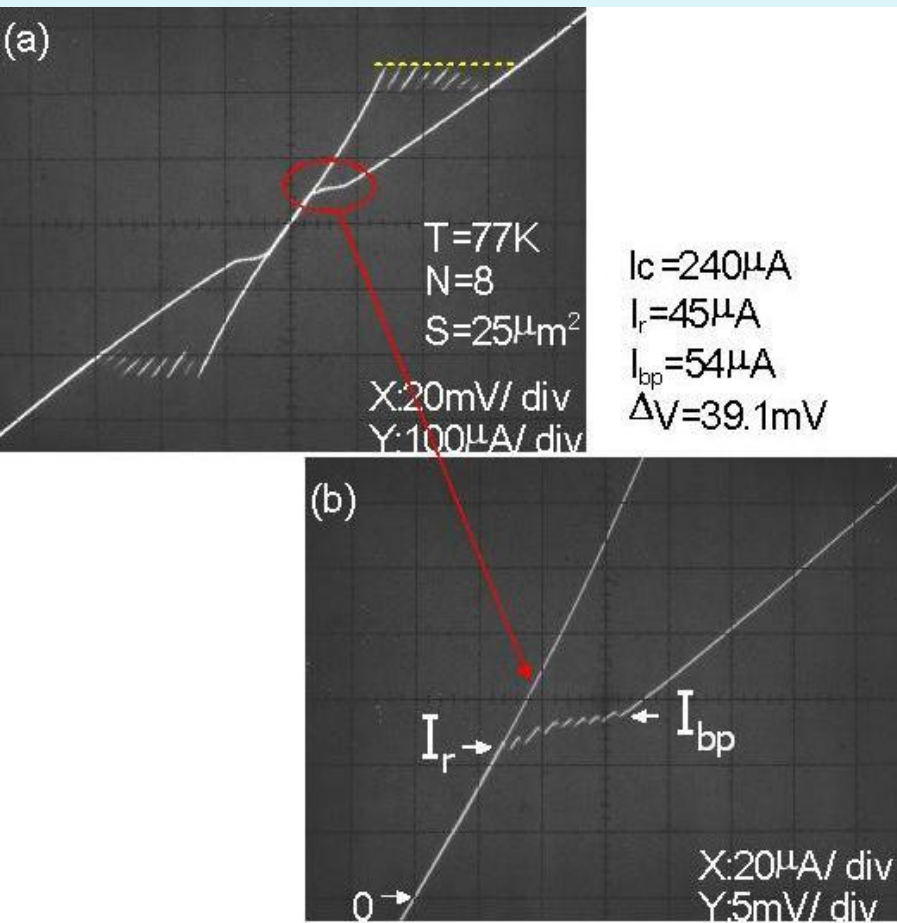


FIG. 2:

A. Irie, Yu. M. Shukrinov, and G. I. Oya, Appl. Phys. Lett. **93**, 152510 (2008).

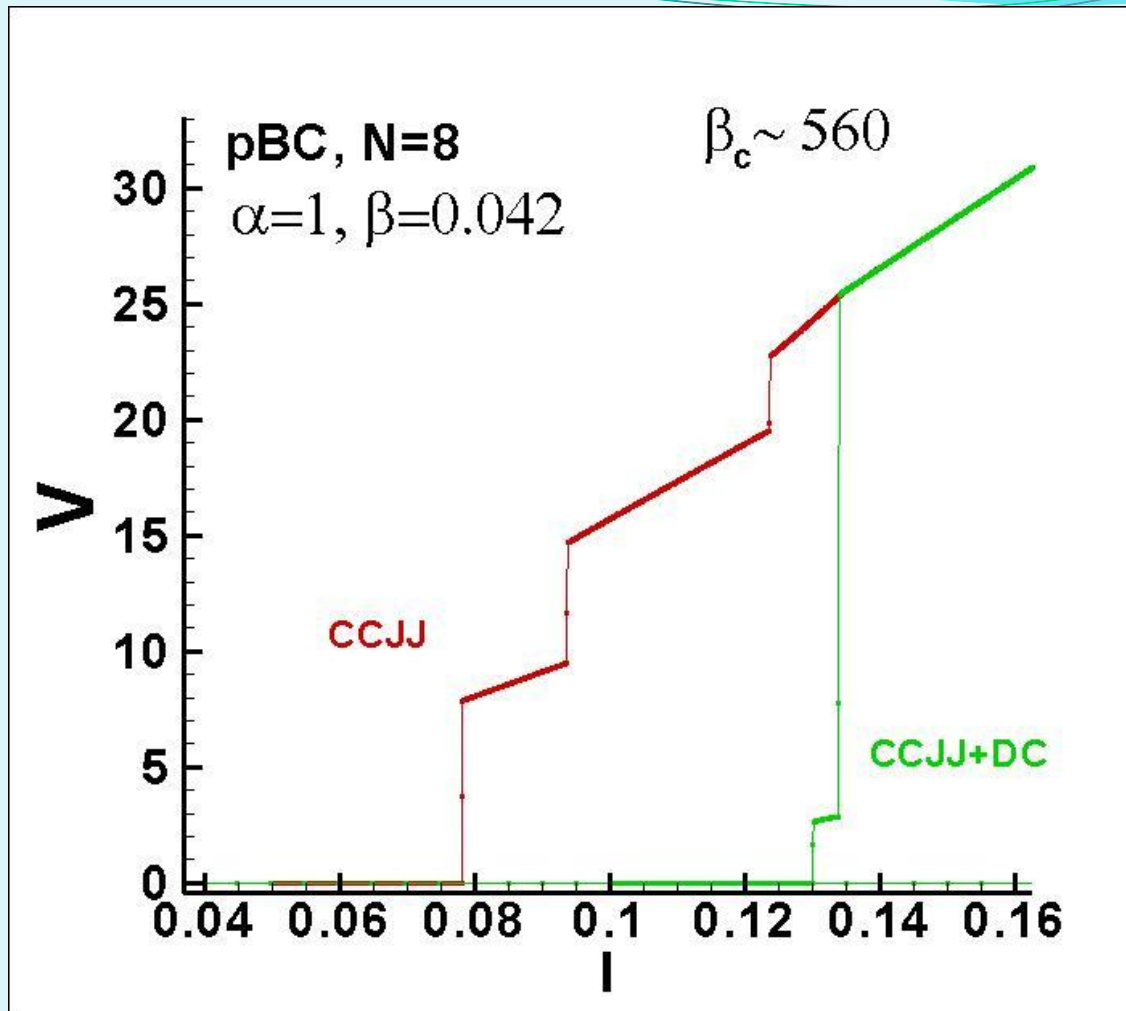
$N=8$, $\varepsilon = 10$, $d_S = 3 \text{ \AA}$, $d_I = 12 \text{ \AA}$,
 $R=20.4 \text{ \Omega}$, $C=1.84 \text{ пФ}$, $S=25 \text{ мкм}^2$

При этих значениях величин параметр Маккамбера примерно равен $\beta_C (77 \text{ K}) \approx 560$ или $\beta=0.042$

В рамках модели не учитывающий связь между переходами на основе соотношения $I_r / I_c = 4 / (\pi \beta^{1/2}) = 0.054$ мкА или $I_r = 13 \text{ мкА}$.

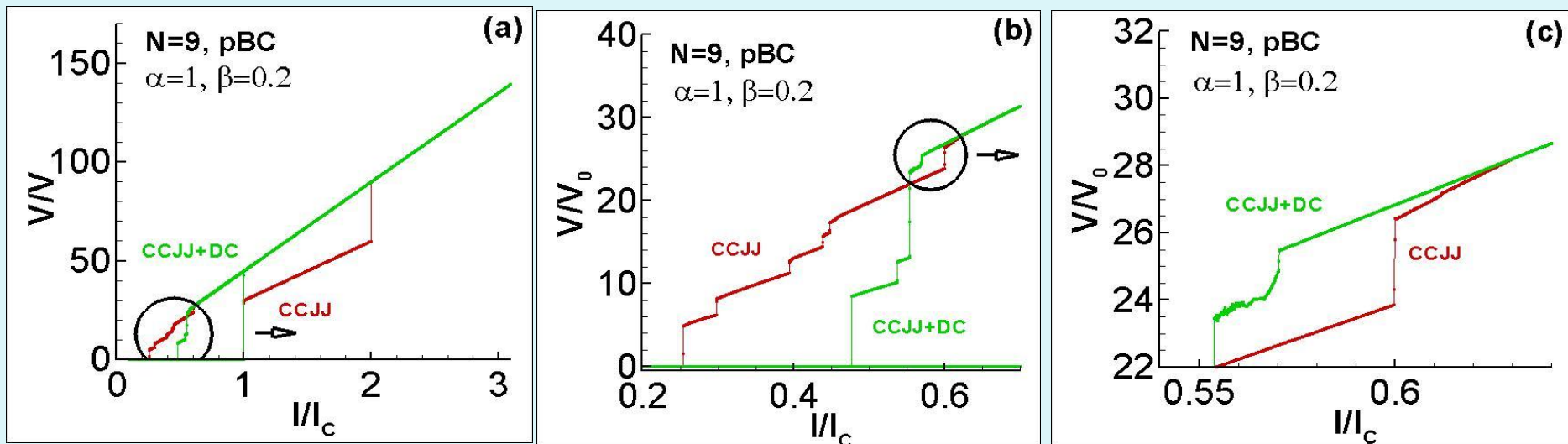
Это существенно отличается от экспериментального значения $I_r = 45 \text{ мкА}$ или $I_r / I_c = 0.188$

Вольтамперная характеристика с учетом экспериментальных значений



Расчеты в рамках CCJJ+DC при параметра Маккамбера $\beta_c \approx 560$ и $\alpha = 1, I_r / L_c = 0.13$ и наблюдается качественное согласие с приведенным выше экспериментальными результатами

$N=9, \alpha=1, \beta=0.2$



Обе модели приводят к ветвлению но число ветвей отличается

Учет диффузионного тока в ССJJ+DC модели существенно уменьшает гистерезис в системе, и это приводит к росту тока возврата

Выражения для отдельных токов

$$I_{\text{qp}}^l = \beta V_l$$

Квазичастичный ток

$$I_{\text{dif}}^l = \beta \left(\frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau} - V_l \right)$$

Диффузионный ток

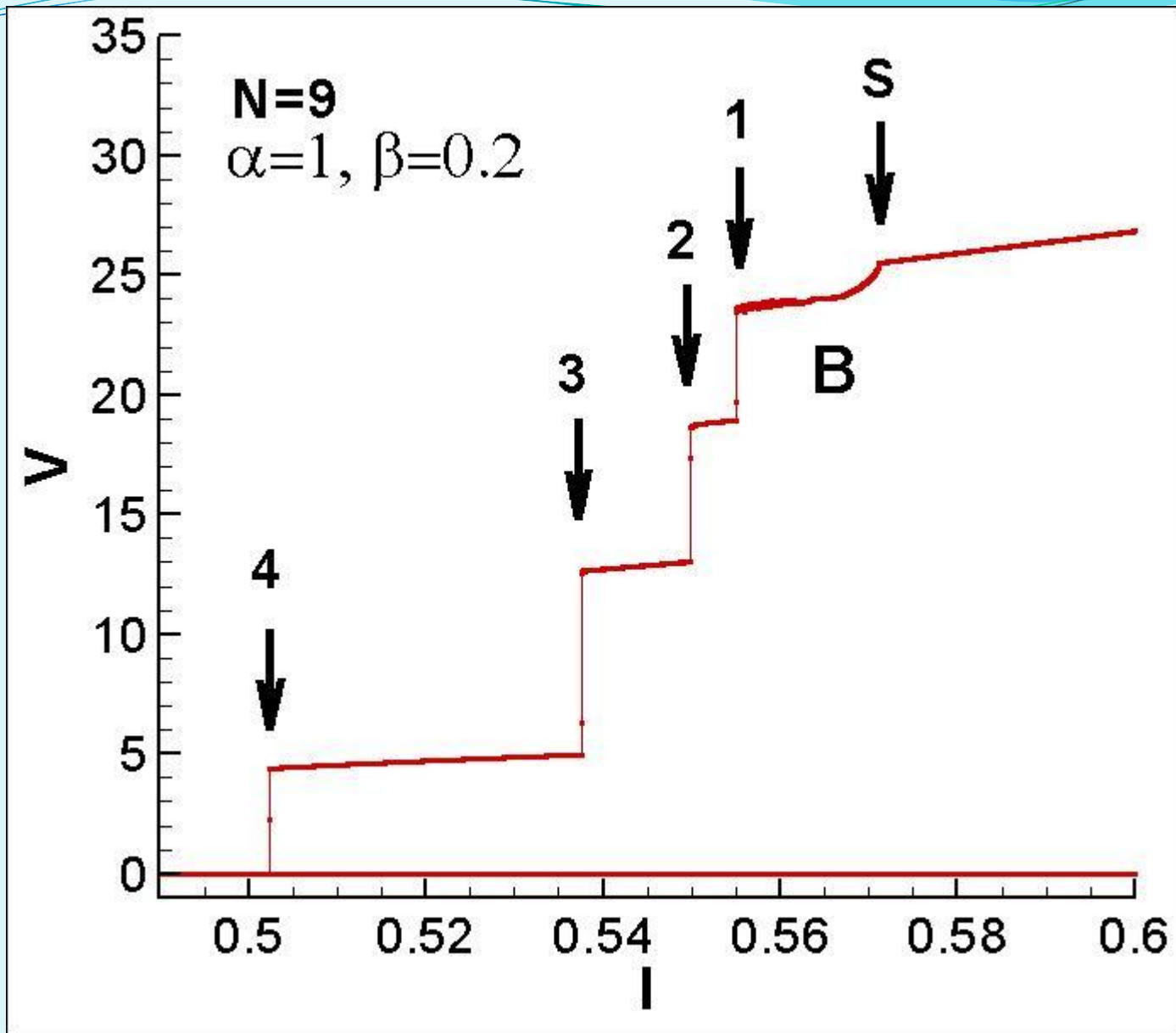
$$I_s^l = \sin \varphi_l$$

Сверхпроводящий ток

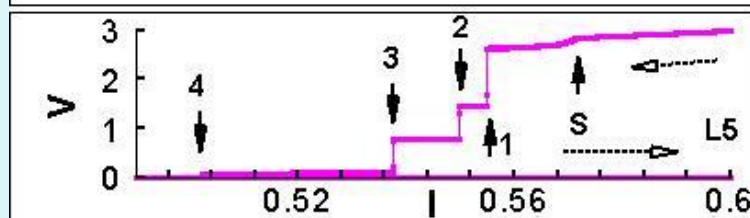
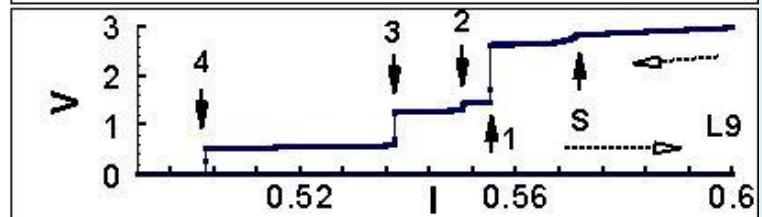
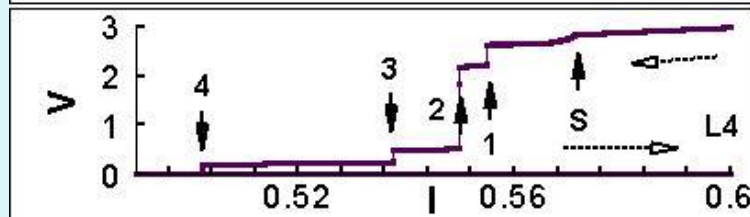
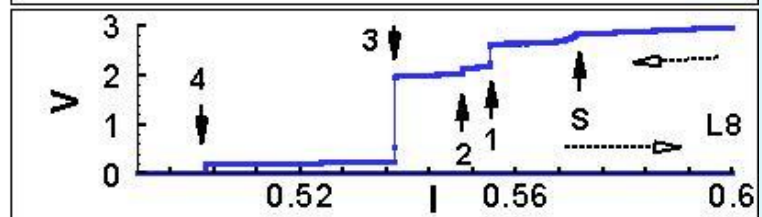
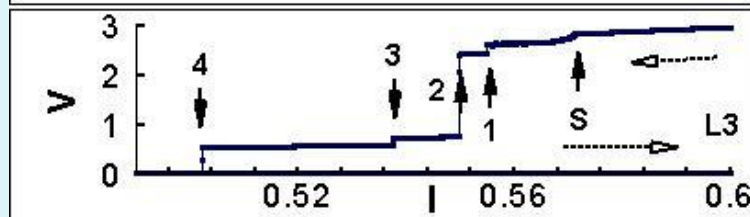
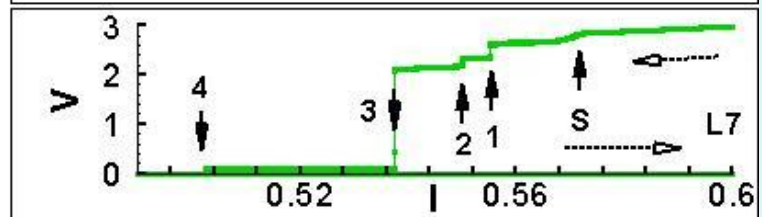
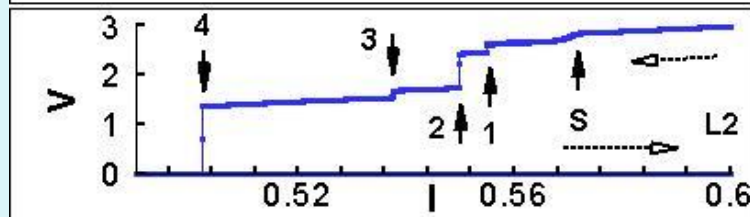
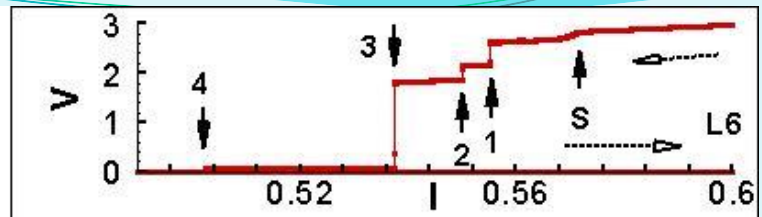
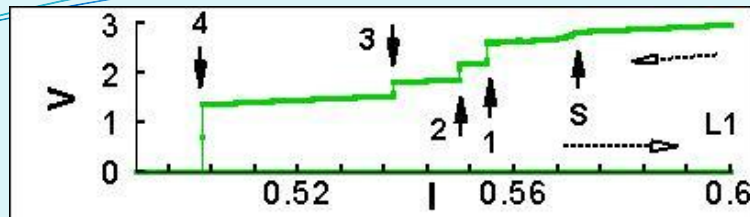
$$I_{\text{disp}}^l = \frac{\partial V_l}{\partial \tau}$$

Ток смещение

Гистерезисная область ВАХ (ССJJ+DC)



ВАХ на отдельных контактах ССJJ+DC

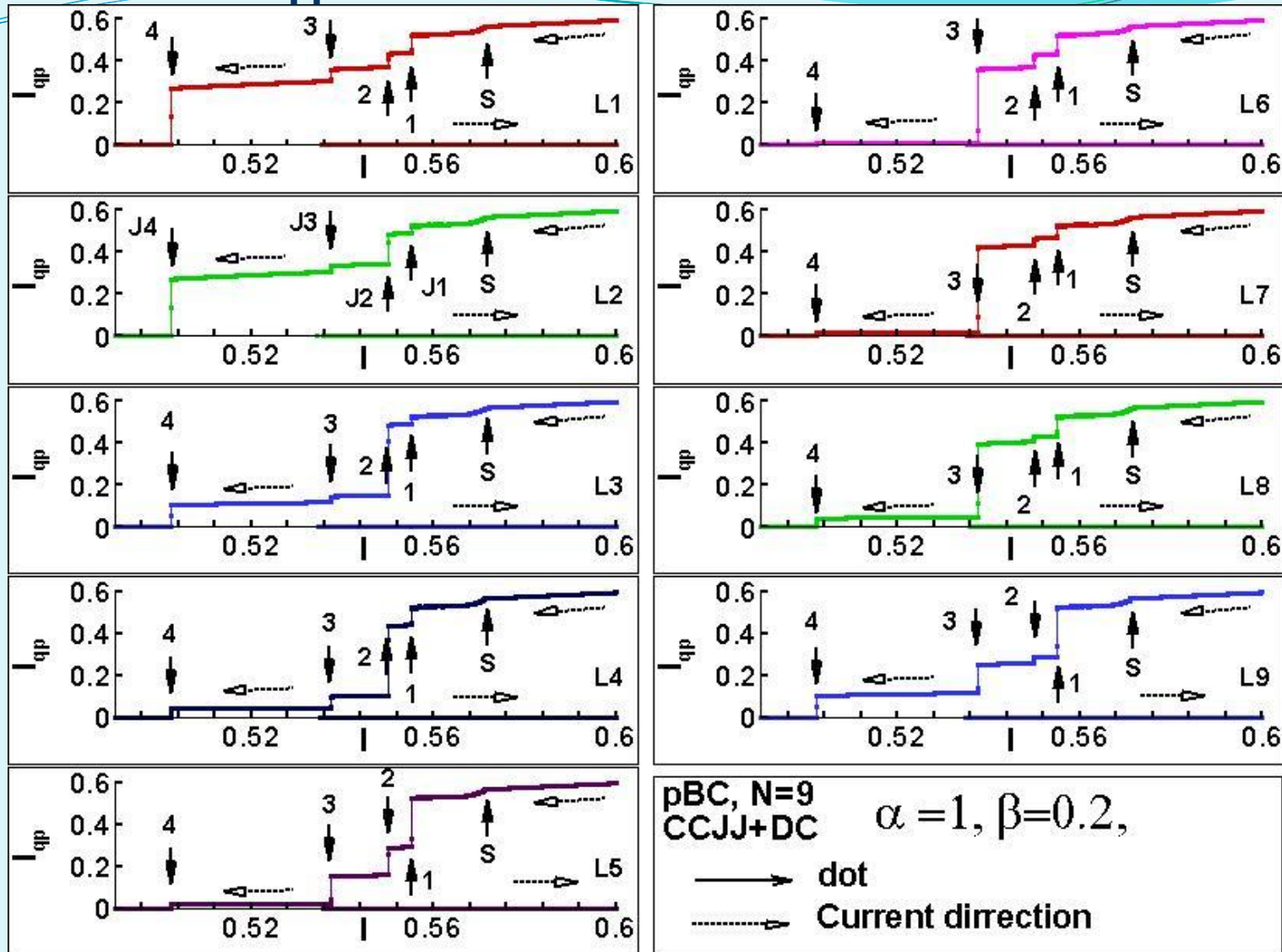


pBC, $N=9$
 CCJJ+DC $\alpha=1, \beta=0.2,$

—→ dot

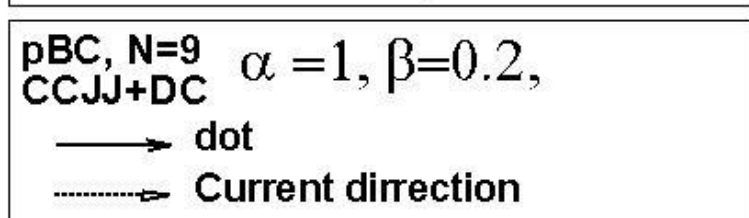
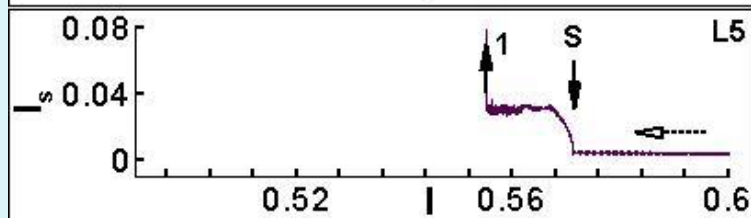
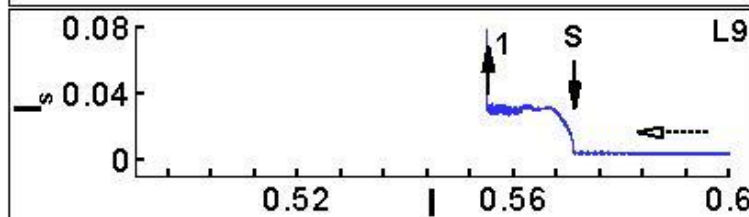
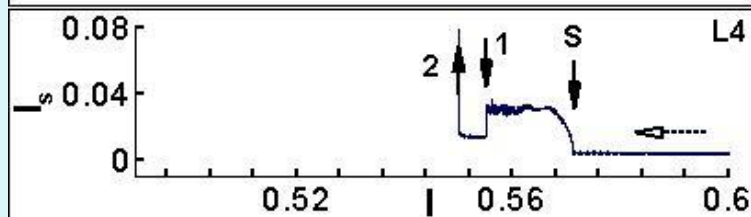
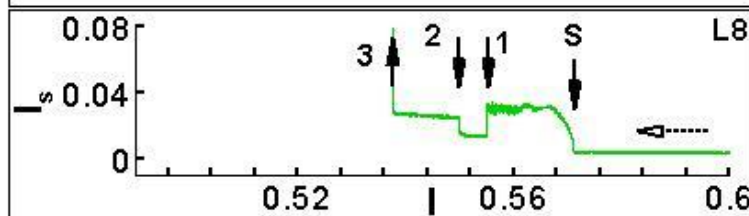
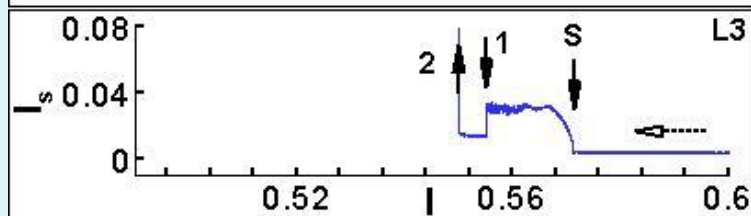
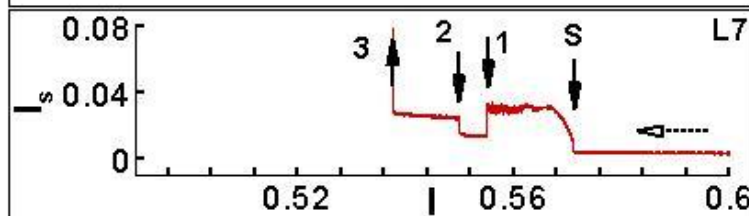
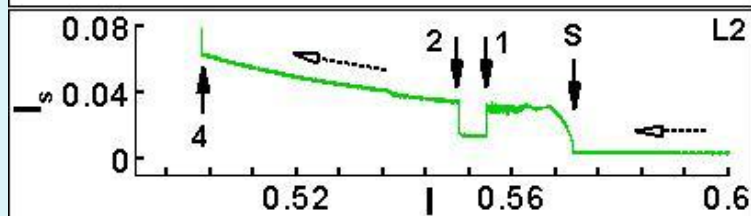
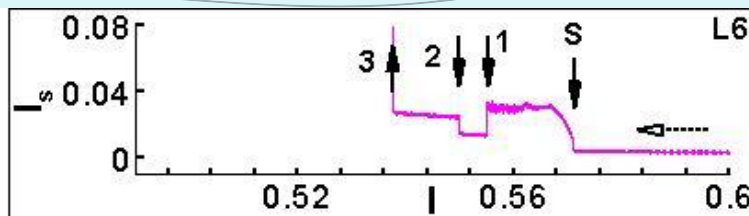
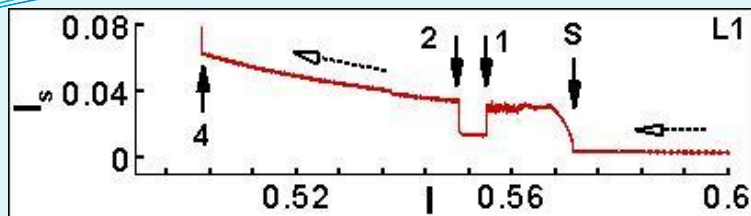
---→ Current direction

Зависимость квазичастичного тока от полного тока на отдельных контактах ССJJ+DC

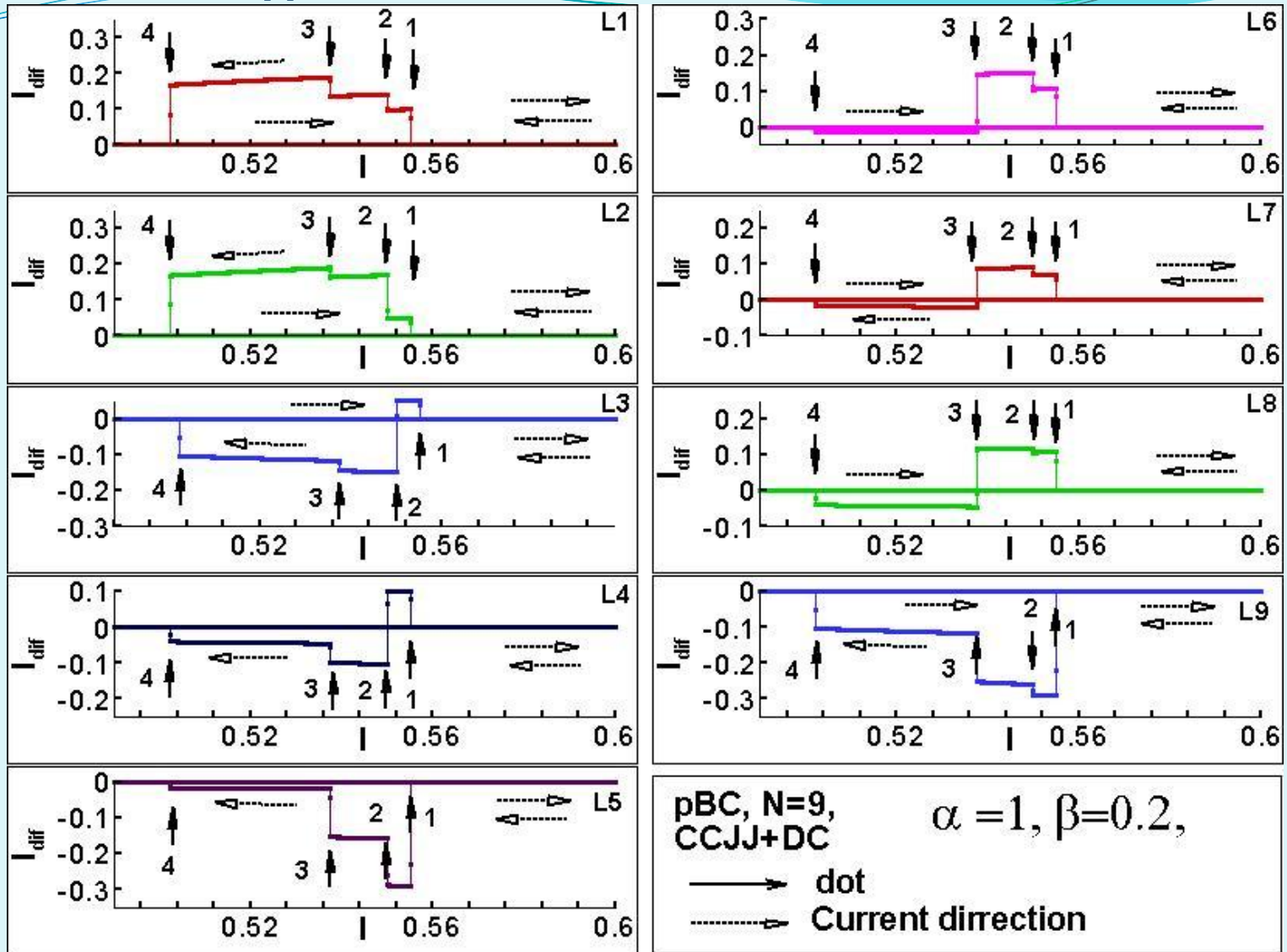


Ветвление происходит посредством компенсации квазичастичного тока как сверхпроводящими так и диффузионными токами из за этого ветвление ВАХ происходит в узком интервале полного тока

Зависимость сверхтока от полного тока на отдельных контактах ССJJ+DC

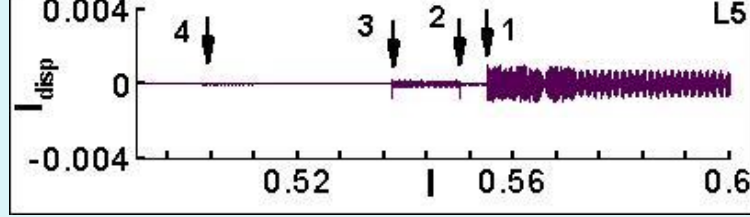
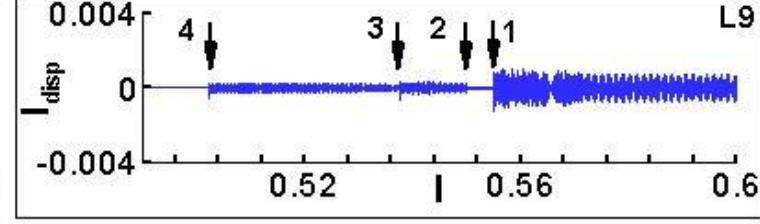
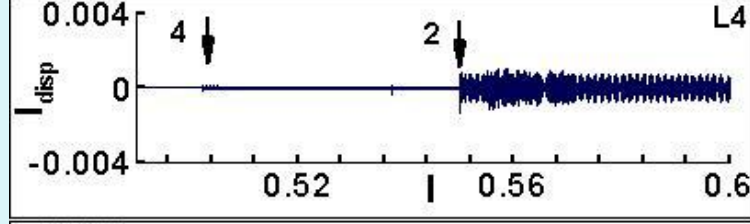
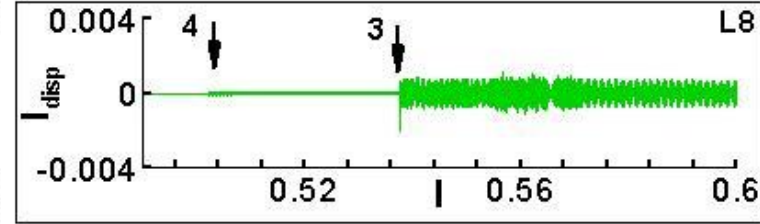
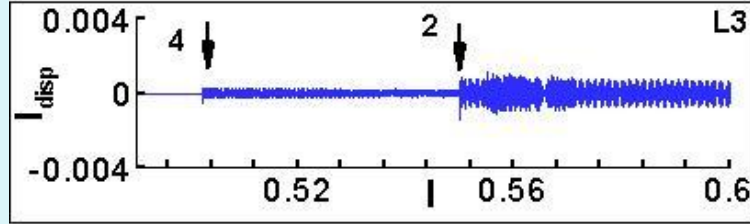
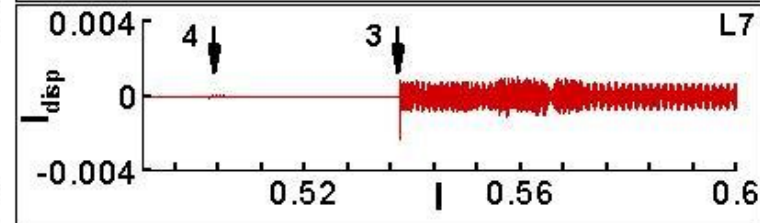
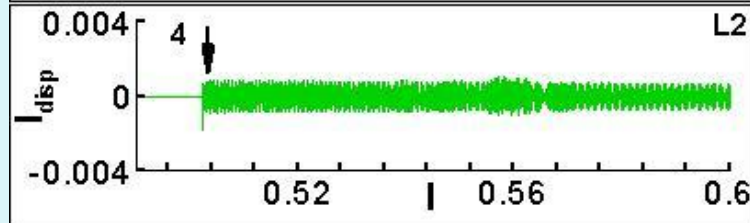
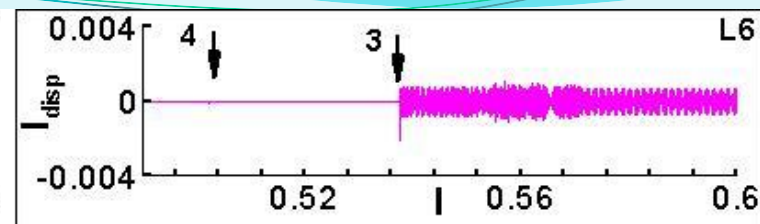
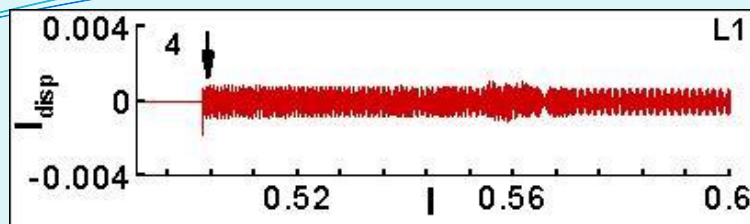


Зависимость диффузионного тока от полного тока на отдельных контактах CCJJ+DC





Направления диффузионного тока отличается в разных переходах т. е. в некоторых противоположно общему току

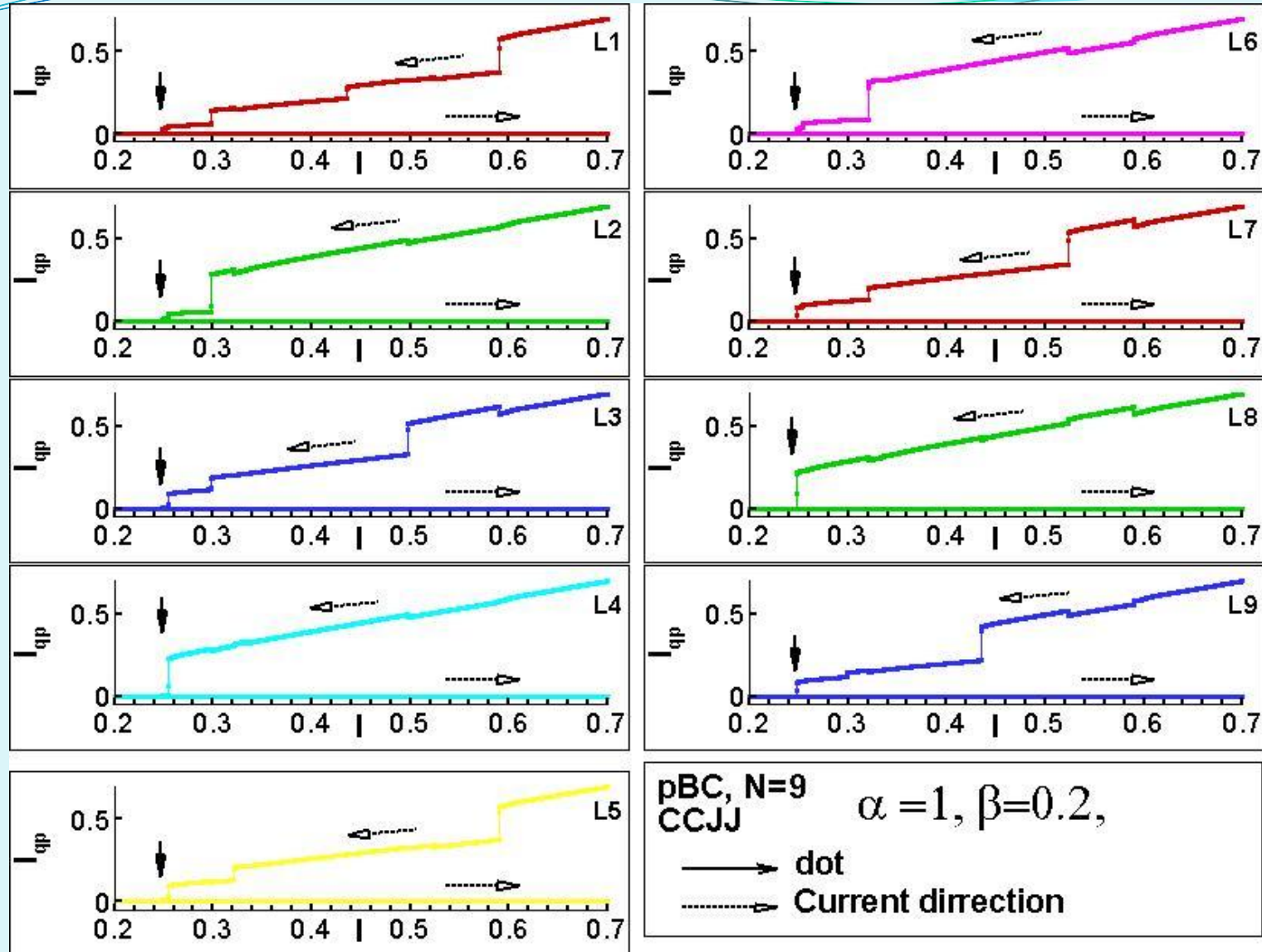
Зависимость тока смещения от полного тока на отдельных контактах ССJJ+DC



pBC, N=9 $\alpha = 1, \beta = 0.2,$
 CCJJ+DC

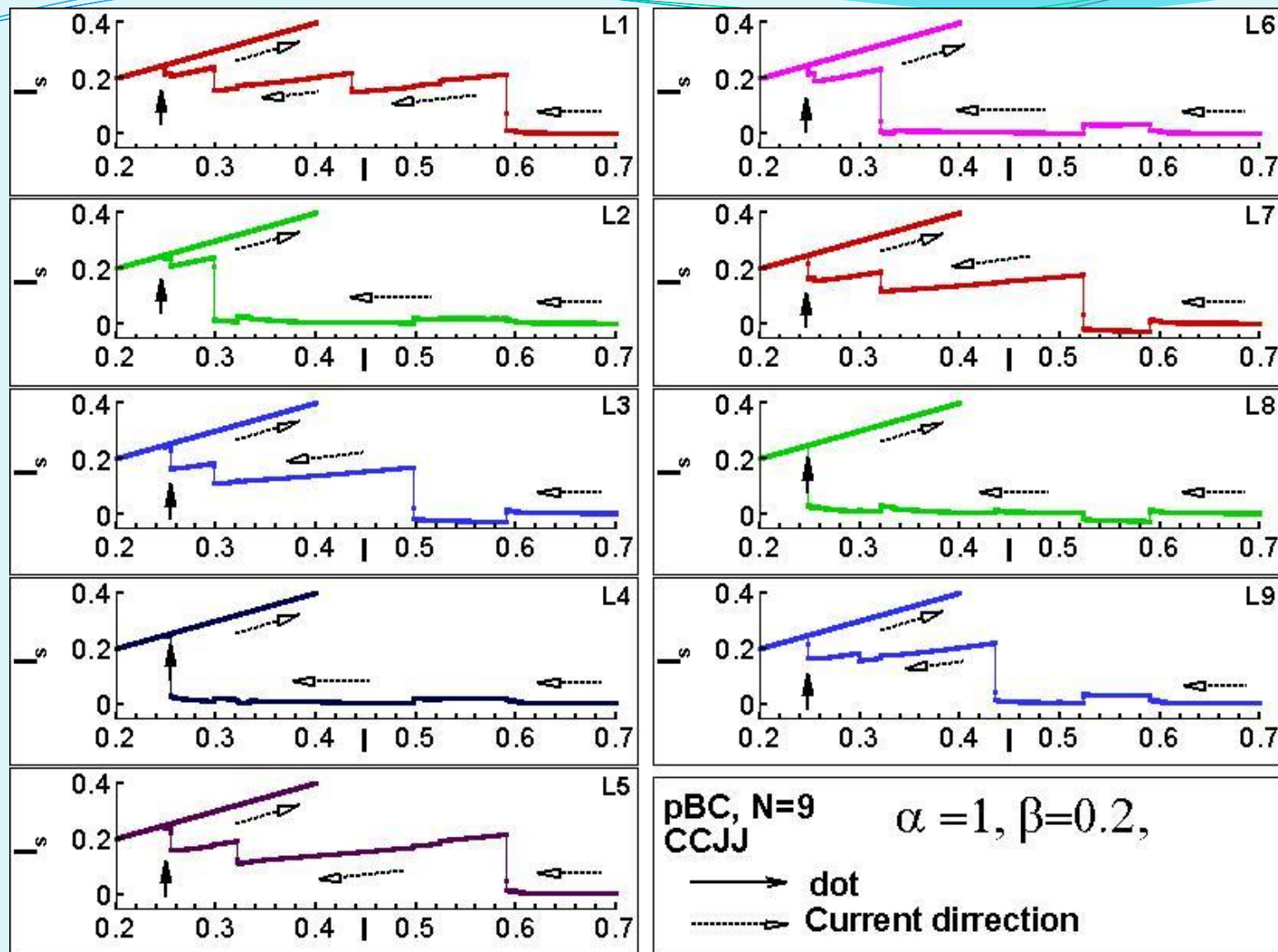
 dot
 Current direction

Зависимость квазичастичного тока от полного тока на отдельных контактах ССJJ



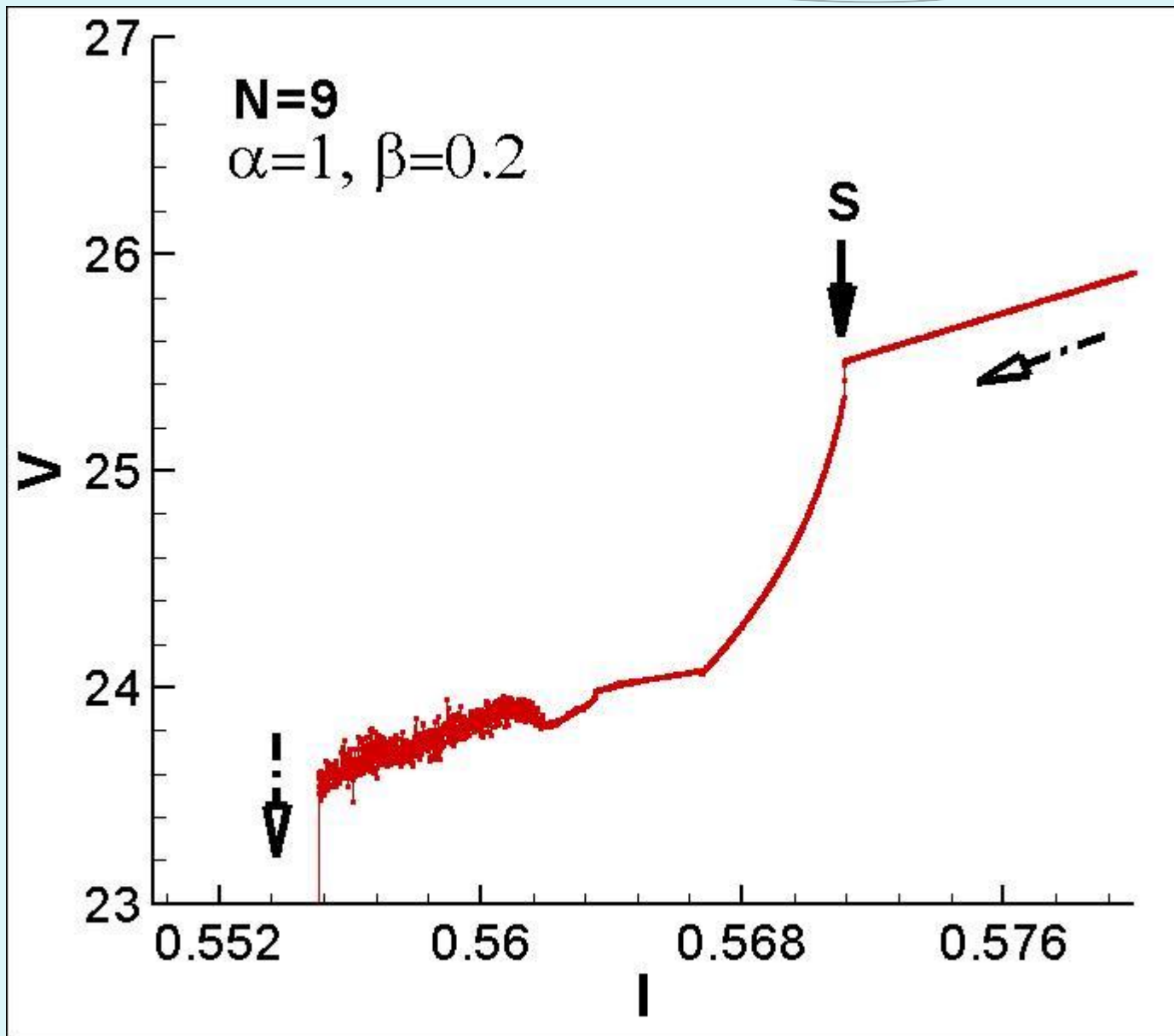
Квазичастичный ток компенсируется только сверхпроводящим током и ветвление происходит в гораздо большем интервале значений базового тока

Зависимость сверхтока от полного тока на отдельных контактах ССJJ

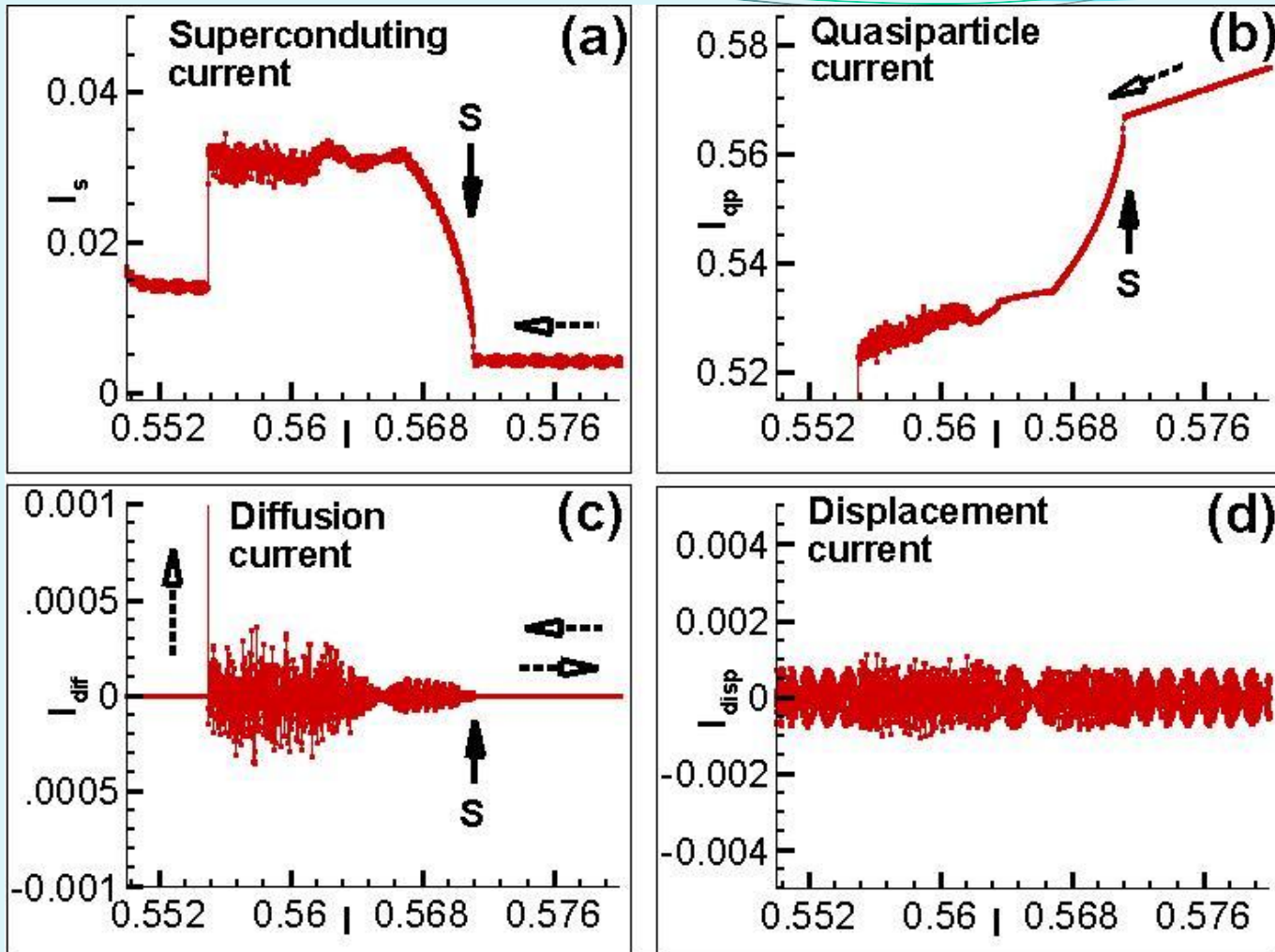


Здесь ситуация иная, т. е. сверхпроводящий ток во всех переходах имеет одинаковое направление которое сохраняется при уменьшении базового тока.

Резонансная область на ВАХ ССJJ+DC



Зависимости составляющих тока от полного тока на отдельных контактах в резонансной области ССJJ+DC



pBC, $N=9$
CCJJ+DC $\alpha=1, \beta=0.2$

Список опубликованных работ

- [1] Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов,
Письма в ЖЭТФ, том **92**, вып. 5, 364-368 (2010)
- [2] Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov and M. El Demery,
PLASMA 2010, Hirosaki, Japan, April 25-28, 2010
- [3] Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov and M. El Demery,
Journal of Physics: CS, **248** 012043 (Dubna-Nano 2010).
- [4] Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, М. Эл-Демери,
XIV Научная конф. ОМУС, Дубна, ОИЯИ, 2010



Спасибо за внимание